

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук
Кафедра вычислительной механики и математики

Утверждено на заседании кафедры
«Вычислительная механика и математика»
«14» января 2021 г., протокол № 5

Заведующий кафедрой



В.В. Глаголев

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ) ДЛЯ
ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО
ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

"Математика"

**основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы бакалавриата**

по направлению подготовки
06.03.01 Биология

с направленностью (профилем)
Биоэкология

Форма обучения: заочная

Идентификационный номер образовательной программы: 060301-01-11

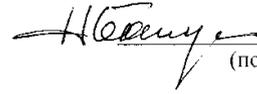
Тула 2021

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ
фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Разработчик:

Бакулин Н.В., доцент, к.т.н., доцент

(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)


_____ (подпись)

1. Описание фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Фонд оценочных средств (оценочные материалы) включает в себя контрольные задания и (или) вопросы, которые могут быть предложены обучающемуся в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю). Указанные контрольные задания и (или) вопросы позволяют оценить достижение обучающимся планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), установленных в соответствующей рабочей программе дисциплины (модуля), а также сформированность компетенций, установленных в соответствующей общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

Полные наименования компетенций представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

2. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

1 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Найти объем пирамиды, вершины которой находятся в точках $O(1; 1; 2)$, $A(2; 3; -1)$, $B(2; -2; 4)$ и $C(-1; 1; 3)$.

2. Найти угловой коэффициент медианы, проведенной в треугольнике ABC из вершины A, если $A(0; 1)$, $B(3; 1)$ и $C(1; 5)$.

3. Найти косинус угла между плоскостями $x - y + 7z - 1 = 0$ и $2x - 2y - 5 = 0$.

4. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $P(3; 8; -4)$ и отсекающей на оси OX отрезок $a = -3$, на оси OZ отрезок $c = 2$.

5. Найти определитель матрицы $(2A - 3B)$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, а $B =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

6. Решить систему методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x + y - 2z = 0 \\ x + y + z = 1 \\ -2x - y = 1 \end{cases} .$$

7. Решить систему методом Крамера $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6 \end{cases} .$

8. Решить систему матричным методом $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = -1 \end{cases} .$

9. Вычислить предел функции. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x^2 + 5x + 2}{x^2 - 3x + 2} .$

10. Вычислить предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x^2)^{\frac{1}{\sqrt{x}}} .$

11. Найти производную функций: $y = x^2 \cdot e^{\sin x}$; $y = \frac{x^2}{\cos x}$; $y = \sin(x^2 + 3)$
; $y = (x^2 + e^x)^{10} .$

12. Найти производную функций, заданных неявно: а) $y^2 + 2x^2y - x^2 = 0$, б) $\cos y = 4y^2 + e^x .$

13. Найти угловой коэффициент нормали к графику функции в точке x_0
 $y = \frac{2}{\sqrt{x-1}} + \frac{\sqrt[3]{x-1}}{2}$, $x_0 = 2 .$

14. Найти точки экстремума функции $y = e^x(x-2) .$

15. Найти интервалы выпуклости и вогнутости графика функции $y = \frac{x^2 + x + 1}{x-1} .$

16. Найти уравнения асимптот графика функции $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x-4} .$

2 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Вычислить определённый интеграл $\int_0^1 x \arccos x dx$.
2. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями, заданными в декартовых координатах: $y = 2x - x^2$, $x + y = 0$.
3. Вычислить определённый интеграл $\int_1^6 \frac{dx}{\sqrt{x+3}}$.
4. Найти площадь области D , ограниченной линиями:
 $D: y = \sin x, y = -\cos x, x = 0, x = \frac{\pi}{2}$.
5. Найти объем тела, полученного вращением плоской области D вокруг оси ox : $D: y = e^x, y = 1 - x, x = 1$.
6. Найти общее решение дифференциального уравнения $x^2 y' = \frac{x^2 - 1}{y}$.
7. Решить задачу Коши для дифференциального уравнения первого порядка: $y' - \frac{2y}{x+1} = e^x (x+1)^2, y(0) = 1$.
8. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - 5y' + 6y = e^x$.
9. Решить задачу Коши для дифференциального уравнения второго порядка: $y'' - 4y = 8x^3, y(0) = 2, y'(0) = -3$.
10. Решить задачу Коши для дифференциального уравнения второго порядка: $y'' - 2y' + y = 8e^x, y(0) = 1, y'(0) = 3$.
11. Решить задачу Коши для дифференциального уравнения второго порядка: $y'' + 6y' + 9y = 100 \sin x, y(0) = 0, y'(0) = 1$.
12. Исследовать числовые ряды на сходимость:
 1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+1)}$;
 2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \dots (2n+1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \dots (3n-1)}$.
13. Сформулировать условия абсолютной и условной сходимости знакочередующегося ряда.
14. Исследовать числовые ряды на абсолютную/условную сходимость:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n(3n-1)}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n-1}{3n}.$$

15. Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать его

поведение на концах интервала сходимости: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{\ln(n+1)}.$

16. Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать его поведение

на концах интервала сходимости: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(3n+1) \cdot 2^n}.$

3 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. В отделе 4 мужчины и 5 женщин. На дежурство от отдела нужно выделить по жребью трех человек. Какова вероятность, что ими окажутся 2 мужчины и 1 женщина?
2. Игральная кость подбрасывается 6 раз. Какова вероятность, что хотя бы один раз выпадет 6 очков?
3. Имеются карточки с буквами д,о,л,о,т,о. Карточки перемешиваются, а затем 4 карточки последовательно извлекаются наугад. Какова вероятность получить слово «лото»?
4. На двух станках обрабатываются однотипные детали, вероятность брака для станка № 1 составляет 0,03, а для станка № 2 — 0,02. Обработанные детали складываются в одном месте, причем станок № 1 обрабатывает вдвое больше деталей, чем станок № 2. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь будет доброкачественной.
5. Монета подбрасывается 8 раз. Какова вероятность, что герб выпадет ровно 5 раз? Найти наименее вероятное число появлений герба в 8-ми бросках.
6. Радист трижды вызывает корреспондента. Вероятность того, что будет принят первый вызов, равна 0,2, второй - 0,3, третий - 0,4. События,

состоящие в том, что данный вызов будет услышан, независимы. Найти вероятность того, что корреспондент услышит вызов.

7. На склад поступила продукция трех цехов в соотношении 2:5:3. Средний процент второсортных изделий для продукции первого цеха 3 %, для второго - 2 %, третьего - 1 %. Найти вероятность того, что наудачу взятое изделие, оказавшееся второсортным, произведено первым цехом.

8. Среди деталей, изготавливаемых в цехе, в среднем 4 % брака. Найти вероятность того, что среди 6 деталей, взятых на контроль: 1) две детали будут бракованными; 2) не более двух деталей будут бракованными; 3) бракованными окажутся от 2 до 4 деталей.

9. Составить закон распределения числа попаданий в цель при шести выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,4.

10. Среди поступивших в ремонт 10 часов 6 нуждаются в общей чистке механизма. Часы не рассортированы. Мастер, желая найти часы, нуждающиеся общей чистке механизма, осматривает их подряд. Найдя такие часы, он прекращает осмотр. Составить закон распределения дискретной случайной величины X - количество проверенных часов.

11. Найти значение параметра p , математическое ожидание $M(X)$ и дискретной случайной величины X , заданной законом распределения

X	0	1	3
P	0,1	p	0,5

12. Функция распределения случайной величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 1 \\ \frac{(x-1)^3}{8}, & \text{при } 1 \leq x < 3 \\ 1, & \text{при } x \geq 3 \end{cases}$$

Найти математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$.

13. Непрерывная случайная величина X подчинена закону распределения с плотностью $f(x)$. Требуется :найти коэффициент b ; найти функцию распределения $F(x)$; построить графики функций $f(x)$ и $F(x)$;найти математическое ожидание $M(x)$, дисперсию $D(x)$ и $\sigma(x)$ и вероятность

попадания случайной величины x в интервал (x_1, x_2) . $f(x) = \begin{cases} bx^2 + \frac{2}{3}x, & x \in (0,1) \\ 0, & x \notin (0,1) \end{cases}$

$$x_1 = 0; x_2 = 0,25.$$

14. Функция распределения вероятностей случайной величины X имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1/3 \\ x^2 + 1/6 x + a, & 1/3 < x < 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Найти: а) параметр a ; б) плотность распределения вероятностей $f(x)$ и вероятность попадания случайной величины X в интервал $(0; 0,5)$.

15. Случайная величина $X \in N(\mu; \sigma)$ (распределена по нормальному закону).

Найти вероятность того, что эта случайная величина примет значение:

- 1) в интервале $[a; b]$;
- 2) меньше K ;
- 3) больше L ;
- 4) отличается от среднего значения по абсолютной величине не более чем на ε . Значения параметров μ, σ, a, b, K, L и ε вычисляются по следующим

формулам: $\mu = N$ - номер варианта; $\sigma = \text{остаток} \left(\frac{N}{8} \right) + 2$; $\varepsilon = \text{остаток} \left(\frac{N}{5} \right) + 1$;

$a = N - \varepsilon$; $b = N + 2\varepsilon$; $K = N - \varepsilon$; $L = N + 2\varepsilon$.

