

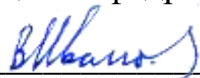
МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук  
Кафедра «Прикладная математика и информатика»

Утверждено на заседании кафедры  
«Прикладная математика и информатика»  
«14» января 2020 г., протокол № 6

Заведующий кафедрой

 В.И. Иванов

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**  
**«Функциональный анализ»**

**основной профессиональной образовательной программы  
высшего образования – программы бакалавриата**

по направлению подготовки  
**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

с направленностью (профилем)  
**Прикладная математика и информатика**

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 010302-01-20

Тула 2020 год

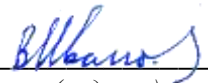
**ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ**  
**рабочей программы дисциплины (модуля)**

**Разработчик:**

Иванов В.И., зав. каф. ПМИИ, д.ф.-м.н., профессор

---

*(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)*



---

*(подпись)*

## **1 Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)**

**Целью** освоения дисциплины (модуля) является овладение методами функционального анализа.

**Задачами** освоения дисциплины (модуля) являются выработка умений:

- использовать теорию линейных функционалов и операторов;
- использовать теорию Рисса-Шаудера и Гильберта-Шмидта;
- решать простейшие интегральные уравнения второго рода.

## **2 Место дисциплины (модуля) в структуре основной профессиональной образовательной программы**

Дисциплина (модуль) относится к обязательной части основной профессиональной образовательной программы.

Дисциплина (модуль) изучается в пятом семестре.

## **3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)**

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения основной профессиональной образовательной программы (формируемыми компетенциями) и индикаторами их достижения, установленными в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы, приведён ниже.

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

### **Знать:**

- 1) обладать базовыми знаниями, полученными в области математических и естественных наук (код компетенции – ОПК-1, код индикатора – ОПК-1.1);
- 2) математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности (код компетенции – ОПК-3, код индикатора – ОПК-3.1).

### **Уметь:**

- 1) использовать в профессиональной деятельности фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук (код компетенции – ОПК-1, код индикатора – ОПК-1.2);
- 2) применять и модифицировать математические модели для решения задач профессиональной деятельности (код компетенции – ОПК-3, код индикатора – ОПК-3.2).

### **Владеть:**

- 1) навыками решения задач профессиональной деятельности на основе полученных теоретических знаний (код компетенции – ОПК-1, код индикатора – ОПК-1.3);
- 2) методиками выбора и использования математических моделей для решения задач профессиональной деятельности (код компетенции – ОПК-3, код индикатора – ОПК-3.3).

Полные наименования компетенций и индикаторов их достижения представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

## **4 Объем и содержание дисциплины (модуля)**

**4.1 Объем дисциплины (модуля), объем контактной и самостоятельной работы обучающегося при освоении дисциплины (модуля), формы промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

Номер семестра	Формы промежуточной аттестации	Общий объем в зачетных единицах	Общий объем в академических часах	Объем контактной работы в академических часах						Объем самостоятельной работы в академических часах
				Лекционные занятия	Практические (семинарские) занятия	Лабораторные работы	Клинические практические занятия	Консультации	Промежуточная аттестация	
Очная форма обучения										
5	ДЗ	5	180	32	16				0,25	131,75
Итого	–	5	180	32	16				0,25	131,75

Условные сокращения: Э – экзамен, ЗЧ – зачет, ДЗ – дифференцированный зачет (зачет с оценкой), КП – защита курсового проекта, КР – защита курсовой работы.

## 4.2 Содержание лекционных занятий

### Очная форма обучения

№ п/п	Темы лекционных занятий
<b>5 семестр</b>	
1	Определение линейного нормированного пространства. Сходящиеся и фундаментальные последовательности. Банаховы пространства. Основные примеры банаховых пространств.
2	Гильбертовы пространства.
3	Шары, ограниченные, открытые и замкнутые множества в линейном нормированном пространстве.
4	Компактность в линейном нормированном пространстве. Некомпактность единичного шара в бесконечномерном линейном нормированном пространстве. Понятие $\varepsilon$ -сети. Критерий компактности Хаусдорфа в банаховом пространстве.
5	Определение линейного непрерывного функционала в банаховом пространстве. Его норма. Геометрический смысл. Теорема Хана - Банаха о продолжении линейного непрерывного функционала.
6	Теорема об общем виде линейного непрерывного функционала в гильбертовом пространстве. Понятие сопряженного пространства.
7	Линейный оператор в банаховом пространстве. Область определения, область значений, ядро. Непрерывность и ограниченность линейного оператора. Его норма.
8	Операции над линейными операторами. Пространство линейных операторов. Сильная и равномерная сходимости линейных операторов. Принцип равномерной ограниченности. Теорема Банаха - Штейнгауза о сильной сходимости.
9	Ряды линейных операторов в банаховом пространстве. Определение функций для линейных непрерывных операторов. Решение задачи Коши в банаховом пространстве.
10	Обратный оператор. Условия существования обратного оператора. Теорема Банаха об обратном операторе. Оценка нормы обратного оператора.
11	Спектр, регулярные значения и резольвента линейного оператора. Замкнутость спектра и открытость регулярных значений. Спектральный радиус. Его вычисление.

