

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт Естественно-научный

Кафедра «Физика»

Утверждено на заседании кафедры
«Физика»

«30» августа 2019 г., протокол № 1

Заведующий кафедрой



Р.Н. Ростовцев

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

**по выполнению лабораторных работ
по дисциплине
«Физика»**

**основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы бакалавриата**

по направлению подготовки

06.03.01 Биология

с направленностью (профилем)

Биоэкология

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 060301-01-20

Тула 2020 год

Разработчик методических указаний

Ростовцев Р.Н., зав. кафедрой, д.т.н., доц.

(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)



(подпись)

ИССЛЕДОВАНИЕ КОСОГО УДАРА О НАКЛОННУЮ ПЛОСКОСТЬ

Цель работы: рассмотреть кинематику движения шара после удара о плоскость; определить коэффициент восстановления скорости шара.

Теоретическая часть

В данной работе рассматривается кинематика движения тела под углом к горизонту в результате соударения с наклонной плоскостью.

Стальной шарик, падая с некоторой высоты, перед ударом о наклонную плоскость имеет скорость \vec{V}_o , а отскочив от нее, $-\vec{U}_o$ (см. рис.1). Выберем систему координат, как показано на рис.1, поместив начало координат O в точку первого соударения шарика с наклонной плоскостью. Проекции скоростей \vec{V}_o и \vec{U}_o на ось X равны, то есть $V_{ox} = U_{ox}$, так как удар можно считать мгновенным, и действие силы тяжести и силы трения за короткое время не окажет существенного влияния на импульс шарика вдоль оси X (**закон сохранения проекции импульса**). Рассеяние механической энергии при ударе характеризуется коэффициентом восстановления скорости k_c .

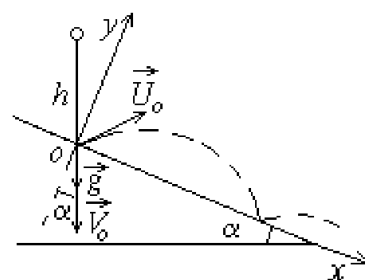


Рис. 1

Коэффициентом восстановления скорости тела при ударе о массивную неподвижную поверхность называется отношение $k_c = \left| \frac{U_n}{V_n} \right|$, где V_n и U_n – проекции скоростей тела соответственно до и после удара на нормаль к поверхности.

Для данной работы согласно рис.2

$$k_c = \frac{U_{oy}}{V_{oy}}, \quad (1)$$

где V_{oy} и U_{oy} – проекции на ось y скоростей шарика соответственно до и после первого удара о наклонную плоскость.

Отскочив от наклонной плоскости в точке O со скоростью \vec{U}_o , шарик будет двигаться в воздухе с постоянным ускорением $\vec{a} = \vec{g}$ (сопротивлением воздуха пренебрегаем) и второй раз ударится о наклонную плоскость. Положение шарика при втором соударении относительно точки O определим из закона движения в проекции на ось x

$$x = x_o + U_{ox}t + \alpha_x t^2 / 2.$$

При выбранном начале координат и положительном направлении x , как показано на рис. 2, $x_o = 0$, $U_{ox} = V_{ox} = V_o \sin \alpha$, $\alpha_x = g \sin \alpha$, поэтому расстояние x между первым и вторым соударением

$$x = V_o t \sin \alpha + g \sin \alpha t^2 / 2. \quad (2)$$

Время t между двумя соударениями найдем из закона движения в проекции на ось y

$$y = y_o + U_{oy} t + \alpha_y t^2 / 2$$

Здесь $y = 0$, $y_o = 0$, с учетом (1) $U_{oy} = k_c |V_{oy}| = k_c V_o \cos \alpha$, $\alpha_y = -g \cos \alpha$. Поэтому

$$0 = 0 + k_c V_o \cos \alpha t - g \cos \alpha t^2 / 2$$

откуда $t = 2k_c V_o / g \quad (3)$

V_o определим из закона сохранения полной механической энергии (потерями на сопротивление воздуха пренебрегаем)

$$mgh = mV_o^2 / 2 \quad (4)$$

где mgh – потенциальная энергия шарика в точке A , из которой он начинает падать без начальной скорости (в точке O потенциальную энергию шарика принимаем равной нулю); $\frac{mV_o^2}{2}$ – кинетическая энергия шарика в точке O перед ударом о наклонную плоскость.

Из равенства (4) имеем $V_o = \sqrt{2gh} \quad (5)$

Подставив (3) и (5) в (2), найдем $x = 4k_c h \sin \alpha + 4k_c^2 h \sin \alpha$

Отсюда $k_c^2 + k_c - \frac{x}{4h \sin \alpha} = 0$. Решив это квадратное уравнение, получим

$$k_c = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{x}{h \sin \alpha}} - 1 \right) \quad (6)$$

В реальных случаях $0 < k_c < 1$.

Закон сохранения полной механической энергии

Полная механическая энергия консервативной системы, находящейся в стационарном потенциальном поле, постоянна: $K + U_{соб} + U_{внеш} = const$, где $U_{соб}$ – собственная потенциальная энергия системы – это энергия взаимодействия друг с другом всех частиц системы. Она зависит от взаимного расположения частиц системы; $U_{внеш}$ – внешняя потенциальная энергия системы – это сумма потенциальных энергий всех ее частиц, находящихся во внешнем стационарном потенциальном поле; K – кинетическая энергия системы – это сумма кинетических энергий составляющих ее частиц.

Если работа сил стационарного поля над частицей не зависит от пути, пройденного частицей, а зависит только от начального и конечного положения частицы, то такие силы называются **консервативными**, а поле **потенциальным**.

Неупругое соударение тел

Абсолютно упругим называется такое соударение тел, при котором их суммарная полная механическая энергия не меняется.

На практике абсолютно упругого соударения не встречается. За счет работы внутренних диссипативных сил часть полной механической энергии соударяющихся тел превращается в тепловую (внутреннюю) энергию. Полная механическая энергия системы убывает, а соударяющиеся тела деформируются (изменяют свою форму). Такой удар называется **неупругим**.

Если после соударения тела движутся с одной скоростью вместе, то удар называется абсолютно неупругим. Таким образом, при неупругом соударении полная механическая энергия не сохраняется.

Порядок выполнения работы

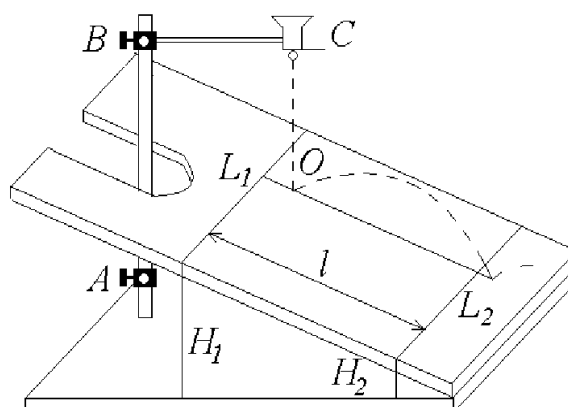


Рис.2

1. Перемещением муфты А установить произвольный наклон плоскости (примерно 10-15°). Измерить высоты H_1 и H_2 , длину наклонной плоскости l между линиями L_1 и L_2 (см.рис. 2) и определить $\sin \alpha : \sin \alpha = \frac{H_1 - H_2}{l}$.

Примечание. Можно произвольно изменять длину наклонной плоскости l , изменяя при этом другие высоты H_1 и H_2 .

2. Перемещением муфты В установить произвольную высоту h (17 – 20 см) бункера С над наклонной плоскостью. Отцентрировать установку бункера так, чтобы шарик после отскока ударился еще один раз о наклонную плоскость в направлении ее продольной оси.

3. Положить на наклонную плоскость узкую полоску бумаги краем вдоль черты L_1 , накрыть сверху копировальной бумагой и закрепить оба листа скобой. При проведении эксперимента скобу не трогать.

4. Поместить шарик в бункер С в слегка открытое отверстие (это позволит более точно фиксировать начальное положение шарика). Затем медленно открыть заслонку, дав шарiku провалиться. Ударившись о плоскость, шарик отскочит и оставит след на бумаге.

5. Обозначить точку удара на бумаге точкой 1. Отогнуть от линии L_1 и полоску бумаги и копировальную бумагу таким образом, чтобы повторное падение шарика из бункера пришлось на металлическую поверхность; отскочив от нее, шарик второй раз ударится о поверхность и оставит след на бумаге. Эту точку обозначить цифрой 1'.

6. Повторить опыт при отогнутой бумаге 9 раз, обозначая следы от повторных ударов соответственно 1', 2', ..., 3'.

7. Снять листы с плоскости, определить расстояние x_i между точками 1-1', 1-2', 1-3', ..., 1-9' и занести в табл.1.

8. Вычислить среднее значение $\langle x \rangle = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_9}{9}$.

9. Определить случайные отклонения $\Delta x_i = x_i - \langle x \rangle$ каждого измерения расстояния, среднее квадратичное отклонение $S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (\Delta x_i)^2}$. Вычислить погрешность Δx результата измерений: $\Delta x = \frac{S}{\sqrt{n}}$ (n -количество точек).

10. Вычислить $\langle k \rangle$ по формуле (6), подставляя $x = \langle x \rangle$. Принимаем радиус шарика $r \ll h$.

11. Вычислить абсолютную Δk_c и относительную E погрешности: $\Delta k_c = \frac{\Delta x}{4(2k_c + 1)h \sin \alpha}$; $E = \frac{\Delta k_c}{k_c} 100\%$.

12. Результаты измерений и расчетов записать в табл.1 и 2.

Таблица 1

x_i , мм	Δx_i , мм	$(\Delta x_i)^2$, мм ²

Таблица 2

l , мм	h , мм	H_1 , мм	H_2 , мм	$\sin \alpha$	S , мм	Δx , мм	$\langle k_c \rangle$	Δk_c	E , %

13. Записать результат в виде: $k_c = \langle k_c \rangle \pm \Delta k_c$.

Контрольные вопросы

1. Что такое коэффициент восстановления скорости, какова методика его определения в данной работе?

2. Записать закон движения шарика между первым и вторым соударениями с наклонной плоскостью координатным способом. Как определить расстояние x и время t между этими соударениями?

3. Сформулировать закон сохранения полной механической энергии. Как он применяется в данной работе?

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. т.1. М:Наука, 1986.- гл. III, §19, 24, 25, 27

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

УПРУГИЙ УДАР ШАРОВ

Цель работы: ознакомиться с явлением удара на примере соударения шаров, рассчитать коэффициент восстановления энергии, проверить закон сохранения импульса.

Теоретическое описание.

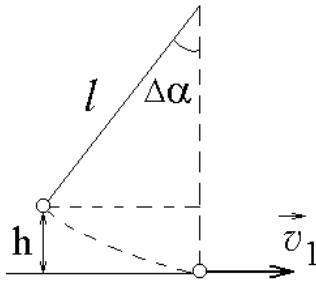


Рис.1

Отклоним шарик А с массой m_1 на угол $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_0$, где α_1 и α_0 показания по шкале измерения. При этом шарик поднимется на высоту h (см. рис.1). Как видно из рисунка высоту подъема можно выразить через длину подвеса и угол отклонения $\Delta\alpha$:

$$h = l(1 - \cos \Delta\alpha) = l \cdot 2 \sin^2 \left(\frac{\Delta\alpha}{2} \right). \quad (1)$$

После освобождения шарика без начальной скорости он будет ускоряться и в нижней точке своей траектории приобретет горизонтальную скорость v_1 , которую можно найти из закона сохранения энергии:

$$m_1 gh = \frac{m_1 v_1^2}{2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2gl \cdot 2 \sin^2 (\Delta\alpha/2)} = 2 \sin (\Delta\alpha/2) \sqrt{gl}. \quad (2)$$

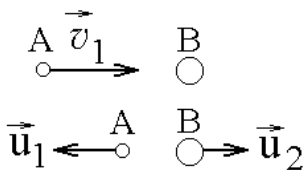


Рис. 2

В нижней точке своей траектории шарик А сталкивается с шариком В, и после очень короткого удара они разлетаются в противоположные стороны с горизонтальными скоростями \vec{u}_1 и \vec{u}_2 (см. рис.2). Так как во время удара силы натяжения нитей и силы тяжести, действующие на шарик, направлены по вертикали, то должен выполняться закон сохранения горизонтальной проекции импульса системы:

$$m_1 v_1 = -m_1 u_1 + m_2 u_2 \quad (3)$$

В большинстве случаев реальные удары тел не являются упругими из-за возникновения диссипативных сил внутри этих тел (внутреннее трение), поэтому кинетическая энергия системы в целом при ударе уменьшается. Коэффициентом восстановления кинетической энергии называется величина, равная:

$$K_s = \frac{\frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}}{\frac{m_1 v_1^2}{2}} = \frac{m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2}{m_1 v_1^2} \quad (4)$$

Коэффициент восстановления скорости всегда меньше единицы: $K_s < 1$. Равенство единице означает полное сохранение энергии, что может быть только в идеальном случае отсутствия диссипативных сил в системе.

После столкновения (см. рис. 3) действие диссипативных сил внутреннего трения прекращается, и, если пренебречь потерей энергии во время движения из-

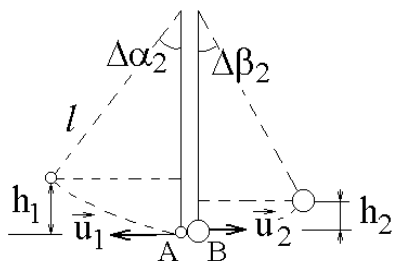


Рис.3

за сопротивления воздуха, можно воспользоваться законом сохранения энергии для каждого шара в отдельности. Шар А отклонится на угол $\Delta\alpha_2$ и поднимется на высоту h_1 , а шар В отклонится на угол $\Delta\beta_2$ и поднимется на высоту h_2

Используя уравнения аналогичные уравнениям (1) и (2), выразим скорости шаров после удара:

$$m_1 g h_1 = \frac{m_1 u_1^2}{2} \Rightarrow u_1 = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2gl \cdot 2\sin^2(\Delta\alpha_2/2)} = 2\sin(\Delta\alpha_2/2)\sqrt{gl} \quad (5)$$

$$m_1 g h_1 = \frac{m_2 u_2^2}{2} \Rightarrow u_2 = \sqrt{2gh_2} = \sqrt{2gl \cdot 2\sin^2(\Delta\beta_2/2)} = 2\sin(\Delta\beta_2/2)\sqrt{gl}$$

Подставляя (2) и (5) в (4), получим выражение для расчета коэффициента восстановления энергии:

$$K_s = \frac{m_1 \cdot 4\sin^2(\Delta\alpha_2/2) \cdot gl + m_2 \cdot 4\sin^2(\Delta\beta_2/2) \cdot gl}{m_1 \cdot 4\sin^2(\Delta\alpha/2) \cdot gl} =$$

$$= \frac{m_1 \sin^2(\Delta\alpha_2/2) + m_2 \sin^2(\Delta\beta_2/2)}{m_1 \sin^2(\Delta\alpha/2)} \quad (6)$$

Подставляя (2) и (5) в (3), получим закон сохранения импульса в виде:

$$m_1 \sin\left(\frac{\Delta\alpha}{2}\right) = -m_1 \sin\left(\frac{\Delta\alpha_2}{2}\right) + m_2 \sin\left(\frac{\Delta\beta_2}{2}\right). \quad (7)$$

Порядок выполнения работы

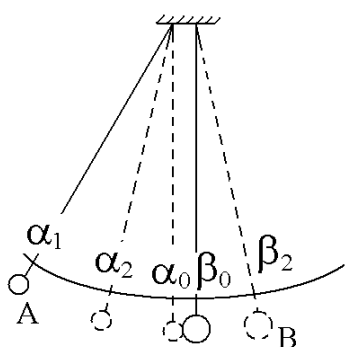


Рис.5

1. Записать начальные положения α_0 и β_0 , соответствующие точкам пересечения нитей бифилярных подвесов с линией деления шкалы, когда шары неподвижны. Здесь и в дальнейшем обозначение " α " относится к шару А с меньшей массой m_1 , а " β " – к шару В с меньшей массой m_2 .

2. Отклонить шар А на угол α_1 от 10° до 15° и отпустить без начальной скорости. Произвести отсчет первого отброса обоих шаров α_2 и β_2 (так как сразу практически невозможно взять два отсчета, то поступают так: сначала берут отсчет для одного шара, затем производят повторный удар из того же положения шара А и берут отсчет для второго шара). Удар из данного положения производят

не менее 10 раз, чтобы для каждого шара получить не менее пяти значений отбросов нитей после удара (α_2 и β_2). Найти среднее $\langle \alpha_2 \rangle$ и $\langle \beta_2 \rangle$.

3. Опыт проделать для двух других значений α_1 . (от 20° до 25° , от 30° до 35°). Заполнить таблицу 1.

4. Проверить закон сохранения импульса (7). Для этого рассчитать скорости v_1, u_1 и u_2 по формулам (2) и (5), учитывая, что $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_0$, $\Delta\alpha_2 = \langle \alpha_2 \rangle - \alpha_0$, $\Delta\beta_2 = \langle \beta_2 \rangle - \beta_0$. Рассчитать левую часть уравнения (7)

$\xi_1 = m_1 \sin(\Delta\alpha/2)$ и правую часть уравнения (7)

$\xi_2 = -m_1 \sin(\Delta\alpha_2/2) + m_2 \sin(\Delta\beta_2/2)$ и занести в таблицу 2. Рассчитать на сколько процентов отличаются левая и правая часть уравнения (7) по формуле:

$$\frac{\xi_1 - \xi_2}{\xi_1} \cdot 100\%$$

5. Вычислить коэффициент восстановления энергии по формуле (6).

Таблица 1.

$\alpha_1, ^\circ$	$\alpha_2, ^\circ$					$\langle \alpha_2 \rangle, ^\circ$	$\beta_2, ^\circ$					$\langle \beta_2 \rangle, ^\circ$

$\alpha_0, ^\circ = \dots$

$\beta_0, ^\circ = \dots$

Таблица 2.

$\Delta\alpha_1, ^\circ$	$\Delta\alpha_2, ^\circ$	$\Delta\beta_2, ^\circ$	$\xi_1 = m_1 \sin\left(\frac{\Delta\alpha}{2}\right)$	$\xi_2 = -m_1 \sin\left(\frac{\Delta\alpha_2}{2}\right) + m_2 \sin\left(\frac{\Delta\beta_2}{2}\right)$	K_3

Контрольные вопросы

1. Будет ли система шаров замкнутой?
2. Сформулировать закон сохранения импульса системы.
3. Сохраняется ли импульс системы шаров после удара? Почему?
4. Вид удара в данной работе. Проанализируйте полученный коэффициент восстановления энергии.
5. Когда полная механическая энергия системы сохраняется? Равны ли кинетические энергии системы шаров до и после удара?
6. Может ли в некоторой системе не сохраняться механическая энергия и оставаться постоянным момент импульса?
7. Получить расчетные формулы скоростей шаров после удара.

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. т.1. М: Наука, 1970.- гл. II, §23, с.75-77, гл. III, §27-30, с.89-106

ИЗУЧЕНИЕ СКОРОСТИ ПУЛИ С ПОМОЩЬЮ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Цель работы: Использование на практике законов сохранения импульса и механической энергии для измерения скорости пули.

Теоретическое описание

Скорость поступательного движения пули определяем с помощью баллистического маятника. Он представляет собой открытый с одного конца пустотелый массивный цилиндр, подвешенный на двойном бифилярном подвесе. Внутренняя часть цилиндра заполнена пластилином, чтобы соударение летящего тела (пули), скорость которого нужно измерить, с баллистическим маятником носило неупругий характер. После неупругого соударения тела движутся как единое целое с общей скоростью.

Пуля массой m_1 , движущаяся в горизонтальном направлении со скоростью \vec{V} влетает в цилиндр баллистического маятника и застревает в нем. После соударения цилиндр маятника массой m_2 совместно с застрявшей в нем пулей приобретает некоторую скорость \vec{U}_2 . На основании закона сохранения импульса можем записать в векторном виде

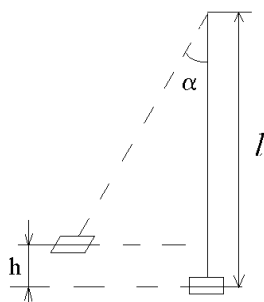
$$m_1 \vec{V} = (m_1 + m_2) \vec{U}$$

и в проекции на ось, совпадающую с направлением движения пули и маятника с пулей,

$$m_1 V = (m_1 + m_2) U \quad (1)$$

Непосредственно после удара система "маятник-застрявшая пуля" обладает кинетической энергией $(m_1 + m_2) U^2 / 2$, которая по мере отклонения маятника от вертикального положения превращается в потенциальную энергию $(m_1 + m_2) gh$. Если пренебречь потерями энергии на трение, то на основании закона сохранения механической энергии получим

$$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) U^2 = (m_1 + m_2) gh \quad (2)$$



где h – высота подъема центра масс системы "маятник-пуля". Из рисунка следует, что $\cos \alpha = (l - h) / l$, где α – угол отклонения маятника от вертикального положения; l – длина подвеса.

Отсюда $h = l(1 - \cos \alpha)$,

Подставляя значение h в (2), получаем

$$U = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)} = \sqrt{2gl2 \sin^2(\alpha/2)} \sim \alpha \sqrt{g} \quad (3)$$

(при малых углах $\sin(\alpha/2) \sim \alpha/2$, где α измеряется в

радианах).

Подставляя (3) в (1), получаем искомую скорость

$$V = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \alpha \sqrt{gl} \quad (4)$$

Закон сохранения полной механической энергии

Полная механическая энергия консервативной системы, находящейся в стационарном потенциальном поле, постоянна:

$$K + U_{\text{соб}} + U_{\text{внеш}} = \text{const}$$

где $U_{\text{соб}}$ – собственная потенциальная энергия системы – это энергия взаимодействия друг с другом всех частиц системы. Она зависит от взаимного расположения частиц системы; $U_{\text{внеш}}$ – внешняя потенциальная энергия системы – сумма потенциальных энергий всех ее частиц, находящихся во внешнем стационарном потенциальном поле; K – кинетическая энергия системы – это сумма кинетических энергий составляющих ее частиц.

Если работа сил стационарного поля над частицей не зависит от пути, пройденного частицей, а зависит только от начального и конечного положения частицы, то такие силы называются **консервативными**, а поле **потенциальным**.

Закон сохранения импульса

Замкнутой системой называется система, на которую не действуют никакие внешние тела (или их взаимодействием можно пренебречь).

Импульс системы частиц остается постоянным, т.е. не меняется со временем, если система замкнута или сумма всех внешних сил, действующих на частицы этой системы, равна нулю:

$$\vec{p} = \sum \vec{p}_i(t) = \text{const}$$

У незамкнутой системы может сохраняться не импульс \vec{p} , а его проекция p_x на направление x , если результирующая проекций всех внешних сил на это направление равна нулю.

Порядок выполнения работы

1. В табл.1 записать значение массы пули m_1 , массы маятника m_2 , длины нити l и их погрешности (m_1 и m_2 в граммах указаны на пуле и цилиндре).

Таблица 1

m_1 , кг	Δm_1 , кг	m_2 , кг	Δm_2 , кг	l , м	Δl , м

- Вставить пулю в ствол пружинного пистолета.
- Нажимая на спуск, произвести выстрел и отсчитать по шкале угол отклонения маятника от вертикального положения.
- Значение угла отклонения записать в табл.2.

Таблица 2

α_i^o									
$\Delta\alpha_i^o$									
$(\Delta\alpha_i^o)^2$									

$$\langle \alpha \rangle = \dots ^\circ, \quad \langle \alpha \rangle = \dots \text{ рад.}$$

5. Измерения провести не менее 9 раз; определить среднее значение угла отклонения $\langle \alpha \rangle$, случайные отклонения каждого измерения $\Delta\alpha_i$, среднее квадратичное отклонение

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (\Delta\alpha_i)^2},$$

где n – число измерений ($n=9$); погрешность результата измерений $\Delta\alpha = S / \sqrt{n}$.

6. По формуле (4) определить среднее значение скорости пули, подставляя среднее значение $\langle \alpha \rangle$, выраженное в радианах.

7. Относительную и абсолютную погрешности результата рассчитать по формулам

$$E = \sqrt{\left(\frac{\Delta m_1 + \Delta m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m_1}{m_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{2l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\alpha}{\langle \alpha \rangle}\right)^2}, \Delta v = E \langle v \rangle$$

и записать в табл.3.

Таблица 3

$\langle v \rangle$, м/с	Δv , м/с	E , %

Контрольные вопросы

1. Когда импульс системы сохраняется?
2. Будет ли система "пуля-маятник" замкнутой?
3. Сохраняется ли импульс системы "пуля-маятник" при движении ее после удара? Почему?
4. Вид удара в данной работе.
5. Когда полная механическая энергия системы сохраняется? Равны ли кинетические энергии системы "пуля-маятник" до и после удара?
6. Получить расчетную формулу скорости пули.

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. т.1. М:Наука, 1986.- гл.III, §24, с.27-29, 226-228;

Измерение скорости пули с помощью физического маятника

Цель работы: практическое использование законов сохранения момента импульса и механической энергии для определения скорости пули.

Теоретическое описание.

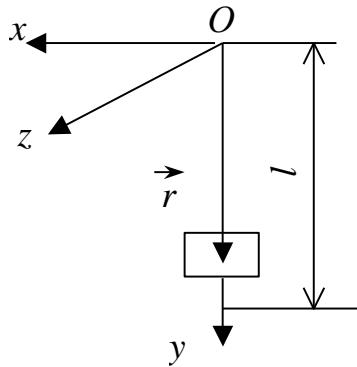


Рис.1

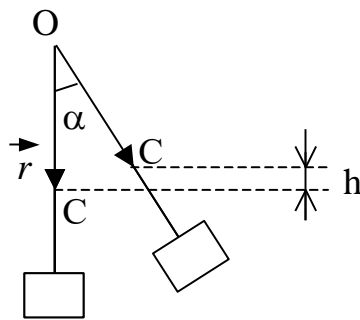


Рис. 2

В данной работе физический маятник представляет собой цилиндр массой m_c (частично наполненный пластилином), укрепленный на тонком стержне массой m_c и длиной l (рис.1). Положение центра масс цилиндра относительно точки O зададим радиусом-вектором \vec{r} . В маятник стреляют в горизонтальном направлении пулей, имеющей массу m_n и скорость \vec{v} . Пуля входит в пластилин (неупругий удар) и сообщает физическому маятнику угловую скорость $\vec{\omega}$. В результате этого маятник отклонится на угол α и его центр масс C поднимется на высоту h (рис.2). Система "пуля-маятник" незамкнутая. Но если во время удара маятник не успеет отклониться, то момент всех внешних сил относительно точки O в течение этого времени будет равен нулю ($\vec{M}_{\text{внеш}} = 0$).

Отсюда вывод: момент импульса \vec{L} данной системы будет оставаться постоянным относительно точки O ($\vec{L} = \text{const}$). Момент импульса \vec{L}_1 относительно точки O (рис.3) для всей системы перед ударом равен моменту импульса пули: $\vec{L}_1 = [\vec{r} \times \vec{p}_n] = m_n [\vec{r} \times \vec{v}]$, где

$\vec{p}_n = m_n \vec{v}$ – импульс пули до удара (маятник находится в покое).

Направление вектора \vec{L}_1 определяется правилом правого винта (см. приложение), а его модуль (и проекция на ось Z) $L_1 = m_n v r \sin 90^\circ = m_n v r$.

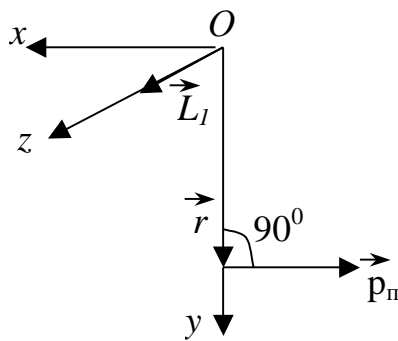


Рис.3

Так как ось вращения маятника перпендикулярна плоскости его вращения, то момент импульса \vec{L}_2 всей системы относительно той же точки O после удара (когда пуля застрянет в пластилине) $\vec{L}_2 = J \vec{\omega}$.

Направление вектора \vec{L}_2 совпадает с направлением вектора \vec{L}_1 , а модуль (и проекция на ось Z) $L_2 = J \omega$. Поскольку система будет вращаться вокруг неподвижной оси Z (см. рис.1), то J – момент

инерции всей системы "пуля-маятник" относительно этой оси.

На основании закона сохранения проекции момента импульса на ось Z имеем

$$m_{\text{п}} v r = J \omega. \quad (1)$$

Момент инерции J всей системы как величина аддитивная равен сумме моментов инерции составляющих ее тел относительно оси Z , т.е.

$$J = J_{\text{под}} + J_c + J_{\text{ц}} + J_{\text{п}},$$

где $J_{\text{под}}$ – момент инерции подшипника (величина его мала по сравнению с J_c , $J_{\text{ц}}$ и $J_{\text{п}}$ и ею можно пренебречь);

$$J_c = m_c l^2 / 3 \text{ – момент инерции стержня;}$$

$J_{\text{ц}} = m_{\text{ц}} r^2$ – момент инерции цилиндра (т.к. радиус цилиндра мал по сравнению с r , то момент инерции его рассчитывается, как для материальной точки);

$$J_{\text{п}} = m_{\text{п}} r^2 \text{ – момент инерции пули.}$$

Следовательно, в данной работе

$$J = \frac{1}{3} m_c l^2 + m_{\text{ц}} r^2 + m_{\text{п}} r^2, \quad (2)$$

Из равенства (1) скорость v пули перед ударом в маятник

$$v = \frac{J \omega}{m_{\text{п}} r}. \quad (3)$$

Угловая скорость ω всей системы после удара может быть определена по закону сохранения механической энергии, который в данном случае запишется в виде

$$\frac{J \omega^2}{2} = mgh, \quad (4)$$

где $\frac{J \omega^2}{2}$ – кинетическая энергия вращательного движения системы после удара пули;

mgh – потенциальная энергия системы после отклонения ее на максимальный угол α .

Здесь

$$m = m_{\text{под}} + m_c + m_{\text{ц}} + m_{\text{п}}, \quad (5)$$

где m – масса всей системы "пуля-маятник"; $m_{\text{под}}$ – масса подшипника.

Из рис. 4 следует, что высота подъема центра масс C системы

$$h = r_c - r_c \cos \alpha = 2 r_c \sin^2 \frac{\alpha}{2}, \quad (6)$$

Выразив ω из (4) с учетом (6) и подставив в (3), найдем скорость v пули:

$$v = \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2}}{m_{\text{п}} r} \sqrt{J m g r_c}. \quad (7)$$

Центр масс (центр инерции) системы относительно точки O определим по формуле

$$\vec{r}_c = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}, \quad (8)$$

где \vec{r}_i – радиус-вектор отдельных тел системы, m_i – масса этих тел.

Формула (8) в проекции на ось y (с началом в точке O) для данной системы запишется в виде

$$r_c = \frac{m_c \frac{l}{2} + m_{\text{ц}} r + m_{\text{п}} r}{m_{\text{под}} + m_c + m_{\text{ц}} + m_{\text{п}}}. \quad (9)$$

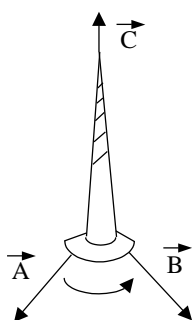
Приложение

Правило правого винта.

Чаще всего правило правого винта связано с определением направления векторного произведения двух векторов.

Векторное произведение, обозначаемое $[\vec{A} \times \vec{B}]$, двух векторов \vec{A} и \vec{B} есть вектор \vec{C} , модуль которого $C = A \cdot B \cdot |\sin \alpha|$, где α – угол между векторами \vec{A} и \vec{B} .

Направление вектора \vec{C} перпендикулярно плоскости, в которой лежат векторы \vec{A} и \vec{B} , и совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его повороте от \vec{A} к \vec{B} на угол, меньший π (см. рис.)



Порядок выполнения работы

1. Зарядить пружинную пушку. Для этого оттянуть назад ударный стержень, взявшись за выступ А (рис.4). Стержень оттягивать до тех пор, пока другой рукой не удастся поставить выступ В в вертикальное положение, в котором он удерживает стержень и пружину в сжатом состоянии. Затем в дуло Д пушки заложить пулю (левый край пули совместить с торцом Д).

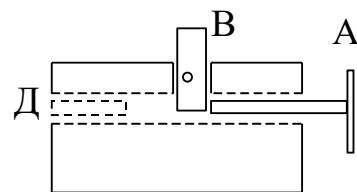


Рис.4

2. Записать начальное положение α_0 острия стержня при неподвижном цилиндре. Цена наименьшего деления шкалы $10'$ (угловых минут).

3. Повернуть выступ В на себя (приведя в горизонтальное положение), отсчитать положение острия α_1 при максимальном отбросе маятника (рис.5)

4. Вычислить угол отклонения маятника $\alpha = \alpha_1 - \alpha_0$. Опыт повторить 5 раз (выстрел производить только по неподвижному маятнику). Найти средний угол отклонения $\langle \alpha \rangle$.

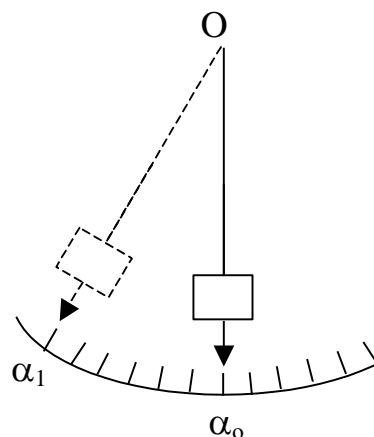


Рис.5

5. Вычислить массу всей системы "пуля-маятник" m по формуле (5). Масса пули указана на ней, а остальные массы – на установке.

6. Подсчитать момент инерции J всей системы по формуле (2).

7. Определить положение центра масс C системы "пуля-маятник" относительно точки O по формуле (9).

8. Среднюю скорость $\langle v \rangle$ пули перед ударом в маятник рассчитать по формуле (7), подставляя $\alpha = \langle \alpha \rangle$.

Данные измерений и вычислений занести в таблицы 1 и 2.

Таблица 1.

$m_{\text{под}},$ кг	$m_c,$ кг	$l,$ м	$m_{\text{ц}},$ кг	$r,$ м	$m_{\text{п}},$ кг	$m,$ кг	$J,$ кг·м ²	$r_c,$ м

$$\alpha_0 = \dots^\circ$$

Таблица 2.

Номер опыта						$\langle \alpha \rangle^\circ$	$\langle V \rangle,$ м/с
α_1°							
$\alpha^\circ = \alpha_1 - \alpha_0$							

Контрольные вопросы

1. Будет ли система "пуля-маятник" замкнутой?
2. Когда момент импульса системы сохраняется?
3. Сохраняется ли момент импульса системы "пуля-маятник" при вращении ее после удара? Почему?
4. Вид удара в данной работе.
5. Когда полная механическая энергия системы сохраняется? Равны ли кинетические энергии системы "пуля-маятник" до и после удара?
6. Может ли в некоторой системе не сохраняться механическая энергия и оставаться постоянным момент импульса?
7. Получить расчетную формулу скорости пули.

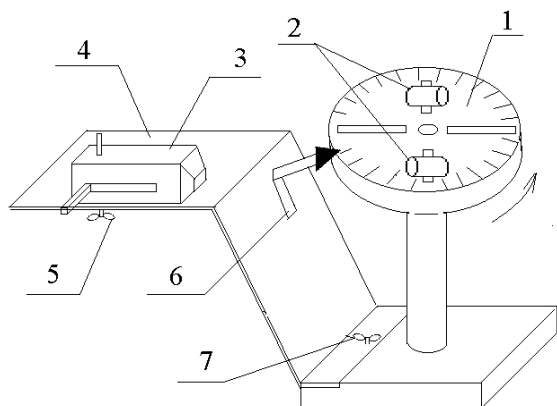
Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. т.1. М: Наука, 1986.- гл. III, §24, с.27-29,
2. Иродов И.Е. Основные законы механики: Учеб. пособие. 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1985. гл.3, §3.4, гл.4, §4.5, гл.5, §5.1, 5.2.

ИЗУЧЕНИЕ СКОРОСТИ ПУЛИ С ПОМОЩЬЮ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ПЛАТФОРМЫ

Цель работы: Применить закон сохранения проекции момента импульса для определения скорости пули при выстреле.

Теоретическое описание



Установка представляет из себя диск 1 (платформу), закрепленный на оси (рис.1). На диске имеются продольные прорезы, вдоль которых могут перемещаться ловушки 2 и закрепляться на нужном расстоянии от оси вращения. Пистолет 3 закреплен сбоку на подставке 4, может поворачиваться и перемещаться для стрельбы в ловушку (по касательной) и закрепляется винтом-барашком 5. Подставка также может поворачиваться, перемещаться и закрепляется винтом-

барашком 7. Угол поворота диска определяется с помощью делений на нем и указателя 6 на подставке.

Производя выстрел из пружинного пистолета в ловушку, установленную на вращающейся платформе (диске), приведем во вращательное движение платформу. На основании закона сохранения проекции момента импульса можно записать:

$$mVl = (J + ml^2)\omega, \quad (1)$$

где m – масса пули, l – плечо импульса пули, расстояние от оси вращения до линии импульса пули, V – скорость пули, J – момент инерции платформы с ловушкой относительно оси вращения, ω – угловая скорость платформы сразу после удара. Отсюда следует

$$V = (J + ml^2)\omega / (ml). \quad (2)$$

Учтя, что после удара платформа вращается равнозамедленно и поворачивается до полной остановки на угол φ , выразим ω через угловое ускорение ε и угол φ : $\omega^2 = 2\varepsilon\varphi$. Величину ε , в свою очередь, можно найти из дополнительного наблюдения вращательного движения диска, вызванного толчком руки:

$$\varepsilon = \frac{2\alpha}{t^2}, \quad (3)$$

где α – угол поворота платформы до остановки, t – время этого поворота.

Окончательно для V имеем

$$V = \frac{J + ml^2}{ml} \sqrt{2\varepsilon\varphi}. \quad (4)$$

Закон сохранения полной механической энергии

Полная механическая энергия консервативной системы, находящейся в стационарном потенциальном поле, постоянна:

$$K + U_{\text{соб}} + U_{\text{внеш}} = \text{const}$$

где $U_{\text{соб}}$ – собственная потенциальная энергия системы – это энергия взаимодействия друг с другом всех частиц системы. Она зависит от взаимного расположения частиц системы; $U_{\text{внеш}}$ – внешняя потенциальная энергия системы – сумма потенциальных энергий всех ее частиц, находящихся во внешнем стационарном потенциальном поле; K – кинетическая энергия системы – это сумма кинетических энергий составляющих ее частиц.

Если работа сил стационарного поля над частицей не зависит от пути, пройденного частицей, а зависит только от начального и конечного положения частицы, то такие силы называются **консервативными**, а поле **потенциальным**.

Закон сохранения момента импульса

Замкнутой системой называется система, на которую не действуют никакие внешние моменты сил (или их действием можно пренебречь).

момент импульса системы остается постоянным, т.е. не меняется со временем, если система замкнута или суммарный момент всех внешних сил, действующих на частицы системы, равен нулю.

Таким образом в инерциальной системе отсчета момент импульса замкнутой системы частиц $\vec{L} = \sum \vec{L}_i(t) = \text{const}$.

У незамкнутой системы может сохраняться не сам момент импульса \vec{L} , а его проекция на некоторую неподвижную ось z , если проекция суммарного момента $\vec{M}_{\text{внеш}}$ всех внешних сил на эту ось z равна нулю.

Порядок выполнения работы

1. Массы диска, ловушки, пули указаны в описании или на самих телах.
2. Установить ловушки симметрично на произвольном расстоянии от оси вращения диска, закрепить их (отверстием в сторону пистолета).
3. Толкнуть диск рукой и пустить секундомер. Зафиксировать угол α и время поворота t диска. Опыт проделать 9 раз, определить α_i и t_i . Найти средние значения $\langle \alpha \rangle$ и $\langle t \rangle$.

$\alpha_i, ^\circ$	$t_i, \text{с}$

4. Зарядить пистолет, повернуть его так, чтобы при выстреле пуля попала в ловушку в направлении по касательной к траектории движения ловушки.
5. Произвести выстрел. Определить угол поворота φ диска. Опыт повторить 9 раз, определяя каждый раз φ_i , затем определить $\langle \varphi \rangle$.
6. Определить момент инерции диска с ловушками по формуле

$$J = \frac{1}{2} m_{\text{д}} r_{\text{д}}^2 + m_{\text{л}} l^2,$$

где $m_{\text{д}}$ – масса диска, $r_{\text{д}}$ – радиус диска, $m_{\text{л}}$ – масса ловушки, l – расстояние до центра вращения.

$m, \text{кг}$	$m_{\text{д}}, \text{кг}$	$m_{\text{л}}, \text{кг}$	$r_{\text{д}}, \text{м}$	$l, \text{м}$	$J, \text{кг}\cdot\text{м}^2$

7. Определить угловое ускорение по формуле (3), подставляя $\alpha = \langle \alpha \rangle$, скорость пули по формуле (4), подставляя $\varphi = \langle \varphi \rangle$.

$\langle \alpha \rangle, \text{рад}$	$\langle \varphi \rangle, \text{рад}$	$\varepsilon, \text{рад/с}^2$	$V, \text{м/с}$

Контрольные вопросы

1. Когда момент импульса системы сохраняется?
2. Записать в векторной форме до и после удара момент импульса системы в данной работе, определить его модуль и направление.
3. Сохраняется ли момент импульса системы в данной работе при вращении ее после удара? Почему?
4. Вид удара в данной работе.
5. Когда полная механическая энергия системы сохраняется? Может ли в некоторой системе не сохраняться механическая энергия и оставаться постоянным момент импульса?
6. Получить расчетную формулу скорости пули.

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. т.1. М:Наука, 1986.- гл.III, §24, с.27-29;

ИЗУЧЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Цель работы: изучить зависимость углового ускорения тела, вращающегося относительно неподвижной оси, от результирующего момента действующих на него сил.