16. Двумерная дискретная случайная величина (X, Y) задана законом распределения. Найти математические ожидания $M(X), M(Y)$, дисперсии $D(X), D(Y)$, коэффициент корреляции r_{xy} .

Y \ X	0	1	2
-	0,05	0,06	0,05
0	0,05	0,3	0,15
1	0,09	0,15	0,1

3. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

1 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Даны векторы $a = \{3; -6; -1\}$, $b = \{1; 4; -5\}$ и $c = \{3; 4; 2\}$. Найти проекцию вектора $a+c$ на вектор $b+c$.

2. Найти расстояние от вершины B до медианы AD в треугольнике ABC , если заданы координаты вершин треугольника: $A(0;1)$, $B(3; 1)$ и $C(1; 5)$.

3. Найти длину высоты, проведенной из вершины A в треугольнике ABC , если заданы координаты вершин треугольника: $A(0;1)$, $B(3; 1)$ и $C(1; 5)$.

4. Найти проекцию точки $B(5; 2; -1)$ на плоскость $2x - y + 3z + 23 = 0$.

5. Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{pmatrix}$.

6. Найти матрицу $A^2 + B$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

7. Даны векторы $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3, \bar{b}$. Показать, что векторы $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3$ образуют базис трехмерного пространства и найти координаты вектора \bar{b} в этом базисе:

$$\bar{a}_1 = \{5; 1; 2\}, \bar{a}_2 = \{3; 4; -1\}, \bar{a}_3 = \{-4; 2; 1\}, \bar{b} = \{-3; 5; 4\}.$$

8. Решить систему матричным методом
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 6 \end{cases}$$

9. Вычислить предел последовательности
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 + 1}}{n + 1}.$$

10. Вычислить предел функции
$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + 3x^2\right)^{\frac{2\sqrt{x}}{\sin 3x}}.$$

11. Найти производные функций: а) $y = \arcsin \sqrt{x} + \sqrt{1-x}$;
 á) $y = e^{\arcsin 2x}$.
12. Найти производную неявно заданной функции $\operatorname{tgy} - xy^2 = 0$.
13. Дано: $y = \sin(x^2)$. Найти y', y'', dy .
14. Найти угловой коэффициент касательной к графику функции в точке x_0
 $y = \frac{\sqrt[4]{x^3}}{3} - \frac{4}{\sqrt{x}}$, $x_0 = 1$.
15. Найти точки экстремума функции $y = e^{x-3}(4-x)$.
16. Составить уравнение наклонной асимптоты графика $y = \frac{x^3+2}{x^2}$.

2 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Найти неопределенные интегралы и результаты интегрирования проверить дифференцированием: $\int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt{1 + \sin^2 x}}$.
2. Найти неопределенные интегралы и результаты интегрирования проверить дифференцированием $\int \frac{x^3 + 2}{x^2 + 4x + 5} dx$.
3. Найти неопределенные интегралы и результаты интегрирования проверить дифференцированием: $\int x e^{3x} dx$.
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:
 $y = \frac{1}{4}x^2$; $\sigma^2 = 4\sigma$.

5. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями: $xy = 4$; $x = 1$; $x = 4$; $y = 0$.
6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:
 $y = 2x - x^2$; $o = - \tilde{o}$.
7. Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка:
 $x^2 dy + (y - 1)dx = 0$.
8. Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка:
 $(e^x + 2)y' = ye^x$.
9. Решить задачу Коши для дифференциального уравнения первого порядка:
 $y' + \frac{3y}{x} = \frac{2}{x^3}$, $y(1) = 1$.
10. Решить задачу Коши: для дифференциального уравнения первого порядка:
 $y' - 3x^2 y = \frac{x^2(1 + x^3)}{3}$, $y(0) = 0$.
11. Решить задачу Коши: для дифференциального уравнения второго порядка:
 $y'' - 5y' + 6y = 78 \sin 3x$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 2$.
12. Исследовать сходимость числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$.
13. Исследовать сходимость числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + n + 1}{n + 2n^3}$.
14. Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать его поведение на концах интервала сходимости:
 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{3^n \cdot \sqrt{n+2}}$.
15. Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать его поведение на концах интервала сходимости:
 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x+2)^n}{(2n-1)^3}$.
16. Разложить в ряд по степеням x функцию $f(x) = \ln(1 + x^3)$.