№ п/п	Темы лекционных занятий
12	Вполне непрерывные операторы. Их свойства. Вполне непрерывность интегрального оператора в пространствах $C[a,b]$ , $L_2[a,b]$ .
13	Сопряженные и самосопряженные операторы в гильбертовом пространстве. Норма сопряженного и самосопряженного оператора. Сопряженный оператор для вполне непрерывного.
14	Спектр вполне непрерывного оператора. Вполне непрерывность и спектр оператора Вольтерра.
15	Линейные уравнения 2-го рода. Теория Рисса-Шаудера. Альтернатива Фредгольма.
16	Собственные значения и собственные векторы линейных вполне непрерывных самосопряженных операторов. Теорема Гильберта-Шмидта и ее приложения к решению интегральных уравнений 2-го рода с симметричным ядром.

### 4.3 Содержание практических (семинарских) занятий

#### Очная форма обучения

№ п/п	Темы практических (семинарских) занятий
<i>5 семестр</i>	
1	Норма в линейном пространстве. Основные примеры банаховых пространств.
2	Компактность.
3	Норма линейного функционала. Линейные функционалы в основных банаховых пространствах.
4	Норма линейного оператора. Сильная и равномерная сходимость линейных операторов.
5	Обратный линейный оператор. Спектр, спектральный радиус и резольвенты линейного оператора.
6	Вполне непрерывный линейный оператор и его спектр.
7	Линейные интегральные уравнения 2-го рода. Теория Рисса-Шаудера.
8	Приложение теоремы Гильберта-Шмидта к решению линейных интегральных уравнений 2-го рода.

### 4.4 Содержание лабораторных работ

Занятия указанного типа не предусмотрены основной профессиональной образовательной программой.

### 4.5 Содержание клинических практических занятий

Занятия указанного типа не предусмотрены основной профессиональной образовательной программой.

### 4.6 Содержание самостоятельной работы обучающегося

#### Очная форма обучения

№ п/п	Виды и формы самостоятельной работы
<i>5 семестр</i>	

№ п/п	Виды и формы самостоятельной работы
1	Подготовка к практическим занятиям.
2	Выполнение домашних заданий.
3	Подготовка к дифференцированному зачету.

## 5 Система формирования оценки результатов обучения по дисциплине (модулю) в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающегося

### Очная форма обучения

Мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающегося			Максимальное количество баллов
<b>5 семестр</b>			
Текущий контроль успеваемости	Первый рубежный контроль	<b>Оцениваемая учебная деятельность Обучающегося:</b>	
		Посещение лекционных занятий	4
		Работа на практических занятиях	3
		Выполнение домашнего задания	23
		Итого	30
	Второй рубежный контроль	<b>Оцениваемая учебная деятельность Обучающегося:</b>	
		Посещение лекционных занятий	4
		Работа на практических занятиях	3
		Выполнение домашнего задания	23
		Итого	30
Промежуточная аттестация	Дифференцированный зачет		40 (100*)

\* В случае отказа обучающегося от результатов текущего контроля успеваемости

## Шкала соответствия оценок в стобалльной и академической системах оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Система оценивания результатов обучения	Оценки			
Стобалльная система оценивания	0 – 39	40 – 60	61 – 80	81 – 100
Академическая система оценивания (экзамен, дифференцированный зачет, защита курсового проекта, защита курсовой работы)	Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Академическая система оценивания (зачет)	Не зачтено	Зачтено		

## 6 Описание материально-технической базы (включая оборудование и технические средства обучения), необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю) требуется стандартная аудитория.

## **7 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

### **7.1 Основная литература**

1. Треногин В.А. Функциональный анализ [Электронный ресурс]: учебник/ Треногин В.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.— 488 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/16289>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю.
2. Треногин В.А. Задачи и упражнения по функциональному анализу [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С.— Электрон. текстовые данные.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.— 240 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/17233>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю.
3. Краснов М.Л. Интегральные уравнения. Задачи и примеры с подробными решениями : учебное пособие для вузов / М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко .— 3-е изд., испр. — М.: УРСС, 2007.— 192 с.

### **7.2 Дополнительная литература**

1. Колмогоров А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Колмогоров А.Н., Фомин С.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012.— 572 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/12896>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю.
2. Асташова И.В. Функциональный анализ [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Асташова И.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Евразийский открытый институт, 2011.— 112 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/11120>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю.
3. Золотухин А.Я. Задачи и упражнения по теории операторов [Электронный ресурс]: учебное пособие/ А.Я. Золотухин— Электрон. текстовые данные.— Тула: Изд-во ТулГУ, 2015.— 86 с.— Режим доступа: <https://tsutula.bibliotech.ru/Reader/Book/2014100921014416464100005444>.— ЭБС «Bibliotech», по паролю.

## **8 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

1. <http://window.edu.ru> – Единое окно доступа к образовательным ресурсам.
2. <http://elibrary.ru/> – Научная Электронная Библиотека eLibrary.
3. <http://cyberleninka.ru/> – КиберЛенинка — научная электронная библиотека.
4. <http://www.intuit.ru> – Национальный открытый университет «ИНТУИТ».

## **9 Перечень информационных технологий, необходимых для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

### **9.1 Перечень необходимого ежегодно обновляемого лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства**

Программное обеспечение не требуется.

## **9.2 Перечень необходимых современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем**

Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы не требуются.