Теоретическое описание

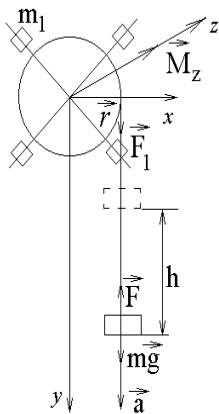


Рис. 1

Эксперимент проводится на маятнике Обербека, который устроен следующим образом (рис.1). На неподвижную горизонтальную ось надет шкив радиусом r . Со шкивом жестко скреплена крестовина. На стержнях крестовины находятся грузы массой m_1 . Грузы можно смещать вдоль стержней, изменяя при этом момент инерции J маятника. На шкив наматывается шнур с грузом массой m . При опускании груза маятник вращается вокруг неподвижной горизонтальной оси z . Измерив высоту h и время t , в течение которого груз из состояния покоя опустился на h , можно найти модуль постоянного ускорения из закона движения

$$y = y_o + V_{oy}t + \alpha_y t^2 / 2.$$

При выбранной оси y , направленной вниз, $y - y_o = h$, $V_{oy} = 0$, $\alpha_y = \alpha$

Поэтому
$$\alpha = 2h / t^2. \quad (1)$$

Если нить нерастяжима, то любая точка поверхности шкива имеет тангенциальное ускорение, модуль которого равен модулю ускорения груза, т.е. $\alpha_r = \alpha$.

Так как $\alpha_r = \varepsilon r$, то с учетом (1) имеем

$$\varepsilon = 2h / t^2 r \quad (2)$$

На груз действуют две силы: сила тяжести $m\vec{g}$ со стороны Земли и сила \vec{F} со стороны нити.

Запишем второй закон Ньютона для груза, движущегося с постоянным ускорением \vec{a} , направленным вниз:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}$$

В проекции на ось y это уравнение перепишем так:

$$ma_y = mg_y - F_y$$

При выбранном положительном направлении оси y вниз, $a_y = a$, $g_y = g$, $F_y = -F$. Поэтому

$$ma = mg - F$$

откуда $F = mg - ma$ или с учетом (1)

$$F = m(g - 2h / t^2) \quad (3)$$

Вращение маятника создается моментом силы $\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}_1]$, проекция которого на неподвижную ось z $M_z = F_1 r$.

Направление \vec{M} определяется правилом правого винта. $F_1 = F$ при условии невесомости нити, поэтому с учетом (3)

$$M_z = m(g - 2h/t^2)r. \quad (4)$$

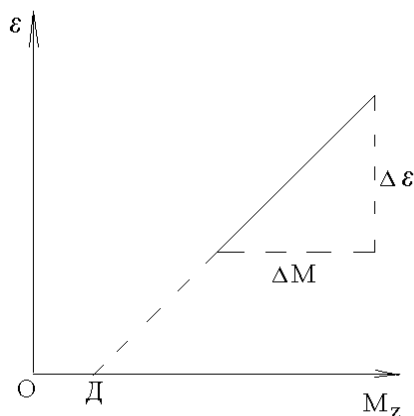


Рис. 2

В данной работе грузики m_1 сняты и момент инерции J маятника постоянен.

Изменяя массу m груза, например, увеличивая ее, и измеряя время падения груза с одной и той же высоты h , по формулам (2) и (4) найдем ε и M_z в каждом опыте с определенным грузом. По этим значениям построим график $\varepsilon(M_z)$ (рис.2). Уравнение динамики вращения маятника в проекции на ось z имеет вид $J\varepsilon = (M_z - M_{тр})$. Пользуясь рис.2, найдем модуль момента сил трения, равный отрезку OD ,

и момент инерции маятника $J = \frac{\Delta M}{\Delta \varepsilon}$.

Правило правого винта (буравчика). Векторное произведение двух векторов

Векторное произведение, обозначаемое либо $[\vec{A}, \vec{B}]$, либо $\vec{A} \times \vec{B}$, двух векторов \vec{A} и \vec{B} есть вектор \vec{C} , модуль которого

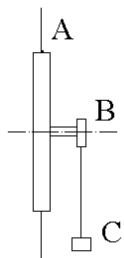
$$C = AB \sin \alpha,$$

где α – угол между векторами \vec{A} и \vec{B} .

Направление вектора \vec{C} перпендикулярно плоскости, в которой лежат векторы \vec{A} и \vec{B} , и совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его повороте от \vec{A} к \vec{B} на угол, меньший π .

Порядок выполнения работы

1. Вращая маятник за спицы A , намотать нить на шкив B и поднять груз C массой m , указанной на нем, на максимально возможную высоту h .



2. Измерить время падения груза. Придерживая одной рукой маятник за любой из стержней, другой коснуться головки секундомера. Одновременно нажать головку секундомера и отпустить стержень маятника. В момент удара груза о подставку снова нажать на головку секундомера, остановив его. По секундомеру отсчитать t падения груза. Опыт повторить 5 раз, беря одно и то же h . Определить среднее время $\langle t \rangle$ падения груза. Подсчитать вра-

щающий момент M_z по формуле (4) и угловое ускорение ε по формуле (2), измерить линейкой h , $r = 2$ см – радиус шкива B , на который намотан шнур.

3. То же самое проделать, добавляя к грузу перегрузки (масса каждого перегрузка указана на нем).

4. Данные измерений и вычислений занести в таблицу.

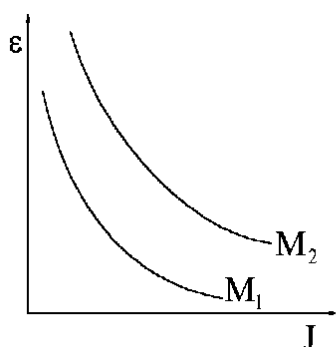
m , кг	t , с	$\langle t \rangle$, с	ε , с ⁻²	M_z , Н·м

5. Построить график зависимости $\varepsilon(M_z)$.

6. Определить по графику (см. рис.2): а) момент инерции крестовины $J = \frac{\Delta M}{\Delta \varepsilon}$; б) момент силы трения $M_{тр}$, модуль которого равен отрезку ОД.

Контрольные вопросы

1. Описать маятник Обербека.
2. Записать законы и уравнения движения для груза и маятника Обербека.
3. Как практически на маятнике Обербека можно изменить момент инерции и момент сил? От чего зависит время движения груза?
4. Дать определение угловому ускорению и моменту сил. Как определить модуль и направление углового ускорения, момента силы, вращающего маятник?



5. На рисунке представлены два графика зависимости углового ускорения от момента инерции при постоянных моментах M внешних сил. Какой из этих моментов больше?

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. т.1. М:Наука, 1986.- гл.ІІІ, §29, гл.V, § 38, 39.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ МЕТОДОМ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы: определить экспериментально момент инерции однородного стержня относительно двух параллельных осей, результат сопоставить с теоремой Штейнера.

Теоретическое описание

В данной работе методом колебаний определяем моменты инерции стержня относительно оси, проходящей через центр масс, J_c , и относительно параллельной ей оси, проходящей через конец стержня, J_A . Для определения момента инерции J_c наблюдаем малые колебания стержня на бифилярном подвесе (рис.1,2). Для определения момента инерции стержня J_A наблюдаем малые колебания, подвесив его за конец.

За счет трения в точках подвеса энергия колебаний стержня уменьшается. Однако если ограничиться наблюдением нескольких колебаний

(в пределах 10-20 колебаний), то работа сил трения будет невелика, ее можно не учитывать и при малых углах отклонения ($6-8^\circ$) колебания считать гармоническими:

$$\varphi = \varphi_0 \sin \frac{2\pi}{T} t. \quad (1)$$

где φ_0 – угловая амплитуда; T – период колебаний. Так как работой сил трения пренебрегаем, то полная механическая энергия стержня остается неизменной. При прохождении положения равновесия стержень обладает только кинетической

энергией: $K = \frac{1}{2} J \omega^2$, где ω – максимальная угловая скорость.

При отклонении стержня от положения равновесия на максимальный угол его полная механическая энергия (потенциальная) $U = mgh$, где h – максимальная высота поднятия центра масс стержня.

Запишем закон сохранения энергии

$$\frac{1}{2} J \omega^2 = mgh. \quad (2)$$

Формулы (1) и (2) позволяют найти момент инерции J , если измерен на опыте период колебаний T .

1. Определение J_c – момента инерции стержня относительно оси симметрии

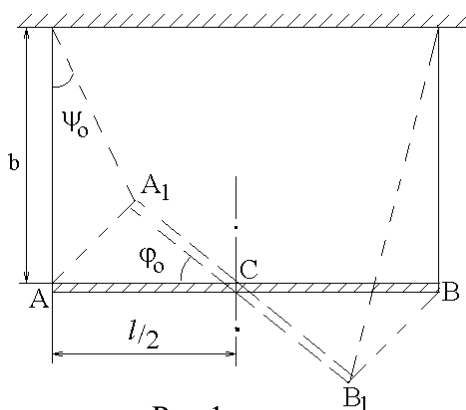


Рис.1

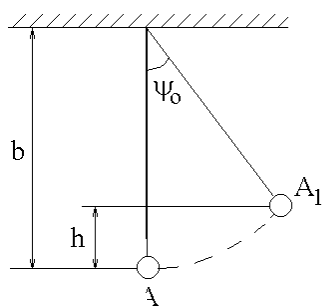


Рис.2

Стержень на бифилярном подвесе совершает крутильные колебания (см. рис. 1). Определяем его максимальную угловую скорость ω , продифференцировав (1) по времени:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2\pi}{T} \varphi_o \cos \frac{2\pi}{T} t; \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \varphi_o. \quad (3)$$

Максимальная высота подъема центра масс стержня определяется углом ψ_o (см. рис. 2): $h = b(1 - \cos \psi_o) = 2b \sin^2 \frac{\psi_o}{2} \approx 2b \left(\frac{\psi_o}{2} \right)^2$, где b – длина нити подвеса; ψ_o – максимальный угол отклонения нити, однозначно связанный с максимальным углом отклонения стержня от положения равновесия φ_o . При малых значениях φ_o и ψ_o конец стержня проходит путь AA_1 , который приближенно можно считать равным длине дуги AA_1 : $AA_1 \approx \frac{l}{2} \varphi_o \approx b \psi_o$, $\psi_o = \frac{l}{2b} \varphi_o$.

Теперь выразим h через угол φ_o :

$$h = 2b \left(\frac{\psi_o}{2} \right)^2 = 2b \cdot \frac{1}{4} \left(\frac{l}{2b} \varphi_o \right)^2 = \frac{l^2 \varphi_o^2}{8b}. \quad (4)$$

Подставляя (3) и (4) в (2), получаем

$$J_c = \frac{mgl^2}{16\pi^2 b} T_c^2. \quad (5)$$

2. Определение J_A момента инерции стержня относительно оси, перпендикулярной ему и проходящей через конец.

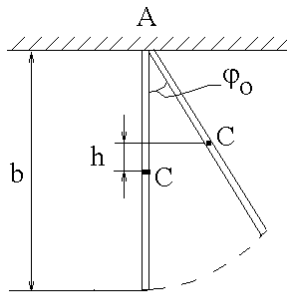


Рис.3

В формулу (2) подставляем соответствующие значения максимальной скорости при прохождении положения равновесия ω из (3) и максимальной высоты поднятия центра масс h (рис.3). Из рис.3 получаем связь между h и углом φ_o :

$$h = \frac{l}{2} (1 - \cos \varphi_o) = \frac{l}{2} 2 \sin^2 \frac{\varphi_o}{2} \approx l \left(\frac{\varphi_o}{2} \right)^2 = \frac{l}{4} \varphi_o^2. \quad (6)$$

Из равенства (20) с учетом (3) и (6) получаем

$$J_A = \frac{mgl}{8\pi^2} T_A^2. \quad (7)$$

Таким образом, измеряя на опыте периоды колебаний стержня T_c и T_A , длину нити подвеса, длину стержня, можно вычислить моменты инерции J_c и J_A стержня относительно параллельных осей, а результат сопоставить с теоремой Штейнера.

Момент инерции

Момент инерции является мерой инертности твердого тела при его вращении.

Момент инерции твердого тела зависит от распределения масс относительно оси вращения и равен сумме моментов инерции составляющих его материальных точек:

$$J = \sum_i \Delta m_i r_i^2 \quad \text{или} \quad J = \int_m r^2 dm$$

где Δm_i или dm – масса элементарной точки, а r^2 или r_i^2 – квадрат расстояния от этой точки до оси вращения.

Терема Штейнера

Момент инерции тела J относительно произвольной оси O равен моменту инерции J_c этого тела относительно оси, **параллельной данной и проходящей через центр масс C** , сложенному с произведением массы тела m на квадрат расстояния d между осями: $J = J_c + md^2$

Порядок выполнения

1. Подвесить стержень на нитях строго горизонтально, расположив его между направляющими.

2. Взяться за правую направляющую, подвести к стержню и повернуть его на угол 4° . Затем резко развернуть направляющую планку от стержня, предоставив ему возможность совершать крутильные колебания относительно оси CC' (см.рис.1).

3. Измерить секундомером время t_c полных n_1 колебаний ($n_1 = 10$, отсчет времени начинать при прохождении маятником любого крайнего положения). Рассчитать период колебаний $T_{ci} = \frac{t_{ci}}{n_1}$. Опыт повторить 9 раз и определить среднее

значение периода $\langle T_c \rangle$.

4. Измерить l – расстояние между точками подвеса стержня A и B ; b – длину нитей подвеса. Масса стержня указана на нем (в граммах).

5. Подвесить стержень за конец A и привести в колебание в вертикальной плоскости. Угол отклонения не должен превышать 4° .

6. Определить время 10 колебаний стержня и вычислить T_{Ai} . Опыт проделать 9 раз и определить $\langle T_A \rangle$.

7. По формулам (5) и (7) вычислить моменты инерции стержня относительно перпендикулярных ему, но параллельных друг другу осей, проходящих через центр масс (J_c) и конец стержня (J_A), подставляя в них средние значения $\langle T_c \rangle$ и $\langle T_A \rangle$.

8. Случайные отклонения каждого измерения периодов равны соответственно $\Delta T_{ci} = T_{ci} - \langle T_c \rangle$, $\Delta T_{Ai} = T_{Ai} - \langle T_A \rangle$, а средние квадратичные отклонения: $S_c = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (\Delta T_{ci})^2}$, $S_A = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (\Delta T_{Ai})^2}$. Погрешности результатов измерения периодов $\Delta T_c = S_c / \sqrt{n}$, $\Delta T_A = S_A / \sqrt{n}$.

9. Относительные и абсолютные погрешности подсчитать по формулам

$$E_c = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(2\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta T_c}{\langle T_c \rangle}\right)^2}; \quad \Delta J_c = E_c \cdot J_c.$$

$$E_A = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta T_A}{\langle T_A \rangle}\right)^2}; \quad \Delta J_A = E_A \cdot J_A.$$

10. Вычислить величины $J_A - J_c$ и $m \frac{l^2}{4}$. Сравнить их значения.

11. Данные измерений и вычислений занести в табл. 1-4.

Таблица 1.

n_1	$t_{ci}, \text{с}$	$T_{ci}, \text{с}$
$\langle T_c \rangle =$		
$\Delta T_c =$		

Таблица 2.

n_1	$t_{Ai}, \text{с}$	$T_{Ai}, \text{с}$
$\langle T_A \rangle =$		$\Delta T_A =$

Таблица 3.

$m, \text{кг}$	$\Delta m, \text{кг}$	$l, \text{м}$	$\Delta l, \text{м}$	$b, \text{м}$	$\Delta b, \text{м}$

Таблица 4.

$J_c,$ $\text{кг} \cdot \text{м}^2$	$\Delta J_c,$ $\text{кг} \cdot \text{м}^2$	$J_A,$ $\text{кг} \cdot \text{м}^2$	$\Delta J_A,$ $\text{кг} \cdot \text{м}^2$	$J_A - J_c,$ $\text{кг} \cdot \text{м}^2$	$m \frac{l^2}{4},$ $\text{кг} \cdot \text{м}^2$

Контрольные вопросы

1. Каков физический смысл момента инерции материальной точки, твердого тела?
2. Как вычислить момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс?
3. Сформулировать теорему Штейнера.
4. получить связь между максимальной угловой скоростью стержня и амплитудой его колебаний.
5. Получить формулу для расчета момента инерции шара, кольца, стержня относительно оси, проходящей через центр масс.

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. т.1. М:Наука, 1986.- гл.V, §39, 41, гл.VII, §54.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАДИУСА КРИВИЗНЫ ВОГНУТОЙ ПОВЕРХНОСТИ МЕТОДОМ КАТАЮЩЕГОСЯ ШАРИКА

Цель работы: изучить законы движения катающегося по сферической вогнутой поверхности шарика, рассмотреть условия его гармонических колебаний и определить радиус кривизны поверхности

Теоретическое описание

Радиус кривизны R гладкой сферической поверхности можно определить, измерив период колебания T шарика, катающегося по этой поверхности.

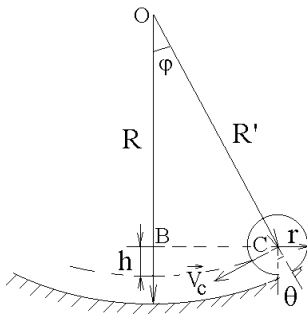


Рис.1

Если пренебречь потерями энергии, затрачиваемой на преодоление диссипативной силы трения, то для катающегося без проскальзывания шарика должен выполняться закон сохранения механической энергии. Центр масс C шарика движется поступательно, но, кроме того, шарик вращается относительно оси z , проходящей через точку C перпендикулярно плоскости (рис.1). Поэтому полная механическая энергия шарика

$$E = \frac{mV_c^2}{2} + \frac{J_c\omega^2}{2} + mgh = const. \quad (1)$$

Здесь m – масса шарика; $J = \frac{2}{5}mr^2$ – его момент инерции относительно оси z ; r – радиус шарика.

Модуль угловой скорости ω шарика вокруг оси z связан с модулем скорости V_c поступательного движения центра масс соотношением

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{V_c}{r}. \quad (2)$$

Подставляя (2) и выражение для J_c в (1), получаем

$$E = \frac{7}{10}mr^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + mgh = const. \quad (3)$$

Но при качении шарика по сферической поверхности его центр масс отклоняется относительно центра O поверхности на угол φ . Из рис.1 видно, что угол φ связан с углом поворота θ шарика относительно оси z соотношением

$$\theta = \frac{R'}{r}\varphi, \quad (4)$$

где $R' = R - r$. Кроме того, из прямоугольного треугольника OBC следует, что

$$h = R' - R'\cos\varphi. \quad (5)$$

Подставляя (4) и (5) в формулу (3), выражаем полную механическую энергию шарика через угол φ :

$$E = \frac{7}{10} m(R')^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 + mgR'(1 - \cos \varphi) = \text{const}. \quad (6)$$

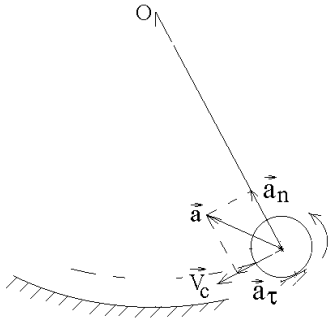


Рис.2

В верхней точке траектории скорость шарика равна нулю и вся механическая энергия шарика переходит в потенциальную. При прохождении шариком положения равновесия ($h=0$) скорость и кинетическая энергия шарика максимальны.

Рассмотрим кинематику движения шарика. Скорость \vec{V}_c его центра масс C всегда направлена по касательной к траектории (рис.2). Полное ускорение \vec{a} центра масс равно сумме тангенциального \vec{a}_τ и нормального \vec{a}_n ускорений.

Ускорение \vec{a}_τ направлено также по касательной к траектории. Его модуль связан с модулем углового ускорения вращения шарика вокруг оси z формулой

$$a_\tau = r \frac{d^2\theta}{dt^2}. \quad (7)$$

Ускорение \vec{a}_n направлено к центру кривизны. Его модуль

$$a_n = \frac{V_c^2}{R'}. \quad (8)$$

Эти модули изменяются при колебательных движениях шарика периодически. В верхней точке траектории при наибольшем отклонении шарика от положения равновесия V_c шарика и a_n равны нулю, а a_r достигает максимума. При прохождении положения равновесия, наоборот, $a_r=0$, а V_c и a_n максимальны.

Найдем период колебаний шарика. Для этого необходимо получить динамическое уравнение колебаний (т.е. уравнение динамики для поступательного или вращательного движения колеблющегося шарика). Для любых незатухающих гармонических колебаний это уравнение имеет общий вид

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_o^2 x = 0. \quad (9)$$

Физическое тело будет совершать гармонические колебания в том случае, если на него действует сила или момент силы, пропорциональные смещению от положения равновесия и стремящиеся вернуть тело в положение равновесия.

Воспользуемся законом сохранения механической энергии (6). Возьмем производную по времени от обеих частей этого уравнения, сократим полученное выражение на $mR'(d\varphi/dt)$ и приведем его к виду, аналогичному (9):

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{5}{7} \cdot \frac{g}{R'} \sin \varphi = 0. \quad (10)$$

Отсюда видно, что шарик будет совершать гармонические колебания относительно положения равновесия в том случае, когда $\sin \varphi \approx \varphi$. Т.е. условием гармонических колебаний в данной работе будут малые углы отклонения шарика от положения равновесия.

В этом случае угол φ изменяется по гармоническому закону $\varphi = \varphi_0 \sin(\omega_0 t + \alpha)$, где

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{5g}{7R'}}. \quad (11)$$

Используя выражения (4), (7) и (8), можно вычислить значения скорости и ускорения шарика в любой момент времени. Чтобы найти зависимость радиуса кривизны R сферической поверхности от периода T , которую находим из формулы (11), подставим в нее $R' = R - r$:

$$R = \frac{5}{7} g \frac{T^2}{4\pi^2} + r. \quad (12)$$

При вычислении мы не учитывали, что механическая энергия шарика уменьшается за счет работы диссипативной силы трения и потому в действительности колебания шарика будут затухающими. Затуханием колебаний в работе пренебрегаем.

Закон сохранения полной механической энергии

Полная механическая энергия консервативной системы, находящейся в стационарном потенциальном поле, постоянна:

$$K + U_{\text{соб}} + U_{\text{внеш}} = \text{const},$$

где $U_{\text{соб}}$ – собственная потенциальная энергия системы – это энергия взаимодействия друг с другом всех частиц системы. Она зависит от взаимного расположения частиц системы; $U_{\text{внеш}}$ – внешняя потенциальная энергия системы – это сумма потенциальных энергий всех ее частиц, находящихся во внешнем стационарном потенциальном поле; K – кинетическая энергия системы – это сумма кинетических энергий составляющих ее частиц.

Если работа сил стационарного поля над частицей не зависит от пути, пройденного частицей, а зависит только от начального и конечного положения частицы, то такие силы называются **консервативными**, а поле **потенциальным**.

Порядок выполнения работы

1. С помощью микрометра 5 раз в разных местах измерить диаметр шарика d и вычислить радиус $r = d/2$.

2. Вывести шарик из положения равновесия так, чтобы угол отклонения φ (см. рис.1) был мал. Определить время t пяти ($n=5$) полных колебаний шарика. Опыт провести 9 раз. Определить период колебаний $T_i = t_i/n$. Занести данные в табл.1.

3. Вычислить средние значения радиуса шарика $\langle r \rangle$ и периода колебаний $\langle T_i \rangle$.

4. Определить случайные отклонения $\Delta T_i = T_i - \langle T_i \rangle$ каждого измерения периода и среднее квадратичное отклонение $S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (\Delta T_i)^2}$. Вычислить погрешность ΔT результата измерений: $\Delta T = S/\sqrt{n}$.

5. Подставляя $\langle r \rangle$ и $\langle T \rangle$ в формулу (12), вычислить радиус кривизны поверхности R .

6. Найти абсолютную ΔR и относительную E погрешности в определении R по формулам

$$\Delta R = \frac{2 \langle R \rangle \Delta T}{\langle T \rangle} + \Delta r, \quad E = \frac{\Delta R}{\langle R \rangle}.$$

Данные измерений и вычислений занести в табл. 1-3.

Таблица 1.

$d, \text{ м}$					$\langle d \rangle, \text{ м}$	$\langle r \rangle, \text{ м}$

Таблица 2.

$t_i, \text{ с}$	n	$T_i, \text{ с}$

Таблица 3.

$S, \text{ с}$	$\Delta T, \text{ с}$	$R, \text{ м}$	$\Delta R, \text{ м}$	$E, \%$	$\Delta r, \text{ м}$

Контрольные вопросы

1. Из каких составляющих складывается полная энергия шарика?
2. Когда сохраняется полная механическая энергия?
3. Как направлены скорость и ускорение центра масс шарика?
4. Укажите положение шарика, в которых его центр будет иметь:
 - а) максимальное угловое ускорение; б) максимальную линейную скорость;
 - в) тангенциальное ускорение, равное нулю; г) нормальное ускорение, равное нулю;
 Объясните ваш выбор.
5. Какой вид имеет динамическое уравнение колебаний шарика?
6. Сформулируйте условия, при которых возникают гармонические колебания.
7. Почему угол отклонения шарика (от положения равновесия) должен быть мал?

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. т.1. М:Наука, 1986.- гл.I, §4, гл.III, §24, гл.V, §41-43, 53.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ КАЧЕНИЯ ДЛЯ РАЗНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Цель работы: определить коэффициент трения качения цилиндра по плоскости для различных пар металлических поверхностей и определить момент инерции сложной системы методом колебаний

Теоретическое описание

Рассмотрим цилиндр, покоящийся на горизонтальной плоскости (рис.1,а). На него действуют две взаимно уравнивающие силы: сила тяжести $\vec{G} = m\vec{g}$, где m – масса цилиндра, и нормальная реакция плоскости \vec{N} . Если цилиндр (колесо) катится по плоскости, то появляется трение качения. Можно выделить следующие причины его возникновения. И цилиндр и плоскость при качении деформируются. При этом происходят потери механической энергии, связанные: а) с работой, затрачиваемой на образование валика А деформированной плоскости перед катящимся цилиндром (рис.1,б); б) со сжатием плоскости перед катящимся цилиндром и выпрямлением ее за ним; в) с преодолением мостиков сцепления – тех областей на поверхности соприкосновения цилиндра и плоскости, где из-за неровности поверхностей существуют настолько большие давления, что между молекулами цилиндра и плоскости возникают силы межмолекулярного притяжения и они в этих местах "сцепляются" друг с другом.

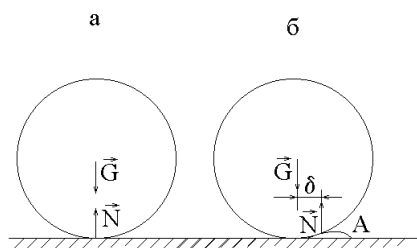


Рис. 1

Эти три причины приводят к тому, что точка приложения нормальной реакции \vec{N} смещается на расстояние δ , в результате возникает момент силы реакции, направленный по оси вращения, которая проходит перпендикулярно плоскости рисунка 1, и препятствующий качению цилиндра. Модуль этого момента

$$M_k = N\delta \quad (1)$$

Поэтому M_k называют моментом сопротивления качению, а величину δ , численно равную смещению точки приложения реакции плоскости \vec{N} – коэффициентом трения качения. Коэффициент трения качения измеряется в единицах длины и, как показывает опыт $\delta \ll R$ (R – радиус цилиндра).

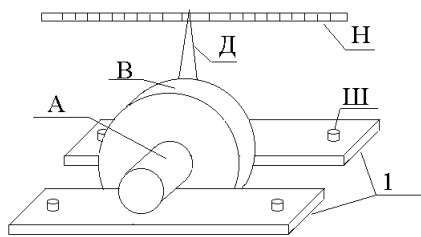


Рис. 2

цов 1,2,3.

Так как оси цилиндров А и В не совпадают, то центр масс системы С находится на линии АВ на расстоянии $CA = l$ от оси цилиндра А (рис.3). Момент консервативной силы тяжести $M_G = mgl \sin \varphi$ стремится вернуть систему в положение равновесия и при малых углах поворота φ ($\sin \varphi \approx \varphi$) пропорционален смещению из положения равновесия φ . Это является условием гармонических колебаний, которые будет совершать система относительно положения равновесия $\varphi = 0$ (стрелка Д отклоняется то в одну сторону, то в другую сторону от положения О на шкале Н).

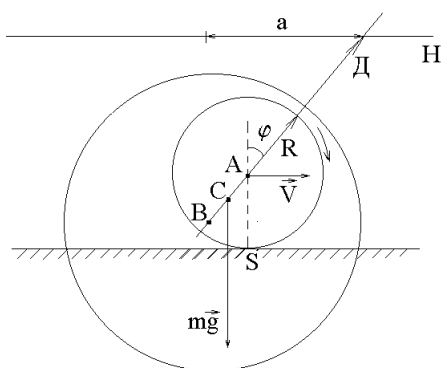


Рис. 3

Из-за действия диссипативных сил трения колебания системы будут затухать. Определим уравнение этих колебаний. Запишем уравнение динамики вращательного движения системы относительно мгновенной оси вращения, проходящей через точку S касания цилиндра А с плоскостью перпендикулярно плоскости рис.3. Кроме момента силы тяжести действует момент сопротивления качению на цилиндр (1). Величина коэффициента трения качения пропорциональна скорости V катящегося без проскальзывания цилиндра А. Если учесть связь линейной и угловой скорости цилиндра: $V = R(d\varphi/dt)$, то

$$\delta = kV = kR \frac{d\varphi}{dt}, \quad (2)$$

и из формулы (1) $M_k = N\delta = G\delta = mgkR \frac{d\varphi}{dt}$.

Тогда уравнение динамики имеет вид

$$J \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mgl \sin \varphi - mgkR \frac{d\varphi}{dt}, \quad (3)$$

где J – момент инерции системы относительно мгновенной оси вращения S; знаки в уравнении (3) показывают, что моменты сил препятствуют увеличению угла отклонения φ .

При малых углах φ ($\sin \varphi \approx \varphi$) это уравнение аналогично динамическому уравнению затухающих колебаний:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\beta \frac{d\varphi}{dt} + \omega_0^2 \varphi = 0, \quad (4)$$

где
$$\beta = \frac{mgkR}{2J}, \quad (5)$$

$$\omega_o^2 = \frac{mgl}{J}. \quad (6)$$

Поэтому угол отклонения стрелки Д от положения равновесия изменяется по закону

$$\varphi = \varphi_o e^{-\beta t} \cos \omega t, \quad (7)$$

где
$$\omega = \sqrt{\omega_o^2 - \beta^2} \quad (8)$$

частота затухающих колебаний; φ_o – угол отклонения стрелки в начальный момент времени. Колеблющаяся таким образом система является разновидностью физического маятника.

Совершив n полных колебаний за время $t = nT$ (T – период колебаний), стрелка отклонится на угол φ_n ($\varphi_n < \varphi_o$). Так как линейное смещение a стрелки Д вдоль шкалы Н пропорционально углу поворота стрелки φ , то из (7) следует, что

$$\varphi_n / \varphi_o = a_n / a_o = e^{-\beta nT} \text{ откуда получим } \beta = \frac{1}{nT} \ln \frac{a_o}{a_n}.$$

Величину
$$\theta = \frac{1}{n} \ln \frac{a_o}{a_n} \quad (9)$$

называют логарифмическим декрементом затухания.

Имеем
$$\beta = \frac{\theta}{T} \quad (10)$$

Подставляя выражения (6) и (10) в формулу (8) и учитывая, что $\omega = 2\pi/T$, находим формулу для определения момента инерции J системы относительно мгновенной оси вращения S:

$$J = \frac{mglT^2}{4\pi^2 + \theta^2}. \quad (11)$$

Из формул (5), (10) и (11) определим выражение для k :

$$k = \frac{2lT\theta}{R(4\pi^2 + \theta^2)}. \quad (12)$$

В данной работе можно лишь приближенно оценить коэффициент трения качения. Для этого воспользуемся формулами (2) и (7). Найдем производную $\frac{d\varphi}{dt}$:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \varphi_o (-\beta e^{-\beta t} \cos \omega t - \omega e^{-\beta t} \sin \omega t)$$

Максимальная скорость движения центра цилиндра А достигает при цулевом угле отклонения φ . Это условие выполняется, когда $\cos \omega t = 0$ ($\sin \omega t = 1$). Для упрощения вычислений можно положить $e^{-\beta t} \approx 1$ (амплитуда слабо уменьшается за время первого колебания).

Тогда
$$\frac{d\varphi}{dt} \approx \varphi_o \omega.$$

Таким образом, максимальную скорость качения цилиндра, а также оценку для коэффициента трения качения можно описать следующей формулой

$$\delta = kV = kR \frac{d\varphi}{dt} \approx kR\varphi_o \omega \approx kR \cdot \arcsin \left(\frac{a_o}{|AD| + R} \right) \frac{2\pi}{T}. \quad (13)$$

Под цилиндр А подкладывают плоские пластинки из различного материала, что позволяет определить коэффициенты трения цилиндра для различных пар (цилиндр-пластинка) и сравнить полученные результаты.

Закон сохранения полной механической энергии

Полная механическая энергия консервативной системы, находящейся в стационарном потенциальном поле, постоянна. Если работа сил стационарного поля над частицей не зависит от пути, пройденного частицей, а зависит только от начального и конечного положения частицы, то такие силы называются консервативными, а поле потенциальным.

Закон изменения механической энергии

Приращение механической энергии частицы равно работе неконсервативных сил.

Порядок выполнения работы

1. Поставить колебательную систему на металлические пластинки из одного металла так, чтобы она не касалась стенок прорези, а стрелка показывала нуль.

2. Задать начальное отклонение (амплитуду) $\alpha_o = 40$ мм. Определить время t для n полных колебаний ($n=10$), амплитуду α_n n -го колебания и величину периода по формуле $T=t/n$. Повторить измерения 5 раз. Начальная амплитуда α_o должна быть одинаковой. Данные измерения занести в табл.1 и вычислить средние значения $\langle \alpha_n \rangle$ и $\langle T \rangle$.

3. Измерения повторить для пластинок из двух других металлов и данные также занести в табл.1.

4. По средним значениям $\langle \alpha_n \rangle$ и $\langle T \rangle$ по формулам (9),(11),(12) и (13) определить логарифмический декремент затухания θ , момент инерции J , коэффициент пропорциональности k и коэффициент трения качения δ для каждой пары металлов (цилиндр-пластинка). Значения m , l и R даны на установке.

5. Сравнить полученные в трех опытах значения момента инерции J , вычислить его среднее значение $\langle J \rangle$. Все данные занести в табл.2.

Таблица 1. $m=...$, $R=..., l=...$, $|AD|=...$, $\alpha_o=...$

Название материала											
1.				2.				3.			
t, с	n	T,с	α_n , м	t, с	n	T,с	α_n , м	t, с	n	T,с	α_n , м

$\langle T \rangle =$				$\langle \alpha_n \rangle$				$\langle T \rangle =$			
\geq				\geq				\geq			

Таблица 2.

1.			2.			3.		
θ_1	$J, \text{ кг} \cdot \text{ м}^2$	$k_1, \text{ с}$	θ_2	$J, \text{ кг} \cdot \text{ м}^2$	$k_2, \text{ с}$	θ_3	$J, \text{ кг} \cdot \text{ м}^2$	$k_3, \text{ с}$
$\delta_1, \text{ м}$			$\delta_2, \text{ м}$			$\delta_3, \text{ м}$		

$\langle J \rangle =$

Контрольные вопросы

1. Каков механизм возникновения момента сил трения качения?
2. Каков физический смысл коэффициента трения качения? В чем причина затухания колебаний системы?
3. Чему равен момент сил сопротивления качению, как он направлен?
4. Когда сохраняется и когда изменяется полная механическая энергия системы?
5. Что такое логарифмический декремент затухания?
6. Что такое динамическое уравнение затухающих колебаний?
7. Выведите расчетные формулы для определения момента инерции J (11) и коэффициента K (12).

1. Савельев И.В. Курс общей физики. т.1. М:Наука, 1986.- гл. III, §21, 24, гл. VII, §53, 54

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛЫ ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ

Цель работы: экспериментально определить силу трения скольжения, используя законы сохранения импульса и изменения механической энергии.

Теоретическое описание

На любое движущееся тело действуют силы трения.

Внешним (сухим) трением называют явление, заключающееся в возникновении касательных сил, препятствующих относительному перемещению тел, в месте контакта этих тел.

Если тела неподвижны друг относительно друга, то говорят о трении покоя; при их относительном перемещении говорят о трении скольжения.

Г.Амонтон и Ш.Кулон установили опытным путем закон статического трения: Предельное значение силы статического трения прямо пропорционально значению силы нормального давления тела на опору, т.е.

$$F_{тр}^* = \mu^* N; \quad (1)$$

где μ^* – коэффициент статического трения; μ^* зависит от материала и состояния поверхности соприкасающихся тел.

Для трения скольжения закон Амонтона-Кулона записывается аналогично (1):

$$F_{тр} = \mu N, \quad (2)$$

где μ – коэффициент трения скольжения.

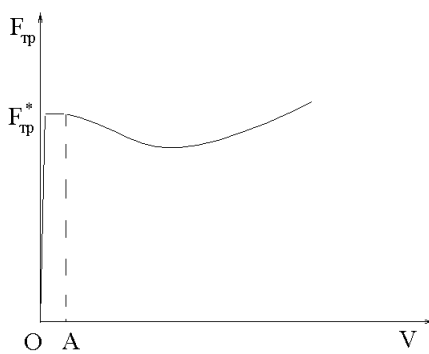


Рис. 1

При малых скоростях на малом интервале ОА сила трения приближенно постоянна, затем уменьшается, достигает минимума и начинает возрастать (рис.1). Строгой теории сил трения еще нет, но можно дать следующее объяснение возникновению сил трения: на поверхностях тел имеются отдельные выступы. При зацеплении их существенную роль играют силы молекулярного притяжения, действующие в зацеплениях. Соприкосновение тел происходит в действительности на отдельных участках.

Их общая площадь значительно меньше видимой площади соприкосновения. На этих участках создаются высокие местные давления, которые вызывают деформации поверхностного слоя и взаимное внедрение отдельных микрочастей тел.

При действии сил трения скольжения всегда происходит превращение механической энергии во внутреннюю, в результате тела нагреваются. Силу трения поэтому называют диссипативной. Работа силы трения по любому пути обычно отрицательная ($A_{тр} < 0$).

Для определения силы трения скольжения в данной работе применимы законы сохранения импульса и изменения механической энергии при неупругом соударении пули с цилиндром. При выстреле из

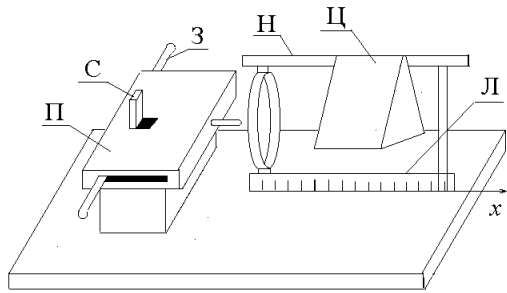


Рис. 2

пружинного пистолета П пуля попадает в цилиндр Ц, перемещаясь с ним по направляющей Н (рис.2). По шкале линейки Л определяется величина перемещения цилиндра с пулей при действии силы трения скольжения в месте контакта цилиндра с направляющей.

Рассмотрим систему "пуля-цилиндр". В направлении выстрела (ось x) сохраняется проекция импульса этой системы, т.е.

$$m_1 V_x = (m_1 + m_2) U_x, \quad (3)$$

где m_1 и m_2 – массы пули и цилиндра соответственно; V_x и U_x – проекции скоростей пули до удара и системы после удара пули соответственно.

На систему "пуля-цилиндр" после удара действует сила трения скольжения. Учитывая, что потенциальная энергия этой системы не изменяется, применяем закон изменения механической энергии:

$$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) U^2 = F_{\text{тр}} l, \quad (4)$$

где $F_{\text{тр}} l$ – абсолютное значение работы силы трения скольжения при перемещении цилиндра с пулей на расстояние l .

Аналогично имеем для системы "пружина-затвор-пуля":

$$\frac{kx^2}{2} - \frac{(m_1 + m_3) V^2}{2} = F'_{\text{тр}} x, \quad (5)$$

где k – коэффициент упругости; x – деформация пружины; m_3 – масса затвора (затвор остается в стволе); $F'_{\text{тр}}$ – абсолютное значение работы силы трения при перемещении затвора с пулей в стволе на пути x (ввиду ее малости принимаем равной нулю).

Из (3), (4) и (5) получаем

$$F_{\text{тр}} = \frac{kx^2 m_1^2}{2(m_1 + m_2)(m_1 + m_3)} \cdot \frac{1}{l}. \quad (6)$$

Примечание. Величины k , m_1 , m_2 указаны на установке; $m_3 \approx 0$.

Закон сохранения полной механической энергии

Полная механическая энергия консервативной системы, находящейся в стационарном потенциальном поле, постоянна:

$$K + U_{\text{соб}} + U_{\text{внеш}} = \text{const},$$

где $U_{\text{соб}}$ – собственная потенциальная энергия системы – это энергия взаимодействия друг с другом всех частиц системы. Она зависит от взаимного расположения частиц системы; $U_{\text{внеш}}$ – внешняя потенциальная энергия системы – это сумма потенциальных энергий всех ее частиц, находящихся во внешнем стационарном

потенциальном поле; K – кинетическая энергия системы – это сумма кинетических энергий составляющих ее частиц.

Если работа сил стационарного поля над частицей не зависит от пути, пройденного частицей, а зависит только от начального и конечного положения частицы, то такие силы называются **консервативными**, а поле **потенциальным**.

Закон изменения механической энергии. Приращение механической энергии частицы равно работе неконсервативных сил.

Закон сохранения импульса

Замкнутой системой называется система, на которую не действуют никакие внешние тела (или их взаимодействием можно пренебречь).