3 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Буквенный замок содержит на общей оси 4 диска, каждый из которых разделен на 6 секторов, отмеченных определенными буквами. Замок открывается только в том случае, когда буквы образуют определенную комбинацию. Какова вероятность открыть замок, установив произвольную комбинацию букв?
2. Детали от трех станков поступают в общий бункер. Вероятность выпуска бракованной детали для первого станка равна 0,03, для второго — 0,02 и для третьего — 0,01. Производительность первого станка в три раза больше производительности второго, а производительность третьего станка в два раза больше производительности второго. Найти вероятность того, что взятая наудачу из бункера деталь будет бракованной.
3. Батарея дала 14 выстрелов по военному объекту с вероятностью попадания в него, равной 0,2. Найти 1) наивероятнейшее число попаданий и его вероятность; 2) вероятность разрушения объекта, если для этого требуется не менее 4 попаданий.
4. В ящике содержится 15 деталей, из них 4 бракованных. Найти вероятность того, что среди 4 наудачу извлеченных деталей не окажется бракованных.
5. На двух станках обрабатываются однотипные детали; вероятность брака для станка № 1 составляет 0,03, а для станка № 2 — 0,02. Обработанные детали складываются в одном месте, причем станок № 1 обрабатывает вдвое больше деталей, чем станок № 2. Наудачу взятая деталь оказалась бракованной. Найти вероятность того, что она обрабатывалась на станке № 1.
6. Вероятность пробоя одного конденсатора за время T равна 0,2. Найти вероятность того, что за время T из 100 конденсаторов, работающих независимо, выйдут из строя: 1) не менее 20 конденсаторов; 2) менее 28 конденсатора; 3) от 14 до 26 конденсаторов.

7. Из множества чисел отрезка $[0; 2]$ выбраны наугад два числа x и y . Найти вероятность того, что эти числа удовлетворяют неравенствам: $x^2 \leq 4y \leq x$.

8. Имеются четыре лампочки, каждая из них с вероятностью 0,2 имеет дефект. Лампочка ввинчивается в патрон, включается ток, при включении тока дефектная лампочка сразу перегорает, после чего она заменяется другой. X - число лампочек, которое будет испробовано. Найти закон распределения случайной величины X .

9. Испытывается устройство, состоящее из трех независимо работающих блоков. Вероятности отказа блоков таковы: $p_1 = 0,3$, $p_2 = 0,5$, $p_3 = 0,6$. X - число отказавших блоков. Найти закон распределения случайной величины X .

10. Дискретная случайная величина X задана законом распределения. Найти математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$.

X	-1	0	1
P	0,1	0,3	0,6

11. Найти значение параметра p и математическое ожидание $M(X)$ дискретной случайной величины X , заданной законом распределения

X	0	1	3
P	0,1	p	0,5

12. Непрерывная случайная величина X подчинена закону распределения с плотностью $f(x)$. Требуется :найти коэффициент b ; найти функцию распределения $F(x)$; построить графики функций $f(x)$ и $F(x)$;найти математическое ожидание $M(x)$, дисперсию $D(x)$ и $\sigma(x)$ и вероятность попадания случайной величины x в интервал (x_1, x_2)

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ 0,25, & -1 < x \leq 1 \\ \frac{b}{2\sqrt{x}}, & 1 < x \leq 2,25 \\ 0, & x > 2,25 \end{cases} \quad x_1 = 0; x_2 = 4.$$

13. Случайная величина X имеет функцию распределения вероятностей

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ 0,25(x+1), & -1 < x \leq 1 \\ \sqrt{x} - 0,5, & 1 < x \leq 2,25 \\ 1, & x > 2,25 \end{cases}.$$

Требуется: а) построить график $F(x)$; б) найти плотность распределения вероятностей $f(x)$ и построить ее график; в) Найти вероятность $P(1 \leq x \leq 2)$.

14. Непрерывная случайная величина X подчинена закону распределения с плотностью $f(x)$. Требуется :найти коэффициент b ; найти функцию распределения $F(x)$; построить графики функций $f(x)$ и $F(x)$;найти математическое ожидание $M(x)$, дисперсию $D(x)$ и $\sigma(X)$ и вероятность попадания случайной величины x в интервал (x_1, x_2) :

$$f(x) = 2x + \frac{4}{15}, x \in (\frac{2}{5}; b); f(x) = 0, x \notin (\frac{2}{5}; b). x_1 = 0; x_2 = 4.$$

15. Случайная величина X имеет функцию распределения вероятностей

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0,5(1 - \cos 2x), & 0 \leq x \leq 0,5\pi ; \\ 1, & x > 0,5\pi \end{cases}$$

Требуется: а) построить график $F(x)$; б) найти плотность распределения вероятностей $f(x)$ и построить ее график. в) $P(0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}) = ?$.

16. Двумерная дискретная случайная величина (X, Y) задана законом распределения. Найти математические ожидания $M(X)$, $M(Y)$, дисперсии $D(X)$, $D(Y)$, коэффициент корреляции r_{xy}

Y \ X	0	1	2
0	1/4	1/3	1/9
1	0	1/6	1/9
2	0	0	1/36