Импульс системы частиц остается постоянным, т.е. не меняется со временем, если система замкнута или сумма всех внешних сил, действующих на частицы этой системы, равна нулю:

$$\vec{p} = \sum \vec{p}_i(t) = const$$

У незамкнутой системы может сохраняться **не импульс \vec{p} , а его проекция p_x** на направление x , если результирующая проекций всех внешних сил на это направление равна нулю.

Закон изменения импульса. Производная импульса по времени оказывается равной векторной сумме всех внешних сил (векторная сумма всех внутренних сил равна нулю), действующих на частицы системы

$$d\vec{p}/dt = \sum \vec{F}_{внеш}$$

Порядок выполнения работы

1. Отвести затвор 3 пистолета П в крайнее положение (фиксирование его происходит автоматически). Смещение затвора соответствует сжатию x пружины. Поместить пулю в ствол пружинного пистолета.
2. Переместить цилиндр Ц в сторону ствола пистолета до упора.
3. Нажатием сверху вниз на спуск С произвести выстрел. По шкале линейки Л определить перемещение l цилиндра с пулей.
4. Опыт повторить 5 раз, найти среднее значение $\langle l \rangle$.
5. Вычислить $\langle F_{тр} \rangle$, подставляя $l = \langle l \rangle$ в (6). Результаты измерений и вычислений записать в табл.1 и 2.

Таблица 1.

$l, м$					
--------	--	--	--	--	--

Таблица 2.

$x, м$	$m_1, кг$	$m_2, кг$	$k, Н/м$	$\langle l \rangle, м$	$\langle F_{тр} \rangle, Н$

Контрольные вопросы

1. Сформулировать закон Амонтона-Кулона.
2. Сформулировать закон сохранения и изменения импульса.
3. В каких случаях можно применять закон сохранения импульса для незамкнутых систем?
4. Вывести расчетную формулу для определения силы трения скольжения.
5. Сформулировать закон сохранения и изменения механической энергии.
6. Определить путь, проходимый телом до остановки, если заданы начальная скорость U_0 тела после удара и коэффициент трения μ тела о поверхность.

1. Савельев И.В. Курс общей физики. т.1. М:Наука, 1986.- гл. II, §15, 20-22, 24,
27

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Цель работы: экспериментально определить ускорение свободного падения с помощью физического маятника.

Теоретическое описание

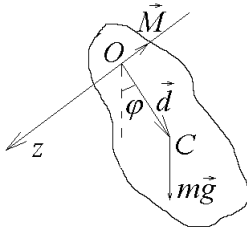


Рис. 1

Математическим маятником называется материальная точка, подвешенная на невесомой и нерастяжимой нити. Физическим маятником называется любое твердое тело, способное совершать колебания под действием силы тяжести вокруг неподвижной горизонтальной оси, проходящей через точку О, лежащую выше его центра масс С.

Отклоним маятник из положения равновесия на некоторый угол φ (рис.1) и отпустим. Возникает вращающий момент силы тяжести $\vec{M} = [\vec{d}, m\vec{g}]$, проекция которого на ось z $M_z = -mgd \sin \varphi$, где m – масса тела; d – расстояние от оси вращения z до центра масс С. Знак минус выражает тот факт, что момент M_z стремится уменьшить угол φ . При малых колебаниях угол φ мал и можно положить $\sin \varphi \approx \varphi$, поэтому $M_z = -mgh \cdot \varphi$. Применяя уравнение динамики вращательного движения $M_z = J \cdot \frac{d^2 \varphi}{dt^2}$, получим дифференциальное уравнение

гармонических колебаний физического маятника: $J \cdot \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -mgd \cdot \varphi$ или

$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \frac{mgd}{J} \varphi = 0$. Сравнивая это уравнение с уравнением колебаний материальной точки $\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_o^2 x = 0$ можно найти собственную частоту колебаний физического

маятника $\omega_o = \sqrt{\frac{mgd}{J}}$ или выразить период

$$T = \frac{2\pi}{\omega_o} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgd}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \quad (1)$$

где $l = J / md$ – приведенная длина физического маятника (длина нити математического маятника с таким же периодом, что и у физического).

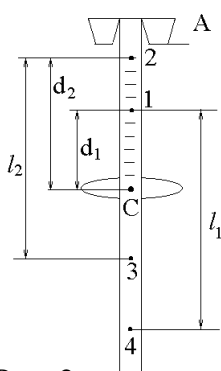


Рис. 2

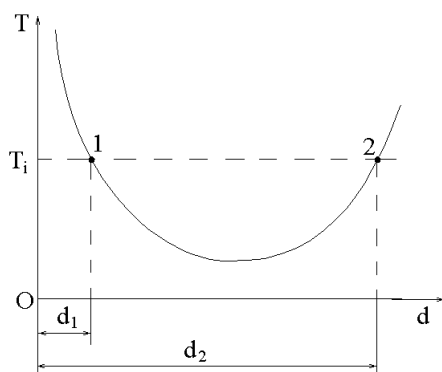


Рис.3

В данной работе физический маятник представляет собой металлический стержень, в центре которого жестко закреплен массивный груз (рис.2). На верхней половине стержня находится призма, которую можно перемещать и закреплять в выбранном положении. Экспериментально устанавливается зависимость периода колебаний маятника от расстояния между ребром А призмы и центром масс С. Вид графика приведен на рис.3.

Для произвольного значения периода T_i прямая, параллельная оси абсцисс, дает две точки пересечения с кривой: 1 и 2. То есть, располагая ребро призмы в точке 1, находящейся на расстоянии d_1 от С, а затем в точке 2, находящейся на расстоянии d_2 от С, получим одинаковые значения периода колебаний маятника: $T_1=T_2=T$. Тогда на основании (1) и (2) получаем, что приведенная длина l_1 относительно точки 1 равна приведенной длине l_2 маятника относительно точки 2.

Используя выражение (2), имеем

$$l = \frac{J_1}{md_1}, \quad l = \frac{J_2}{md_2}. \quad (3)$$

По теореме Штейнера

$$J_1 = J_c + md_1^2 \text{ и } J_2 = J_c + md_2^2, \quad (4)$$

где J_c – момент инерции относительно горизонтальной оси, проходящей через центр масс С и параллельной оси колебаний маятника.

Теорема Штейнера

Момент инерции тела J относительно произвольной оси А равен моменту инерции J_c этого тела относительно оси, **параллельной данной и проходящей через центр масс С**, сложенному с произведением массы тела m на квадрат расстояния d между осями: $J_2 = J_c + md_2^2$

Подставляя (4) в (3), исключая J_c и сокращая на m , получаем

$$l = d_1 + d_2. \quad (5)$$

Таким образом, имея экспериментальную кривую (см.рис.4) для любого значения T и проведя горизонтальную прямую, по формуле (5) определим l . Тогда из (1) найдем ускорение свободного падения

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}. \quad (6)$$

На прямой, соединяющей точку подвеса А с центром масс С на расстоянии l (т.е. на расстоянии, равном приведенной длине физического маятника) от 2, находится точка 3. Эта точка называется центром качания. Если перевернуть маятник и ось колебания будет проходить через точку 3, то период его колебаний не изме-

нтся. Точки 2 и 3 называются **сопряженными** (см. рис.2). Также будут сопряженными точки 1 и 4.

Порядок выполнения работы

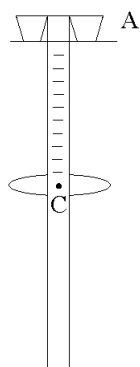


Рис. 4

1. Опорную призму укрепить на конце стержня так, чтобы ее ребро А было на уровне ближайшей риски стержня, как показано на рис.4.
2. Измерить расстояние d от ребра призмы до центра масс С стержня (на верхней половине стержня указаны значения рисков через 10 см от центра С).
3. Ребром опорной призмы установить маятник на подставку по середине прорези перпендикулярно ей и отклонить на угол 4° (коснитесь грузом стены).
4. Секундомером измерить время t_i полных $n_1 = 10$ колебаний (начинать отсчет времени при прохождении маятником любого крайнего положения). Вычислить период колебаний $T_i = t_i/n_1$.
5. Так же определить величину периода, перемещая каждый раз опорную призму на три сантиметра к центру стержня. Получить значения 15 периодов.
6. По полученным данным построить график зависимости периода колебаний T от расстояния d . Вид графика приведен на рис.3.
7. Для произвольного значения периода T_i провести прямую, параллельную оси абсцисс, которая даст две точки пересечения с кривой: d_1 и d_2 . $d_1 + d_2 = l$ – приведенная длина маятника при этом периоде колебаний.
8. Ускорение свободного падения определить по формуле (6).
9. Аналогично подсчитать g_i еще четыре раза, беря другие значения T_i и определяя соответствующие им l .
10. Найти среднее значение $\langle g \rangle$.
11. Случайные отклонения каждого измерения ускорения свободного падения определить по формуле $\Delta g_i = g_i - \langle g \rangle$, а среднее квадратичное отклонение – $S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (\Delta g_i)^2}$. Погрешность результата $\Delta g = S / \sqrt{n}$.
12. Данные измерений и вычислений занести в табл.1-2.

Таблица 1.

$d, м$								
$t, с$								
$T, с$								

Таблица 2.

$T_i, с$	$d_1, м$	$d_2, м$	$g_i, м/с^2$	$(\Delta g_i)^2, м/с^2$	$\langle g \rangle$	$S, м/с^2$	$\Delta g, м/с^2$

13. Записать результат в виде: $g = (\langle g \rangle \pm \Delta g), м/с^2$

Контрольные вопросы

1. Дайте определение математического и физического маятника.
2. Выведите формулу периода колебаний физического маятника.
3. Что такое приведенная длина? Как она связана с моментом инерции физического маятника?
4. Что такое сопряженные точки?
5. Сформулируйте теорему Штейнера.
6. Шар и диск с одинаковыми радиусами и массами совершают колебания относительно горизонтальной оси, проходящей по касательной к поверхности. Равны ли частоты их колебаний?

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. т.1. М:Наука, 1986.- гл.IV, §33, гл.V, §39, гл.VI, §46, гл.VII, §54

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 10

Изучение колебаний пружинного маятника

Цель работы

Изучить собственные колебания пружинного маятника в воздухе, определить жесткость пружины двумя способами.

Теоретическое введение

Гармонические колебания.

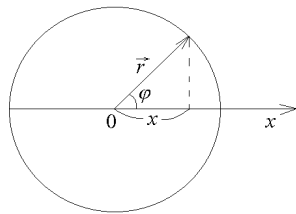


Рис.1

Гармонические колебания представляют собой периодический процесс, в котором изменение величины происходит по закону косинуса (или синуса). Например, проекция радиуса-вектора \vec{r} точки, движущейся по окружности, на ось x , лежащую в плоскости движения точки (рис.1), изменяется со временем по косинусоидальному закону. Если окружность имеет радиус $A=|\vec{r}|$, а угловая скорость вращения точки $\vec{\omega}$ постоянна, то проекция

$$x = A \cos \varphi = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

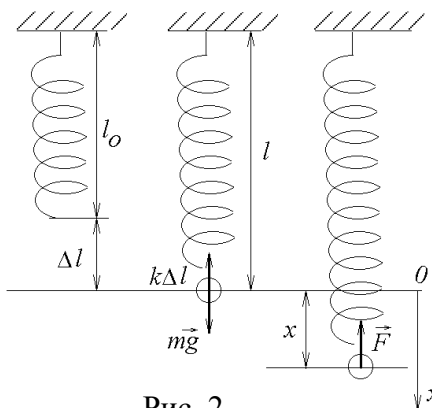


Рис. 2

Период изменения x , очевидно, будет равен $T=2\pi/\omega$, где T – время одного оборота точки, через которое весь процесс в точности повторяется; ω – циклическая (круговая) частота; φ_0 – начальный угол поворота относительно оси x . Следовательно, ω отличается множителем 2π от частоты ν :

$$\omega = 2\pi\nu$$

Так как максимальное значение косинуса равно единице, то максимальное значение x равно A . Это максимальное значение называется амплитудой колебаний.

Аргумент косинуса $(\omega t + \varphi_0)$ носит название фазы колебаний, а φ_0 – начальной фазы колебаний.

Пусть теперь гармонические колебания вдоль оси x совершает материальная точка массой m . Выясним какая при этих условиях на нее должна действовать сила.

Проекция скорости точки на ось x

$$v_x = dx/dt = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0),$$

проекция ускорения

$$a_x = dv_x/dt = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x.$$

По второму закону Ньютона

$$F_x = ma_x = -m\omega^2 x = -kx,$$

где k – постоянный коэффициент.

Таким образом, для того чтобы материальная точка совершала гармонические колебания, действующая на нее сила должна быть пропорциональна x и направлена в сторону, противоположную смещению x . Такая сила называется упругой (или в общем случае – квазиупругой).

Рассмотрим систему, состоящую из груза массой m , подвешенного на пружине, массой которой можно пренебречь (рис.2). Пусть l_0 – длина пружины без подвешенного к ней груза, тогда под тяжестью груза пружина растянется на $\Delta l = l - l_0$. В положении равновесия модуль силы тяжести mg равен модулю упругой силы $k\Delta l$:

$$mg = k(l - l_0), \quad (1)$$

где k – коэффициент упругости пружины. Коэффициент k численно равен силе, которую нужно приложить к пружине при упругой деформации, чтобы растянуть (или сжать) пружину на единицу длины.

Если вывести груз из положения равновесия 0, то на груз будет действовать дополнительная сила упругости, проекция которой на направленную вниз ось x будет равна $F = -kx$ (закон Гука). Под действием этой силы груз, после смещения на $x = A$ и предоставленный самому себе, будет совершать гармонические колебания. Основное уравнение динамики поступательного движения (второй закон Ньютона) для груза принимает вид

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx. \quad (2)$$

Решение этого уравнения имеет вид (рис.3)

$$x = A \cos \omega_0 t. \quad (3)$$

Функция (3) – это закон движения груза на пружине, где A – амплитуда колебания, т.е. наибольшее отклонение груза от положения равновесия.

Подставляя решение (3) в (2), получаем $-m\omega_0^2 A \cos \omega_0 t = -kA \cos \omega_0 t$.

Отсюда собственная частота системы $\omega_0 = \sqrt{k/m}$.

Так как $T = 2\pi/\omega_0$, то

$$T = 2\pi \sqrt{m/k}. \quad (4)$$

В рассмотренном примере не учитывалась сила сопротивления, поэтому колебания считались незатухающими.

Порядок выполнения работы

1. При пяти различных грузах в положении равновесия определить длину пружины l .

2. Построить график зависимости $y = mg$ от $x = l$. В этом случае получается линейная зависимость $y = A_1 x + B_1$, где $A_1 = k_1$, $B_1 = k_1 l_0$ (см. формулу 1). Методом наименьших квадратов оценить коэффициент упругости k_1 и начальную длину пружины $l_0 = B_1/k_1$. Массы всех грузов указаны на них. Данные занести в табл.1.

3. Подвесить груз к этой же пружине и вывести маятник из положения равновесия, сместив вниз на 2–3 мм, и отпустить. Секундомером измерить время t

полных $n = 20$ колебаний (начинать отсчет при прохождении грузом верхнего или нижнего положения). Тогда период колебаний $T = t/n$.

4. Прodelать пункт 3 для четырех грузов различной массы. Данные занести в табл.2.

5. Построить график зависимости $y = 4\pi^2 m$ от $x = T^2$, исходя из формулы (4). В этом случае получается линейная зависимость $y = A_2 x + B_2$, где $A_2 = k_2$. Методом наименьших квадратов определить значение коэффициента упругости k_2 .

6. Сравнить k_1 и k_2 , используя рассчитанные погрешности коэффициентов упругости в двух экспериментах. Для этого ввести разность этих чисел $z = k_1 - k_2$, и рассчитать ее погрешность Δz . Если будет выполняться соотношение $z < \Delta z$, то можно считать различие в числах несущественным.

Таблица 1.

m, кг	mg, Н	l, м	k_1 , Н/м

Таблица 2.

m, кг	t, с	T, с	$4\pi^2 m$, кг	T^2 , с ²	k_2 , Н/м

Контрольные вопросы

1. Каковы необходимые условия для возбуждения гармонических колебаний в механической системе?
2. Чем определяется период, амплитуда и начальная фаза свободных механических гармонических колебаний?
3. Каков физический смысл коэффициента упругости пружины?
4. Записать динамические уравнения и законы движения груза на пружине.
5. Получить формулу периода колебаний пружинного маятника.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ МЕТОДОМ КЛЕМАНА И ДЕЗОРМА

Цель работы: определить показатель адиабаты и сравнить его величину с теоретическим значением.

Оборудование: стеклянный баллон, кран, насос, манометр.

Теоретическое введение

Среди процессов, происходящих с газами, часто встречается и очень важен адиабатический процесс, протекающий без передачи тепла.

Чтобы получить его уравнение, воспользуемся первым началом термодинамики. Его формулировка: теплота, сообщаемая системе (газу), идет на изменение внутренней энергии системы и на совершение системой работы над внешними силами (против действия внешних сил)

$$\delta Q = dU + \delta A.$$

Для записи передаваемого тепла удобно ввести понятие теплоемкости $C = \frac{\delta Q}{dT}$ - это величина, равная количеству теплоты, которую надо сообщить системе, чтобы повысить ее температуру на 1К. Далее этим символом будем обозначать молярную теплоемкость, относящуюся к 1 молю вещества.

Величина теплоемкости зависит от способа, которым системе сообщается тепло. Процессы с постоянной теплоемкостью называются политропическими. Одним из таких процессов является процесс нагревания идеального газа при постоянном объеме (изохорический процесс). Молярная теплоемкость такого процесса обозначается C_V .

Так как работа, совершаемая газом при увеличении его объема на dV равна $\delta A = pdV$, то при изохорическом процессе работа газом не совершается, т.е. $\delta Q = dU$ и

$$C_V = \left. \frac{\delta Q}{dT} \right|_{V=const} = \frac{dU}{dT}.$$

Отсюда, изменение внутренней энергии одного моля идеального газа будет $dU = C_V dT$, а для произвольной массы m газа $dU = \frac{m}{\mu} C_V dT$.

Тогда первое начало термодинамики для идеального газа можно записать в виде:

$$\delta Q = \frac{m}{\mu} C dT = \frac{m}{\mu} C_V dT + pdV. \quad (1)$$

Процесс, протекающий при постоянном давлении, называется изобарическим, а молярная теплоемкость для такого процесса обозначается C_P . Найдем

связь между теплоемкостями для упомянутых процессов. Для этого нам понадобится уравнение состояния для одного моля идеального газа

$$RT = pV, \quad (2)$$

где R - универсальная газовая постоянная. Отсюда, при $p = \text{const}$, находим,

что $\left. \frac{dV}{dT} \right|_{p=\text{const}} = \frac{R}{p}$, а из уравнения (1) имеем

$$C_p = \frac{C_v dT + p dV}{dT} = C_v + p \left(\frac{dV}{dT} \right) = C_v + R. \quad (3)$$

Эта связь молярных теплоемкостей называется уравнением Майера.

Теперь рассмотрим адиабатический процесс, для которого $\delta Q = 0$, и первое начало термодинамики (1) для одного моля идеального газа запишется в виде:

$$p dV = -C_v dT. \quad (4)$$

В уравнении состояния (2) для одного моля идеального газа меняются все термодинамические параметры, p , V , и T . Вычисляя дифференциал, получим $dT = \frac{p dV + V dp}{R}$. Подставляя это выражение в уравнение (4), находим, что $(C_v + R) p dV = C_p p dV = -C_v V dp$.

Отношение $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ называется показателем адиабаты. В последнем полученном уравнении разделим переменные и проинтегрируем:

$$\gamma \int \frac{dV}{V} = - \int \frac{dp}{p}.$$

Отсюда $\gamma \ln V = -\ln p + \text{const}$. Отсюда получаем уравнение адиабатического процесса для идеального газа или уравнение Пуассона:

$$p V^\gamma = \text{const}. \quad (5)$$

Используя уравнение состояния (2) можно записать уравнение Пуассона через другие термодинамические переменные:

$$T V^{\gamma-1} = \text{const} \quad \text{или} \quad T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{const}. \quad (6)$$

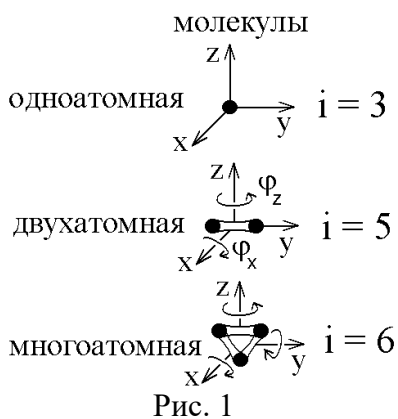


Рис. 1

Идеальный газ - это совокупность не взаимодействующих друг с другом на расстоянии молекул. Такие молекулы к тому же не деформируются, т.е. имеют постоянную форму и очень малый размер. Размером одноатомной молекулы вообще пренебрегают, считая ее материальной точкой, способной двигаться в трех независимых направлениях, т.е. имеющей $i = 3$ степени свободы. Двухатомные и многоатомные молекулы имеют дополнительные вращательные степени свободы, показанные на рис. 1.

Внутренняя энергия идеального газа складывается только из кинетической энергии его молекул. Скорости молекул такого газа различны, но подчиняются распределению Максвелла. С его помощью можно вычислить среднюю энергию, приходящуюся на 1 степень свободы молекулы: $\frac{1}{2}kT$, где $k = R/N_A$ - постоянная Больцмана, R - универсальная газовая постоянная, N_A - число Авогадро. Тогда средняя энергия одной молекулы с i степенями свободы равна $\langle E \rangle = \frac{i}{2}kT$, а так как 1 моль газа содержит N_A молекул, то его внутренняя энергия $U = N_A \langle E \rangle = \frac{i}{2}RT$.

Сравнивая с термодинамической формулой $U = C_V T$, находим, что идеальный газ из молекул с i степенями свободы имеет молярные теплоемкости $C_V = \frac{i}{2}R$; $C_P = C_V + R = \frac{i+2}{2}R$, и показатель адиабаты

$$\gamma = \frac{i+2}{i}. \quad (7)$$

Для одноатомного газа $\gamma = 1,667$, для двухатомного - $\gamma = 1,40$, для многоатомного - $\gamma = 1,333$.

Воздух является смесью многих газов - двухатомных N_2 , O_2 , ..., трехатомных - CO_2 , H_2O и т.п. Так как доля многоатомных и одноатомных газов в нем мала, то можно ожидать, что величина γ для воздуха будет близка к соответствующему значению для двухатомных газов: $\gamma \approx 1,4$.

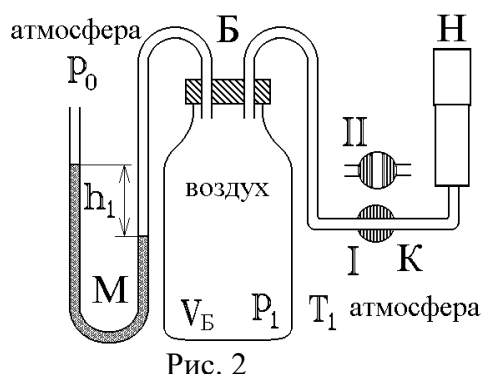


Рис. 2

Для экспериментального определения показателя адиабаты воздуха используется установка, изображенная на рис.2. Она состоит из большого стеклянного баллона Б, соединенного через кран К с насосом Н или атмосферой. Манометр М служит для измерения разностей давлений газа в баллоне и в атмосфере.

В условиях эксперимента воздух можно считать идеальным газом.

Повернем кран К в положение I, соединяя баллон с насосом, и начнем накачивать воздух в баллон. Так как этот процесс происходит достаточно медленно, то за счет теплообмена через стеклянные стенки баллона успевает установиться тепловое равновесие. Температура воздуха внутри баллона после накачивания будет равна комнатной температуре T_1 . Но давление внутри возрастет до величины

$$p_1 = p_0 + \rho g h_1, \quad (8)$$

где p_0 - давление воздуха в окружающей атмосфере, а $\rho g h_1$ - разность гидростатических давлений жидкости с плотностью ρ в левой и правой трубках U - образного манометра (рис. 2).

Вытащим теперь трубку крана К, соединяя баллон с атмосферой. Воздух **очень быстро** выходит через отверстие, расширяясь, теплообмен **не успевает произойти** и процесс можно считать адиабатическим. В соответствии с уравнением (3-6) при резком уменьшении давления уменьшится и температура: воздух в баллоне будет охлажден до температуры ниже комнатной!

В момент, когда давление воздуха в сосуде сравнивается с атмосферным ($p' = p_0$, выравниваются уровни жидкости в манометре), пробка крана плотно закрывает баллон в положении II (рис. 2). За счет теплообмена через стенки закрытого баллона начинается изохорическое нагревание охлажденного воздуха в нем. При этом давление в баллоне растет и уровни жидкости в манометре постепенно расходятся до тех пор, пока температура внутри баллона не станет равной комнатной: $T_2 = T_1$. В этот момент давление воздуха в баллоне установится на величине

$$p_2 = p_0 + \rho g h_2. \quad (9)$$

Процессы, протекающие в системе, изображены на рис. 3. В момент окончания адиабатного расширения в баллоне останется часть воздуха с массой m_1 , занимавшая первоначально объем V_1 , меньший объема баллона V_B .

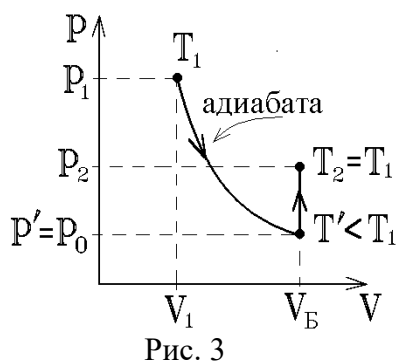


Рис. 3

Запишем для этой части уравнения адиабатического (6) и изохорического процессов: $T_1 p_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T' p_0^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$ и $\frac{p_0}{T'} = \frac{p_2}{T_2} = \frac{p_2}{T_1}$, а затем устраним неизвестное отношение температур:

$$\frac{T'}{T_1} = \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \frac{p_0}{p_2}. \quad (10)$$

Логарифмируя последнее уравнение (10), получим

$$\frac{1-\gamma}{\gamma} \ln \left(\frac{p_1}{p_0} \right) = \ln \left(\frac{p_0}{p_2} \right), \quad \text{откуда} \quad \gamma = \frac{\ln(p_1 / p_0)}{\ln(p_1 / p_2)}. \quad (11)$$

Подставляем сюда формулы (8) и (9):

$$\gamma = \frac{\ln(p_1/p_0)}{\ln(p_1/p_0) - \ln(p_2/p_0)} = \frac{\ln\left(1 + \frac{\rho g h_1}{p_0}\right)}{\ln\left(1 + \frac{\rho g h_1}{p_0}\right) - \ln\left(1 + \frac{\rho g h_2}{p_0}\right)}. \quad (12)$$

Но уровни жидкости (воды с плотностью $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$) раздвигаются в манометре М на рис. 2 всего на $h \approx 10 \div 20 \text{ см}$, и избыточное давление газа $\rho g h \approx 10^3 \text{ Па}$ много меньше атмосферного давления $p_0 \approx 10^5 \text{ Па}$. Поэтому величина $x = \frac{\rho g h}{p_0} \approx 10^{-2} \ll 1$, и в формуле (12) можно разложить все логарифмы в ряд,

оставляя слагаемые только первого порядка малости: $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots \approx x$.

Тогда из формулы (12) получаем конечную формулу для вычисления показателя адиабаты:

$$\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2}. \quad (13)$$

Такой показатель позволяет описать многие свойства исследуемого газа, но точность его определения в данном эксперименте не слишком высока, и поэтому возникают отклонения от теоретически ожидаемого значения $\gamma_{\text{экс}} < \gamma_{\text{теор}} \approx 1,4$. Это связано не только с тем, что свойства реального воздуха немного отличаются от свойств идеального газа и состоит он не только из двухатомных молекул, но, главным образом - с несовершенством используемого оборудования. При установке пробки крана К в положение II (рис.2) остаются крохотные щели, и воздух понемногу продолжает вытекать из баллона при нагревании. Поэтому уровень h_2 оказывается немного меньшим того уровня, который установился бы при идеально закрытом баллоне. Величина γ , измеренная в такой установке, в соответствии с формулой (13) тоже окажется немного меньшей, чем истинная.

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте I-е начало термодинамики и запишите его для идеального газа.
2. Какой газ можно считать идеальным? От каких термодинамических параметров зависит внутренняя энергия идеального газа и что она описывает?
3. Какие величины входят в уравнение состояния идеального газа? Каков его вид?
4. Дайте определение теплоемкости. Чем она отличается от молярной и от удельной теплоемкостей? Почему для разных процессов величина теплоемкости одной и той же система различна? Какие величины связывает уравнение Майера и как его получить?

5. Какой процесс называется адиабатическим? политропическим? Докажите, что изобарический, изотермический и изохорический процессы являются политропическими. Как на практике осуществить адиабатический процесс с газом?

6. Выведите уравнение Пуассона (3-5) для адиабатического процесса. Получите из него уравнение (3-6) с помощью уравнения состояния. Что такое показатель адиабаты?

7. Идеальный газ расширяется (сжимается) адиабатически (изобарически, изотермически). Что при этом происходит с давлением, объемом, температурой и внутренней энергией газа? Они увеличиваются, уменьшаются или не изменяются? Нарисуйте примерные графики этих процессов на диаграммах а) $T - p$; б) $T - V$; в) $p - V$.

8. Запишите выражение внутренней энергии, теплоемкостей C_p, C_v и показателя адиабаты в молекулярно-кинетической теории. Как они зависят от числа степеней свободы i молекул газа?

9. Влажность воздуха в комнате начинает возрастать. Что при этом происходит с его плотностью и показателем адиабаты? Почему?

10. Какие процессы с воздухом в баллоне Б на рис. 3-2 происходят при выполнении работы: а) при накачивании воздуха? б) при открывании крана К? в) при его последующем закрывании? Почему именно эти процессы?

11. В какой момент следует плотно закрыть кран при выполнении работы? Почему давление воздуха в закрытом сосуде начинает снова возрастать до величины p_2 ? В какой момент и по какой причине этот рост давления прекращается? Почему давление p_2 не может возрастать до первоначальной величины p_1 ?

12. Выведите уравнения (3-11) и (3-13) для определения показателя адиабаты γ . Докажите этот вывод.

13. Как измеряет давление воздуха в баллоне манометр М на рис. 3-2?

14. Почему экспериментально определяемая величина показателя γ меньше теоретической? Какой она должна быть согласно теории? Объясните причины расхождения.

Порядок выполнения работы

1. Установить пробку крана К так, чтобы баллон Б, который находится под столом, сообщался с насосом Н (в положение I на рис. 2).

2. Осторожно накачать воздух в баллон. Когда разность уровней жидкости в коленях манометра достигнет $10 \div 15$ см, прекратить накачивание и повернуть пробку крана К в положение II, чтобы сосуд не сообщался с атмосферой. Пробка крана должна плотно прилегать к его стенкам и не давать утечки воздуха. Не забывайте об этом до конца эксперимента.

3. Через некоторое время, когда давление окончательно установится и разность уровней в манометре перестанет уменьшаться, измерить h_1 - разность уровней в левом и правом коленях манометра. Если насос Н протекает, или пробка крана не может быть закрыта очень плотно, то разность уровней h_1 будет посто-

янно уменьшаться. В этом случае следует подождать, когда h_1 достигнет выбранного значения, и сразу выполнить следующий пункт работы.

4. Вынуть пробку крана, давая воздуху в сосуде расшириться наружу. Разность уровней жидкостей в манометре резко уменьшится двумя, следующими друг за другом скачками. Как только при втором скачке уровни жидкостей станут одинаковыми, ($h=0$) пробку следует **немедленно и плотно** вставить в кран К в положение II, закрывая баллон.

Об этом моменте выравнивания давления внутри и вне баллона можно судить и по прекращению звука издаваемого выходящим воздухом.

Перед дальнейшим выполнением работы несколько раз потренируйтесь в выполнении пунктов 1 - 4, чтобы научиться вставлять пробку быстро и в нужный момент.

5. После того, как баллон будет закрыт пробкой, уровни жидкости в манометре снова начнут расходиться. Следует подождать, когда давление окончательно установится и разность уровней в манометре перестанет увеличиваться. Затем записать установившуюся разность уровней h_2 воды в обоих коленах манометра.

6. Опыт повторить не менее $N = 9$ раз для разных значений начальной величины h_1 , лежащих в пределах $10 \div 15$ см.

Для каждого опыта вычислить γ_i по формуле (13), а затем определить среднее значение показателя адиабаты $\langle \gamma \rangle$. Все измеренные и вычисленные величины заносить в таблицу 1.

Таблица 1

h_1 , см				
h_2 , см				
γ				
$\langle \gamma \rangle =$	$\Delta\gamma =$			$\gamma_{теор} =$

7. Определить погрешность полученного значения показателя адиабаты $\Delta\gamma$.

8. По формуле (7) вычислить теоретическое значение показателя адиабаты $\gamma_{теор}$, считая для воздуха $i = 5$, и сравнить полученный результат с $\langle \gamma \rangle$.

Литература

1. Савельев И.В., Курс общей физики, 1973, гл. XI, с. 94 - 98.
2. Колмаков Ю.Н., Пекар Ю.А., Лежнева Л.С., Термодинамика и молекулярная физика, 1999, гл. I, 4 -9.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ВОДЫ МЕТОДОМ ОТРЫВА КОЛЬЦА

Цель работы: измерить коэффициент поверхностного натяжения воды при комнатной температуре.

Теоретическое описание.

Жидкости обладают поверхностным слоем, состоящим из молекул, обладающих большей потенциальной энергией, чем внутренние молекулы. Между молекулами действуют силы притяжения, очень быстро убывающие с расстоянием, поэтому возле каждой молекулы можно очертить сферу молекулярного действия так, что выделенная молекула будет взаимодействовать только с молекулами,

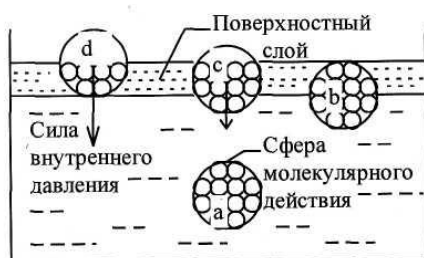


Рис.1

оказавшимися внутри этой сферы (рис. 1).

Если молекула находится внутри жидкости, то она взаимодействует с молекулами-соседями, окружающими ее со всех сторон, и результирующая сил притяжения равна нулю (a и b на рис.1). Наоборот, молекула, находящаяся на поверхности жидкости (d на рис.1), окружена молекулами-соседями лишь наполовину и на нее действует нескомпенсированная сила, направленная перпендикулярно к поверхности внутрь жидкости. Такая же сила, только поменьше, действует и на любую другую молекулу, оказавшуюся внутри слоя толщиной, равной радиусу молекулярного действия (c на рис.1).

Следовательно, поверхностный слой оказывает давление на остальную жидкость (давление называют внутренним) и оно достигает очень больших величин. Это, в свою очередь, означает, что поверхностный слой обладает избыточной (по сравнению с остальной жидкостью) энергией, которую называют поверхностной. Очевидно, что поверхностная энергия пропорциональна числу молекул в поверхностном слое, т.е. площади поверхности жидкости S :

$$U_{\text{пов}} = \sigma \cdot S. \quad (1)$$

Коэффициент пропорциональности σ , численно равный поверхностной энергии, приходящейся на единицу площади поверхности, называется коэффициентом поверхностного натяжения.

Известно также, что в состоянии устойчивого равновесия любая система обладает минимальной потенциальной энергией. Поэтому поверхностный слой стремится принять такую форму, при которой его поверхность будет наименьшей (тогда и $U_{\text{пов}}$ достигает минимума, как это следует из формулы (1). Если же искусственно увеличивать поверхность жидкости, то в поверхностном слое возникают силы, препятствующие этому, – они называются силами поверхностного натяжения

Таким образом, поверхностный слой похож на упругую пленку, как будто бы находящуюся на поверхности жидкости.

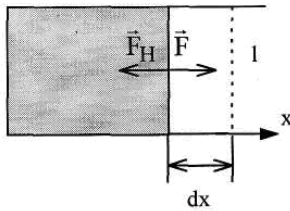


Рис.2

Рассмотрим пример. Пусть жидкая (мыльная) пленка ограничена прямоугольной проволочной рамкой, одна из сторон которой длиной l может перемещаться вдоль оси X (рис.2) под действием внешней силы \vec{F} . Этой силе будет противодействовать сила поверхностного натяжения \vec{F}_n . В случае квазистатического (медленного) процесса $F_n = F$.

При перемещении на dx сила F совершает работу $dA = Fdx$, а потенциальная энергия поверхности увеличивается на $dU_{\text{пов}} = \sigma \cdot l \cdot dx$. Так как $dA = dU_{\text{пов}}$, то $F = \sigma \cdot l$ и

$$F_n = \sigma \cdot l. \quad (2)$$

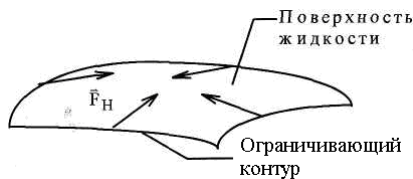


Рис.3

Формула (2) позволяет по-другому определить σ , а именно как **силу поверхностного натяжения, приходящуюся на единицу длины контура ограничивающего поверхность**. Из этого же примера видно, что сила поверхностного натяжения направлена по касательной к поверхности и перпендикулярна к линии, ограничивающей поверхность (рис. 3).

Описание установки

Установка состоит из пружины 1, к которой подвешено легкое алюминиевое кольцо 3 с тонкими стенками и чашкой 2 наверху, масштабной линейки 5 и сосуда 4 с дистиллированной водой (рис.4).

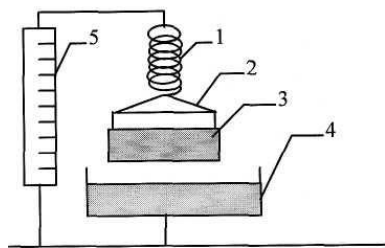


Рис.4

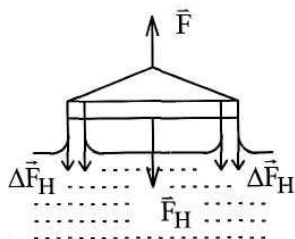


Рис. 5

Если сосуд с водой подвести к кольцу до соприкосновения, а затем плавно опускать, то жидкость, сцепившись с кольцом, будет тянуть его за собой, растягивая пружину до тех пор, пока кольцо не оторвется от жидкости. В момент перед самым отрывом наступает равновесие, когда и кольцо, и жидкая пленка покоятся. В этот момент сила упругости пружины равна силе поверхностного натяжения. Поверхностная пленка будет иметь вид, показанный на рис. 5., где $\Delta \vec{F}_n$ – сила поверхностного натяжения, действующая на элемент контура. Модуль полной силы

$$F_n = \sigma(l_1 + l_2), \quad (3)$$

где l_1 и l_2 – длины двух контуров (окружностей), ограничивающих поверхность жидкости. Так как $l_1 = \pi D_1$, $l_2 = \pi D_2$, где D_1 и D_2 – внешний и внутренний диаметры кольца, то

из (1) получаем

$$\sigma = \frac{F_n}{\pi(D_1 + D_2)}. \quad (4)$$

Выполнение работы

1. Штангенциркулем измерить наружный D_1 и внутренний D_2 диаметры кольца в пяти местах. Данные занести в таблицу 1.

2. Подвесить кольцо к пружине.

3. Определить по шкале положение n_0 верхней части чашки 2 над кольцом в ненагруженном состоянии ($F=0$). Смотреть на шкалу нужно так, чтобы передний верх чашки совпал с задним. Об этом не следует забывать до конца эксперимента.

4. Взять одну гирьку (цифры на каждой гирьке указаны в миллиграммах), поместить в центр чашки 2 и определить по шкале положение n_1 ее верхнего края.

5. Увеличивая нагрузку F (последовательно добавляя по одной гирьке, не забывая подсчитывать каждый раз общую сумму нагрузки в миллиграммах), определять по шкале положение n верхнего края чашки 2. Данные измерений занести в табл. 2.

6. Снять все гирьки с чашки.

7. Поднимать сосуд 4 с водой до тех пор, пока поверхность воды не коснется нижнего края кольца. Следить за тем, чтобы этот край только смачивался, но не опускался вглубь воды. Затем, медленно и равномерно опуская сосуд, уловить равновесие (система находится в покое) перед отрывом кольца и заметить по шкале положение n_n верхнего края чашки. Измерения проделать не менее 5 раз и найти среднее арифметическое значение $\langle n_n \rangle$. Данные занести в таблицу 1.

8. Осторожно снять кольцо с пружины и положить на установку.

9. Построить график градуировки пружины $n(F)$, принимая за начало координат значение n_0 . Вид графика представлен на рис.6.

10. Зная растяжение пружины $\langle n_n \rangle$ под действием силы поверхностного натяжения, по построенному графику определить ее значение F_n в миллиграммах, а затем перевести в Ньютоны.

11. Вычислить в СИ коэффициент поверхностного натяжения воды σ .

Таблица 1

Номер опыта	D_1 , м	D_2 , м	n_n
..			
Среднее значение			

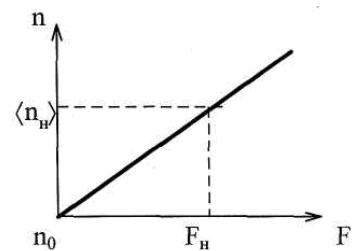


Рис.6

Таблица 2

F					
n					
F_n , Н =			σ , Н/м =		

Контрольные вопросы.

1. Как объяснить стремление жидкости сократить свою свободную поверхность?
2. На что затрачивается работа при увеличении поверхности жидкости?
3. Дать два определения коэффициента поверхностного натяжения. Единицы его измерения.
4. Вывести расчетную формулу коэффициента поверхностного натяжения.
5. Как направлена сила поверхностного натяжения в момент отрыва кольца?
6. Как и от чего зависят силы молекулярного взаимодействия и коэффициент поверхностного натяжения?
7. Можно ли определить коэффициент поверхностного натяжения методом отрыва кольца, если жидкость не смачивает кольцо?

Литература.

1. Савельев И.В. Курс физики. Т.1 - М., Наука, 1989. 352 с. Пар. 92,93,94.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ ПО МЕТОДУ СТОКСА

Цель работы: познакомиться с явлением внутреннего трения и определить коэффициент внутреннего трения (динамический коэффициент вязкости) по методу Стокса.

Выполнение работы

1. Измерить микрометром диаметр d шарика в миллиметрах (мм) и определить его радиус в метрах (м).

2. Осторожно отпустить шарик по центру сосуда непосредственно над поверхностью исследуемой жидкости и определить с помощью секундомера время t прохождения шарика между металлическими кольцевыми метками на сосуде. Верхняя метка должна находиться не менее десяти сантиметров от поверхности жидкости.

3. Определить по масштабной линейке расстояние l между метками и вычислить скорость шарика $v = l/t$ (вычислить в СИ).

4. Опыт повторить еще с четырьмя шариками.

5. Вычислить динамический коэффициент вязкости в СИ по формуле (2) в каждом опыте и найти среднее значение $\langle \eta \rangle$.

6. Результаты опытов и расчетов занести в таблицу.

№	d , мм	r , м	l , м	t , с	v , м/с	η , Па·с	$\Delta\eta_i$ Па·с	$(\Delta\eta_i)^2$ Па ² ·с ²
1								
...								
5								

$\langle \eta \rangle = \dots$

Плотность исследуемой жидкости $\rho_1 = 1,2 \cdot 10^3$ кг/м³;

плотность свинца $\rho_2 = 11,4 \cdot 10^3$ кг/м³.

7. Определить случайные отклонения $\Delta\eta_i = \eta_i - \langle \eta \rangle$ каждого измерения и среднее квадратическое отклонение $S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (\Delta\eta_i)^2}$. Вычислить погрешность

$\Delta\eta$ результата измерений: $\Delta\eta = S/\sqrt{n}$

8. Записать результат в виде: $\eta = (\langle \eta \rangle \pm \Delta\eta)$ Па·с.

Теоретическое описание

Неоднородное течение жидкости, т.е. такое, при котором скорость течения



Рис.1

различна в разных местах, не является равновесным. Поэтому в жидкости будут происходить процессы, стремящиеся выровнять скорость течения. Такие процессы называются вязкостью или внутренним трением. Предположим, что жидкость всюду течет в направлении оси z , а значение скорости v меняется только в направлении x , перпендикулярном течению (рис.1).

Тогда в направлении оси x возникает поток импульса.

Импульс, переносимый за 1с через единичную площадку, перпендикулярную оси x , называется плотностью потока импульса и обозначается j_p .

Из общих соображений следует, что j_p пропорциональна градиенту скорости течения и направлена против градиента, т.е.

$$j_p = -\eta \frac{dv}{dx}, \quad (1)$$

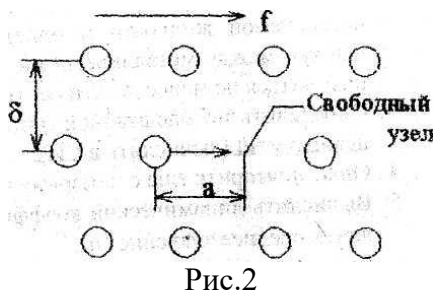


Рис.2

где η – коэффициент вязкости среды.

Рассмотрим теперь вязкий поток, возникающий в жидкости под действием касательной силы, стремящейся сместить один слой молекул относительно другого (рис.2). Пусть f – сила, действующая на единицу поверхности, а δ – расстояние между соседними слоями. Тогда на одну молекулу будет действовать сила, равная

$f/n\delta$, где n – концентрация молекул. При перемещении молекулы в активированное состояние (рис.3) сила $f/n\delta$ совершает работу, равную $\frac{f}{n\delta} \frac{a}{2}$, поэтому потенциаль-

ный барьер слева от активированного состояния уменьшается на величину этой работы (внешняя сила «помогает» молекуле совершить скачок в прямом направлении), а справа, наоборот, увеличивается (внешняя сила «препятствует» молекуле совершить обратный скачок). Эта ситуация изображена на рис.4, где

$$\Delta U = \frac{f}{n\delta} \frac{a}{2}.$$

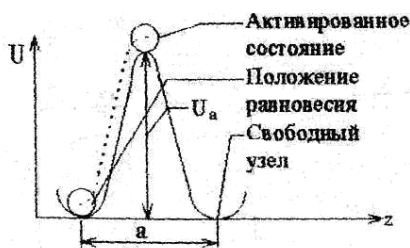


Рис.3

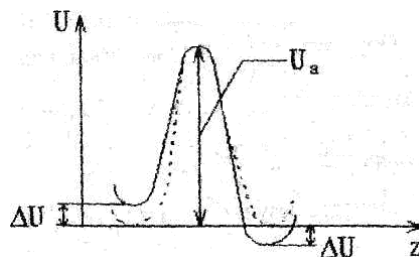


Рис.4.

Поэтому при наличии внешней силы частоты перескоков в свободную ячейку γ_1 и обратного перескока γ_2 будут неодинаковы, и в результате возникает поток молекул в направлении приложенной силы, скорость которого

$$v = a(\gamma_1 - \gamma_2) = a\gamma_0 \left(e^{-\frac{U_a - \Delta U}{kT}} - e^{-\frac{U_a + \Delta U}{kT}} \right) = a\gamma_0 e^{-\frac{U_a}{kT}} \left(e^{\frac{\Delta U}{kT}} - e^{-\frac{\Delta U}{kT}} \right)$$

В результате переноса импульса (в направлении x) в жидкости возникают касательные по отношению к течению силы вязкого трения

$$F_{\text{вяз}} = \eta \left| \frac{dv}{dx} \right| S, \quad (2)$$

где S – площадь, на которую действует $F_{\text{вяз}}$.

Известно, что вязкость газов с ростом температуры растет, тогда как вязкость жидкостей убывает. Это различие обусловлено качественно разным характером теплового движения молекул газа и жидкости.

По своей структуре жидкость ближе к кристаллическим твердым телам, чем к газам. Тепловое движение молекул жидкости сводится к колебаниям около некоторых положений равновесия (узлов), которые в отличие от положений равновесия в кристаллах носят временный характер – через некоторое время (время релаксации) молекула жидкости скачком переходит в новое, свободное положение равновесия. Чтобы совершить этот переход, молекула должна преодолеть потенциальный барьер, высота которого U_a называется энергией активации (рис.3). Частота таких переходов γ определяется распределением Больцмана:

$$\gamma = \gamma_0 e^{-\frac{U_a}{kT}}, \quad (3)$$

где γ_0 – некоторая константа.

Очевидно, что в отсутствие внешних сил частоты переходов в прямом и обратном направлениях будут одинаковыми и никакого результирующего течения

не возникает. Так как обычно $\frac{\Delta U}{kT} \ll 1$ и $e^{\pm \frac{U_a}{kT}} \approx 1 \pm \frac{\Delta U}{kT}$, то

$$v = \frac{2a\gamma_0\Delta U}{kT} e^{-\frac{U_a}{kT}} = \frac{a^2 f \gamma_0}{n \delta kT} e^{-\frac{U_a}{kT}}. \text{ С учетом того, что } f = \frac{F_{\text{вяз}}}{S} = \eta \left| \frac{dv}{dx} \right| \approx \frac{\eta v}{\delta}, \text{ получаем}$$

$$\text{выражение для коэффициента вязкости в виде } \eta = \frac{f \delta}{v} = \left(\frac{\delta}{a} \right)^2 \frac{n kT}{\gamma_0} e^{\frac{U_a}{kT}}.$$

Как показывают расчеты, $\gamma_0 \approx \frac{kT}{h}$, где h – постоянная Планка. Полагая также $a \approx \delta$, получим окончательное выражение для коэффициента вязкости жидкости:

$$\eta = n h e^{\frac{U_a}{kT}}. \quad (4)$$

Как следует из формулы (4), вязкость жидкости резко (экспоненциально) убывает с ростом температуры. Кроме того, вязкость сильно зависит от вида жидкости и от ее чистоты.

Действие сил внутреннего трения легко наблюдать при движении тела в жидкости. При малых скоростях и удобообтекаемой форме тела, когда не возникает вихрей, сила сопротивления обусловлена исключительно вязкостью жидкости. Слой жидкости, непосредственно прилегающий к твердому телу, увлекается им полностью. Следующий слой увлекается за телом с меньшей скоростью. Та-

ким образом, между слоями возникают силы сопротивления. Для небыстрого движения шарика в жидкости Стокс вывел путем теоретического рассмотрения формулу расчета силы сопротивления: $F = 6\pi\eta rv$, (5)

где η – динамический коэффициент вязкости; r – радиус шарика; v – скорость его движения относительно жидкости.

Предоставим маленькому шарiku возможность падать в жидкость под действием силы тяжести. На него будут действовать следующие силы (рис.5):

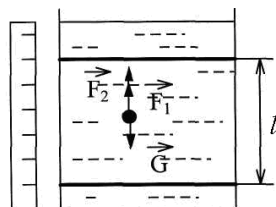


Рис.5

1. Сила тяжести, направленная по вертикали вниз

$G = mg = \rho_2 Vg = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_2 g$, где ρ_2 – плотность шарика, g – ускорение свободного падения.

2. Выталкивающая сила F_1 , являющаяся результатом гидростатического давления. Она направлена по вертикали вверх и равна по закону Архимеда силе тяжести жидкости в

объеме тела: $F_1 = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_1 g$, где ρ_1 – плотность жидкости.

3. Сила внутреннего трения F_2 . Она направлена против направления скорости шарика, т.е. вертикально вверх. По формуле Стокса

$$F_2 = 6\pi\eta rv$$

Силы G и F_1 постоянны, а сила F_2 увеличивается по мере увеличения скорости шарика. При некоторой скорости v наступает момент, когда сила G , направленная вниз, будет уравновешена силами F_1 и F_2 , направленными вверх; с этого момента шарик будет двигаться равномерно, в соответствии с первым законом Ньютона. Скорость равномерного падения невелика, если шарик мал, и ее легко

измерить. Тогда из условия равновесия сил $\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_2 g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_1 g + 6\pi\eta rv$

можно определить динамический коэффициент вязкости

$$\eta = \frac{2}{9} gr^2 \frac{\rho_2 - \rho_1}{v}. \quad (6)$$

Контрольные вопросы

1. Написать общее выражение для вязкой силы и проиллюстрировать чертежом.
2. Дать определение динамического коэффициента вязкости. Какова единица его измерения в СИ?
3. Какие силы действуют на шарик, движущийся в глицерине?
4. Почему риска 1 должна находиться несколько ниже поверхности жидкости?
5. Вывести расчетную формулу динамического коэффициента вязкости η .
6. Как вязкость жидкости зависит от температуры?

Литература

1. Савельев И.В. Курс физики. Т.1 - М., Наука, 1989. 352 с. Пар. 78,79
2. Лаб. раб. № 15 Определение коэффициента вязкости жидкости

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ СВОБОДНОГО ПРОБЕГА И ЭФФЕКТИВНОГО ДИАМЕТРА МОЛЕКУЛ ВОЗДУХА

Цель работы: ознакомиться с одним из методов определения микропараметров (средней длины свободного пробега и эффективного диаметра молекул воздуха) через макропараметры.

Выполнение работы.

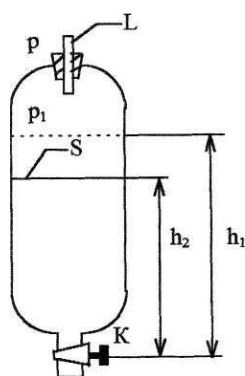


Рис.1

1. Открыть кран К. Дождавшись, когда вода начнет вытекать каплями, включить секундомер и одновременно заметить уровень воды h_1 в сосуде.
2. Когда уровень воды в сосуде уменьшится приблизительно на 1 см, одновременно закрыть кран и остановить секундомер.
3. Записать время вытекания τ и новый уровень h_2 воды.
4. Измерить термометром температуру t и барометром атмосферное давление P .
5. Вычислить коэффициент вязкости η по формуле (5).
6. Вычислить среднюю длину свободного пробега λ по формуле (6).
7. Вычислить эффективный диаметр молекул воздуха d по формуле (7)

Данные измерений и вычислений занести в таблицу:

$h_1, \text{м}$	$h_2, \text{м}$	$\tau, \text{с}$	$T, \text{К}$	$P, \text{Па}$	$\eta, \text{кг/м}\cdot\text{с}$	$\lambda, \text{м}$	$d, \text{м}$

Теоретическое описание

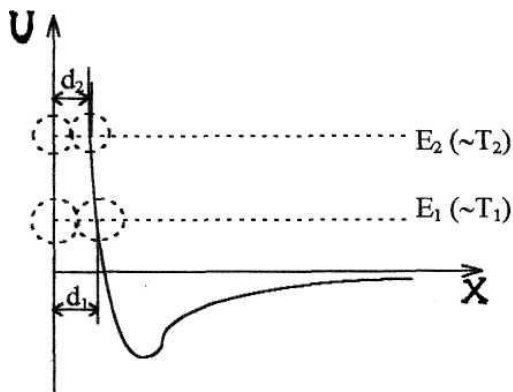


Рис.2

Средней длиной свободного пробега молекул λ называется среднее расстояние, проходимое молекулой между двумя последовательными столкновениями с другими молекулами.

Расстояние d , на которое сближаются при столкновении центры молекул, называется *эффективным диаметром молекулы*. На рис.2 видно, что чем больше начальная кинетическая энергия молекулы (т.е. чем выше температура), тем больше d . Следовательно, эффективный диаметр молекул уменьшается с повышением

температуры. Правда, изменение d с ростом температура незначительно. Величина $\sigma = \pi d^2$ называется *эффективным сечением молекулы*.

Молекулярно-кинетическая теория газов приводит к выводу. Что длина свободного пробега λ обратно пропорциональна концентрации n и эффективному поперечному сечению молекулы

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma n}. \quad (1)$$

Эта формула имеет очевидный физический смысл: свободный пробег тем меньше, чем гуще расположены молекулы (т.е. чем больше n) и чем больше перекрываемая каждой молекулой площадь (т.е. чем больше σ).

При постоянной температуре плотность молекул n пропорциональна давлению газа. Следовательно, длина свободного пробега обратно пропорциональна давлению:

$$\lambda \sim \frac{1}{P}.$$

Из-за уменьшения эффективного диаметра молекул длина свободного пробега при повышении температуры слабо растет.

Измерить λ практически невозможно, но через λ выражаются все коэффициенты переноса, которые сравнительно просто можно измерить на опыте.

Динамическая вязкость газов выражается следующим образом:

где $\langle v \rangle$ – средняя скорость газовых молекул, ρ – плотность газа.

Сначала нужно измерить вязкость η , затем по формуле (2) вычислить свободный пробег λ и, наконец, по формуле (1) вычислить σ или d .

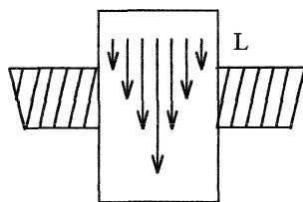


Рис.3

Что касается опыта, то нужно выбрать такое физическое явление, чтобы оно позволяло простым образом измерить вязкость воздуха.

В настоящей работе в качестве такого явления используется вязкое течение воздуха через капилляр.

На рис.1 изображена схема установки. Ее основная часть – капилляр L, показанный на рис.3 в увеличенном

масштабе.

Если на концах капилляра создать разность давлений $\Delta P = P - P_1$, то в капилляре возникает вязкое течение воздуха, профиль скоростей которого показан на рис.3. За время τ через него протекает объем воздуха V , который можно вычислить по формуле Пуазейля:

$$V = \frac{\pi r^4}{8\eta l} \Delta P \tau, \quad (3)$$

где r – радиус капилляра, l – его длина.

Разность давлений на концах капилляра устанавливается благодаря тому, что через кран К из баллона вытекает вода.

Необходимо, чтобы вода вытекала каплями. Тогда давление воздуха в баллоне P_1 и гидростатическое давление столба жидкости высотой h уравновесят атмосферное p давление т.е.

$$P_1 + \rho_{\text{воды}} g h = P,$$

откуда следует

$$\Delta P = P - P_1 = \rho_{\text{воды}} g h$$

Так как h меняется медленно, причем изменение линейное, то в формулу (3) следует подставлять среднее значение

$$\Delta P = \rho_{\text{воды}} g \langle h \rangle = \rho_{\text{воды}} g \frac{h_1 + h_2}{2}. \quad (4)$$

С другой стороны, объем воздуха, прошедшего через капилляр, равен объему вытекающей воды, который легко определяется по формуле

$$V = S(h_1 - h_2).$$

Итак, следует измерить 4 величины: V , τ , h_1 и h_2 . Затем найти ΔP по формуле (4) и η из формулы (3).

$$\eta = \frac{\pi r^4 \rho_{\text{воды}} g (h_1 + h_2) \tau}{16 l S (h_1 - h_2)}. \quad (5)$$

Остается вычислить λ , и d . Для этого нужно несколько преобразовать исходные формулы (1) и (2).

Учитывая, что $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ и $\rho = \frac{\mu P}{RT}$, из формулы (2) находим

$$\lambda = \frac{3\eta}{P} \sqrt{\frac{\pi RT}{8\mu}}. \quad (6)$$

Так как $n = \frac{P}{kT}$, то из формулы (1) имеем:

$$d = \sqrt{\frac{kT}{\sqrt{2\pi P \lambda}}}. \quad (7)$$

Во всех формулах r – радиус капилляра, l – длина капилляра, S – площадь сечения сосуда с водой, $\rho_{\text{воды}} = 1000 \text{ кг/м}^3$ – плотность воды, $R = 8,31 \text{ Дж/моль}\cdot\text{К}$ – универсальная газовая постоянная, $k = 1,38 \cdot 10^{23} \text{ Дж/К}$ – постоянная Больцмана, μ

$= 0,029$ кг/моль – молярная масса воздуха, $g = 9,8$ м/с² – ускорение свободного падения, $T = (t+273)$ К

Контрольные вопросы.

1. Дать определение средней длины свободного пробега молекул.
2. Как зависит длина свободного пробега от температуры?
3. Как зависит длина свободного пробега при постоянной температуре от давления?
4. Что такое эффективный диаметр молекул?
5. Каким методом определяется средняя длина свободного пробега и эффективный диаметр молекул в данной работе?
6. Какие явления называются явлениями переноса?
7. Что такое вязкость или внутреннее трение?

Литература

1. Савельев И.В. Курс физики. Т.1 - М., Наука, 1989. 352 с. Пар. 62,78-80.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 21

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ПРОВОДНИКА С ТОКОМ

Цель работы: изучение свойств электрических полей в проводящей жидкости, получение графического изображения поля с помощью эквипотенциальных поверхностей и силовых линий

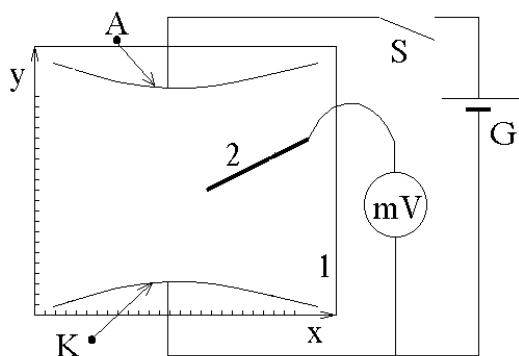


Рис.1

Основной частью лабораторной установки является кювета (прямоугольный сосуд) с слабопроводящей жидкостью и два электрода А и К (рис.1). Разность потенциалов между электродами создается источником постоянного напряжения. К одному из электродов К (катоде) присоединен одной клеммой вольтметр, другая клемма которого соединена с зондом 2. При касании зондом какой-либо точки жидкости вольтметр покажет

потенциал этой точки относительно катода (потенциал катода приравнивается нулю). Измеряя потенциалы различных точек поля, имеющих один и тот же потенциал, можно построить систему эквипотенциальных линий, затем изобразить совокупность силовых линий и при необходимости вычислить E в любой точке поля по формуле (7).

Порядок выполнения работы

1. Перерисовать с установки в натуральную величину координатные линейки и электроды.
2. Определить потенциал анода φ_A , и записать его величину.
3. Найти эквипотенциаль со значением $\varphi_1 = 0,8\varphi_A$. Для этого следует поместить острие зонда в сосуд с жидкостью над одной из вертикальных линий миллиметровой бумаги, расположенной под прозрачным сосудом и, перемещая его вдоль этой линии, найти координаты точки, в которой потенциал имеет значение φ_1 . Отметить эту точку на вашем графике на стр.1. Помещая зонд последовательно над второй, над третьей и т.д. вертикальными линиями миллиметровой бумаги и перемещая зонд вдоль них, найти точки с тем же потенциалом φ_1 . Если нужный потенциал отсутствует на вертикальной линии, попробуйте двигаться по горизонтальной линии.
4. Соединив на своем рисунке точки с потенциалом φ_1 , вы получите первую из искомых эквипотенциалей.
5. Аналогичные измерения проделать для потенциалов $\varphi_2 = 0,6\varphi_A$, $\varphi_3 = 0,4\varphi_A$, $\varphi_4 = 0,2\varphi_A$.
6. Аккуратно, соблюдая взаимную ортогональность, нарисовать на бумаге систему силовых линий, указав стрелками их направление.
7. Вычислить по формуле (7) значения E во всех точках пересечения какой-либо одной силовой линии с эквипотенциалью (по заданию преподавателя).

8. Получить подпись преподавателя об окончании эксперимента.

Теоретическая часть

Если токи стационарные (т.е. не изменяются во времени), то распределение электрических зарядов в проводящей среде тоже не меняется во времени, хотя и происходит движение зарядов. Это обусловлено тем, что в каждой точке проводника на место уходящих зарядов непрерывно поступают новые заряды в таком же количестве. Поэтому в случае постоянного тока движущиеся заряды создают такое же поле, что и неподвижные заряды той же концентрации. Следовательно, электрическое поле проводника с постоянным током будет потенциальным, как и поле неподвижных зарядов (электростатическое).

Силы, действующие на электрический заряд со стороны поля неподвижных зарядов, являются **потенциальными**. Это значит, что работа, совершаемая этими силами над перемещающимся точечным зарядом q' , не зависит от траектории этого заряда, а зависит лишь от его начального и конечного положений. Поле стационарных зарядов, в котором и действуют такие силы, также называется **потенциальным**. Работа потенциальных сил при перемещении заряда совершается за счет уменьшения потенциальной энергии его взаимодействия с полем $A_{\text{поля}} = -\Delta U$.

Каждой точке потенциального поля можно сопоставить специальную скалярную функцию координат $\varphi(x, y)$, называемую потенциалом. Потенциал численно равен потенциальной энергии **единичного** пробного заряда q' , помещенного в данную точку поля, т.е.

$$\varphi(x, y) = \frac{U(x, y)}{q'} \quad (1)$$

где q' - величина пробного заряда, а $U(x, y)$ - его потенциальная энергия в точке поля с координатами x и y .

Если принять потенциал на бесконечности равным нулю, то физический смысл потенциала можно представить как **работу внешних сил по перемещению единичного пробного заряда из бесконечности в данную точку**. Соответственно разность потенциалов - это работа внешних сил по перемещению единичного пробного заряда из первой точки во вторую.

Потенциал является вспомогательной - энергетической - характеристикой поля, основная же его характеристика - силовая - называется электрическим вектором или напряженностью электрического поля. Электрическим вектором \vec{E} называется физическая величина, численно равная силе, действующей на единичный пробный заряд, помещенный в данную точку поля, т.е.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}(x, y)}{q'} \quad (2)$$

Так же, как и потенциал, электрический вектор является функцией координат. Между \vec{E} и φ существует зависимость, вытекающая из определения этих величин:

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi \quad (3)$$

где $\text{grad } \varphi$ называется градиентом потенциала. В двумерном случае в декартовой системе координат $\text{grad } \varphi = \vec{e}_x \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \vec{e}_y \frac{\partial \varphi}{\partial y}$ (4)

\vec{e}_x и \vec{e}_y - единичные орты координатных осей. Таким образом,

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}, E_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y} \quad (5)$$

Для наглядного (графического) изображения поля используют эквипотенциальные поверхности и силовые линии. **Эквипотенциальные поверхности** - поверхности равного потенциала - удовлетворяют условию $\varphi(x, y, z) = \text{const}$; в рассматриваемом случае плоского поля это уже не поверхность, а линии, уравнение которых $\varphi(x, y) = \text{const}$.

Силовые линии - это геометрические линии, в каждой точке которых вектор \vec{E} направлен по касательной. Можно показать, что эквипотенциальные поверхности и силовые линии взаимно перпендикулярны, а градиент направлен по нормали к эквипотенциальной поверхности и равен по модулю $d\varphi/dn$, где dn - расстояние по нормали между двумя эквипотенциальными поверхностями, потенциалы которых отличаются на бесконечно малую величину $d\varphi$. Поэтому

$$\vec{E} = -\frac{d\varphi}{dn} \vec{e}_n, \quad (6)$$

где \vec{e}_n - единичный вектор, направленный по нормали к эквипотенциальной поверхности. Как видно, вектор \vec{E} направлен в сторону убывания потенциала.

Во всех практических приложениях вместо точной формулы (6) приходится использовать приближенное выражение

$$E \approx \frac{\Delta \varphi}{\Delta n} \quad (7)$$

Силовые линии можно воспроизвести, учитывая, что они в каждой точке пространства должны быть *перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям*.

Контрольные вопросы

1. Какие поля называются потенциальными? Как записать условие потенциального характера поля?
2. Что такое потенциал? Разность потенциалов? Каков физический смысл этих характеристик?
3. Как определяется и какой смысл имеет электрический вектор \vec{E} ? Как он связан с потенциалом?
4. Что собой представляет градиент потенциала? Чему равен его модуль? Проекции? Как он направлен? Как он направлен?
5. Почему поле постоянного тока является потенциальным?

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. - 2-е изд. - М.: Наука, 1982, т.2

ИЗМЕРЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЙ ПРОВОДНИКОВ МОСТОВЫМИ СХЕМАМИ

Цель работы: определение удельного сопротивления с помощью моста Уитсона, определение сопротивления гальванометра с помощью моста Томсона.

Описание установки

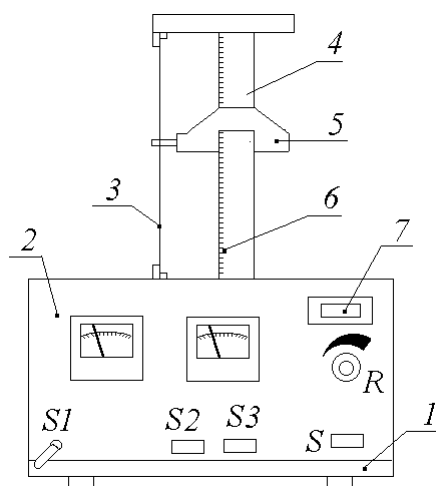


Рис.1. Общий вид установки

Общий вид установки представлен на рис.1. К основанию (1) прикреплена колонна (4) с нанесенной метрической шкалой (6). Подвижный кронштейн (5) может передвигаться вдоль колонны. Между верхним и нижним неподвижным кронштейнами натянут резистивный провод (3). Нажатие клавиши S прибора (2) вызывает включение напряжения питания, при этом высвечивается индикатор (7). Переключением клавиши $S2$ выбирается вид работы установки (мост Томсона или определение удельного сопротивления проводника).

Переключением клавиши $S3$ позволяет точно ток или напряжение при нижнем положении переключателя $S1$ и нажатой клавише $S2$. Клавиша $S3$ также служит для переключения резисторов R_0 в мосту Томсона при отжатой клавише $S2$. Ручка резистора R позволяет регулировать силу тока в схеме.

Порядок выполнения работы

Определение удельного сопротивления резистивного провода.

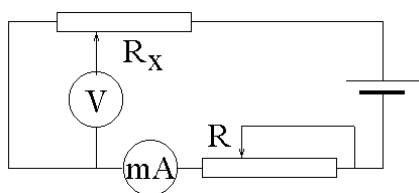


Рис.2

Установите режим работы установки для определения удельного сопротивления проводника. Для этого необходимо произвести следующие операции с переключателями и клавишами:

1. Поставить переключатель $S1$ в нижнее положение.
2. Нажать клавишу $S2$ (положение $V - mA$).
3. Клавиша $S3$ в нажатом положении. При таком положении переключателей и клавишей включена схема, изображенная на рис.2.
4. Включите вилку провода от установки в розетку напряжением 220 В. Нажмите клавишу S (сеть).
5. Передвиньте подвижный кронштейн на колонне на 35 см от основания (необходимо определить положение риски на подвижном кронштейне по шкале на колонне). Регулятором тока R установите такое значение тока, чтобы вольтметр показывал приблизительно $2/3$ измерительного диапазона.

6. Запишите показания амперметра и вольтметра в табл.1.

7. Удельное сопротивление проводника подсчитать по формуле $\rho = US / Il$, где U – напряжение на проводнике; I – ток в проводнике; l – длина проводника; S – площадь его поперечного сечения.

8. Значение напряжения и тока измерьте для трех различных длин проводника. Данные занести в табл.1.

№п/п	$U, В$	$I, 10^{-3} А$	$l, м$	$S, м^2$	$\rho, Ом \cdot м$	$\langle \rho \rangle, Ом \cdot м$	$\Delta \rho, Ом \cdot м$	$\langle \rho \rangle, Ом \cdot м$	$E \%$

Определение сопротивления гальванометра с помощью моста Томсона.

1. Схема моста Томсона показана на рис.4. Для включения такой схемы необходимо отжать клавишу $S2$ (положение – мост)

2. Переключатель $S1$, разрывающий диагональ моста, поставьте в нижнее положение; отожмите клавишу $S3$, при этом подключается в плечо моста резистор R_{01} .

3. Регулятором R установите стрелку вольтметра так, чтобы она не зашкаливала.

4. Поставьте переключатель $S1$ в верхнее положение, при этом показание вольтметра изменится; с помощью подвижного кронштейна добейтесь первоначального показания вольтметра (как и при нижнем положении переключателя $S1$), т.е. уравновесьте мост.

5. Проверьте равновесие моста переводом переключателя $S1$ в нижнее и вновь в верхнее положение. Стрелка вольтметра при этом не должна изменять своего положения.

6. Запишите значение сопротивления подключенного резистора R_{01} и длину проводника l_1 от основания до риски на подвижном кронштейне в табл.2.

7. Верните переключатель $S1$ в нижнее положение, разрывая диагональ моста. Нажмите клавишу $S3$, тем самым подключая в плечо моста резистор R_{02} . Переведите переключатель $S1$ в верхнее положение, замыкая диагональ моста. Показание вольтметра изменится. Снова уравновесьте мост передвиганием подвижного кронштейна. Проверьте равновесие моста переводом переключателя $S1$ в нижнее и вновь в верхнее положение. Стрелка вольтметра при этом не должна изменять своего положения.

8. Запишите значение сопротивления подключенного резистора R_{02} и длину проводника l_1 от основания до риски на подвижном кронштейне в табл.2.

9. Повторите пункты 2 – 8 еще при двух различных значениях напряжения, изменяя его регулятором R

10. Сопротивление гальванометра вычислите по формуле $R_x = R_0 \frac{l_1}{l - l_1}$, где $l=51$, см – длина всего провода.

Измерения и окончательный результат занесите в табл.2

№ п/п	R_0 , Ом	l_1 , см	R_x , Ом	$\langle R_x \rangle$, Ом	ΔR_x , Ом	$\langle \Delta R_x \rangle$, Ом	E , %

Теоретическое описание

Ток, текущий по проводнику, удовлетворяет закону Ома:

$$I = \frac{U}{R} \quad (1)$$

где U – напряжение на проводнике; R – сопротивление проводника. Опыт показывает, что сопротивление проводника зависит от его формы, размеров и материала, из которого изготовлен проводник. Сопротивление однородного цилиндрического проводника может быть подсчитано по формуле

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (2)$$

где l – длина проводника; S – площадь поперечного сечения; ρ – величина, зависящая от материала проводника, называемая *удельным сопротивлением материала*:

$$\rho = R \frac{S}{l} \quad (3)$$

Отсюда видно, что удельное сопротивление ρ численно равно сопротивлению проводника, имеющего длину 1 м и площадь поперечного сечения 1 м². В системе СИ единицей удельного сопротивления является 1 Ом·м.

Кроме удельного сопротивления ρ используют также обратную величину:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad (4)$$

называемую удельной проводимостью или удельной электропроводностью.

Если проводник имеет произвольную форму или клеммы, через которые подводят к нему напряжение, расположены в произвольных точках его поверхности, то сопротивление его, определяемое законом Ома (1), сохраняет свой смысл. Однако в этом случае сопротивление нельзя вычислить с помощью формулы (2). Плотность тока

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}} \quad (5)$$

будет различной в разных точках проводника. Поэтому распределение плотности тока в объеме проводника следует определять, используя фундаментальное соотношение

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (6)$$

называемое законом Ома в локальной форме (\vec{E} – вектор напряженности электрического поля в данной точке проводника).

Физическое содержание понятий удельного сопротивления и удельной электропроводности можно понять, исходя из представлений классической электронной теории. В этой теории предполагают, что свободные электроны в металлах ведут себя подобно идеальному газу. Если в проводнике создать электрическое поле \vec{E} , то на хаотическое тепловое движение электронов,

которому соответствует средняя скорость $\langle v \rangle$, наложится упорядоченное движение со средней скоростью v_d – скоростью дрейфа. При этом

$$j = en v_d \quad (7)$$

где n – число электронов в единице объема; e – заряд электрона. Предполагается, что максимальное значение направленной составляющей скорости v_{max} , которую приобретает электрон между двумя последовательными столкновениями с ионами кристаллической решетки, полностью теряется при столкновении. При этом энергия упорядоченного движения электрона преобразуется во внутреннюю энергию проводника, который нагревается при прохождении по нему электрического тока. Вычисления приводят к следующему выражению для средней скорости v_d направленного движения электронов

$$v_d = \frac{e E \lambda}{2 m \langle v \rangle} \quad (8)$$

где λ – средняя длина свободного пробега электронов, которую считают по порядку величины равной параметру кристаллической решетки металла; m – масса электрона.

Подставляя формулу (8) в формулу (7), получаем

$$j = \frac{e^2 n \lambda E}{2 m \langle v \rangle} \quad (9)$$

что при сопоставлении с формулой (6) дает для σ выражение

$$\sigma = \frac{e^2 n \lambda}{2 m \langle v \rangle} \quad (10)$$

Определение сопротивления проводника с помощью моста Уитсона

Для определения сопротивления проводников существуют различные методы. Одним из них является метод измерения сопротивлений при помощи мостовой схемы. Мостовые схемы представляют собой разветвленные цепи, для расчета которых применяются *правила Кирхгофа*.

Первое правило Кирхгофа гласит, что алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum I_i = 0 \quad (11)$$

Уравнение (11) можно написать для каждого из N узлов цепи. Однако независимыми являются только $N - 1$ уравнение. Направления токов в участках цепи выбираются произвольно, а знаки для определенности считают положительными для токов, подходящих к узлу, и отрицательными для токов, отходящих от узла.

Второе правило гласит, что алгебраическая сумма напряжений в замкнутом контуре равна алгебраической сумме э.д.с., входящих в этот контур:

$$\sum I_i R_i = \sum \varepsilon_i \quad (12)$$

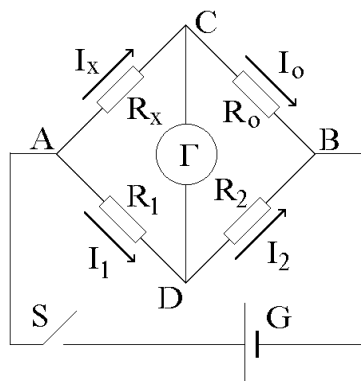


Рис.3

При заданном направлении обхода контуров положительными считаются те токи и э.д.с., направления которых совпадают с направлением обхода.

Среди уравнений (12) независимыми будут только уравнения для тех контуров, которые нельзя получить наложением других контуров друг на друга.

Мостовая схема постоянного тока, часто называемая сокращенно мостом Уитсона, представляет собой замкнутый четырехугольник, составленный из сопротивлений R_o , R_1 , R_2 , R_x (рис.3). В диагональ AB четырехугольника включается источник постоянного тока с электродвижущей силой ε , в диагональ CD — чувствительный гальванометр Γ . Эта диагональ схемы и называется мостом в собственном смысле. Весь процесс измерений при помощи этой схемы связан с требованием равенства нулю тока в мосте, отсюда и распространение названия "мост" на всю схему. При произвольном соотношении сопротивлений, составляющих всю мостовую схему, через гальванометр, разумеется, должен идти ток, но (это можно показать простым расчетом) существует одно определенное соотношение между сопротивлениями, составляющими схему, при котором ток, идущий через гальванометр, обращается в нуль, хотя при этом во всех других звеньях схемы ток не равен нулю.

Если ток в гальванометре отсутствует, то применяя к контурам $ADCA$ и $CBDC$ второе правило Кирхгофа, получим

$$\begin{aligned} I_x R_x - I_1 R_1 &= 0 \\ I_o R_o - I_2 R_2 &= 0 \end{aligned} \quad (13)$$

Применяя к узлам C и D первое правило Кирхгофа, будем иметь

$$I_o = I_x, \quad I_1 = I_2 \quad (14)$$

Из выражений (13) и (14) получим $\frac{R_x}{R_o} = \frac{R_1}{R_2}$ или

$$R_x = R_o \frac{R_1}{R_2} \quad (15)$$

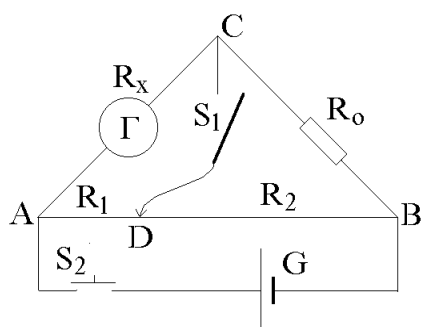


Рис.4

Определение сопротивления гальванометра с помощью моста Томсона

Для измерения сопротивления используется мост постоянного тока с некоторыми изменениями в расположении его отдельных частей. Схема моста

Томсона показана на рис.4. Цепь питается от источника постоянного напряжения G . Величина напряжения регулируется так, чтобы при заданных значениях сопротивлений R_o, R_1, R_2 стрелка гальванометра не выходила за пределы шкалы.

Сопротивлением R_o служит магазин сопротивлений. Сопротивлениями R_1 и R_2 служат части реохорда AB (рис.4). Реохордом называют однородную проволоку, изготовляемую из высокоомного материала. По проволоке реохорда перемещается подвижный контакт D , соединенный с гальванометром Γ . Этот контакт делит реохорд на две части: AD и DB . Вследствие того, что проволока реохорда однородна и тщательно калибрована, отношение сопротивлений участков цепи AD и DB (плеч реохорда) на основании формулы (2) можно заменить отношением соответствующих длин плеч реохорда:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{l_1}{l_2} \quad (16)$$

Если потенциалы точек C и D равны ($\varphi_C = \varphi_D$), то ток в диагонали CD равен нулю, и потому замыкание и размыкание кнопки S_1 не будут вызывать изменений тока в ветвях мостовой схемы, в том числе и в ветви гальванометра Γ . При этом будет выполняться соотношение (15):

$$R_x = R_o \frac{R_1}{R_2} = R_o \frac{l_1}{l_2}$$

Таким образом, мостовая схема может быть использована не только для измерений сопротивлений различных проводников, но и для измерения сопротивления гальванометра. При этом не требуется включение второго прибора в диагональ схемы для использования схемы в обычном порядке.

Контрольные вопросы

1. Объяснить механизм электропроводности металлов. Какова природа сопротивления? Что такое удельное сопротивление, от чего оно зависит?
2. Сформулировать правила Кирхгофа. Пояснить, как ими пользоваться. Записать уравнения для определения токов в неравновесной мостовой схеме.
3. Вывести условие равновесия мостовой схемы.
4. Чем отличаются мостовые схемы Томсона и Уитстона? В каких случаях применяется та или другая мостовая схема для измерения сопротивлений?

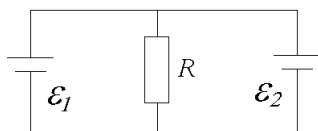


Рис.5

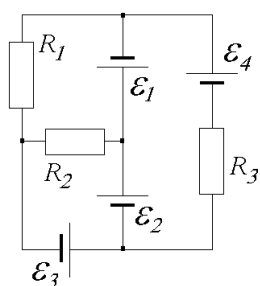


Рис.6

5. Найдите ток, протекающий через сопротивление R на рис.5. $\varepsilon_1=10\text{В}$, $\varepsilon_2=5\text{В}$, $R=10\text{Ом}$, внутренние сопротивления э.д.с. равны $r = 1\text{ Ом}$.
6. Запишите систему уравнений для токов, протекающих в электрической схеме на рис.6.

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. - 2-е изд. - М.: Наука, 1982, т.3. с.165-170, 176-180

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №23

РЕЛАКСАЦИОННЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Цель работы: исследование характера релаксационных колебаний в схеме с газоразрядной лампой и их применение

Порядок выполнения работы

А. Построение вольт-амперной характеристики неоновой лампы.

1. Разберитесь в назначении элементов схемы (рис.1).

2. Регуляторы R_1 и R_2 поверните до упора против часовой стрелки, переключатель S_1 - в нейтральное положение.

3. Включите установку в сеть.

4. Медленно увеличивая напряжение с помощью потенциометра R_1 , заметьте момент зажигания лампы (стрелка микроамперметра резко отклонится от нуля). Вольтметр покажет напряжение зажигания U_3 (кнопку S_2 в процессе измерений держать замкнутой).

5. Продолжая увеличивать напряжение, измеряйте ток, текущий через лампу.

6. После достижения максимально возможного напряжения начните уменьшать его до полного гашения лампы ($U_Г$), записывая значения тока.

7. Данные занесите в таблицу

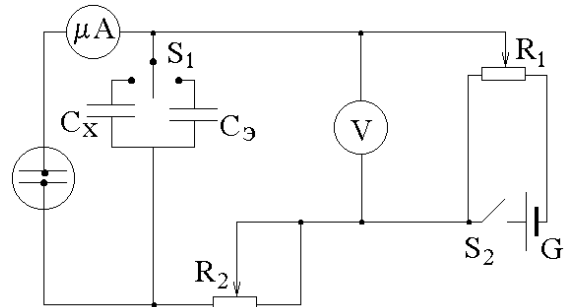


Рис. 1 Схема установки

При увеличении напряжения		При уменьшении напряжения	
U, В	I, мкА	U, В	I, мкА

8. По данным таблицы постройте график $I = f(U)$.

Б. Определение величины неизвестной емкости.

1. Переключатель S_1 поставьте в положение СЭ (в цепь включается эталонный конденсатор). Ручку R_2 поверните до упора против часовой стрелки.

2. Увеличивая напряжение, добейтесь возникновения колебаний, наблюдаемых по миганию неоновой лампочки, наименьшей частоты. Определите время 10 миганий лампочки. По формуле $T_3 = t_3/10$ рассчитайте период колебаний.

3. Включите в цепь конденсатор неизвестной емкости и определите период колебаний $T_x = t_x/10$. При этом ручки R_1 и R_2 не трогайте!

4. Найдите емкость C_x , зная из формулы (7), что

$$T_3 = \frac{U_3 - U_r}{\varepsilon} RC_3, T_x = \frac{U_3 - U_r}{\varepsilon} RC_x, \text{ и следовательно } C_x = C_3 \frac{T_x}{T_3}$$

t_3, c	t_x, c	T_3, c	T_x, c	$C_3, \text{мкФ}$	$C_x, \text{мкФ}$

Теоретическое описание

Для получения длительно существующих электрических (и механических) колебаний большое значение имеют автоколебательные системы. Они характеризуются следующими отличительными свойствами.

1. Автоколебательные системы способны генерировать незатухающие колебания. Эти колебания могут быть гармоническими или более сложной формы, но они могут продолжаться неограниченно долго, до тех пор, пока не выйдут из строя элементы, образующие систему.

2. Автоколебательные системы отличаются от колебательного контура с сопротивлением, равным нулю. Такой контур представляет собой идеальный случай, не достижимый на практике, в то время, как автоколебательные системы являются реальными устройствами, сопротивление которых не равно нулю.

3. В автоколебательных системах незатухающие колебания возникают под влиянием процессов, происходящих внутри системы, и для их поддержания не требуется никаких внешних воздействий.

4. В состав автоколебательных систем входит источник энергии (в случае механических колебаний - сжатая пружина, поднятый груз и т.д., в случае электрических - батарея или иной источник тока). Этот источник периодически включается самой системой и вводит в нее определенную энергию, компенсирующую потери на выделение тепла Джоуля-Ленца, что и делает колебания незатухающими. Рассмотрим в качестве примера автоколебательной системы электрическую цепь, содержащую конденсатор и сопротивление (рис.2). Разряд конденсатора через сопротивление представляет собой аperiodический процесс. Разряду можно, однако, придать периодический характер, возобновляя заряд конденсатора через равные промежутки времени. Колебания в этом случае являются совокупностью двух аperiodических процессов - процесса зарядки конденсатора и процесса его разрядки. Такие колебания называются *релаксационными*.

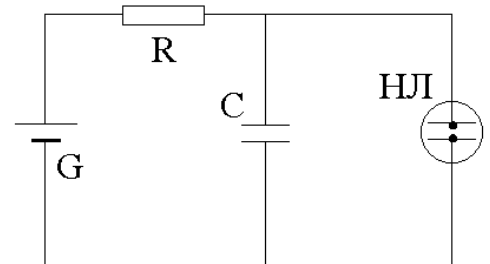


Рис. 2

В нашей установке роль "ключа", обеспечивающего попеременную зарядку и разрядку конденсатора, играет газоразрядный диод НЛ (неоновая лампа). Неоновая лампа включена параллельно конденсатору. Если бы неоновой лампы не было, то напряжение на конденсаторе увеличивалось бы с течением времени пропорционально заряду q и стремилось бы асимптотически к ЭДС источника. Уравнение этой кривой выражается формулой

$$U_C = \varepsilon(1 - e^{-t/RC}) \quad (1)$$

где U_C - напряжение на конденсаторе, ε - ЭДС источника, t - время, R - сопротивление цепи, C - емкость конденсатора.

В том, что это так, можно убедиться, записав закон Ома для участка цепи 1-G-R-2, изображенного на рис.3 (ключ S замкнули в момент $t = 0$);

$$(\varphi_2 - \varphi_1) + IR = \varepsilon \quad (2)$$

Учитывая, что $I = dq/dt$ и $(\varphi_2 - \varphi_1) = U_C = q/C$, перепишем

$$\text{уравнение (2) в виде} \quad \frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{\varepsilon}{R} \quad (3)$$

Разделение переменных дает

$$\frac{Rdq}{\varepsilon - q/C} = dt \quad (4)$$

Интегрируя уравнение (4) в пределах от 0 до t , находим $RC \ln(1 - \varepsilon C) = -t$ откуда

$$q = \varepsilon C(1 - e^{-t/\tau}) \text{ или } U_C = \varepsilon(1 - e^{-t/\tau}) \quad (5)$$

где $\tau = RC$ - время релаксации.

Начальную часть кривой приближенно можно представить прямой линией:

$$U_C = \varepsilon \frac{t}{\tau}, \quad (6)$$

так как $e^{-t/\tau} \approx 1 - t/\tau$ при $t \ll \tau = RC$.

При наличии неоновой лампы происходит иное.

Основная особенность неоновой лампы состоит в том, что она начинает проводить ток только при определенной разности потенциалов между ее электродами U_3 . Если напряжение на электродах лампы $U < U_3$, ток через лампу не идет, так как неон является диэлектриком. В этом случае внутреннее сопротивление лампы бесконечно велико. При разности потенциалов U_3 происходит пробой диэлектрика, и через лампу идет ток - лампа зажигается. Внутреннее сопротивление ее при этом скачком уменьшается до определенной конечной величины. U_3 называется потенциалом зажигания лампы, он зависит от расстояния между электродами, формы электродов, а также от природы и давления наполняющего лампу газа. После зажигания лампа может гореть уже при более низком напряжении, гаснет она при некотором напряжении U_r , называемом потенциалом гашения.

В результате периодического повторения процессов зажигания и гашения неоновой лампы возникают колебания напряжения U_C , выражаемые пилообразной кривой (рис.4). По такому же закону изменяется и заряд конденсатора.

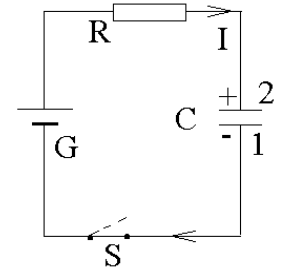


Рис. 3

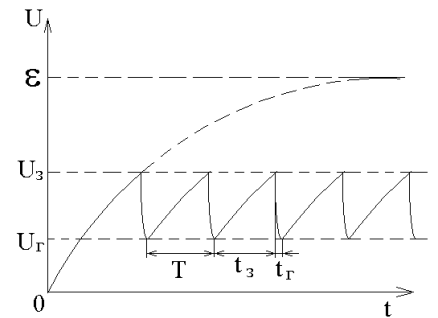


Рис. 4

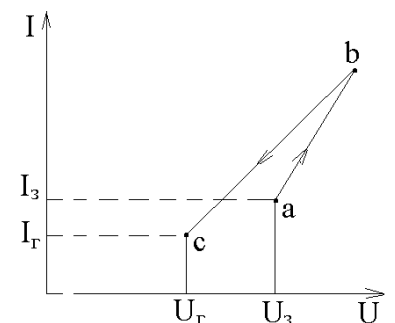


Рис. 5

Предположим для простоты, что время разрядки конденсатора весьма мало по сравнению со временем его зарядки. Тогда период колебаний - это есть время, в течение которого напряжение повышается от значения U_r до U_z . Используя формулу (6), можно получить для него выражение

$$T = \frac{U_z - U_r}{\varepsilon} RC = \frac{U_z - U_r}{\varepsilon} \tau \quad (7)$$

Вольт-амперная характеристика неоновой лампы имеет вид, показанный на рис.5. При малом напряжении на электродах ток через лампу равен нулю. При зажигании лампы $U=U_z$ ток скачком достигает величины I_z . При дальнейшем увеличении напряжения ток в лампе все время возрастает по прямой ab . Если уменьшить напряжение, то ток уменьшится по прямой bc , близкой к ab . Когда напряжение упадет до U_r , плавное уменьшение тока будет еще продолжаться, и лишь при $U = U_r$ ток через лампу скачком падает до нуля.

Контрольные вопросы

1. Что собой представляют автоколебания? Приведите примеры автоколебательных систем в механике и электричестве.
2. Используя правило Кирхгофа, запишите дифференциальное уравнение зарядки конденсатора и найдите его решение. Какой вид имеет зависимость напряжения на обкладках конденсатора от времени?
3. Пластины заряженного конденсатора замыкают проводником сопротивлением R . Как быстро конденсатор разрядится на 99%? (решение, аналогичное решению задачи из вопроса №2).
4. Какова роль неоновой лампы в изучаемой схеме?
5. Получите самостоятельно формулу (7).

Литература

1. Иродов И.Е. "Основные законы электромагнетизма" изд.2-е, М.: Высш. шк., 1991, 289 с. §5.6 Переходные процессы в цепи с конденсатором (стр.124)

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №24 ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ

Цель работы: ознакомление с термоэлектрическими явлениями, градуировка термопары и определение удельной термоэлектродвижущей силы.

Порядок выполнения работы

1. Определите по термометру ТЕР на установке комнатную температуру $t_{\text{комн}}$, одинаковую для спаев а, б и с при выключенном нагревателе R.

2. Включите установку в сеть. Нагревая рабочий спай термопары, через каждые 5°C измеряйте по вольтметру величину Э.Д.С. ε'_T . Нагревание производите до 80°C . Результаты измерений занесите в таблицу.

3. При достижении 80°C выключите установку и продолжите измерение термо-э.д.с. ε''_T при естественном остывании рабочего спая, фиксируя те же значения температуры, какие были при нагревании, но в обратном порядке вплоть до комнатной. Данные занесите в таблицу и получите подпись преподавателя о завершении эксперимента.

4. Для каждой температуры вычислите среднее значение

$$\varepsilon_T = \frac{1}{2}(\varepsilon'_T + \varepsilon''_T)$$

и постройте график зависимости ε_T от $\Delta t = t - t_{\text{комн}}$

5. Вычислите величину удельной термо-э.д.с. α , используя прямолинейный участок построенного

графика так, как это показано на рис.2, по формуле $\alpha = \frac{\varepsilon_{T_2} - \varepsilon_{T_1}}{\Delta t_2 - \Delta t_1}$. Участок графика

должен содержать несколько экспериментальных точек

t, °C	Δt , °C	ε'_T , мВ	ε''_T , мВ	ε_T , мВ

$t_{\text{комн}} = \dots^\circ\text{C}$

$\alpha = \dots$

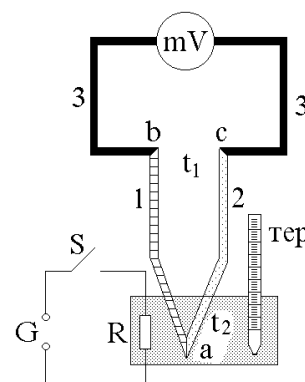


Рис.1 Схема установки

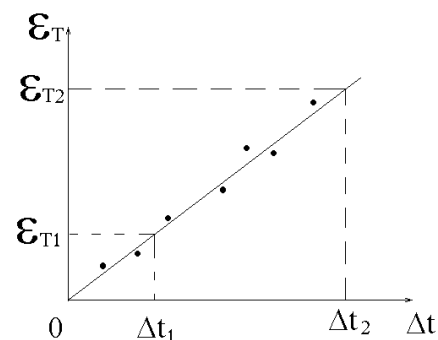


Рис.2 График $\varepsilon_T(\Delta t)$

Теоретическое описание

Металл в целом электронейтрален. Электроны проводимости в металле движутся хаотически с огромной скоростью $V \sim 10^5$ м/с. Некоторые из них могут случайно выйти наружу из металла. Удаление электрона от наружного слоя положительных ионов решетки приводит к возникновению в том месте, которое покинул электрон, избыточного положительного заряда. Кулоновское взаимодействие с этим зарядом заставляет электрон, скорость которого не очень велика, вернуться обратно.

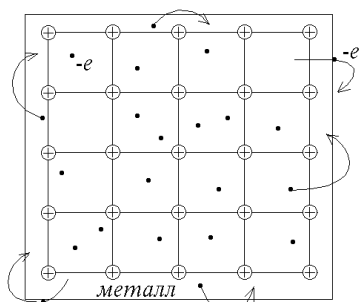


Рис.3

Таким образом, отдельные электроны все время покидают поверхность металла, удаляются от нее на несколько межатомных расстояний и затем поворачивают обратно (см.рис.3). В результате металл оказывается окруженным тонким облаком электронов.

Это облако образует совместно с наружным слоем ионов двойной электрический слой (см.рис.4). Возникающее на границе раздела электрическое поле E_T стремится вернуть вылетевшие электроны в металл. Работа, совершаемая против сил этого поля при переходе электрона из металла наружу, идет на увеличение потенциальной энергии электрона $W = -e\phi$. Поскольку заряд электрона отрицателен, потенциал точки и потенциальная энергия электрона в этой точке имеют разные знаки. Отсюда следует, что потенциал внутри металла больше, чем потенциал в непосредственной близости к его поверхности в вакууме ($\phi_{мет} > \phi_{вак}$).

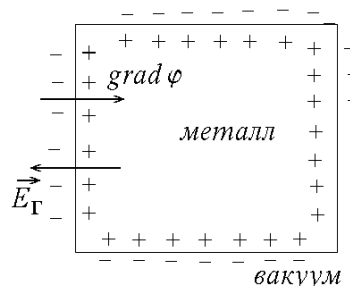


Рис.4

Из квантовой теории известно, что электроны проводимости в металле могут иметь не какие угодно, а только отдельные разрешенные значения энергии, которые заключены при абсолютном нуле в пределах от 0 до максимального значения, совпадающего с энергией Ферми E_F (или химическим потенциалом металла). Эта величина характеризует те электроны в металле, которые обладают наибольшими скоростями, и которым легче всего вырваться из металла. На рис. 5 энергетические уровни зоны проводимости вписаны в "энергетическую яму", которую называют потенциальной ямой.

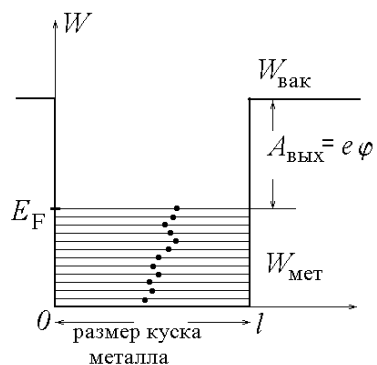


Рис.5

Для удаления за пределы металла разным электронам нужно сообщить неодинаковую энергию. Наименьшая энергия, которую необходимо сообщить электрону для того, чтобы удалить его из металла в вакуум, называется **работой выхода**.

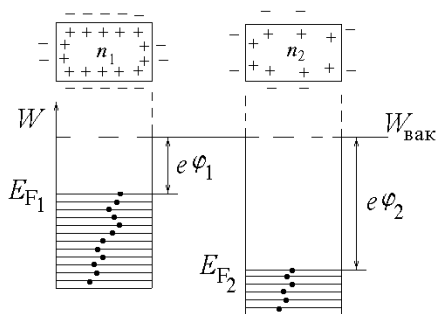


Рис.6

$$A_{\text{вых}} = W_{\text{вак}} - E_F = e\phi$$

Величина ϕ называется потенциалом выхода электрона из металла. Для металла работа выхода равна нескольким эВ и сильно снижается при загрязнении поверхности. Работа выхода электрона из металла немного зависит от температуры. Это вызвано тем, что изменяется с температурой величина энергии Ферми E_F .

Металлы различаются значением концентрации свободных электронов n , работой выхода и положением уровня Ферми (см.рис.6). Чем больше

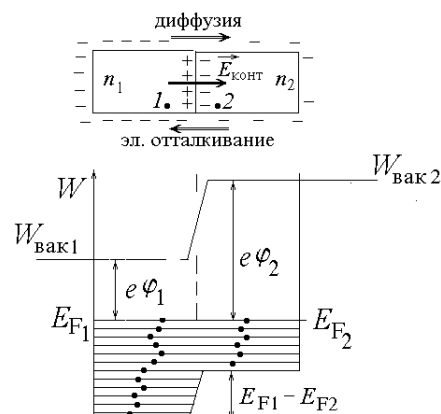


Рис.7

концентрация свободных электронов, тем выше расположен уровень Ферми. Если металлы соединить (см.рис.7), то начнется диффузия свободных электронов из металла, в котором их концентрация больше, в металл, где она меньше. При этом переносится заряд, один металл заряжается положительно, другой - отрицательно. Вблизи границы раздела металлов возникает двойной электрический слой и появляется электрическое поле $\vec{E}_{\text{конг}}$, которое отталкивает диффундирующие электроны обратно. Наступает динамическое равновесие: сколько электронов переносится через границу за счет диффузии, столько же возвращается обратно электрическим полем в месте контакта.

В статистической физике доказывается, что условием равновесия между соприкасающимися металлами (а также между полупроводниками или металлом и полупроводником) является равенство энергий Ферми: $E_{F1} = E_{F2}$ (см.рис.7; в этом случае уровни Ферми располагаются на одной высоте). При соблюдении такого условия потенциальная энергия $W_{\text{вак1}}$ электрона в непосредственной близости к поверхности первого металла будет на $(e\varphi_2 - e\varphi_1)$ меньше, чем $W_{\text{вак2}}$ вблизи второго металла. Следовательно, потенциал на поверхности первого металла будет на $U_{12} = \frac{e\varphi_2 - e\varphi_1}{e} = \varphi_2 - \varphi_1$ выше, чем на поверхности второго.

Величину U_{12} называют внешней контактной разностью потенциалов.

Как видно из рис.7, потенциальная энергия электрона в первом металле меньше, чем во втором, на $E_{F1} - E_{F2}$. Соответственно потенциал внутри первого металла выше, чем внутри второго, на величину $U'_{12} = \frac{E_{F1} - E_{F2}}{e}$.

Величину U'_{12} называют внутренней контактной разностью потенциалов. Контактные разности потенциалов имеют неэлектростатическую природу (возникает за счет диффузии), т.е. являются электродвижущими силами, способными создать ток.

Явление Зеебека.

Если спаять в кольцо проводники из разных металлов (рис.8), то возникающие контактные разности потенциалов в разных спаях направлены навстречу друг другу и компенсируются: ток по такой замкнутой цепи не потечет.

Зеебек обнаружил в 1821 г., что если спаи двух разнородных металлов, образующих замкнутую цепь (называемую термопарой; см.рис.9), поддерживать при различных температурах, то в цепи течет ток. Изменение знака у разности температур спаев сопровождается изменением направления тока.

Как отмечалось выше, уровень Ферми зависит от температуры. Поэтому скачок потенциала при переходе из одного металла в другой (внутренняя контактная разность потенциалов) для спаев, находящихся при разных температурах,

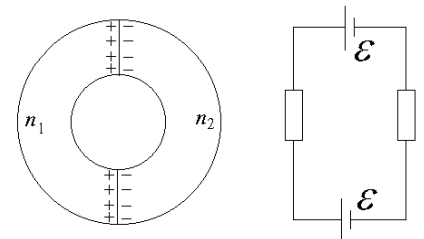


Рис.8

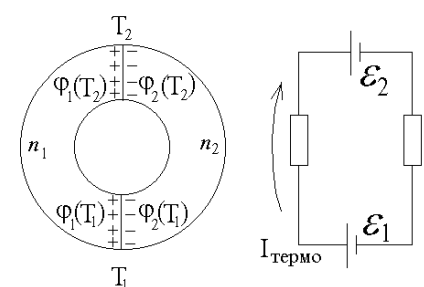


Рис.9

неодинаков и сумма скачков потенциала для всей цепи отлична от нуля. Одного этого было бы достаточно для возникновения термо ЭДС.

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\text{термо}} &= U'_{12}(T_1) + U'_{21}(T_2) = \frac{1}{e} \left\{ [E_{F_1}(T_1) - E_{F_2}(T_1)] + [E_{F_2}(T_2) - E_{F_1}(T_2)] \right\} = \\ &= \frac{1}{e} \left\{ [E_{F_2}(T_2) - E_{F_2}(T_1)] - [E_{F_1}(T_2) - E_{F_1}(T_1)] \right\} = \int_{T_1}^{T_2} \alpha_{12}(T) dT \neq 0\end{aligned}$$

Функция $\alpha_{12}(T)$ называется удельной термоэлектродвижущей силой. Она зависит от природы металлов и очень слабо зависит от температуры, так что при не очень большой разности температур спаев ее можно считать постоянной:

$$\varepsilon_{\text{термо}} = \alpha_{12}(T_2 - T_1)$$

По термопаре, концы которой помещены в области с разной температурой потечет ток.

Если нагрет только один из спаев, то термо ЭДС не зависит от количества соединенных последовательно разнородных металлов! Термо ЭДС создается только двумя металлами, спай которых нагревают.

Чтобы понять вторую причину возникновения термо ЭДС, рассмотрим однородный металлический проводник, вдоль которого имеется градиент температуры. В этом случае концентрация электронов с более высокой энергией у нагретого конца будет больше, чем у холодного; концентрация электронов с более низкой энергией будет, наоборот, у нагретого конца меньше. Вдоль проводника возникнет градиент концентрации электронов с данным значением энергии, что повлечет за собой диффузию более быстрых электронов к холодному концу, а более медленных - к тепловому.

Диффузионный поток быстрых электронов будет больше, чем поток медленных электронов. Поэтому вблизи холодного конца образуется избыток электронов, а вблизи горячего - их недостаток. В результате внутри проводника возникнет электрическое поле, направленное навстречу градиенту температуры. Оно будет уменьшать поток быстрых и увеличивать поток медленных электронов. Когда оба потока выравняются в каждом сечении, наступит равновесное состояние.

Между концами проводника, находящимися при температурах T_1 и T_2 , появится разность потенциалов

$$\Delta\varphi_{\text{диффуз}} = \int_{T_1}^{T_2} \beta dT$$

Величина β невелика - порядка 10^{-4} В/°С. Поэтому обнаружить разность потенциалов $\Delta\varphi_{\text{диффуз}}$ бывает трудно.

За счет неодинаковости β для металлов 1 и 2 возникнет ЭДС

$$\varepsilon_{\text{диффуз}} = \int_{T_1}^{T_2} \beta_1 dT + \int_{T_2}^{T_1} \beta_2 dT = \int_{T_1}^{T_2} \beta_1 dT - \int_{T_1}^{T_2} \beta_2 dT$$

Таким образом, термо ЭДС складывается из суммы скачков потенциала в контактах (спаях) и суммы изменений потенциала, вызванных диффузией носителя тока.

$$\mathcal{E}_{\text{термо}} = \mathcal{E}_{\text{конт}} + \mathcal{E}_{\text{диффуз}}$$

Контрольные вопросы

1. Что представляет собой термопара? Какое явление называется эффектом Зеебека?
2. Каковы источники возникновения термо-э.д.с.?
3. Почему возникает диффузионная составляющая термо-э.д.с.?
4. Почему возникает контактная разность потенциалов? От чего она зависит?
5. Что такое работа выхода электронов из металла? Какова ее физическая природа и порядок величины?
6. Будет ли в замкнутой цепи, собранной из разнородных металлов, возникать электрический ток при однородной температуре? Почему?
7. Что такое удельная термо-э.д.с. и каков ее смысл?
8. Имеется контакт двух металлов 1 и 2 с одинаковой работой выхода, но с разной концентрацией свободных электронов $n_1 < n_2$. Какой металл заряжается положительно, какой - отрицательно?
9. Имеется контакт двух металлов 1 и 2 с одинаковой концентрацией, но разной работой выхода $A_1 > A_2$. Какой из них заряжается положительно, какой - отрицательно?

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. том II. "Электричество", М.:Наука, 1970, 442 с. §76 Контактная разность потенциалов, §77 Термоэлектрические явления.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОГО ЗАРЯДА ЭЛЕКТРОНА МЕТОДОМ МАГНЕТРОНА

Цель работы: ознакомление с одним из методов измерения удельного заряда электрона.

Порядок выполнения работы

1. Ознакомьтесь со схемой электрической цепи, данной на рис.1, а также на панели установки. Определите цену деления каждого измерительного прибора.

2. Ручки потенциометров ПА и П поверните против часовой стрелки до упора (т.е. на нуль).

3. Включите установку в сеть. Ручкой потенциометра ПА установите анодное напряжение U_{A1} и поддерживайте его постоянным до конца снятия одной характеристики.

4. Снимите так называемую сбросовую характеристику магнетрона $I_A = f(I)$, т.е. зависимость величины анодного тока I_A от тока катушки I . Для этого, удерживая кнопку S в нажатом состоянии, медленно увеличивайте ток I в катушке с помощью ручки потенциометра П и заносите в таблицу каждое значение этого тока I и соответствующее ему значение анодного тока I_A . Снимите 10 значений тока катушки для анодного напряжения U_{A1} .

5. Аналогичные сбросовые характеристики снимите для анодных напряжений U_{A2} и U_{A3} . Рекомендуемые величины U_{A1} , U_{A2} и U_{A3} указаны на лабораторных установках. Все результаты измерений занесите в таблицу и получите подпись преподавателя о завершении эксперимента.

6. Приведите установку в исходное состояние и отключите от сети.

7. По табличным данным постройте графики трех сбросовых характеристик на одних координатных осях.

8. На графике каждой характеристики найдите точку сброса анодного тока I_A и соответствующее ей критическое значение тока в катушке $I_{кр}$. Критический ток можно определить как ток катушки, при котором ток анода начинает резко уменьшаться. Вычислите $B_{кр}$ по формуле (1,а).

9. По формуле (1) вычислите e/m для каждого из трех опытов и найдите среднее его значение.

10. Полученное среднее значение $\langle e/m \rangle$ сравните с табличным.

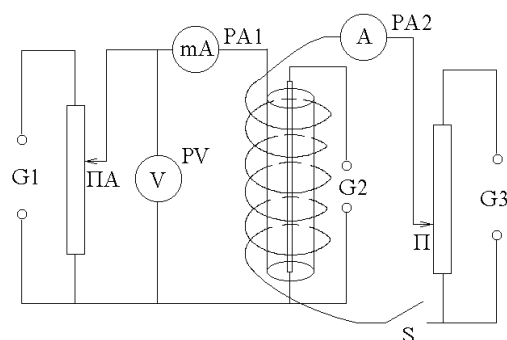


Рис. 1. Схема установки

№ п/п	$U_{A1} = \dots$		$U_{A2} = \dots$		$U_{A3} = \dots$	
	$I, \text{ мА}$	$I_A, \text{ мА}$	$I, \text{ мА}$	$I_A, \text{ мА}$	$I, \text{ мА}$	$I_A, \text{ мА}$
1						
...						
10						
$e/m, \text{ Кл/кг}$						
$\langle e/m \rangle = \dots \dots \dots \text{ Кл/кг}$ (экспериментальное)			$e/m = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$ (табличное)			

Теоретическое описание

Удельный заряд - отношение заряда к массе - одна из основных характеристик элементарной частицы. Его можно определить, изучая движение заряженной частицы в электрическом и магнитном полях. Воздействуя на потоки электронов и ионов электрическим и магнитным полями, можно управлять этими потоками, т.е. изменить скорости частиц по величине и направлению. Эти явления лежат в основе действия различных электронных и ионных приборов (электронных микроскопов, ускорителей заряженных частиц, электронно-лучевых трубок, электронных и ионных ламп и т.д.).

Движение электронов во взаимно перпендикулярных электрическом и магнитном полях применяется в специальных приборах - магнетронах (генераторах электромагнитных колебаний в области сверхвысоких частот). Магнетрон можно использовать для определения удельного заряда электрона.

Конфигурация полей в магнетроне такая же, как и в двухэлектродной лампе (диоде) с цилиндрическими соосными анодом и катодом, помещенной внутрь катушки, создающей магнитное поле (рис.2). Электрическая схема установки состоит из цепи анода, накала диода и цепи катушки (рис.1). Анодное напряжение и величину тока катушки можно регулировать потенциометром ПА и П. Напряжение накала U_n постоянное. Электрическое поле в лампе направлено по радиусам анода, а постоянное магнитное поле - параллельно оси анода (рис.2). Таким образом, электрическое и магнитное поля взаимно перпендикулярны.

При выключенном магнитном поле электроны, эмитированные катодом, движутся от катода к аноду по радиусам (рис.3,а) под действием ускоряющей силы

$$\vec{F}_e = -e\vec{E},$$

где e - абсолютная величина заряда электрона; \vec{E} - напряженность электрического поля в пространстве между анодом и катодом.

В анодной цепи в это время возникает некоторый анодный ток I_A , величина которого зависит от анодного напряжения U_A и величины тока накала.

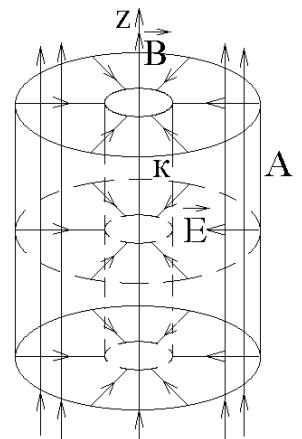


Рис. 2. Конфигурация полей в магнетроне

При включении магнитного поля на электроны дополнительно к \vec{F}_e начинает действовать со стороны магнитного поля сила

$$\vec{F}_m = -e[\vec{v} \times \vec{B}]$$

Эта сила перпендикулярна скорости электрона \vec{v} и индукции магнитного поля \vec{B} , поэтому она искривляет траекторию каждого электрона, хотя траектория остается в плоскости, перпендикулярной оси диода. При малом магнитном поле траектория электрона искривляется слабо и электрон попадает на анод (рис.3,b). При усилении магнитного поля траектория электрона искривляется сильнее и при некотором значении индукции магнитного поля \vec{B} , называемом критическим $\vec{B}_{кр}$, траектория электрона касается анода в одной точке (рис.3,c). Это соответствует спаду (сбросу) анодного тока I_A . Плавное, а не резкое уменьшение анодного тока при дальнейшем увеличении индукции магнитного поля объясняется тем, что электроны, эмитированные катодом, имеют разные скорости, а значит, и по-разному реагируют на одну и ту же величину магнитного поля. При дальнейшем усилении магнитного поля большинство электронов уже не будет касаться анода (рис.3,d). Если бы все электроны имели одинаковые скорости, то сброс анодного тока произошел бы сразу до нуля при достижении критического тока катушки, при этом сбросовая характеристика была бы прямоугольной.

На рис.3 изображены траектории электрона при разной величине индукции магнитного поля B . Знаками "+" обозначены проекция на плоскость чертежа линий индукции магнитного поля \vec{B} , направленных перпендикулярно плоскости за чертеж.

Из закона движения электрона в скрещенных полях получается формула, по которой можно вычислить удельный заряд электрона:

$$\frac{e}{m} = \frac{8U_A r_A^2}{B_{кр}^2 (r_A^2 - r_k^2)^2}, \quad (1)$$

где U_A - анодное напряжение; r_A - радиус анода; r_k - радиус катода;

$$B_{кр} = \mu_0 I_{кр} n, \quad (1,a)$$

n - число витков на единицу длины катушки, создающей магнитное поле; $I_{кр}$ - критический ток в катушке.

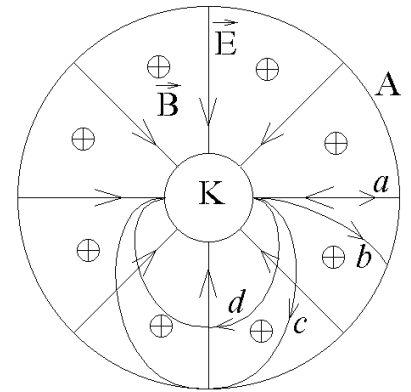


Рис. 3. Траектории электрона при разных токах катушки

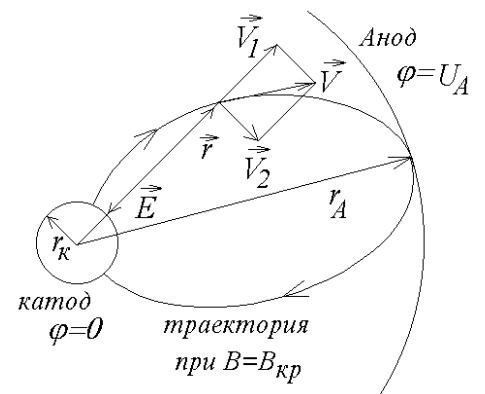


Рис. 4. К выводу формулы (1)

Уравнение движения электрона в магнетроне имеет вид

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_л, \quad (2)$$

где $\vec{F}_л = -e(\vec{E} + [\vec{v} \times \vec{B}])$ - Лоренцева сила.

Для упрощения вычислений для вывода формулы (1) можно воспользоваться хорошо известными следствиями уравнения (2), а именно: уравнением моментов

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \quad (3)$$

и законом сохранения энергии электрона

$$\frac{mv^2}{2} - e\varphi = \text{const} \quad (4)$$

В этих уравнениях $\vec{L} = [\vec{r} \times m\vec{v}]$ - момент импульса электрона относительно точки О (рис.4), $\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}_л]$ - момент Лоренцевой силы относительно той же точки, φ - электрический потенциал, а $(-e\varphi)$ - потенциальная энергия электрона.

Разложим скорость электрона на две взаимно перпендикулярные составляющие \vec{v}_1 и \vec{v}_2 . Тогда $\vec{L} = [\vec{r} \times m\vec{v}_2]$ (так как $\vec{v}_1 \parallel \vec{r}$ и $[\vec{r} \times \vec{v}_1] = 0$).

Можно также показать, что $\vec{M} = ev_1 \vec{B}$

Поэтому, проектируя уравнение (3) на ось z, получим $\frac{dL_z}{dt} = M_z$ или

$$\frac{d}{dt}(mv_2 r) = ev_1 B \quad (5)$$

Так как $v_1 = dr/dt$, то правая часть уравнения (5) преобразуется к виду

$$\frac{1}{2} eB \frac{d}{dt}(r^2).$$

Сокращая на dt и интегрируя полученное равенство от r_k до r , получим

$$mv_2 r = \frac{eB}{2} (r^2 - r_k^2) \quad (6)$$

При этом учтено, что электроны вылетают с катода с нулевой скоростью: $v_1 = v_2 = 0$ при $r = r_k$.

При $B = B_{кр}$, как уже говорилось, траектория электрона касается анода, значит, $v = v_2$ при $r = r_A$. Тогда из выражения (6) находим

$$v = \frac{eB_{кр} r_A}{2m} \left(1 - \frac{r_k^2}{r_A^2} \right) \quad (7)$$

Уравнение (4) в точке $r = r_A$ принимает вид

$$\frac{mv^2}{2} = eU_A, \quad (8)$$

так как const=0 ввиду того, что потенциал катода равен нулю так же, как и скорость частиц вблизи катода.

Исключая v из соотношений (7) и (8), приходим к формуле (1) для e/m .

Контрольные вопросы

1. Что называется удельным зарядом? Какой метод измерения удельного заряда электрона используется в этой работе?
2. Чему равна и куда направлена сила, с которой электрическое поле действует на заряженную частицу?
3. Чему равна и куда направлена сила, с которой магнитное поле действует на заряженную частицу.
4. Почему полученные сбросовые характеристики не прямоугольные?
5. На основе каких соображений выводится рабочая формула (1)?
6. Может ли электрон в скрещенных однородных полях двигаться прямолинейно и равномерно? Если да, то при каких условиях?

Литература

1. Иродов И.Е. "Основные законы электромагнетизма" изд.2-е, М.:Высш.шк., 1991, 289 с §1.1 Электрическое поле; §6.1 Сила Лоренца. Поле В.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 26

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ЗЕМЛИ

Цель работы: измерение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли методом тангенс-гальванометра.

Порядок выполнения работы

1. Не включая источник тока, установите тангенс-гальванометр в плоскости магнитного меридиана. При этом стрелка компаса должна быть направлена по диаметру тангенс-гальванометра. Обратите внимание на то, чтобы северный конец стрелки указывал на нулевое значение компаса.

2. Установите движок потенциометра (или резистора) на минимальный ток через тангенс-гальванометр и затем включите источник тока.

3. Изменяя ток через равные интервалы, зафиксируйте угол отклонения стрелки (рис.3). Необходимо некоторое время, чтобы стрелка компаса успокоилась и перестала колебаться. Запишите величину тока I и углы отклонения от первоначального положения северного α_1 и южного α_2 полюсов стрелки в таблицу. Получить не менее 5 значений тока (и конечно соответствующие им углы). Внимание: отклонение любого полюса стрелки есть разность начального и конечного показания компаса и не может превысить 90° .

4. Измените направление тока в гальванометре с помощью переключателя на установке. Прodelайте пункт 3, устанавливая такие же значения токов и фиксируя углы отклонения от первоначального положения северного α_3 и южного α_4 полюсов стрелки. *Дублирование измерений делается для того, чтобы исключить систематическую погрешность, связанную с неточной установкой катушки в плоскости магнитного меридиана, а также с определением самой этой плоскости.* Данные занесите в таблицу и получить подпись преподавателя о завершении эксперимента. После этого можно продолжить вычисления.

№ п/п	I , мА	$\alpha_1,^\circ$	$\alpha_2,^\circ$	$\alpha_3,^\circ$	$\alpha_4,^\circ$	$\langle\alpha\rangle,^\circ$	$\text{tg}\langle\alpha\rangle$	$B_{\text{гор}}$, мкТл	E , относитель- ная погреш- ность	$\Delta B_{\text{гор}}$, мкТл абс. погр.

$N = \dots$ витков;

$\langle B_{\text{гор}} \rangle = \dots$ мкТл; $(\Delta B_{\text{гор}})_{\text{max}} = \dots$ мкТл

$R = \dots$ м;

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м;

$B_{\text{гор}} = (\dots \pm \dots)$ мкТл

5. Определить среднее значение угла $\langle\alpha\rangle$ для каждого значения тока I по формуле:

$$\langle\alpha\rangle = (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4) / 4$$

6. По формуле (6) вычислить $B_{\text{гор}}$ для каждого тока, подставляя вместо α среднее значение $\langle\alpha\rangle$. R и N указаны в описании установки.

7. Из всех полученных $B_{\text{гор}}$ найти среднее значение $\langle B_{\text{гор}} \rangle$.

8. По данным опытов определите относительную E и абсолютную $\Delta B_{\text{гор}}$ погрешности по формулам

$$E = \frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta R}{R} + \frac{2\Delta\alpha}{\sin 2\alpha},$$

$$\Delta B_{\text{гор}} = B_{\text{гор}} \cdot E$$

ΔI , ΔR и $\Delta\alpha$ определяются как половина деления прибора, с помощью которого были измерены I , R и α , причем $\Delta\alpha$ надо выразить в радианах. Если значение какой-либо величины уже указано в описании установки, например R , то абсолютная погрешность этой величины определяется как половина единицы последнего разряда. Пример: $R=113,15$ м. Единица последнего разряда - это одна сотая. Таким образом, $\Delta R = 0,01/2 = 0,005$ м.

9. Найти наибольшее значение абсолютной погрешности. Результат представить в виде

$$B_{\text{гор}} = \left(\left\langle B_{\text{гор}} \pm (\Delta B_{\text{гор}})_{\text{max}} \right\rangle \right) \text{ мкТл}$$

Сравнить полученное значение $B_{\text{гор}}$ с табличным (см. теоретическое описание).

Теоретическое описание

Магнитное поле Земли в целом подобно полю однородномагнитного шара (рис.1). Магнитная ось в настоящее время наклонена к географической под углом 11° ; поэтому координаты северного магнитного полюса (в Южном полушарии) 79° ю.ш. и 69° з.д.

Южный магнитный полюс находится в Канаде на расстоянии 1140 км от северного географического в сторону Тихого океана, а северный магнитный - в Антарктиде. Величина магнитного поля у поверхности Земли меняется от 62 до 73 мкТл, а горизонтальной составляющей - от 0 на северном и южном магнитных полюсах до 41 мкТл на экваторе.

В действительности поле Земли имеет намного более сложную конфигурацию, чем изображенная на рис.1. Во-первых, существуют многочисленные магнитные аномалии (например Курская), в районах которых поле достигает значительно больших величин, чем указанные выше (до 200 мкТл). Во-вторых, поле сильно искажено солнечным ветром и явно несимметрично относительно магнитной оси. Кроме того, магнитная ось и магнитные полюса со временем изменяют свое положение, а также существуют вековые вариации величины поля (в настоящее время оно убывает примерно на 1% за десятилетие).

Что касается происхождения геомагнитного поля, то строгой теории пока нет; предполагается, что основным его источником являются электрические токи, циркулирующие в жидком ядре Земли.

Магнетизм - это особая форма взаимодействия электрических токов и магнитов (тел с магнитным моментом) между собой и токов с магнитами. Магнитное взаимодействие пространственно разделенных тел осуществляется *магнитным полем*, которое, как и электрическое поле, представляет собой проявление

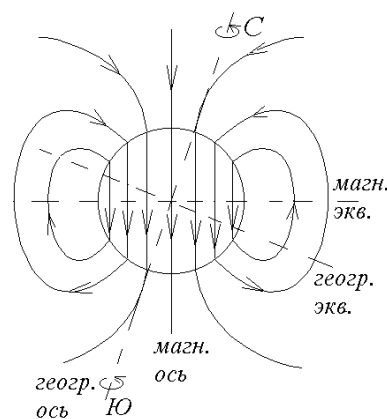


Рис.1

электро-магнитной формы движения материи. Источник магнитного поля - движущийся электрический заряд, т.е. электрический ток.

Основу теории электромагнетизма образуют уравнения Максвелла, играющие такую же роль, как законы Ньютона в механике. Одно из них записывается так: $\operatorname{div} \vec{B} = 0$. Это уравнение означает, что *нет магнитных зарядов, которые создавали бы магнитное поле, как электрические заряды создают электрическое поле.*

Второе уравнение Максвелла выглядит так: $\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$, где \vec{j} - плотность тока, порождающего магнитное поле. Это уравнение говорит о вихревой природе магнитного поля (вихрь - то же, что и ротор). Линии \vec{B} не имеют ни начала, ни конца. Они являются либо замкнутыми линиями, либо уходят на бесконечность. Силовой линией магнитного поля называется линия, касательная к которой в любой ее точке совпадает с направлением магнитного поля \vec{B} . Если рассыпать магнитные опилки в магнитном поле, то они выстроятся вдоль силовых линий.

Как известно, основной характеристикой всякого магнитного поля является вектор магнитной индукции \vec{B} . Это силовая характеристика, т.е. вектор \vec{B} определяет силу, действующую со стороны магнитного поля на элемент тока $I d\vec{l}$.

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}. \quad (1)$$

Из формулы (1) следует, что
$$B = \frac{dF/dl}{I \sin \alpha}, \quad (2)$$

где dl - длина элемента с током, а α - угол между \vec{B} и $d\vec{l}$, т.е. модуль вектора \vec{B} численно равен модулю силы, действующей на единичный элемент тока, расположенный перпендикулярно магнитным силовым линиям.

Действие же поля на контур с током или постоянный магнит определяется моментом сил

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}, \quad (3)$$

где \vec{p}_m - магнитный момент контура (или постоянного магнита). Магнитный момент контура с током - это вектор, численно равный IS (S - площадь контура) и направленный в сторону положительной нормали \vec{n} , т.е. $\vec{p}_m = IS\vec{n}$. Магнитный момент постоянного магнита - это векторная сумма магнитных моментов всех его атомов.

Из формулы (3) следует, что свободная магнитная стрелка (маленький постоянный магнит) установится вдоль силовых линий внешнего поля.

Метод тангенс-гальванометра

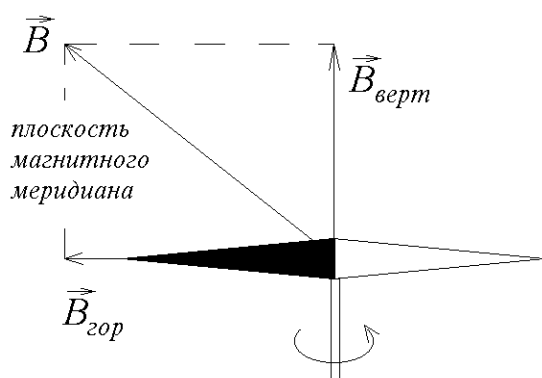


Рис.2

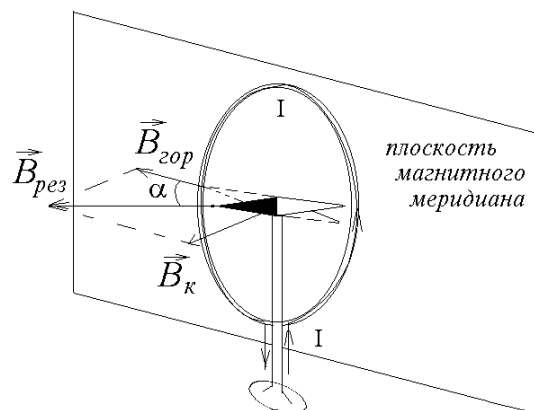


рис.3

Тангенс-гальванометр представляет собой плоскую катушку радиуса R с числом витков N , расположенную в вертикальной плоскости. В центре катушки укреплен обычный компас, стрелка которого может вращаться вокруг вертикальной оси. Поэтому в отсутствие тока в катушке стрелка компаса устанавливается в отличие от свободной стрелки не вдоль магнитных силовых линий геомагнитного поля в плоскости магнитного меридиана, а вдоль горизонтальной составляющей вектора B (рис.2).

Если совместить плоскость катушки тангенс-гальванометра с плоскостью магнитного меридиана, то стрелка компаса в отсутствие тока будет располагаться вдоль горизонтального диаметра катушки. При включении тока возникает магнитное поле катушки

$$B_k = \mu_0 \frac{IN}{2R}, \quad (4)$$

перпендикулярное плоскости катушки, а значит, и $\vec{B}_{гор}$.

Очевидно, что стрелка компаса установится вдоль результирующего поля (рис.3).

Как видно из рис.3
$$\frac{B_k}{B_{гор}} = \operatorname{tg} \alpha, \quad (5)$$

где α - угол отклонения стрелки. Поэтому

$$B_{гор} = \frac{B_k}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{\mu_0 IN}{2R \operatorname{tg} \alpha}. \quad (6)$$

Закон Био-Савара-Лапласа

Индукция магнитного поля \vec{B} , созданного длинным проводом произвольной конфигурации, по которому течет ток I , равна векторной сумме индукций магнитных полей $d\vec{B}$, созданных каждым элементом длины dl этого провода. Закон Био-Савара-Лапласа дает формулу:

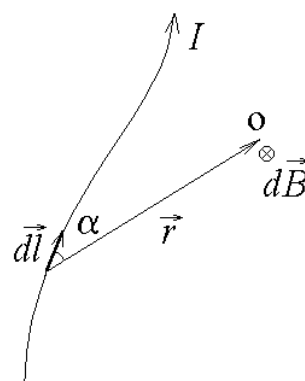


Рис.4

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [\vec{dl} \times \vec{r}]}{r^3},$$

где $I\vec{dl}$ - элемент тока, \vec{r} - радиус-вектор от этого элемента до точки, в которой находится магнитное поле. Как видно из формулы, поле перпендикулярно плоскости, в которой лежат радиус-вектор и элемент тока. Модуль индукции, создаваемой элементом тока, находится по формуле

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2},$$

где α - угол между радиусом-вектором и элементом тока.

При выводе индукции магнитного поля в центре кругового витка необходимо учесть, что угол $\alpha = 90^\circ$ (радиус всегда перпендикулярен касательной к окружности), а $r = R$ (радиус витка). Эти значения будут одинаковы для всех элементов тока витков.

Контрольные вопросы

1. Что такое магнитное поле? Какими свойствами оно обладает? Имеет ли источники, вихри?
 2. Дайте определение вектора \vec{B} . Что такое силовые линии?
 3. Как магнитное поле действует на заряд, на провод с током, на виток с током?
 4. Сформулируйте закон Био-Савара. Выведите формулу (4), используя этот закон.
 5. Покажите картину силовых линий магнитного поля Земли. Покажите как направлен
- вблизи поверхности Земли в северном полушарии вектор \vec{B} и найдите его составляющие (горизонтальную и вертикальную).
6. Как меняется $B_{\text{гор}}$ в зависимости от географической широты?
 7. Что известно о природе геомагнитного поля?

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. - 2-е изд. - М.: Наука, 1982, т. 2. гл. "Магнитное поле в вакууме".

ИССЛЕДОВАНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ СОЛЕНОИДА

Цель работы: экспериментальное определение значений магнитной индукции на оси соленоида и сравнение их с расчетными значениями.

Порядок выполнения работы

1. Ознакомьтесь с установкой и включите ее в сеть (220 В).
2. Ручкой на установке поместите измерительную катушку L2 у одного из концов соленоида, определив ее положение a (расстояние от края соленоида до точки, в которой определяется значение магнитной индукции) с помощью указателя на шкале.
3. Нажмите на кнопку S , измерьте отклонение светового зайчика α по шкале гальванометра. Не отпуская кнопку, определите силу тока в соленоиде по миллиамперметру.
4. Такие же измерения a и α проделайте для других положений катушки L2, перемещая ее каждый раз на 1 см вдоль оси соленоида до упора. Занесите данные в таблицу, после чего получите подпись преподавателя о завершении эксперимента.
5. По формуле (5) найдите экспериментальные значения магнитной индукции, воспользовавшись значением k , указанным на установке.
6. Для тех же значений a рассчитайте по формулам (3) и (4) теоретические значения магнитной индукции в соленоиде.
7. Данные вычислений занести в таблицу.

a , м	α , дел	$B_{\text{эксп}}$, Тл	$\cos\beta_1$	$\cos\beta_2$	$B_{\text{теор}}$, Тл

$k = \dots\dots\dots$; $I = \dots\dots\dots$

8. Построить графики $B_{\text{эксп}} = f_1(a)$ и $B_{\text{теор}} = f_2(a)$ по результатам, полученным из опыта и при теоретическом расчете, на одних координатных осях.

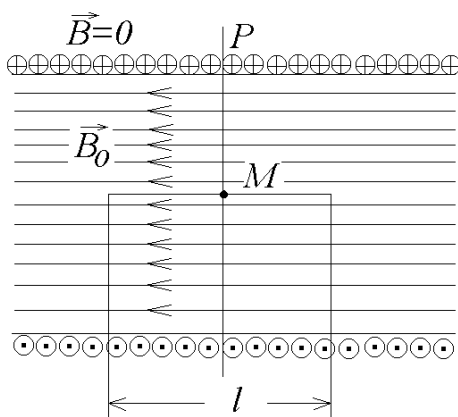


Рис.1

Теоретическое описание

Наиболее простой вид распределения значений вектора магнитной индукции \vec{B} имеется в случае бесконечно длинного соленоида - цилиндрической катушки, по виткам которой протекает электрический ток. Опыт показывает, что чем длиннее соленоид, тем меньше индукция магнитного поля вне его. Для бесконечно длинного соленоида магнитное поле снаружи отсутствует вообще, а внутри его линии вектора \vec{B} направлены

вдоль его оси, причем вектор \vec{B} составляет с направлением тока в соленоиде правовинтовую систему (рис.1).

Из теоремы о циркуляции \vec{B} следует, что внутри бесконечно длинного соленоида

$$B_0 = \mu_0 n I \quad (1)$$

где n - плотность витков (число витков на единицу длины).

Найдем магнитную индукцию у конца полубесконечного соленоида, для чего представим бесконечный соленоид состоящим из двух идентичных полубесконечных, соединяющихся по плоскости P (рис.1). В точке M магнитная индукция B может быть определена по формуле (1). Если удалить один из полубесконечных соленоидов, то, учитывая, что они вносили одинаковый вклад в магнитную индукцию в точке M , магнитная индукция у конца полубесконечного соленоида на его оси будет равна половине значения B_0 , определяемого по формуле (1), т.е.

$$B = \frac{1}{2} \mu_0 n I \quad (2)$$

Магнитное поле в точках на оси соленоида конечной длины может быть рассчитано с помощью закона Био-Савара. Представим соленоид как непрерывную систему кольцевых токов (рис.2). Кольцу шириной dx соответствует кольцевой ток $I n dx$, где n - число витков соленоида на единицу его длины. Как следует из закона Био-Савара, элемент dl кольцевого тока создает в точке O на оси соленоида поле с индукцией

$$dB' = \frac{\mu_0 I n dx}{4\pi d^2} dl$$

При определении индукции магнитного поля кольцевого тока в точке O следует учесть, что суммарная компонента магнитной индукции поля, создаваемого любой парой симметрично расположенных элементов $d\vec{l}_1$, направлена вдоль оси x , поэтому

$$\begin{aligned} dB = dB_x &= \frac{\mu_0 I n dx}{4\pi d^2} \cos \alpha \int_0^{2\pi r_0} dl = \\ &= \frac{\mu_0 I n dx}{4\pi d^2} 2\pi r_0 \cos \alpha = \frac{\mu_0 I n dx}{2r_0} \frac{r_0^2}{d^2} \sin \beta = \frac{\mu_0 I n dx}{2r_0} \sin^3 \beta \end{aligned}$$

Так как $\frac{x-a}{r_0} = \text{ctg } \beta$, то $\frac{dx}{r_0} = -\frac{d\beta}{\sin^2 \beta}$, и магнитная индукция на оси соленоида равна:

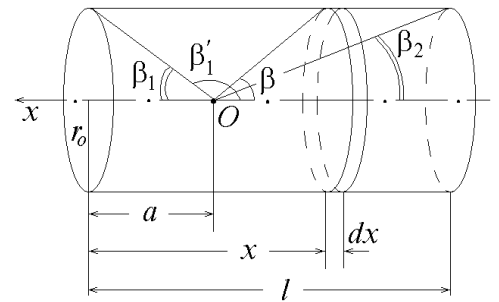


Рис.2

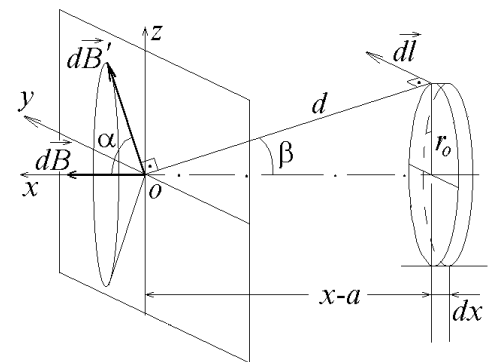


Рис.3

$$B = -\frac{\mu_0 I n}{2} \int_{\beta_1'}^{\beta_2} \sin \beta d\beta = \frac{\mu_0 I n}{2} (\cos \beta_2 - \cos \beta_1')$$

Учитывая, что $\cos \beta_1' = -\cos \beta_1$ и $n = N/l$, где N - полное число витков соленоида, а l - его длина, окончательно получим

$$B = \frac{\mu_0 I n}{2l} (\cos \beta_1 + \cos \beta_2)$$

(3)

Косинусы углов β_1 и β_2 выражаются формулами

$$\cos \beta_1 = \frac{a}{\sqrt{r_0^2 + a^2}}, \quad \cos \beta_2 = \frac{l-a}{\sqrt{r_0^2 + (l-a)^2}} \quad (4)$$

где r_0 - радиус витков соленоида; a - расстояние от края соленоида до точки, в которой определяется значение магнитной индукции.

Общий вид магнитного поля конечного соленоида изображен на рис.4.

Экспериментальное изучение распределения значений магнитной индукции поля внутри соленоида предлагается провести с помощью установки, состоящей из источника постоянного тока; соленоида L_1 , магнитное поле которого исследуется; маленькой измерительной катушки L_2 , которая введена в соленоид L_1 и может перемещаться вдоль его оси; баллистического гальванометра $P2$, соединенного с катушкой L_2 ; выключателя S и миллиамперметра $P1$, с помощью которого можно измерить ток в соленоиде L_1 (рис.5). При измерении индукции магнитного поля катушку L_2 устанавливают в какой-либо точке на оси соленоида L_1 . В момент замыкания кнопкой S цепи соленоида L_1 ток в нем возрастает от 0 до постоянного значения I . При этом магнитный поток через витки катушки L_2 изменяется от 0 до $\Phi = BS_0 N_0$, где S_0 - площадь сечения, а N_0 - число витков катушки L_2 . Изменение магнитного потока приводит к возникновению в катушке L_2 электродвижущей силы индукции по **закону Фарадея**:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt},$$

и, как следствие, появлению в цепи катушки L_2 индукционного тока i (*явление электромагнитной индукции*); в результате чего световой зайчик гальванометра смещается на угол α , пропорциональный количеству электричества

$$q = \int_0^t i dt, \text{ протекшего через измерительную}$$

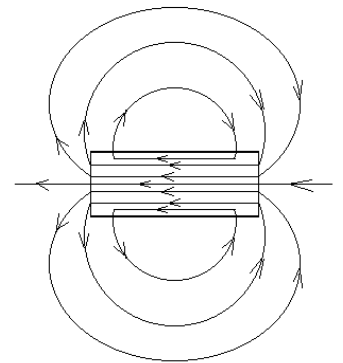


Рис.4

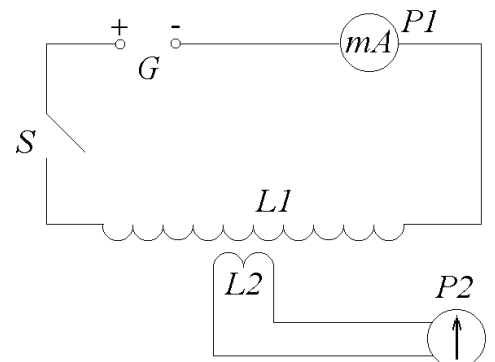


Рис.5

часть установки: $\alpha = \frac{1}{b} \int_0^t i dt$, где b - баллистическая постоянная гальванометра.

Если полное сопротивление цепи измерительной катушки L_2 равно R , то $i = \frac{|\mathcal{E}_i|}{R}$, и поэтому

$$\alpha = \frac{1}{bR} \int_0^t |\mathcal{E}_i| dt = \frac{1}{bR} \int_0^t \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| dt = \frac{1}{bR} \int_0^\Phi d\Phi = \frac{\Phi}{bR} = \frac{BS_0 N_0}{bR}$$

Тогда для магнитной индукции имеем $B = \frac{bR}{S_0 N_0}$ или $B = k\alpha$ (5)

где постоянная $k = bR/S_0 N_0$ принимается за цену деления баллистического гальванометра. По формуле (5) определяются экспериментальные значения магнитной индукции поля на оси соленоида.

Теорема о циркуляции

Циркуляция вектора индукции магнитного поля \vec{B} по замкнутому контуру равна алгебраической сумме всех токов, охватываемых контуром, умноженной на μ_0 .

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i$$

Например, циркуляция \vec{B} по контуру, охватывающему два равных по силе тока, текущих в противоположных направлениях, равна нулю. Знак тока I учитывается по общему правилу: если направление обхода контура L и направление тока связаны правилом правого винта, то знак I положителен.

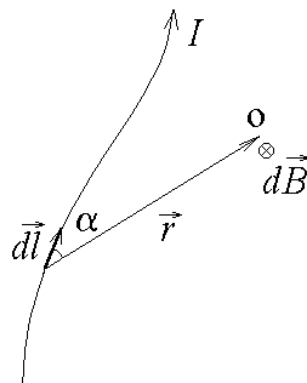
При выводе формулы (1) надо учесть, что на двух участках контура (см. рис.1) угол между \vec{B} и $d\vec{l}$ равен 90° и скалярное произведение $\vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$, а один участок проходит вне соленоида, где поле \vec{B} практически равно 0. Полный ток, охватываемый контуром, равен $\sum_i I_i = N \cdot I = nll$, где N - число витков, приходящихся на длину l .

Закон Био-Савара-Лапласа

Индукция магнитного поля \vec{B} , созданного длинным проводом произвольной конфигурации, по которому течет ток I , равна векторной сумме индукций магнитных полей $d\vec{B}$, созданных каждым элементом длины dl этого провода. Закон Био-Савара-Лапласа дает формулу:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l} \times \vec{r}]}{r^3},$$

где $I d\vec{l}$ - элемент тока, \vec{r} - радиус-вектор от этого элемента до точки, в которой находится магнитное поле. Как видно из формулы, поле перпендикулярно плоскости, в которой лежат радиус-вектор и элемент тока. Модуль индукции, создаваемой элементом тока, находится по формуле



$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2},$$

где α - угол между радиусом-вектором и элементом тока.

Контрольные вопросы

1. Что такое магнитная индукция?
2. Сформулируйте теорему о циркуляции вектора магнитной индукции и используйте ее для расчета внутри бесконечно длинного соленоида.
3. Получите формулу для определения магнитной индукции на оси соленоида конечной длины, применяя закон Био-Савара и принцип суперпозиции.
4. В чем состоит явление электромагнитной индукции? Как используется это явление в данной работе?
5. Каким образом можно вдвое увеличить смещение зайчика в используемой установке, не увеличивая силы тока в соленоиде и не меняя параметров измерительной катушки?
6. Чему пропорционален угол отклонения светового зайчика в баллистическом гальванометре. Вывести рабочую формулу для индукции магнитного поля.
7. Используя теорему о циркуляции, найдите зависимость $B=B(r)$ для тороидальной катушки с числом витков N .

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. том II "Электричество". М.:Наука, 1970, 442 с. §42 Циркуляция вектора В. Поле соленоида и тороида

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНДУКТИВНОСТИ ТОРОИДА С ФЕРРИТОВЫМ МАГНИТОПРОВОДОМ

Цель работы: изучение зависимости индуктивности тороида от силы тока.

Порядок выполнения работы

1. Разберитесь в электрической схеме установки. Определите цену наименьшего деления измерительных приборов.
2. Включите установку в сеть.
3. Изменяя напряжение на тороиде с помощью потенциометра R , снять зависимость тока I от напряжения U (10 значений). Для замыкания цепи служит кнопка S . Занесите данные в таблицу.
4. Выключить установку из сети. Получите подпись преподавателя после завершения эксперимента.
5. По формуле (11) подсчитать эквивалентную индуктивность тороида при всех снятых значениях тока и напряжения. Результаты занести в таблицу.
7. Построить график зависимости $L = f(I)$

I, A	U, B	$L, Гн$

Теоретическое описание

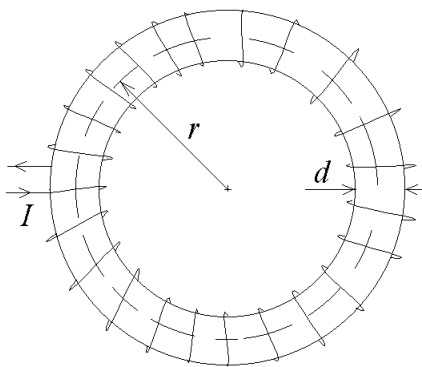


Рис.1.

Тороидальная катушка (тороид) представляет собой провод, навитый на каркас (магнитопровод), имеющий форму тора (рис.1). При пропускании тока по плотно навитому проводу образуется магнитное поле, напряженность H которого вне тороида практически равна нулю, а внутри вычисляется по формуле

$$H = IN / l = In \quad (1)$$

где I – сила тока, N – полное число витков, n – число витков, приходящееся на единицу длины тороида. Формула (1) справедлива для тороида, длина l ($l = 2\pi r$) которого значительно больше, чем диаметр магнитопровода.

Можно принять магнитное поле внутри такого тороида однородным.

Индукция магнитного поля $B = \mu\mu_o H$ или с учетом (1)

$$B = \mu\mu_o nI \quad (2)$$

где μ – относительная магнитная проницаемость среды (вещества магнитопровода), μ_o – магнитная постоянная.

Поток магнитной индукции, сцепленной с тороидом $\Phi = \Phi_o N$ где $\Phi_o = BS$ – поток через один виток тороида площадью $S = \pi d^2 / 4$. Учитывая равенство (2), получаем

$$\Phi = \mu\mu_0 InSN = \mu\mu_0 n^2 lSI \quad (3)$$

Если каркас тороида немагнитный, то поле \vec{B} , а значит, и полный магнитный поток Φ будут пропорциональны силе тока I , и можно написать

$$\Phi = LI \quad (4)$$

где L – коэффициент, называемый *индуктивностью* тороида. L – физическая величина, численно равная магнитному потоку, сцепленному со всеми витками, когда ток, создающий этот поток, равен единице.

Единицей индуктивности в СИ является генри (Гн). Магнитный поток измеряется в веберах (Вб): $1\text{Гн}=1\text{ Вб/А}$.

Сопоставляя выражения (3) и (4), получаем индуктивность тороида

$$L = \mu\mu_0 n^2 Sl \quad (5)$$

Все вышеизложенное справедливо и для бесконечно длинного соленоида.

При измерении силы тока в тороиде возникает э.д.с. индукции, которую называют э.д.с. самоиндукции

$$\varepsilon_{si} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} = -L\frac{dI}{dt} - I\frac{dL}{dt} \quad (6)$$

Если при изменениях силы тока индуктивность остается постоянной (что возможно, когда магнитопровод немагнитный), то э.д.с. самоиндукции

$$\varepsilon_{si} = -L\frac{dI}{dt} \quad (7)$$

Соотношение (7) дает возможность определить индуктивность как коэффициент пропорциональности между скоростью изменения силы тока в контуре и возникающей вследствие этого э.д.с. самоиндукции. Однако такое определение правомерно лишь в случае, когда $L = \text{const}$.

В присутствии ферромагнетика L будет функцией от I (через H). Следовательно, dL/dt в формуле (6) можно записать как $(dL/dI)(dI/dt)$. Тогда

$$\varepsilon_{si} = -\left(L + I\frac{dL}{dI}\right)\frac{dI}{dt} \quad (8)$$

Отсюда видно, что при наличии ферромагнетика коэффициент пропорциональности между ε_{si} и dI/dt отнюдь не равен L , как было указано в соотношении (7).

Если магнитопровод тороида изготовлен из ферромагнитного материала (железа, никеля, кобальта, их сплавов и соединений), то относительная магнитная проницаемость μ является сложной функцией от напряженности H магнитного поля в тороиде:

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H} = 1 + \frac{J(H)}{H} \quad (9)$$

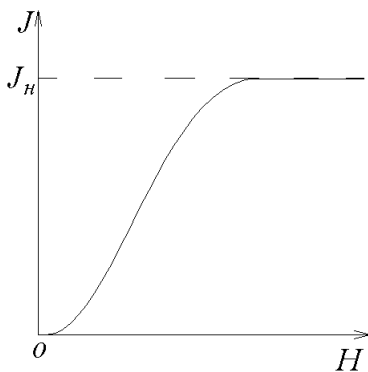


Рис.2.

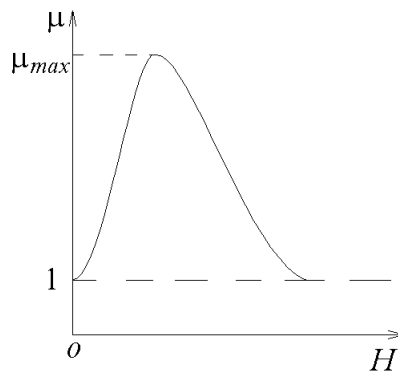


Рис.3.

где J – намагниченность, т.е. *магнитный момент единицы объема ферромагнетика*. Характерный вид этой зависимости изображен на рис.2. На рис.3 показана зависимость намагниченности от напряженности намагничивающего поля. Начиная с некоторого значения H , численное значение вектора намагниченности практически остается постоянным и равным J_n . Это объясняется следующим образом.

При определенных условиях в кристаллах могут возникать так называемые *обменные силы*, которые заставляют магнитные моменты атомов устанавливаться параллельно друг другу. В результате возникают области (размером 1-10 мкм) *спонтанного, т.е. самопроизвольного* намагничивания. Эти области называются *доменами*. В пределах каждого домена ферромагнетик намагничен до насыщения и имеет определенный магнитный момент. Направления этих моментов для разных доменов различны, поэтому при отсутствии внешнего поля суммарный момент образца равен нулю и образец в целом представляется макроскопически ненамагниченным.

При включении внешнего магнитного поля домены, ориентированные по полю, растут за счет доменов, ориентированных против поля. Очевидно, что магнитное насыщение наступает тогда, когда векторы магнитных моментов *всех доменов* устанавливаются параллельно внешнему магнитному полю. Поскольку $\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{J})$, то зависимость B от H имеет вид, изображенный на рис.4.

В относительно слабых полях B растет быстрее H вследствие быстрого роста J , поэтому μ увеличивается до μ_{max} (см. формулу (9)). В сильных полях наступает насыщение намагниченности ($J = J_n = const$), поэтому при дальнейшем росте H отношение $J/H \rightarrow 0$ и магнитная проницаемость μ согласно формуле (9) начинает убывать, стремясь к единице (см.рис.2). Следовательно, в сильных магнитных полях индукция B возрастает с увеличением H по *линейному закону*.

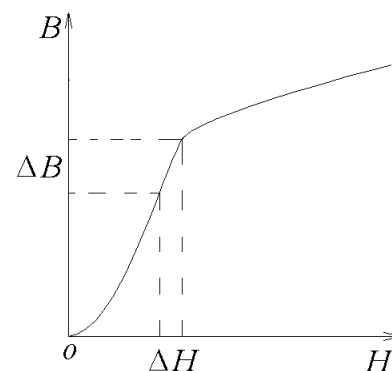


Рис. 4

Итак, μ ферромагнетиков является функцией напряженности (или тока, так как $H \sim I$). Из формулы (5) видно, что индуктивность тороида зависит от его геометрических размеров и относительной магнитной проницаемости среды. Следовательно, в присутствии ферромагнетика L тороида зависит от I так же, как μ от H . Для немагнитных магнитопроводов $\mu = const$, поэтому $L = const$ при изменении тока. В данной работе в качестве магнитопровода в тороиде используется феррит – материал с магнитными свойствами ферромагнетика, но с низкой (или нулевой) проводимостью.

При прохождении постоянного тока через обмотку тороида он оказывает активное сопротивление R , обусловленное электрическими свойствами проводника, длиной и сечением провода. Если по тороиду пропустить переменный ток, то полное сопротивление тороида возрастает.

Эффективная сила тока в цепи, содержащей индуктивность, емкость и активное сопротивление, определяется формулой

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}, \quad (10)$$

где U – эффективное напряжение, $X_L = \omega L$ – индуктивное сопротивление, $X_C = 1/\omega C$ – емкостное сопротивление, $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ – полное сопротивление цепи, ω – циклическая частота.

Так как для исследуемого тороида активное сопротивление R мало по сравнению с индуктивным X_L , а емкостное сопротивление X_C практически отсутствует, то формулу (10) можно записать в виде $I = U / \omega L$, откуда

$$L = \frac{U}{I\omega} \quad (11)$$

где $\omega = 2\pi\nu$, а $\nu = 50$ Гц.

Теорема о циркуляции

Циркуляция вектора напряженности магнитного поля \vec{H} по замкнутому контуру равна алгебраической сумме всех токов, охватываемых контуром.

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_i I_i$$

Например, циркуляция \vec{H} по контуру, охватывающему два равных по силе тока, текущих в противоположных направлениях, равна нулю. Знак тока I учитывается по общему правилу: если направление обхода контура L и направление тока связаны правилом правого винта, то знак I положителен.

При выводе формулы (1) надо выбрать замкнутый контур в виде коаксиальной окружности радиуса r , лежащей внутри тороида (см.рис.1). Полный ток, охватываемый контуром, равен $\sum_i I_i = N \cdot I$, где N – число витков на тороиде. Обратите внимание на то, что ток пронизывает поверхность, натянутую на контур, всегда в одном направлении.

Контрольные вопросы

1. Каков механизм намагничивания ферромагнетиков?
2. Что такое вектор намагниченности?
3. Как зависит вектор магнитной индукции от напряженности магнитного поля до и после насыщения?
4. Что такое относительная магнитная проницаемость среды?
5. Каким образом μ зависит от H для ферромагнитных веществ и почему?
6. Вывести формулу (5).
7. Что называется индуктивностью и в каких единицах она измеряется? От чего зависит индуктивность?

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. - 2-е изд. - М.: Наука, 1982, т.3. с.165-170, 176-180

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы: ознакомление с методом получения затухающих электрических колебаний и определение параметров колебательного контура с помощью осциллографа.

Описание лабораторной установки

Установка состоит из колебательного контура, в который входят (рис. 1): 1) катушка индуктивности L ; 2) конденсаторы C_1 , C_2 ; 3) омические сопротивления R_1 , R_2 для изменения добротности контура; 4) осциллограф (ЭО), на выход Y которого подано напряжение с контура; 5) источник питания G обеспечивающий подзарядку конденсатора контура.

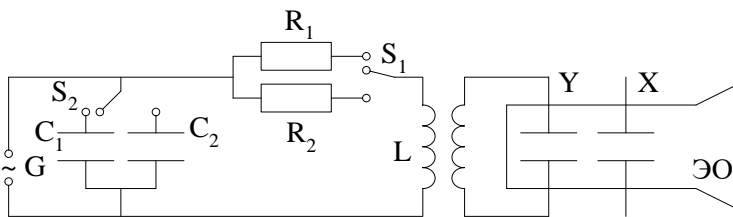


Рис.1

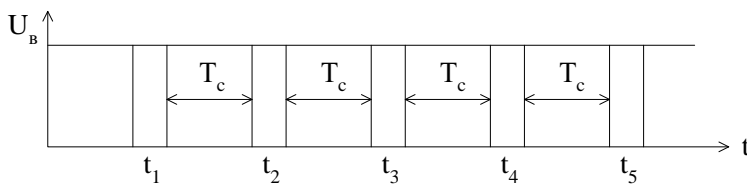


Рис.2

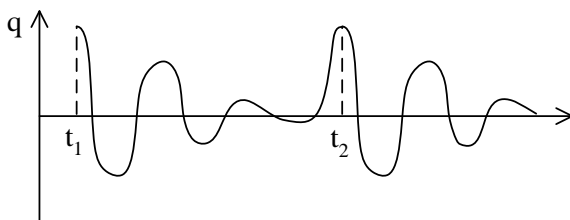


Рис.3

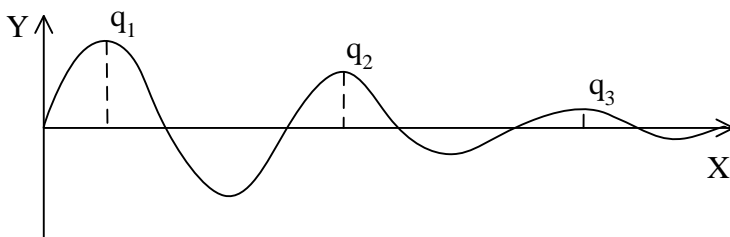


Рис.4

Установка работает следующим образом. К контуру подключаются периодически импульсы питающего напряжения U_b . В качестве этого напряжения используются импульсы синхронизации осциллографа, кото-

рые имеют вид, показанный на рис. 2.

Через равные промежутки времени имеют место импульсы напряжения U_b , а в остальное время между этими импульсами напряжение равно нулю.

После того, как на конденсатор контура C_1 был послан импульс питающего напряжения U_b и конденсатор зарядился, в контуре, состоящем из C_1 , L и R , возникают затухающие колебания в течение времени от t_1 до t_2 , когда напряжение от внешнего источника отсутствует.

Затем на конденсатор в момент времени t поступает следующий импульс напряжения U_b , и вслед за этим в контуре возникают затухающие колебания в течение времени от t_2 до t_3 и т.д.

Таким образом, в контуре периодически повторяются зату-

хающие колебания с периодом, равным периоду подачи импульсов внешнего напряжения U_B . Картина этих колебаний по времени будет иметь вид, представленный на рис. 3.

Точно по такому же закону будет изменяться и напряжение на катушке индуктивности L и сопротивлении R колебательного контура нашей установки. Это напряжение, подаваемое на вертикальный выход Y осциллографа (ЭО) (см. рис. 1) позволяет визуально наблюдать картину затухающих электрических колебаний на экране осциллографа. Если период колебаний напряжения развертки осциллографа совпадает с периодом подачи питающего напряжения U_B , то на экране осциллографа будем наблюдать картину затухающих колебаний (рис. 4).

На рис. 6 q_1 и q_2 и т.д. – амплитудные значения наблюдаемых на экране осциллографа колебаний.

В установке предусмотрена возможность изменения характеристик контура таких, как период колебаний T , логарифмический декремент δ , коэффициент затухания β и добротность Q путем изменения емкости и сопротивления колебательного контура.

Порядок выполнения работы.

1. Ознакомиться с электрической схемой установки.
2. Рассчитать теоретически характеристики колебательного контура для двух случаев:
 - а) $C=C_1$, $R=R_1$. б) $C=C_2$, $R=R_2$. Для приближенного расчета T , δ , Q использовать выражения (8), (11), (15), а для точного расчета – соотношения (10), (12), (14) соответственно. Величины β и ρ определяют по уравнениям (6) и (9). Все использованные и полученные данные занести в таблицу 1:

	C	L	R	β	ρ	Приближенно			Точно		
						T	δ	Q	T	δ	Q
а											
б											

3. Определить характеристики контура δ , T , Q экспериментальным путем с использованием осциллографа. Для этого включить установку в сеть. Добиться изображения затухающих колебаний (рис. 6). По полученной на осциллографе кривой определить экспериментальные характеристики контура. Для этого записать в табл.2 значения q_n и q_{n+m} для случаев $m=3, 5, 7$ и определить $\delta_{\text{эксп}}$ по формуле (11). Затем, используя средние значения $\langle \delta \rangle$ для двух случаев контура, определить экспериментальные значения T и Q по уравнениям (12) и (13).

При определении логарифмического декремента затухания можно пользоваться десятичными логарифмами, если учесть, что $\ln x = 2,303 \lg x$. Полученные результаты занести в таблицу 2:

	C	L	R	m	q _n	q _{n+m}	δ	< δ >	T	Q
а										
б										

4. Провести сравнительный анализ характеристик контура, полученных в пунктах 2 и 3.

Сделать вывод из проведенного анализа и записать в отчете по лабораторной работе.

Теоретическая справка:

В идеальном электрическом колебательном контуре, состоящем из емкости и индуктивности, возникают, как правило, гармонические колебания с частотой

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (1)$$

В реальном колебательном контуре всегда имеется омическое сопротивление R (соединительные провода, катушка индуктивности) и поэтому колебания в нем будут затухающими – электрическая энергия контура будет убывать вследствие выделения джоулева тепла и амплитуды колебания заряда q на обкладках конденсатора, тока I в цепи, э.д.с. самоиндукции ϵ_{si} и других величин тоже будут уменьшаться с течением времени.

Этот процесс (затухающие колебания) описывается дифференциальным уравнением:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = 0, \quad (2)$$

которое является следствием обобщенного закона Ома.

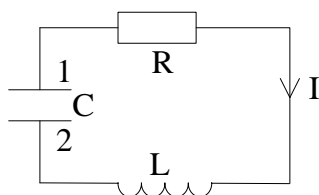


Рис. 5

Действительно, пусть конденсатор в какой-то момент времени разряжается (см. рис. 5), и за время dt заряд на обкладках уменьшается на величину $dq = -Idt$. Тогда для участка цепи 1RL2, согласно закону Ома, имеем

$$IR = (\varphi_1 - \varphi_2) + \epsilon_{si} \quad (3)$$

где φ_1 и φ_2 – потенциалы на обкладках конденсатора. Учитывая, что в уравнении (3) $\varphi_1 - \varphi_2 = U_c = q/C$ и

$\epsilon_{si} = -L \frac{dI}{dt}$, и заменяя I на $-\frac{dq}{dt}$ получим уравнение (2). Сравнивая его с обобщенной формой затухающих механических колебаний

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0, \quad (4)$$

можем сделать вывод о том, что в электрическом контуре будут происходить затухающие колебания вида $q = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \omega_0)$ (5)

где коэффициент затухания $\beta = \frac{R}{2L}$, (6)

а частота затухающих колебаний $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ (7)

Проанализируем формулу (7).

1. Если $\omega_0 \gg \beta$, то $\omega \approx \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ – в контуре возникают практически незатухающие гармонические колебания. Период таких колебаний $T = \frac{2\pi}{\omega}$ будет определяться соотношением $T = 2\pi\sqrt{LC}$, (8) которое называется формулой Томсона. Условия, соответствующие рассматриваемому случаю могут наступить, если $\frac{1}{LC} \ll \frac{R^2}{4L^2}$ или $R \ll 2\sqrt{\frac{L}{C}}$.

Величина $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$ (9)

называется волновым сопротивлением электрического колебательного контура. С использованием понятия волнового сопротивления первоначальное условие $\omega_0 \gg \beta$ можно записать как $R \ll 2\rho$.

2. Если $\omega_0 > \beta$, то $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$ – в контуре возникают затухающие колебания с частотой ω меньшей, чем частота собственных колебаний контура. В соответствии с формулой (5) для величины заряда на конденсаторе график затухающих электрических колебаний будет иметь вид, представленный на рис.6, т.е. амплитудное значение заряда на конденсаторе будет уменьшаться по экспоненциальному закону. Период таких колебаний

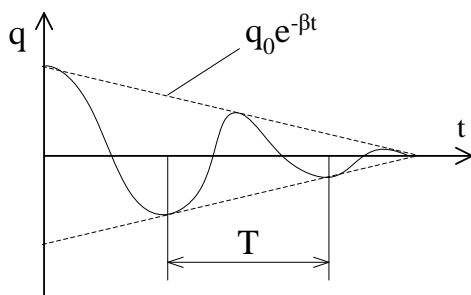


Рис. 6

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}} \quad (10)$$

Формулой (10) необходимо пользоваться для определения периода колебаний тогда, когда омическим сопротивлением невозможно пренебречь по сравнению с волновым сопротивлением контура ρ , так как условие $\omega_0 > \beta$ соответствует неравенству $R < 2\rho$.

3. Если же $\omega_0 \leq \beta$, то колебания в контуре не возникают. Наименьшее значение омического сопротивления, при котором колебания в контуре не возникают, называется критическим сопротивлением $R_{кр} = 2\rho$.

Для характеристики быстроты уменьшения амплитуды затухающих колебаний вводятся логарифмический декремент затуханий δ , равный логарифму отношения

амплитуд двух соседних колебаний. В рассматриваемом случае берут значения заряда конденсатора через промежуток времени, равный периоду электрических колебаний: $\delta = \ln \frac{q_n}{q_{n+m}}$. Для экспериментального определения δ чаще используется равноценное соотношение

$$\delta = \frac{1}{m} \ln \frac{q_n}{q_{n+m}} \quad (11)$$

Тогда используют два амплитудных значения заряда конденсатора: q_n и q_{n+m} отстоящие друг от друга на m колебаний, или взятые через отрезок времени в m раз больший, чем период колебаний.

В качестве амплитудных значений колеблющейся величины для определения логарифмического декремента затухания δ в формуле (11) может использоваться не только величина заряда конденсатора q , но и значения напряжения на конденсаторе или катушке индуктивности или величина тока в цепи электрического колебательного контура.

Величина логарифмического декремента затухания однозначно связана с коэффициентом затухания β :

$$\delta = \beta T \quad (12)$$

В радиотехнике для характеристики свойств контура используется понятие добротности Q . По физическому смыслу добротность контура в 2π раз больше отношения энергии, запасенной в контуре к энергии, теряемой на джоулево тепло в этом же контуре за одно колебание. Как показывают расчеты, величина добротности контура Q связана со значением его логарифмического декремента затухания

$$\delta \text{ соотношением } Q = \frac{\pi}{\delta} \quad (13)$$

Используя уравнения (13), (12), (9) и (6) для величины добротности можно в

$$\text{общем случае получить } Q = \sqrt{\frac{\rho^2}{R^2} - \frac{1}{4}} \quad (14)$$

Для качественных контуров с большим значением добротности активное сопротивление R контура много меньше его волнового сопротивления ρ , поэтому в соответствующих случаях формула (14) для расчета добротности может быть заменена приближенной формулой

$$Q = \frac{\rho}{R} \quad (15)$$

Контрольные вопросы.

1. Записать дифференциальное уравнение затухающих электрических колебаний.
2. Записать уравнение заряда на конденсаторе при затухающих колебаниях в контуре.
3. Что такое коэффициент затухания β и как он вычисляется для колебательного контура?
4. Что такое волновое сопротивление контура?
5. Чему равно критическое сопротивление контура? Пояснить его физический смысл.

6. Что такое добротность контура?
7. Что такое логарифмический декремент затухания δ ?
8. Получит зависимость между логарифмическим декрементом затухания δ и коэффициентом затухания β .

Литература

1. Савельев И.В. Курс физики. Т.2 – М., Наука, 1989. §70
2. Иродов И.Е. Основные законы электромагнетизма. – М. Высшая школа. 1983. §11

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО КОЛЕБАТЕЛЬНОГО КОНТУРА МЕТОДОМ РЕЗОНАНСА

Цель работы: экспериментальное исследование особенностей явления резонанса напряжений, условий его возникновения и определение основных характеристик электрического контура методом резонанса.

Описание установки.

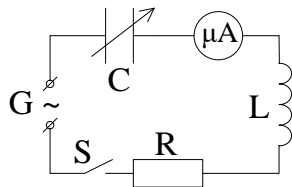


Рис. 1

Лабораторная установка (рис.1) представляет собой последовательно соединенные источник переменного напряжения G , конденсатор переменной емкости C и катушки индуктивности L с активным сопротивлением R . Кроме того, в схеме имеется микроамперметр для измерения силы тока в электрическом колебательном контуре.

Порядок выполнения работы.

1. Ознакомиться со схемой установки.
2. Снять резонансную кривую, т.е. изменяя значения емкости конденсатора C , измерять показания микроамперметра и данные занести в таблицу 1.
3. По данным таблицы 1 построить резонансную кривую $I_0 = f(C)$.

Таблица 1.

Деления на конденсаторе										
C , мкФ										
I_0 , мкА										

4. Определить по резонансной кривой значение емкости $C_{рез}$, соответствующее максимальному значению тока I_0 .
5. Определить индуктивность контура L по формуле (10). Резонансная частота $\omega_{рез}$ совпадает с частотой Э.Д.С. источника G . Значение $\omega_{рез}$ указано на установке.
6. Рассчитать волновое сопротивление контура ρ по формуле (11).
7. Рассчитать добротность контура Q по формуле (15). Сопротивление R указано на установке.
8. Заполнить таблицу 2.

$C_{рез}$, мкФ	$\omega_{рез}$, с ⁻¹	L , Гн	R , Ом	ρ , Ом	Q

Теоретическое описание.

Резонанс возникает в электрическом колебательном контуре (см.рис.1). Э.Д.С. источника G меняется во времени по закону:

$$U_B = U_0 \cos \omega t \quad (1)$$

Используя правило Кирхгофа для контура, запишем:

$$RI + \frac{q}{C} = -L \frac{dI}{dt} + U_0 \cos \omega t \quad (2)$$

Подставляя в (2) определение силы тока $I = \frac{dq}{dt}$, получим дифференциальное уравнение второго порядка относительно заряда q на конденсаторе:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = \frac{U_0}{L} \cos(\omega t) \quad (3)$$

Решение этого уравнения имеет вид (вывести самостоятельно):

$$q = \frac{U_0}{L\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}} \cos(\omega t - \varphi), \quad (4)$$

где $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ – собственная частота колебаний контура, $\beta = \frac{R}{2L}$ – коэффициент

затухания, $\varphi = \arctg\left(\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right)$ – отставание по фазе колебаний заряда на обкладках конденсатора от Э.Д.С. источника.

Дифференцируя уравнение (4) по времени, найдем зависимость силы тока в цепи от времени: $I = \frac{dq}{dt} = -\frac{U_0\omega}{L\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}} \sin(\omega t - \varphi)$ (5)

Как известно: $-\sin(\omega t - \varphi) = \cos\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$. Таким образом, колебания силы тока опережают по фазе колебания заряда на конденсаторе на $\frac{\pi}{2}$.

Рассмотрим выражение для амплитуды силы тока:

$$I_0 = \frac{U_0\omega}{L\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}} \quad (6)$$

Введем следующие обозначения: $R_C = \frac{1}{C\omega}$ (7)

– емкостное реактивное сопротивление; $R_L = L\omega$ (8)

– индуктивное реактивное сопротивление.

Используя формул (7) и (8), а также выражения для ω_0 и β , преобразуем формулу (6) к виду (проделать преобразования самостоятельно):

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{\left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)^2 + R^2}} \quad (9)$$

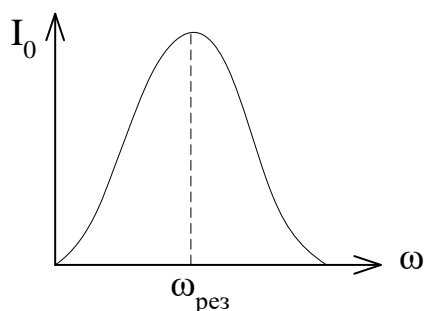


Рис. 2

Формула (9) показывает зависимость амплитуды силы тока от частоты ω внешней Э.Д.С., которую называют амплитудно-частотной характеристикой. Она изображена на рис.2. Из рис.2 видно, что при совпадении частоты внешней Э.Д.С. с некоторой частотой $\omega_{рез}$ амплитуда силы тока достигает своего максимального значения. Такое явление называется

резонансом. Из формулы (9) видно, что максимум амплитуды силы тока достигается в случае равенства нулю выражения в скобках в знаменателе, т.е. равенства емкостного и индуктивного сопротивлений:

$$\frac{1}{C\omega} - L\omega = 0 \Rightarrow \omega_{\text{рез}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0 \quad (10)$$

Действительно, если $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, то $R_C = \sqrt{\frac{L}{C}}$ и $R_L = \sqrt{\frac{L}{C}}$.

Величина
$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (11)$$

получила название волнового сопротивления контура.

Таким образом резонанс для силы тока наступает при совпадении частоты внешней Э.Д.С. и собственной частоты контура.

Найдем зависимость от времени напряжения на контуре:

$$U_C = \frac{q}{C} = \frac{U_0}{LC\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}} \cos(\omega t - \varphi) \quad (12)$$

Найдем зависимость от времени напряжения на катушке:

$$U_L = L \frac{dI}{dt} = L \frac{d^2q}{dt^2} = -\frac{U_0\omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}} \cos(\omega t - \varphi) \quad (13)$$

Учитывая, что $-\cos(\omega t - \varphi) = \cos(\omega t - \varphi + \pi)$, заметим, что колебание напряжения на катушке индуктивности опережает колебание тока в контуре $\frac{\pi}{2}$ (см. формулу 5), а напряжение на конденсаторе на π , что означает колебания в противофазе.

В случае резонанса значение φ становится равным

$$\varphi = \arctg\left(\frac{2\beta\omega_{\text{рез}}}{\omega_0^2 - \omega_{\text{рез}}^2}\right) = \arctg(\infty) = \frac{\pi}{2}$$

Ширина резонансной кривой (рис.2) характеризуется *добротностью* контура:

$$Q = \frac{U_{C\text{max}}}{U_0} \quad (14)$$

Добротность показывает, во сколько раз амплитуда напряжения на конденсаторе при резонансе больше амплитуды внешней Э.Д.С. В контуре с высокой добротностью выражение (14) можно заменить на

$$Q = \frac{\rho}{R} \quad (15)$$

Контрольные вопросы.

1. Нарисовать принципиальную электрическую схему для наблюдения резонанса тока.
2. Записать дифференциальное уравнение вынужденных электрических колебаний.

3. Какое явление называется резонансом?
4. Найти резонансную частоту для колебаний заряда на конденсаторе.
5. Найти резонансную частоту для колебаний силы тока в контуре.
6. Найти резонансную частоту для колебаний напряжения на катушке индуктивности.
7. Резонанс какой величины наблюдается в схеме на рис.1?
8. Как изменится кривая на рис.2 при увеличении активного сопротивления в контуре?
9. Почему в радиоприемниках необходимо использовать приемный контур с большой добротностью?

Литература

1. Иродов И.Е. Основные законы электромагнетизма: Учебное пособие. – М., Высшая школа, 1983.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАДИУСА КРИВИЗНЫ ЛИНЗЫ С ПОМОЩЬЮ КОЛЕЦ НЬЮТОНА

Цель работы: ознакомление с явлением интерференции в тонких пленках и определение радиуса кривизны сферической поверхности линзы, соприкасающейся с плоской поверхностью пластинки.

Описание установки

Установка, используемая в данной работе, схематически изображена на рис.1. Свет от источника S , пройдя через конденсорную линзу K и светофильтр G , в виде пучка параллельных лучей попадает на полупрозрачную пластинку N , расположенную под углом 45° к направлению светового потока. Отражаясь от пластинки, свет падает на линзу L , лежащую выпуклой стороной на гладкой стеклянной пластинке P . Кольца Ньютона наблюдаются с помощью микроскопа B . Измерение радиусов колец производится окуляром-микрометром M , оптическое изображение шкалы которого накладывается на картину колец Ньютона.

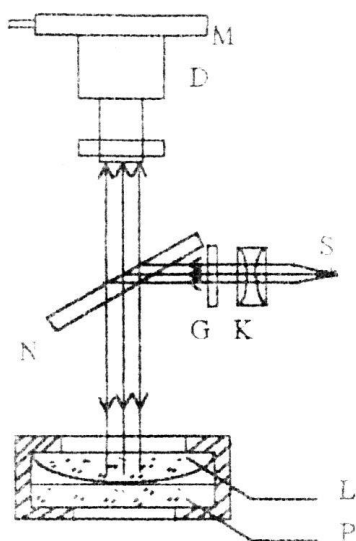


Рис. 1

Порядок выполнения работы

1. Разобраться в устройстве микроскопа.
2. Включить в сеть осветитель микроскопа.
3. Найти кольца Ньютона в поле зрения микроскопа. Для этого следует очень медленно поднимать тубус микроскопа, непрерывно наблюдая в окуляр поле зрения.

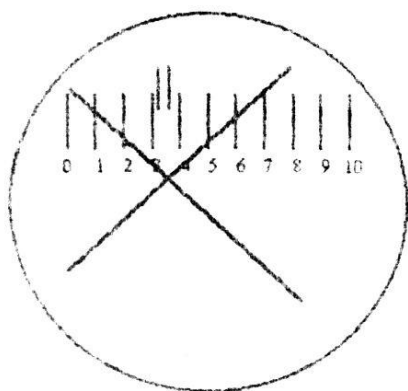


Рис. 2

. При появлении колец в поле зрения с помощью винтов на предметном столике микроскопа привести центр колец в центр поля зрения.

5. Измерить расстояние между темными кольцами $\Delta r = r_{k+1} - r_k$ с помощью окуляр-микрометра, неподвижная шкала которого с ценой деления 1 мм наблюдается в поле зрения микроскопа.

Кроме неподвижной шкалы в поле зрения находятся подвижное перекрестие и двойная черта, которые перемещаются по полю зрения при вращении барабана окуляр-микрометра (см. рис.2). Одно деление неподвижной шкалы равно 100 делениям шкалы барабана

окуляр-микрометра. Для измерения надо поставить подвижное перекрестие на первое темное кольцо. Предположим, что подвижная двойная черта при этом установилась между цифрами 3 и 4, а указатель на барабане микрометрического

винта стоит против деления 65. Это значит, что точка первого темного кольца, отмеченная перекрестием, находится на делении 3,65 окуляра-микрометра. Затем центр перекрестия надо поставить на второе темное кольцо и снова производим подобный отсчет. Пусть новый отсчет дает число 4,27.

Шкала окуляра-микрометра лежит в одной плоскости с действительным изображением колец Ньютона, получающимся при прохождении лучей через объектив микроскопа. Увеличение, даваемое объективом микроскопа, равно 9,5. Для получения расстояния между кольцами (в мм) следует из второго отсчета вычесть первый и результат поделить на 9,5: $r_{k+1} - r_k = \frac{4,27 - 3,65}{9,5} = 0,065$ мм

6. Такие же отсчеты провести для 3, 4 и 5-го колец.

7. Результаты измерений и вычислений занести в таблицу.

Но- мер коль- ца	Отсчет по шкале окуляра- микрометра	$r_{k+1} - r_k$, мм	R , мм	$\langle R \rangle$, мм	ΔR , мм	$\langle \Delta R \rangle$, мм
1						
2						
3						
4						
5						

Относительную погрешность вычислить по формуле $E = \langle \Delta R \rangle / \langle R \rangle$, где $\langle \Delta R \rangle$ – среднее значение модулей отклонений $\Delta R = |R - \langle R \rangle|$.

Теоретическое описание

Интерференцией волн называется явление усиления или ослабления амплитуды результирующих колебаний при наложении двух или более когерентных волн. Волны называются когерентными, если их частоты колебаний одинаковы и разность фаз колебаний постоянна в течение времени наблюдения., много большего периода колебаний.

Возможность получения устойчивой интерференционной картины ограничивается характером атомных процессов, вследствие которых происходит излучение света. Процесс излучения в каждом из атомов длится около 10^{-8} секунды и столь же короткое время может существовать интерференционная картина, образованная волнами от двух независимых атомов. Следующий процесс излучения наступает через неопределенный отрезок времени, и поэтому интерференция будет происходить при иной разности фаз. Таким образом, интерференционные картины от независимых атомов сменяются настолько часто и беспорядочно, что в результате получается усредненная равномерная освещенность. Для получения интерференции приходится пользоваться волнами, испущенными одним и тем же атомом в одном и том же акте излучения. Для этого излучение от одного источника необходимо разделить на два потока и направить в одну и ту же точку по разным путям. Соединяемые лучи имеют некоторую разность фаз, которая зависит

только от устройства интерференционного прибора и при повторных актах излучения сохраняет свою величину.



Рис. 3

При отражении световой волны от обеих поверхностей тонкой плоскопараллельной прозрачной пленки возникают когерентные световые пучки, как показано на рис.3.

Разность фаз отраженных волн определяется их оптической разностью хода:

$$\Delta = (AB + BC) \cdot n - (AD + \lambda/2), \quad (1)$$

где n – показатель преломления пленки относительно среды, в которой она находится, а до-

полнительный набег хода $\lambda/2$ возникает вследствие изменения фазы колебаний светового (электрического) вектора на π при отражении от оптически более плотной среды в точке А.

Преобразуя уравнение (1) с учетом закона преломления, получаем выражение

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2} \quad (2)$$

Условие интерференционного максимума:

$$\Delta = 2k \frac{\lambda}{2}. \quad (3)$$

Условие интерференционного минимума:

$$\Delta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (4)$$

где k – порядок максимума или минимума.

Положения интерференционных максимумов и минимумов, как следует из формулы (2), зависят только от угла α , отсюда и название таких интерференционных полос – *полосы равного наклона*. Так как отраженные когерентные волны параллельны, то интерференционные полосы в этом случае локализованы в бесконечности. Интерференционная картина в тонких пленках наблюдается также и в проходящем свете (см. рис.1). При этом оптическая разность хода между интерферирующими лучами рассчитывается также по формуле (1) с той лишь разницей,

что в формуле отсутствует слагаемое $\lambda/2$, так как световой вектор в данном случае не меняет фазы колебаний.

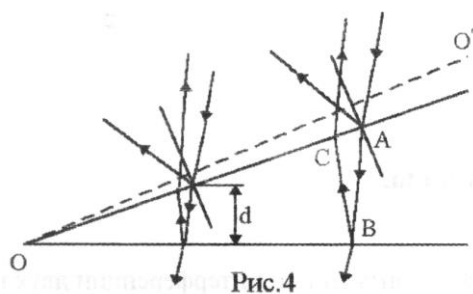


Рис.4

Аналогичная картина будет наблюдаться в случае отражения световой волны от обеих поверхностей клинообразной тонкой пленки (см. рис.4). Отличие от предыдущей ситуации состоит в том, что отраженные волны не параллельны,

а расходятся или сходятся в зависимости от направления падающей волны. Поэтому при наблюдении глазом интерференционная картина будет локализована в плоскости, изображенной на рис.4 пунктиром OO' .

В этом случае интерференционные полосы называются *полосами равной толщины*, потому что каждый максимум или минимум соответствуют постоянной толщине клина d . Расчет интерференционной картины можно вести по формуле (2), если угол клина мал.



Рис. 5

Частным случаем полос равной толщины являются кольца Ньютона (см. рис.5). Они наблюдаются при отражении света от соприкасающихся друг с другом плоскопараллельной стеклянной пластинки и плосковыпуклой линзы с большим радиусом кривизны.

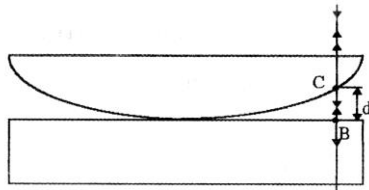


Рис. 6

Роль тонкого клина выполняет воздушный зазор между пластинкой и линзой, при этом воздушный клин является *сферическим*, а полосы равной толщины наблюдаются вблизи поверхности линзы в *виде колец* с центром в точке соприкосновения линзы и пластинки. Вследствие малой толщины и малого угла клина точка C на рис.4 фактически совпадает с точкой A, и отклонением лучей AB и CB от вертикали можно пренебречь. Поэтому, как следует из формулы (2) и непосредственно из рис.6, разность хода интерферирующих волн вблизи точки C равна:

$$\Delta = 2dn + \lambda/2.$$

(5)

Из геометрических соображений (см. рис.7) следует:

$$r_k^2 = R^2 - (R - d)^2 = R^2 - R^2 + 2Rd - d^2 \approx 2Rd,$$

откуда $d = r_k^2 / 2R$.

Следовательно, при условии воздушного зазора ($n = 1$) оптическая разность хода равна:

$$\Delta = \frac{r_k^2}{R} + \frac{\lambda}{2} \quad (6)$$

Используя условия максимума (3) или минимума (4), можно найти радиусы светлых или темных колец Ньютона в отраженном свете:

$$r_{k(\text{темн. в отр.})} = \sqrt{Rk\lambda} \quad (7)$$

$$r_{k(\text{светл. в отр.})} = \sqrt{R(2k-1)\frac{\lambda}{2}} \quad (8)$$

где k – порядковый номер кольца, начиная с $k = 1$.

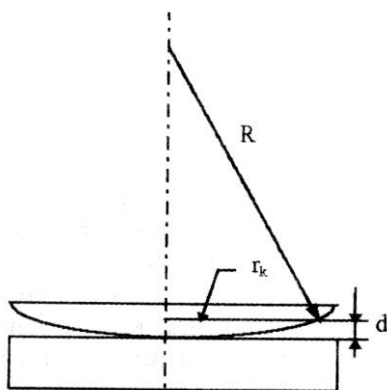


Рис. 7

Измеряя радиусы темных колец по формуле (7), можно найти радиус кривизны линзы. Но в лабораторной работе радиусы колец находятся неточно из-за неопределенного положения центра колец, поэтому, чтобы исключить эту неточность, необходимо использовать разность радиусов соседних колец, что приводит к формуле:

$$R = \frac{(r_{k+1} - r_k)^2}{\lambda(\sqrt{k+1} - \sqrt{k})^2} \quad (9)$$

В данной работе используется красный или зеленый светофильтр, который пропускает свет с длиной волны $\lambda_k = 0,7$ мкм или $\lambda_z = 0,52$ мкм

Контрольные вопросы

1. Что такое интерференция волн?
2. Какие волны называются когерентными?
3. Как сформулировать условия минимума и максимума амплитуды при интерференции двух волн?
4. Показать ход лучей и записать разность хода при возникновении интерференционных полос равной толщины и равного наклона.
5. Вывести формулу (2) из формулы (1).
6. Как возникают кольца Ньютона? Показать ход лучей.
7. Вывести формулы для радиусов колец Ньютона в отраженном свете (7) и (8).
8. Вывести формулы для радиусов колец Ньютона в проходящем свете. Сравнить результат с формулами (7) и (8). Чем отличается интерференционная картина в отраженном и проходящем свете?
9. Что произойдет с радиусом колец Ньютона, если пространство между линзой и пластинкой заполнить водой?
10. Что наблюдается (минимум или максимум) в центре колец Ньютона в отраженном и в проходящем свете? Объяснить.
11. Изменится ли вывод формул (7) и (8), если пространство между линзой и пластинкой заполнить жидкостью с большим, чем у стекла показателем преломления?

Литература

1. Савельев И.В. Курс физики. т.3, Наука, 1989.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ШИРИНЫ ЗАПРЕЩЕННОЙ ЗОНЫ ПОЛУПРОВОДНИКА И ТЕМПЕРАТУРНОГО КОЭФФИЦИЕНТА СОПРОТИВЛЕНИЯ МЕТАЛЛА

Цель работы: исследование зависимости сопротивления полупроводника и металла от температуры, определение ширины запрещенной зоны полупроводника и температурного коэффициента сопротивления металла.

Теоретическая часть



Рис.1. Зонные энергетические диаграммы: а) - непроводника; б) - полупроводника

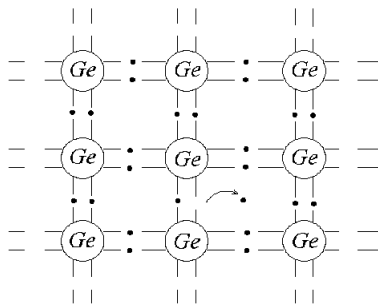


Рис.2. Межатомные связи: кристаллическая решетка чистого полупроводника

Полупроводниками называются вещества, проводимость которых в 10^6 раз хуже, чем у **металлов**, и растет с ростом температуры (а у металлов, как известно, падает). К чистым полу-проводникам с собственной проводимостью относятся элементы четвертой группы периодической системы, а именно: германий, кремний и серое олово. Их свойства определяет зонная структура и заполнение электронами уровней энергии. Как и у **непроводников**, зона проводимости полупроводников пуста при $T=0$ K.

Но если у непроводников ширина запрещенной зоны, отделяющей зону проводимости от валентной зоны, **очень велика**, то у полупроводников она **мала** и составляет $\Delta E_z \sim 0,1 \dots 1$ эВ. На рис.1 показана зонная структура **непроводника** (алмаза) и **полупроводника** (германия).

Как известно, энергия теплового возбуждения $E = kT$ слишком мала, чтобы электроны могли преодолеть запрещенную зону, и зона проводимости остается пустой (рис.1,а). В полупроводниках, однако, эта энергия **сравнима** с шириной запрещенной зоны ΔE_z и

часть электронов с верхних уровней валентной зоны, как показано на рис.1,б, переходит при тепловом возбуждении в зону проводимости. Эта зонная структура соответствует кристаллической решетке полупроводника, изображенной на рис.2,а. Межатомные связи, обозначенные пунктиром, образуются при перекрытии электронных оболочек атомов **Ge**. Электроны валентной зоны принадлежат электронным оболочкам. При тепловом возбуждении, как показано на рис.2,а, один из электронов может приобрести энергию связи ΔE_z , преодолеть кулоновское притяжение со стороны ядра и стать свободным, т.е. перейти в зону проводимости. В результате концентрация электронов в зоне проводимости достигает значений $n_e \sim 10^{15} \dots 10^{16} \text{ м}^{-3}$ (при нормальной температуре) и **увеличивается** с ростом **T**. Это значение ничтожно по сравнению с концентрацией электронов про-

водимости в металлах ($n \sim 10^{23} \text{ см}^{-3}$) и этим объясняется плохая электропроводность полупроводников

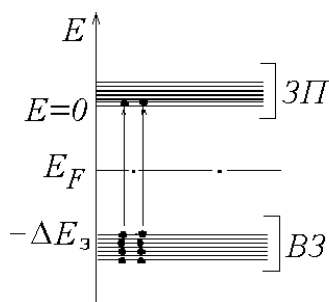


Рис.3. Уровень Ферми для чистого полупроводника

Если бы валентная зона была полностью заполнена электронами, то они не участвовали бы в проводимости. Но на месте ушедших из валентной зоны (вырванных из валентной связи) электронов вблизи верха валентной зоны остаются незаполненные энергетические уровни. Другие электроны из валентной зоны могут переходить под действием внешнего поля на эти уровни и создавать ток. Таким образом, можно подумать, что

в заполненной электронами валентной зоне перемещается незанятое пустое место. Тогда говорят, что перемещается "дырка". **Дырки** - это квазичастицы, находящиеся на месте вакантных валентных связей или незаполненных уровней в валентной зоне и обладающие положительной эффективной массой $m_p > 0$ и положительным зарядом $q_p = +e$. Переходы электронов на вакантные уровни, т.е. **электрический ток** создаваемый всеми электронами из валентной зоны, эквивалентен току квазичастиц - дырок.

Число электронов в зоне проводимости собственного полупроводника равно числу дырок в валентной зоне, т.е. $n_p = n_e$. Так как электронный и дырочный газы в полупроводнике невырожденные, то, например, для электронов распределение по энергиям можно записать в виде $dn_e(E) A \sqrt{E} f(E) dE$, где $f(E)$ - функция распределения **Ферми-Дирака**, показывающая вероятность заполнения электроном энергетического уровня с энергией E . $f(E, T) = \frac{1}{\exp((E - E_F)/kT) + 1}$, где E_F - энергия

Ферми (электрон может иметь такую энергию с вероятностью 50%); T - абсолютная температура; $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж} \cdot \text{К}^{-1}$ - постоянная **Больцмана**.

В области больших энергий (т.е. при $E - E_F \gg kT$) единицей в знаменателе можно пренебречь. Тогда функция Ферми-Дирака принимает вид:

$$f(E, T) = \exp\left(-\frac{E - E_F}{kT}\right)$$

а распределение по энергиям можно записать в виде $dn_e(E) A \sqrt{E} \exp\left(-\frac{E - E_F}{kT}\right) dE$,

где за нулевой уровень энергии принято дно зоны проводимости (рис.3). Аналогично запишется распределение дырок в валентной зоне. Вычисляя n_e

$$n_e = \int_{E=0}^{E=\infty} dn_e = \text{const} \cdot \exp\left(\frac{E_F}{kT}\right)$$

(1)

и n_p и приравнявая их, находим

$$E_F = -\Delta E_z / 2. \quad (2)$$

Следовательно, уровень Ферми в чистых полупроводниках лежит посередине запрещенной зоны. Т.о. из формул (1) и (2) вытекает, что $n_e = n_p \sim \exp\left(-\frac{\Delta E_z}{2kT}\right)$.

Так как проводимость чистого полупроводника (собственная проводимость) состоит из суммы проводимостей электронов и дырок, а каждая из них пропорциональна n_e , то окончательно получим $\sigma = \sigma_o \exp(-\frac{\Delta E_3}{2kT})$. Значит, собственная проводимость полупроводника экспоненциально растет с ростом температуры. Так как σ связана с удельным сопротивлением ρ соотношением $\sigma = 1/\rho$, то для сопротивления собственного полупроводника имеем

$$R = R_o \exp(\frac{\Delta E_3}{2kT}). \quad (3)$$

Прологарифмировав выражение (3), получим $\ln R - \ln R_o = \Delta E_3 / 2kT$ или

$$\ln R_o = \frac{\Delta E_3}{2k} \cdot \frac{1}{T} + const.$$

Если построить график зависимости $\ln R = f(1/T)$, то получим прямую линию. По тангенсу угла наклона этой прямой можно определить ширину запрещенной зоны собственного полупроводника:

$$\Delta E_3 = 2k \frac{\Delta(\ln R)}{\Delta(1/T)}, \quad (4)$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж} \cdot \text{К}^{-1}$ - постоянная Больцмана.

В металлах электроны проводимости образуют вырожденный электронный газ. Концентрация таких электронов **слабо зависит от температуры**. Однако их подвижность b пропорциональна длине свободного пробега λ электрона в металле: $b \sim \lambda$. Длина свободного пробега, в свою очередь, зависит от частоты столкновений электрона с атомами решетки. Каждый атом решетки при нагревании совершает **беспорядочные колебания** с амплитудой a относительно положения равновесия. Диск с площадью $S \sim \pi a^2$ можно принять за сечение рассеяния колеблющегося атома. Электрон, проходя через проводник и попадая в один из таких дисков, будет испытывать рассеяние. Поэтому длина свободного пробега обратно пропорциональна сечению рассеяния: $\lambda \sim 1/S \sim 1/a^2$. Но квадрат амплитуды колебания a^2 пропорционален энергии E колеблющегося атома, а в твердом теле средняя энергия атомов, совершающих тепловое колебание, пропорциональна температуре T . Поэтому в металле $b \sim \lambda \sim 1/a^2 \sim 1/E \sim 1/T$, а удельная электропроводность металла $\sigma = neb = const/T$, где n - концентрация электронов; e - заряд электрона. Следовательно, зависимость сопротивления металла от температуры определяется приближенным соотношением $R = R_o(1 + \alpha t)$, где t - температура, измеренная по шкале Цельсия; α - характерная для данного металла константа, которая называется температурным коэффициентом сопротивления; R_o - сопротивление при $t = 0^\circ \text{C}$. График зависимости $R = f(t)$ является прямой линией.

Построив этот график и определив значение R_o , можно определить температурный коэффициент сопротивления по формуле:

$$\alpha = \frac{\Delta R}{R_o \Delta t}. \quad (5)$$

Этот коэффициент равен относительному изменению сопротивления металла при увеличении его температуры на 1°C .

Порядок выполнения работы

1. Разобраться в назначении элементов схемы (см. приложение 2).
 2. Ознакомиться с инструкцией по работе с мостом постоянного тока.
 3. Подключить полупроводник к мосту постоянного тока, поставив ключ S в положение 1. Измерить сопротивление полупроводника R_n при комнатной температуре.
 4. Подключить металл к мосту постоянного тока, поставив ключ S в положение 2. Измерить сопротивление металла R_m при комнатной температуре.
 5. Записать в табл.1 начальные температуру и сопротивление R_n и R_m .
 6. Включить установку в сеть. Тумблером включить нагреватель. Когда температура повысится на 5°C , измерить сопротивление металла R_m . Занести значения температуры и сопротивления в табл.1. Подключить полупроводник к мосту. Когда температура еще повысится на 5°C , измерить сопротивление полупроводника и занести в табл.1 значение его сопротивления и соответствующую температуру. Снова подключить металл к мосту и измерить сопротивление металла, когда температура повысится еще на 5°C , и т.д. до 100°C .
 7. После окончания измерений выключить установку.
 8. Построить графики зависимости сопротивления полупроводника и металла от температуры. Пользуясь формулой (5) и построенным графиком $R_m = f(t)$, определить значение сопротивления металла R_0 при $t=0^\circ\text{C}$ и температурный коэффициент сопротивления металла α .
 9. Заполнить табл.2. Построить график зависимости $\lg R_n = f(1/T)$. Если учесть, что $k=1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж} \cdot \text{K}^{-1} / (1,6 \cdot 10^{-19}) \text{ эВ} \cdot \text{K}^{-1}$, и что $\ln R = 2,3 \lg R$, то формула (4) принимает вид $\Delta E_z = 2 \cdot 10^{-4} \cdot \Delta(\lg R_n) / \Delta(1/T) \text{ эВ}$.
- Пользуясь этой формулой и построенным графиком, определить ширину запрещенной зоны ΔE_z .

Таблица 1.

Полупроводник		Металл	
$t, ^\circ\text{C}$	$R_n, \text{ Ом}$	$t, ^\circ\text{C}$	$R_m, \text{ Ом}$

Таблица 2.

T, K	1/T, K ⁻¹	$\lg R_n$

Контрольные вопросы

1. Описать структуру энергетических зон полупроводника.
2. Что называется уровнем Ферми и энергией Ферми?
3. Чем определяется электронная и дырочная проводимость полупроводника?
4. Объяснить механизм зависимости сопротивления полупроводника от температуры.
5. Объяснить механизм зависимости сопротивления металла от температуры

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. - 2-е изд. - М.: Наука, 1982, т.3.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТУННЕЛЬНОГО ЭФФЕКТА С ПОМОЩЬЮ ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ТУННЕЛЬНОГО ДИОДА

Цель работы: изучение работы туннельного диода и ознакомление с туннельным эффектом в туннельном диоде, определение положения уровня Ферми в вырожденном полупроводнике.

Описание установки

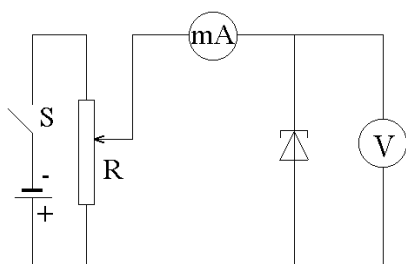


Рис.1. Схема установки

Схема установки представлена на рис.1. Ключ S служит для включения установки. С помощью потенциометра R можно регулировать напряжение, подаваемое на туннельный диод АИ-301Г. Миллиамперметр служит для измерения тока через диод, вольтметр - для измерения напряжения.

Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться со схемой установки.
2. Включить установку в сеть.
3. Снять зависимость $I(U)$, плавно изменяя напряжение на диоде с помощью потенциометра от 0 до максимума через равные интервалы. Полученные данные записать в таблицу.

U							
, В							
I							
, mA							

4. Выключить установку. Построить вольтамперную характеристику туннельного диода $I(U)$ на миллиметровой бумаге.
5. Определить значение напряжения U_{\max} , при котором туннельный ток имеет максимальное значение, и с помощью формулы (10) определить в электрон-вольтах положение уровня Ферми для туннельного p-n-перехода относительно дна зоны проводимости в n-области.
6. По построенному графику и формуле (11) рассчитать дифференциальное сопротивление "падающего" участка кривой (участок "в" на рис.5).

Теоретическое описание

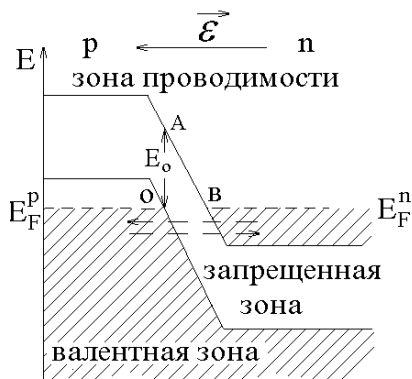


Рис.2. Зонная структура туннельного вырожденного р-п-перехода в отсутствие внешнего напряжения

В сильнолегированных полупроводниках концентрация примесных носителей заряда большая: $n = 10^{10} \dots 10^{20} \text{ см}^{-3}$. Примесные носители заряда начинают взаимодействовать друг с другом, а примесные уровни (донорные или акцепторные) за счет этого взаимодействия расщепляются в зону близко расположенных разрешенных уровней энергии. Эта зона сливается с зоной проводимости в полупроводнике n-типа или с валентной зоной в полупроводнике р-типа.

Структура энергетических зон туннельного р-п-перехода будет такой, как показано на рис.2. Уровень Ферми E_F смещается и будет проходить выше

дна зоны проводимости в n-области и ниже потолка валентной зоны в р-области. В состоянии динамического равновесия устанавливается такая величина потенциального барьера на границе р-п-перехода, что уровни Ферми в р- и n-областях выравниваются. Электронный газ становится вырожденным, т.е. **число свободных электронов сравнимо с числом допустимых разрешенных уровней энергии**, на которых может находиться отдельный электрон, и при заполнении этих уровней необходимо учитывать квантовые эффекты. Для такого электронного газа вероятность заполнения f состояния с энергией E определяется функцией распределения

Ферми-Дирака:
$$f(E, T) = \frac{1}{\exp((E - E_F)/kT) + 1},$$

(1)

где E_F - энергия Ферми (электрон может иметь такую энергию с вероятностью 50%); T - абсолютная температура; $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж К}^{-1}$ - постоянная Больцмана.

Доля электронов, переходящих в результате теплового возбуждения на уровни энергии, лежащие выше уровня Ферми, для вырожденной системы очень незначительна (около 1% при комнатной температуре). Практически можно считать, что в вырожденном полупроводнике все уровни энергии, лежащие ниже уровня Ферми, заполнены электронами (заштрихованная область на рис.2), а уровни энергии, лежащие выше уровня Ферми, свободны.

Электрон не может занять уровень энергии, расположенный в **запрещенной зоне**. Поэтому согласно законам **классической механики** электрон при движении через р-п-переход должен приобрести в точке О или В (рис.2) энергию E_0 , равную ширине запрещенной зоны, и оказаться на одном из уровней зоны проводимости, лежащих **выше** запрещенной зоны в р-области. Такой переход эквивалентен переходу потенциальный барьер ОАВ (рис.2). Если полная энергия E классической

частицы меньше высоты E_o потенциального барьера, то преодолеть этот барьер и проникнуть в область $x > 0$ она не может.

Однако электрон является микрочастицей, для которой справедливы законы квантовой механики. Согласно этим законам микрочастица может проникнуть сквозь потенциальный барьер малой ширины и высоты даже в том случае, когда ее полная энергия меньше высоты потенциального барьера. В этом заключается сущность туннельного эффекта. Объясняется это явление квантовыми эффектами при движении микро-частицы. В соответствии с принципом неопределенности Гейзенберга $\Delta p_x \Delta x \geq \hbar$, $\Delta E \Delta t \geq \hbar$,

(2)

т.е. для микрочастицы нельзя одновременно определить точные значения ее импульса и координаты или энергии и момента времени измерения ($\Delta p_x, \Delta x, \Delta E$ - неопределенности импульса, координаты и энергии микрочастицы; $\hbar = h/2\pi$, $\hbar = 1,054 \cdot 10^{-34}$ Дж·с - постоянная Планка).

На короткое время Δt микрочастица может достичь энергии E_o $\Delta E \Delta t = (E_o - E) \Delta t \geq \hbar$ и, находясь в так называемом виртуальном состоянии, перелететь через потенциальный барьер. Так как Δt очень мало, необходимо, чтобы высота и ширина потенциального барьера были также малыми.

При движении электрона в твердом теле туннельный эффект проявляется в самых различных случаях. Туннельный диод демонстрирует одно из проявлений туннельного эффекта - прохождение электрона через потенциальный барьер в области р-п-перехода.

Найдем вероятность прохождения электрона через потенциальный барьер, изображенный на рис.3. В квантовой механике для описания состояния микрочастиц вводится волновая функция $\psi(x, y, z)$. Величина $|\Psi(x, y, z)|^2 dV$ представляет собой вероятность того, что микрочастица находится в элементе объема $dV = dx dy dz$ в окрестности точки с координатами x, y, z . Волновая функция удовлетворяет уравнению Шредингера, которое в одномерном случае записывается в

$$\text{виде} \quad \frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} [E - U(x)] \psi = 0,$$

(3)

где m - масса микрочастицы; U - ее потенциальная энергия; E - полная энергия частицы. Решение уравнения (3) в области $0 \leq x \leq L$ имеет вид

$$\psi(x) = \psi_o \exp \left(-\frac{1}{\hbar} \int_0^x \sqrt{2m[U(x) - E]} dx \right).$$

(4)

Если потенциальный барьер имеет конечную ширину $OB=L$ (рис.3), то коэффициент прохождения, равный отношению плотности прошедшего через барьер потока электронов к плотности подходящего к барьеру потока электронов, выражается формулой

$$D \approx \exp \left(-\frac{2}{\hbar} \int_0^L \sqrt{2m[U(x) - E]} dx \right). \quad (5)$$

Здесь L - ширина запирающего слоя р-п-перехода. Из рис.2 и 3 видно, что в области $0 \leq x \leq L$ $U(x) - E = E_o - e\epsilon x$,

(6)

где ϵ - напряженность запирающего поля, возникающего на границе р-п-перехода и приводящего к возникновению потенциального барьера; e - заряд электрона. Подставляя выражение (6) в (5) и производя интегрирование в показателе экспоненты с учетом $eL = E_o$, получаем

$$D \approx \exp \left(-\frac{4\sqrt{2m}E_o^{3/2}}{3\hbar e\epsilon} \right) \approx \exp \left(-\frac{4\sqrt{2m}}{3\hbar} L\sqrt{E_o} \right).$$

(7)

Из этого результата следует, что при $E_o \approx 1$ эВ коэффициент прохождения, или **вероятность перехода** электронов через р-п-переход за счет туннельного эффекта, резко изменяется от нуля до десятых долей единицы, если ϵ становится порядка $(5...8) \cdot 10^7$ В/м и ширина запирающего слоя L уменьшается приблизительно до 10^{-8} м. В обычных полупроводниковых р-п-переходах ширина запирающего слоя $L = 10^{-6} \dots 10^{-7}$ м. Эти характерные величины дают представление об условиях, при

которых туннельный эффект в полупроводниках становится существенным.

Если к туннельному р-п-переходу приложить небольшое прямое напряжение, то, как и в случае обычного р-п-перехода величина потенциального барьера уменьшится, и уровни Ферми по обе стороны барьера уже не будут совпадать (рис.4). Напротив заполненных электронами уровней в зоне проводимости п-области окажутся свободные уровни в валентной зоне р-области. Возникает нескомпенсированный туннельный ток I , который возрастает при увеличении прикладываемого напряжения (участок "б" на рис.4) и достигает максимума (точка 1) при значении напряжения

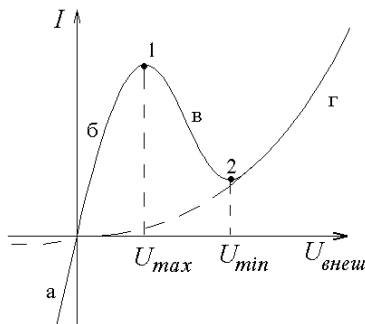


Рис.4. Зонная структура вырожденного р-п-перехода соответствующая максимуму туннельного тока

$$U_{\max} = \frac{2}{3} \cdot \frac{(E_F^n - E_F^p) + (E_1^p - E_F^p)}{e}.$$

(8)

Здесь E_F^n, E_F^p , - уровни Ферми в п- и р-областях; E_2^n - значение энергии, соответствующее нижнему краю зоны проводимости п-области; E_1^p - значение энергии, соответствующее верхнему краю валентной зоны р-области (рис.4).

Если принять, что концентрация **донорной и акцепторной примесей** равны, то формулу (8) можно пе-

Рис.5. Вольтамперная характеристика туннельного полупроводникового диода

реписать следующим образом:

$$U_{\max} = \frac{4}{3} \cdot \frac{(E_F^n - E_2^n)}{e}. \quad (9)$$

Отсюда можно определить разность между уровнем Ферма и нижним краем зоны проводимости n-области:

$$E_F^n - E_2^n = \frac{3}{4} e U_{\max} \quad (10)$$

в том случае, если известно напряжение U_{\max} , соответствующее максимуму тока на вольтамперной характеристике (рис.5).

При дальнейшем увеличении напряжения туннельный ток начинает убывать, так как против заполненных уровней зоны проводимости n-области оказываются уровни энергии, лежащие в запрещенной зоне. Этому уменьшению туннельного тока соответствует участок "в" вольтамперной характеристики (рис.5) с отрицательным дифференциальным сопротивлением

$$K_d = \frac{\Delta U}{\Delta I} < 0. \quad (11)$$

При напряжении порядка $U_{\min} \approx 0,3$ В нижний край E_2^n зоны проводимости n-области оказывается на уровне верхнего края E_1^p валентной зоны p-области (рис.6,а).

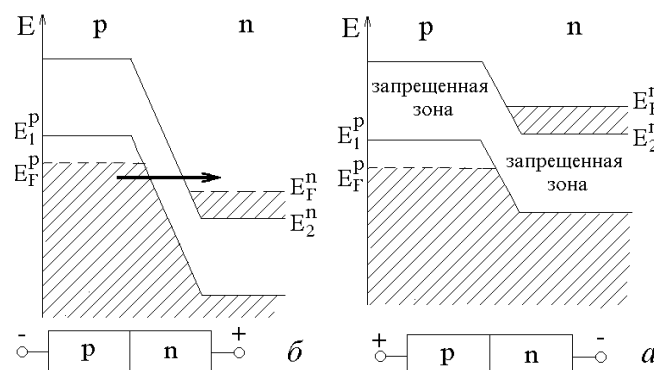


Рис.6. Зонная структура вырожденного p-n-перехода:

- а) - соответствующая минимуму туннельного тока;
- б) - при подключении обратного внешнего напряжения

Туннельный ток практически исчезает, так как против почти всех заполненных электронами уровней энергии в зоне проводимости n-области лежит запрещенная зона. Однако ток в диоде не равен нулю (точка 2 на рис.5) и при дальнейшем увеличении прямого напряжения возрастает (участок "г" на рис.5). Это объясняется возможностью обычного теплового перехода части электронов через потенциальный барьер. При этом ток создается как в обычном полупроводниковом диоде, а вольтамперная характеристика туннельного диода в области $U > U_{\min}$ (рис.5) имеет же вид, что и у обычного диода.

При подаче обратного напряжения потенциальный барьер увеличивается, а туннельный ток I растет по линейному закону (участок "а" на рис.5) за счет тун-

нельных переходов **валентных электронов p-области** на свободные уровни в зоне проводимости n-области (рис.6,б). Таким образом, в туннельном диоде **отсутствует односторонняя проводимость** обычного диода.

Контрольные вопросы

1. В чем сущность туннельного эффекта?
2. Чем различаются обычный и туннельный полупроводниковый диоды?
3. Нарисовать необходимые диаграммы зонной структуры и объяснить с их помощью работу туннельного диода.
4. В чем заключаются особенности вольтамперной характеристики туннельного диода при прямом и обратном включении?
5. Сравнить принцип работы и вольтамперные характеристики обычного и туннельного полупроводниковых диодов и объяснить различия.

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. - 2-е изд. - М.: Наука, 1982, т.3. стр. 175-188, 199-206, 223-226.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ШИРИНЫ ЗАПИРАЮЩЕГО СЛОЯ p-n-ПЕРЕХОДА И КОНЦЕНТРАЦИИ ПРИМЕСИ В ОБЛАСТИ ЛАВИННОГО ПРОБОЯ

Цель работы: Ознакомление с работой диода, изучение механизма лавинного пробоя p-n-перехода, определение ширины запирающего слоя и концентрации примеси.

Теоретическое описание.

Экспериментально было обнаружено, что небольшие добавки ($\sim 0,001\%$) других элементов в чистые полупроводники резко, на 2 - 3 порядка, увеличивают проводимость. Используя зонную теорию, можно объяснить причину этого явления.

Рассмотрим конкретный пример: пусть часть атомов в кристаллической решетке германия замещена атомами пятивалентного фосфора. Сам германий четырехвалентный, поэтому один из электронов в атоме фосфора не участвует в образовании связей. Но этот электрон не становится свободным, так как его притягивает положительно заряженный ион примеси. Электрон движется по некоторой траектории вокруг иона (рис.2).

Однако энергия связи этого электрона с ионом очень мала: $\Delta E_d \approx 0,015 \text{ эВ} \ll \Delta E_3$. Такие электроны занимают донорные уровни энергии, расположенные вблизи дна зоны проводимости (рис.3). Достаточно сообщить электрону эту энергию, чтобы он оторвался от иона и стал свободным.

Таким образом, при тепловом возбуждении эти электроны примеси легко перескакивают через узкую запрещенную щель шириной ΔE_d в зону проводимости. При нормальных условиях это происходит практически со всеми примесными электронами. Поэтому проводимость такого полупроводника пропорциональна концентрации атомов примеси: $\delta \sim n_d$, которая на 2 - 3 порядка больше концентрации свободных электронов в чистых полупроводниках.

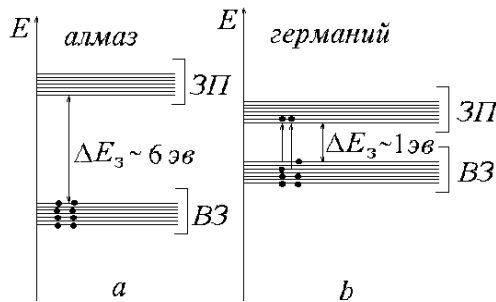


Рис.1. Зонные энергетические диаграммы: а) - непроводника; б) - полупроводника

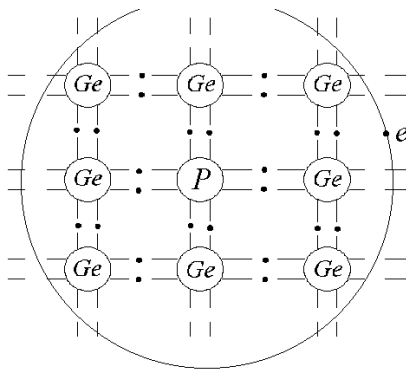


Рис.2. Электрон донорной примеси в кристаллической решетке германия.

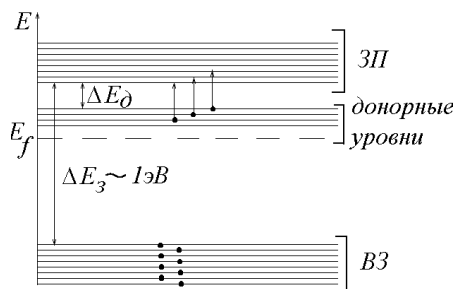


Рис.3. Энергетические уровни в примесных полупроводниках n-типа.

Пятивалентная примесь называется донорной примесью, а полупроводники с такой примесью - полупроводниками n-типа. Их проводимость определяется в основном электронами донорной примеси.

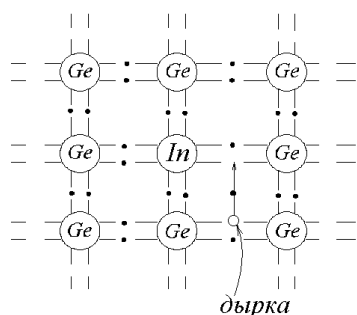


Рис.4. Электрон акцепторной примеси в кристаллической решетке германия.

Дырочная (акцепторная) проводимость возникает в полупроводниках р-типа с трехвалентной акцепторной примесью. Если, например, трехвалентный атом индия заменяет один из атомов германия (рис.4), то одного электрона для образования валентной связи ему не хватает. Однако акцепторный уровень энергии, соответствующий этому незаполненному состоянию, расположен вблизи верха валентной зоны на небольшом расстоянии $\Delta E_a \approx 0,015 \text{ эВ}$. При тепловом возбуждении электроны из валентной зоны легко перескакивают на акцепторные уровни (рис.5).

Это означает, что в кристаллической решетке один из электронов из соседней валентной связи переходит на вакантное место вблизи атома примеси, как показано на рис.4. На его месте в валентной зоне образуется дырка с положительным зарядом. Число образующихся дырок практически равно числу атомоакцепторной примеси и проводимость полупроводника р-типа определяется движением дырок и пропорциональна концентрации примеси $\delta \sim n_a$.

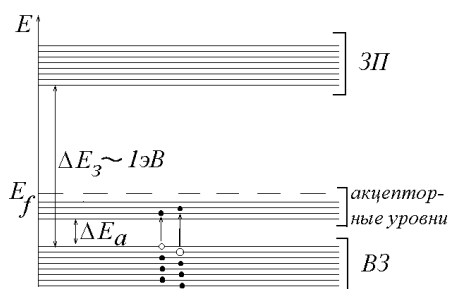


Рис.5. Энергетические уровни в примесных полупроводниках (р- типа)

Это движение может происходить как свободно, так и благодаря туннельному эффекту.

Уровень Ферми, как можно показать, смещается от середины запрещенной зоны либо вверх (n-тип), либо вниз (р-тип). При увеличении концентрации примеси число донорных или акцепторных примесей растет, а интервалы ΔE_d (ΔE_a) уменьшаются.

Температурная зависимость проводимости примесных полупроводников р- и n-типов имеет экспоненциальный вид, как и в чистых полупроводниках. При высоких температурах собственная проводимость становится сравнимой с примесной и различия между полупроводниками n- и р-типов исчезают. р-n-переход - это специальным образом выращенный контакт полупроводников n- и р-типов.

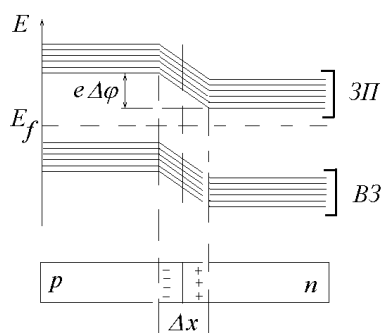


Рис.6. Контакт полупроводников n- и р- типов: а-энергетическая диаграмма; б - распределение зарядов.

При контакте возникает диффузионный ток свободных электронов из n- в р-полупроводник, а дырок - в обратном направлении. Вблизи контакта образуется запирающий слой малой толщины $\Delta x \sim 10^{-6} \dots 10^{-7} \text{ м}$, где электроны рекомбинируют с дырками, т.е. заполняют вакантные места в валентных связях. Поэтому концентрация свободных электронов и дырок в запирающем слое мала. Возникает пространственный заряд (рис.6,б), создающий запирающее электрическое поле \vec{E} .

Между полупроводниками появляется потенциальный барьер, определяемый контактной разностью потенциалов $\Delta\phi$ и приводящий к смещению всех энергетических уровней в р- и n-полупроводниках. Динамическое равновесие наступает, когда энергия Ферми (химические потенциалы) в полупроводниках сравниваются: среднее число носителей заряда, пересекающих р-п-переход за счет диффузии, будет равно среднему числу носителей заряда, возвращаемых запирающим полем в обратном направлении.

Сравнивая энергетические диаграммы n- и р-полупроводников (рис.3,5), получаем структуру энергетических зон р-п-перехода (рис.6,а). Если к р-п-переходу подключить прямое внешнее напряжение (внешнее электрическое поле направлено противоположно запирающему полю \vec{E}), то толщина запирающего слоя уменьшится. Свободные носители заряда (электроны и дырки) легче преодолевают уменьшившийся потенциальный барьер.

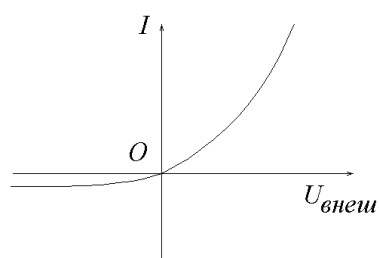


Рис.7. Вольтамперная характеристика полупроводникового диода

Их ток растет, как показано на кривой вольтамперной характеристики р-п-перехода в области $U_{\text{внеш}} > 0$ (рис.7). При подключении обратного напряжения $U_{\text{внеш}} < 0$ толщина запирающего слоя и потенциальный барьер увеличиваются. Основные носители заряда не могут преодолеть барьер и имеется малый ток неосновных носителей заряда (рис.7). На этом свойстве односторонней проводимости и основаны все применения р-п-перехода в диодах, транзисторах, туннельных диодах и фотодиодах.

При достаточно большом обратном напряжении ($U_{\text{внеш}} > 20\text{В}$ для низковольтных приборов) наблюдается резкое увеличение обратного тока, называемое пробоем. Имеется два механизма пробоя р-п-перехода. Зинеровский пробой возникает в вырожденных полупроводниках и носит название туннельного эффекта.

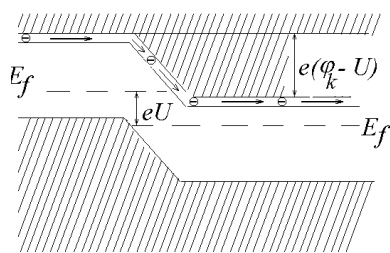


Рис.8. Схема переходов электронов (неосновных носителей) через р-п-переход при обратном включении внешнего напряжения

Лавинный пробой возникает в невырожденных полупроводниках при обратных напряжениях более 20В. Механизм этого пробоя заключается в следующем. Увеличение внешнего напряжения, приложенного к р-п-переходу в обратном направлении, приводит к росту кинетической энергии неосновных носителей (электронов в р-области), поток которых остается постоянным при увеличении потенциального барьера (рис.8).

Электроны проводимости, ускоренные полем, сталкиваются с ионами кристаллической решетки и сообщают валентным (привязанным к ионам) электронам достаточную энергию для перехода в зону проводимости. Последние, в свою очередь, вновь ускоряются. В результате концентрация носителей лавинообразно нарастает.

Величина тока, текущего через р-п-переход, практически не зависит от приложенного внешнего напряжения. В связи с этим эффект лавинного пробоя используется в полупроводниковых стабилизаторах напряжения (стабилитронах).

Теория лавинного пробоя p-n-перехода приводит к соотношениям: для ширины запирающего слоя

$$\delta = \frac{2U_{np}}{b} \ln \frac{2aU_{np}}{b} \quad (1)$$

и концентрации носителей

$$n = \frac{2\varepsilon\varepsilon_0 U_{np}}{e\delta^2}, \quad (2)$$

где ε - относительная диэлектрическая проницаемость полупроводника (кремния), равная 12; $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м - электрическая постоянная; U_{np} - напряжение пробоя; e - заряд электрона; $a = 9 \cdot 10^7$ м⁻¹; $b = 1,8 \cdot 10^8$ В*м⁻¹ - постоянные, полученные из эксперимента.

Описание установки

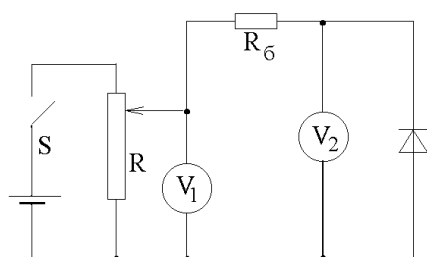


Рис.1. Схема установки

Принципиальная электрическая схема установки показана на рис.1. Входное напряжение U_1 подается на последовательно соединенные балластное сопротивление R_b и полупроводниковый диод. Напряжение на диоде измеряется вольтметром V_2 . Входное напряжение $U_1 = U_b + U_2$. В области лавинного пробоя напряжение на диоде остается постоянным и равным U_{np} .

Электрический ток, текущий через диод, определяется по формуле $I = \frac{U_1 - U_2}{R_b}$. Величина балластного сопротивления R_b приведена в описании установки.

Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться со схемой установки.
2. Ручку потенциометра R повернуть против часовой стрелки до упора.
3. Включить установку в сеть.
4. Замкнуть цепь ключом S .
5. Меняя входное напряжение от 0 до максимально возможного через равные интервалы, снять зависимость $U_2 = f(U_1)$, Данные занести в таблицу.

$R_b = \dots$

U_1 , В												
U_2 , В												
I , мА												

6. Выключить установку.
7. Определить значение тока, протекающего через диод, для каждого значения напряжения U_1 .
8. Построить графики зависимостей $U_2=f(U_1)$ и $I=f(U_2)$.
9. По графику $I=f(U_2)$ определить значение $U_{пр}$.
10. По формуле (1) рассчитать ширину запирающего слоя p-n-перехода δ .
11. По формуле (2) вычислить концентрацию носителей заряда.

Контрольные вопросы

1. Как отразится на зонной структуре введение донорной, акцепторной примесей?
2. Где лежит уровень Ферми в собственных и примесных полупроводниках?
3. Как образуется запирающий слой p-n-перехода?
4. Как изменится потенциальный барьер при прямом и обратном включении p-n-перехода?
5. Каков механизм лавинного пробоя?
6. Какое применение находит явление лавинного пробоя?

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. - 2-е изд. - М.: Наука, 1982, т.3. стр. 203-206, 223-226.

ИЗУЧЕНИЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ТРИОДА

Цель работы: Ознакомление с устройством и работой полупроводникового триода, снятие входной и выходной характеристик, определение коэффициента усиления.

Описание установки

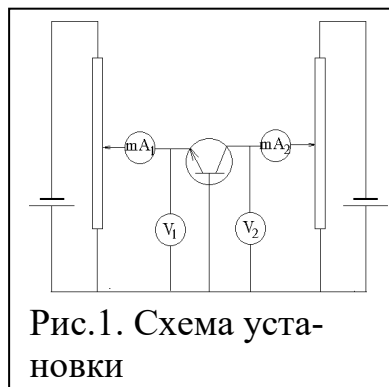


Рис.1. Схема установки

Электрическая схема установки для снятия вольтамперных характеристик триода приведена на рис.1. Напряжение на входе транзистор ($U_{\text{э}}$) измеряется вольтметром V1, напряжение на выходе ($U_{\text{к}}$) – вольтметром V2, ток эмиттера и коллектора – миллиамперметрами mA1 и mA2 соответственно.

Порядок выполнения работы

1. Разберитесь в назначении и расположении элементов схемы. Определите цену деления шкалы приборов.

2. Снимите входную характеристику полупроводникового триода $I_{\text{э}}=f(U_{\text{к}})$ при $U_{\text{к}}=0$, изменяя напряжение $U_{\text{э}}$ от нуля до максимально возможного через 0,4 В.

Данные занести в табл.1.

$U_{\text{э}}, \text{В}$												
$I_{\text{э}}, \text{А}$												
$R_{\text{э}}, \text{Ом}$												

3. Снимите выходные характеристики полупроводникового триода $I_{\text{к}}=f(U_{\text{к}})$ при $U_{\text{э}}=0,1,2,3\text{В}$, изменяя напряжение от нуля до максимально возможного через 1В. Данные занесите в табл.2.

$U_{\text{э}}, \text{В}$	$U_{\text{к}}, \text{В}$	$I_{\text{э}}, \text{А}$	$U_{\text{к}}, \text{В}$									
		$(U_{\text{кmax}})$										
			$I_{\text{к}}, \text{А}$									

4. Определить входное сопротивление триода $R = \frac{U_{\text{э}}}{I_{\text{э}}}$, используя данные табл.1.
5. Постройте графики зависимости $I_{\text{э}} = f(U_{\text{э}})$ при $U_{\text{к}} = 0$ и для всех значений $U_{\text{э}}$ (семейство кривых).
6. Определите коэффициенты усиления по току $\alpha = \frac{I_{\text{к}}}{I_{\text{э}}}$ при $U_{\text{к}}$, равном максимальному значению и различных $U_{\text{э}}$.

Теоретическое описание.

Полупроводниковый триод (транзистор) - прибор с тремя электродами, позволяющий усиливать и нелинейно преобразовывать электрические сигналы. Транзистор представляет собой кристалл, содержащий две области одного типа проводимости, разделенные областью другого типа проводимости, - структуры p-n-p или n-p-n (рис.2).

Каждая область снабжена металлическим контактом, к которому приварен внешний провод. Принципом действия полупроводниковых триодов является взаимодействие токов двух близко расположенных p-n- переходов. Одна из двух областей транзистора с одним типом проводимости называется эмиттером, другая - коллектором, средняя область с противоположным типом проводимости - базой. Рассмотрим структуру транзистора n-p-n - типа.

При отсутствии внешнего электрического поля в эмиттерном и коллекторном n-p -переходах транзистора будут протекать процессы переноса зарядов вследствие различной их концентрации по обе стороны каждого n-p -перехода.

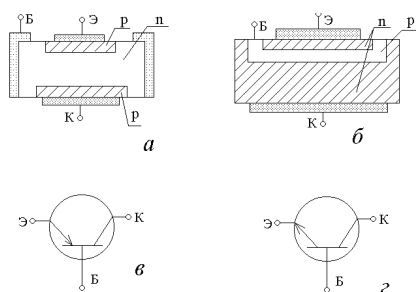


Рис.2. Схематическое изображение конструкций транзисторов типа p-n-p (а) и типа n-p-n (б); условные обозначения этих же транзисторов в схемах (в,г).

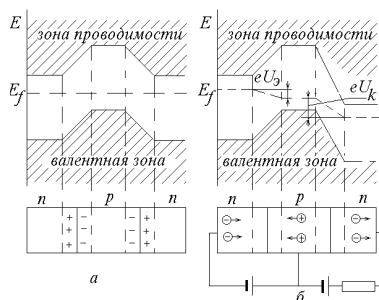


Рис.3. Распределение зарядов и энергетические диаграммы полупроводникового триода (для электронов): а) при отсутствии внешнего поля; б) - при включении транзистора в цепь с общей базой.

Концентрация дырок в p-области выше, чем в n-областях. Это вызывает их диффузию в n-область. По той же причине будет протекать и диффузия электронов из n-областей транзистора в p-область. Вследствие диффузии зарядов в области n-p -переходов образуется двойной электрический слой (рис.3,а). Электрическое поле этого слоя приводит к появлению дрейфового тока неосновных носителей: дырок из n-области в p-область и электронов из p-области в n-область. Направление дрейфа неосновных носителей заряда противоположно диффузионному потоку основных носителей. При достижении термодинамического равновесия общий ток через n-p -переходы равен нулю.

Наличие контактной разности потенциалов в электронно-дырочных переходах приводит к возникновению потенциального барьера для электронов и дырок на границах n-p -области (рис.3,а).

Если на вход транзистора (эмиттер) подать внешнее напряжение в прямом направлении (рис.3,б), а на выход (коллектор) - в обратном направлении, то установившееся на p-n -переходах равновесие нарушается. Потенциальный барьер в переходе эмиттер--база для электронов понижается (по сравнению с равновесным состоянием), его толщина и сопротивление ($r_{\text{э}}$) уменьшаются, и переход электронов из эмиттера в базу облегчается. Потенциальный барьер в коллекторном p-n -переходе, наоборот, возрастает, поэтому электроны из коллекторной n -области не смогут переходить в базу. Толщина и сопротивление ($r_{\text{к}}$) n-p-перехода также возрастают и $r_{\text{к}} \gg r_{\text{э}}$.

Таким образом, при подаче на эмиттерный p-n -переход прямого внешнего напряжения поток электронов из эмиттера в базу резко возрастает, а электрическое поле в коллекторном p-n -переходе способствует их дальнейшему движению, т.е. переходу из базы в коллектор. При этом небольшая часть электронов, прошедших через эмиттерный p-n-переход, рекомбинируют с дырками базы. Процессом рекомбинации электронов можно управлять, изменяя толщину базы транзистора. При тонкой базе основная часть электронов, инжектируемых эмиттером в базу, достигает коллектора, вследствие чего электрический ток коллектора мало отличается от тока эмиттера, а коэффициент усиления по току $\alpha = \frac{I_{\text{к}}}{I_{\text{э}}}$ будет чуть

меньше единицы. Однако при этом возможно значительное усиление напряжения, поскольку $r_{\text{к}} \gg r_{\text{э}}$.

Усиление по напряжению и соответственно по мощности определяется не только свойствами самого транзистора, но и схемой его включения. Существуют три основных схемы включения транзистора при использовании его как усилителя: а) с общей базой; б) общим эмиттером; в) общим коллектором. Режим работы полупроводникового триода в усилительной схеме может быть определен по статическим вольтамперным характеристикам. Входной вольтамперной характеристикой транзистора называется зависимость $I_{\text{э}} = f(U_{\text{э}})$ при $U_{\text{к}} = \text{const}$

Выходной вольтамперной характеристикой называется зависимость вида $I_{\text{к}} = f(U_{\text{к}})$ при $U_{\text{э}} = \text{const}$.

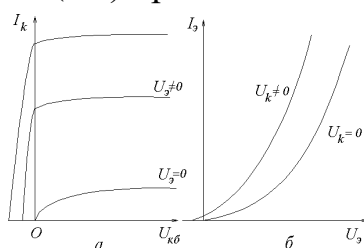


Рис.4. Семейство статических вольтамперных характеристик транзистора в схеме с общей базой;
а)-выходные; б)-входные

В случае включения транзистора в цепь с общей базой при подаче на вход (эмиттер) напряжения в прямом, а на выход (коллектор) в обратном направлении (нормальное включение транзистора) для аналитического описания вольтамперных характеристик полупроводникового триода пользуются выражением $I_{\text{к}} = -(\alpha I_{\text{э}} + I_{\text{к0}})$, где $I_{\text{к0}}$ - обратный ток коллектора при равном нулю токе эмиттера (цепь эмиттер-база разомкнута).

Знак минус в уравнении (2) означает, что ток коллектора обратный и направлен от базы (p-область) к коллектору (n-область). При значениях напряжения эмиттера, равном нулю и больше нуля, можно получить семейство выходных характеристик (рис.4,а).

Величина тока в основной части выходной вольтамперной характеристики триода практически не зависит от напряжения на коллекторе. При увеличении тока эмиттера ток коллектора возрастает на $\alpha I_{\text{э}}$. На границах основной части характеристики (вблизи нуля и при ток коллектора изменяется экспоненциально. В основной части входной характеристики ток эмиттера зависит от экспоненциально.

Контрольные вопросы:

1. Какова зонная структура полупроводникового триода n-p-n-типа?
2. Почему возникает потенциальный барьер в n-p-n-переходе?
3. К каким изменениям в зонной структуре приводит включение транзистора в цепь рабочей схемы?
4. Что такое выходная и входная характеристики транзистора?
5. Почему коэффициент усиления по току меньше единицы?

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. т.3. М:Наука, 1982.- с.226-228;
2. Епифанов Г.И. Физика твердого тела.-М.: Высшая школа, 1977, с.253-255.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЯВЛЕНИЯ ГИСТЕРЕЗИСА С ПОМОЩЬЮ ОСЦИЛЛОГРАФА

Цель работы: получить петлю гистерезиса для ферромагнетика и определить его параметры.

Порядок выполнения работы

Получение на экране осциллографа петли гистерезиса

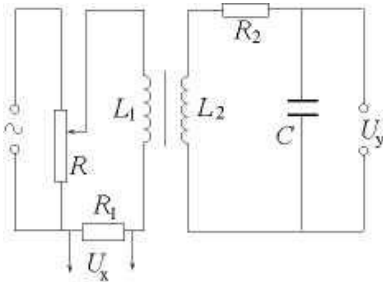


Рис.1. Схема установки

1. Включите установку в сеть с напряжением "220 В". Поставьте тумблер S, расположенный на панели, в положение "Выкл.". Регулируя ручками "Яркость", "Фокус", "Смещение x" и "Смещение y", добейтесь изображения точки в центре экрана осциллографа.

2. Поставьте ручку S_I переключателя на панели в положение "Петля", тумблер S - в положение "Вкл.".

При этом подключается к источнику питания схема, показанная на рис.1.

3. Изменяя напряжение ручкой R, получите на экране осциллографа изображение петли гистерезиса размером в 2/3 экрана.

4. Скопируйте с экрана осциллографа петлю гистерезиса на миллиметровую бумагу.

5. Определите площадь петли гистерезиса S'' как сумму клеток единичной площади и координаты n_x и n_y точек, в которых петля пересекает координатные оси x и y.

После получения петли гистерезиса на экране осциллографа ручки "Усиление x" и "Усиление y" при дальнейшем выполнении работы **должны остаться в неизменном положении.**

Калибровка осциллографа.

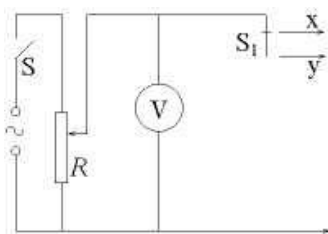


Рис.2. Схема калибровки

6. Ручку R на панели поверните в крайнее левое положение. Переключатель S_I поставьте в положение x, при этом к источнику питания подключается схема, показанная на рис.2.

7. Изменяя напряжение ручкой R от 0 до максимального значения на вольтметре, снимите зависимость длины горизонтальной линии на экране осциллографа от напряжения, подаваемого на x, $l_x = f(U'_x)$.

8. Поставьте переключатель S_I на панели в положение y. Снимите зависимость длины вертикальной линии на экране осциллографа от напряжения U'_y , $l_y = f(U'_y)$. Результаты измерений запишите в табл.1.

Таблица 1

U'_x B	$l_x, м$	U'_y B	$L_y, м$		
				$S' =$	$N_I =$
				$R_2 =$	$R_I =$
				$C =$	$D_{cp} =$
				$N_2 =$	$v =$

9. Постройте графики зависимостей $l_x = f(U'_x)$ и $l_y = f(U'_y)$.

10. Из графиков найдите чувствительности входов осциллографа k_x и k_y по формулам (4) и (5). Цена деления вольтметра при подключении напряжений U_x и U_y указана на панели.

Определение остаточной индукции, ферромагнитного сердечника по формуле $B_{ост} = k_y \frac{R_2 C}{N_2 S'} n_y$, где n_y - координата точки, в которой петля гистерезиса пересекает ось y ; S' - площадь тороида, охватываемая одним витком.

12. Определите коэрцитивную силу ферромагнитного сердечника по формуле $H_k = k_x \frac{N_1}{R_1 \pi D_{cp}} n_x$, где n_x - координата точки, в которой петля гистерезиса пересекает ось x .

13. Определите энергию перемагничивания, приходящуюся на единицу объема ферромагнетика за один цикл перемагничивания. Она пропорциональна площади петли гистерезиса: $\omega = B_I H_I S''$, где B_I и H_I - значения индукции и напряженности при n_x и n_y , равных 1; S'' - площадь петли гистерезиса,

$$\text{т.е. } \omega = k_x k_y \frac{R_2 C N_1 S''}{R_1 N_2 S' \pi D_{cp}}.$$

14. Определите потери энергии на перемагничивание за одну секунду по формуле $\frac{d\omega}{dt} = \omega v$, где $v = 50$ Гц - частота переменного тока, подаваемого на намагничивающую обмотку.

15. Полученные результаты занести в табл.2.

Таблица 2

n_x $м$	n_y $м$	S'' $м^2$	k_x $В/м$	k_y $В/м$	$B_{ост}$ $Тл$	H_k $А/м$	ω , $\frac{Дж}{м^3}$	$\frac{d\omega}{dt}$, $\frac{Дж}{м^3 с}$

Теоретическое описание

При определенных условиях в кристаллах могут возникать так называемые *обменные силы*, которые заставляют магнитные моменты атомов устанавливаться параллельно друг другу. В результате возникают области (размером 1-10 мкм)

спонтанного, т. е. самопроизвольного намагничивания. Эти области называются *доменами*. В пределах каждого домена ферромагнетик намагничен до насыщения и имеет определенный магнитный момент. Направления этих моментов для разных доменов различны, поэтому при отсутствии внешнего поля суммарный момент образца равен нулю и образец в целом представляется макроскопически ненамагниченным.

Если поместить ферромагнетик во внешнее магнитное поле, то домены начинают ориентироваться по полю, так как наименьшую энергию имеет домен с магнитным моментом, направленным по внешнему полю. Действительно, энергия домена $U \sim (\vec{p}_m \cdot \vec{H}_{внеш})$ минимальна, когда векторы \vec{p}_m и $H_{внеш}$ параллельны, где \vec{p}_m - вектор магнитного момента.

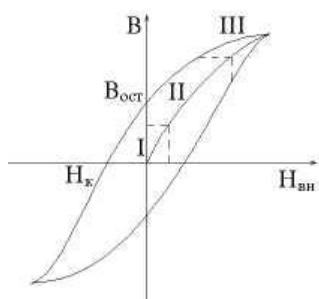


Рис.3. Магнитный гистерезис

При этом ферромагнетик намагничивается и создает магнитное поле с индукцией \vec{B} . Зависимость B от напряженности внешнего магнитного поля $H_{внеш}$ не будет линейной (рис.3).

С ростом внешнего поля в области I границы доменов начинают смещаться. Ориентированные по полю домены растут за счет уменьшения доменов, ориентированных против внешнего поля. Но при выключении внешнего поля границы доменов опять возвращаются в исходное положение. В области II границы доменов продолжают смещаться, но теперь смещение становится необратимым. Если убрать внешнее поле, то домены останутся частично ориентированными. Объясняется это наличием дефектов (центров перемагничивания) в ферромагнетиках. Дефектами могут быть, например, нарушения структуры кристаллической решетки: незаполненные атомами узлы (вакансии), обрывающиеся атомные слои (дислокации) (рис.4) и т.п.

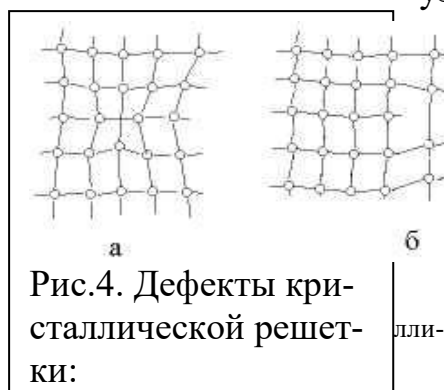


Рис.4. Дефекты кристаллической решетки:

Вокруг дефектов образуются устойчивые вторичные домены кинжаловидной формы, обладающие минимальной энергией (рис.5). Когда граница проходит через такие вторичные домены, то их надо разрушить, т.е. сообщить ферромагнетику необходимое количество энергии. Вторичные кинжаловидные домены препятствуют смещению доменных границ при перемагничивании. Напря-

женность H внешнего магнитного поля (обратного по направлению), которое надо приложить, чтобы разрушить вторичные домены и вернуть ферромагнетик в исходное ненамагниченное состояние, называется **коэрцитивной силой** H_k .

В области III энергетически невыгодные домены начинают переориентироваться, т.е. их магнитные моменты поворачиваются вдоль внешнего поля. Если теперь внешнее поле убрать, то ферромагнетик полностью не размагнитится и сохранится остаточная индукция $B_{ост}$ (за счет оставшихся ориентированных доменов). Это явление называется **гистерезисом**, а кривая на рис.3 - петлей гистерезиса.

Описание установки и осциллографического метода измерения петли гистерезиса

Петлю гистерезиса можно наблюдать на экране осциллографа. Принципиальная схема установки для наблюдения петли гистерезиса показана на рис.1. Исследуемым образцом является ферромагнитный сердечник тороида. Тороид имеет две обмотки – намагничивающую и измерительную. Первичная обмотка тороида через потенциометр R и резистор R_1 питается переменным током. Напряжение U_1 , снимаемое с резистора R_1 , подается на горизонтально отклоняющие пластины осциллографа. Ток, протекающий по первичной обмотке тороида, создает магнитное поле напряженностью

$$H = I_1 \frac{N_1}{\pi D_{cp}}, \quad (1)$$

где I_1 - сила тока в первичной обмотке; N_1 - число витков первичной обмотки; πD_{cp} - длина средней линии тороида.

Напряжение на резисторе R_1 по закону Ома $U_x = I_1 R_1$ и, следовательно, пропорционально напряженности магнитного поля в тороиде:

$$U_x = H \frac{\pi D_{cp} R_1}{N_1}. \quad (2)$$

Во вторичной (измерительной) обмотке возникает ЭДС индукции $\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$, где Φ - поток вектора магнитной индукции через поверхность, охватываемую всеми витками вторичной обмотки. Если S - площадь, охватываемая одним витком, а N_2 - число витков измерительной обмотки, то $\Phi = BSN_2$ и $\varepsilon_i = -N_2 S \frac{dB}{dt}$.

Пренебрегая самоиндукцией вторичной обмотки, закон Ома для вторичной цепи можно записать в виде $\varepsilon_i = I_2 R_2 + U_c + I_2 R_{N_2}$,

где I_2 - сила тока во вторичной цепи; U_c - напряжение на обкладках конденсатора C; R_{N_2} - сопротивление измерительной обмотки.

Параметры установки подобраны таким образом, чтобы $I_2 R_2 \gg U_c$ и $R_{N_2} \ll R$.

Тогда можно приближенно считать, что $\varepsilon_i \approx I_2 R_2$, откуда $I_2 = -\frac{N_2 S}{R_2} \cdot \frac{dB}{dt}$

Напряжение на обкладках конденсатора, очевидно,

$$U_c = \frac{q}{C} = \frac{\int I_2 dt}{C} = -\frac{N_2 S}{R_2 C} \int \frac{dB}{dt} dt = -\frac{N_2 S}{R_2 C} \int dB = -\frac{N_2 S B}{R_2 C} \quad (3)$$

Напряжение, снимаемое с конденсатора, подается на вертикальные пластины осциллографа. Поэтому $U_y = U_c$, т.е. U_y прямо пропорционально индукции магнитного поля образца B.

Итак, на горизонтально отклоняющие пластины подается напряжение, пропорциональное H а на вертикально отклоняющие - напряжение, пропорциональное B. Поэтому за один период синусоидального изменения тока след электрон-

ного луча на экране опишет полную петлю гистерезиса, а за каждый последующий период в точности повторит ее, в результате чего на экране будет видна неподвижная петля гистерезиса.

Для определения H и B используются формулы (2) и (3):

$$H = \frac{U_x N_1}{\pi D_{cp} R_1} \text{ и } B = \frac{U_y R_2 C}{N_2 S}$$

Так как отношения $\frac{N_1}{\pi D_{cp} R_1}$ и $\frac{R_2 C}{N_2 S}$ постоянны, то H пропорционально напря-

жению U_x , подаваемому на вход x осциллографа, а B пропорционально напряжению U_y , подаваемому на вход y осциллографа.

Следовательно, для определения H и B нужно знать чувствительности входов осциллографа k_x и k_y , которые численно равны напряжениям, вызывающим отклонение светового пятна на единицу длины.

Если на входы осциллографа x и y поочередно подать переменные напряжения U'_x и U'_y , на экране будут наблюдаться светящиеся линии. Длины горизонтальной (l_x) и вертикальной (l_y) линий пропорциональны удвоенной амплитуде переменного напряжения.

Чувствительности входов определяются соотношениями

$$k_x = \frac{2\sqrt{2}\Delta U'_x}{\Delta l_x} \quad (4)$$

и
$$k_y = \frac{2\sqrt{2}\Delta U'_y}{\Delta l_y} \quad (5)$$

где $\sqrt{2}U'_x$ и $\sqrt{2}U'_y$ - амплитудные значения напряжений переменного тока; l_x и l_y - размеры линий; U'_x и U'_y - эффективные значения калибровочных переменных напряжений, подаваемых на входы x и y осциллографа.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается явление магнитного гистерезиса?
2. Каков механизм намагничивания ферромагнетиков?
3. Каков механизм гистерезиса?
4. Каким процессам в ферромагнетике соответствуют участки I, II, III на рис.
5. Что такое коэрцитивная сила и остаточная намагниченность?
6. Почему напряжения подаваемые на входы x и y осциллографа, пропорциональны H и B ?

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. т.2. М:Наука, 1982. с.176-180, 197-198

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОЧКИ КЮРИ

Цель работы: Определить точку Кюри ферромагнетика

Описание установки

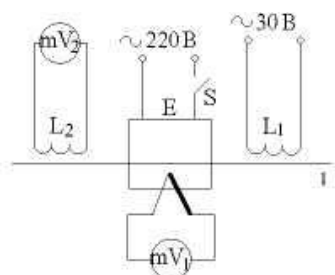


Рис.1. Схема установки

Метод определения точки Кюри основан на измерении электродвижущей силы индукции в катушке, которая охватывает исследуемый образец, находящийся в переменном магнитном поле постоянной амплитуды.

Измерения производятся на установке, схема которой показана на рис.1. В безындукционный нагреватель E помещен ферромагнитный сердечник (1). На выступающие из нагревателя концы образца надеты две катушки: L1 и L2. При протекании по катушке L1 переменного тока в катушке L2 возникает ЭДС индукции, измеряемая милливольтметром mV2. ЭДС, возникающая в термопаре при нагревании, измеряется милливольтметром mV1.

Рабочий конец термопары вместе с образцом помещен в нагреватель. ЭДС индукции, возникающая в катушке L2, согласно закону Фарадея

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (1).$$

Так как $\Phi \sim B$, а B формально можно представить в виде $B = \mu_0 \mu H$, то $\varepsilon_i \sim \mu$.

Поскольку в точке Кюри μ изменяется от $\mu_{ferro} \gg 1$ до, постольку на кривой зависимости $\varepsilon_i(T)$ должен наблюдаться резкий спад при $T = T_k$.

В данной установке нагревание ферромагнитного сердечника происходит в средней его части. Концы сердечника, на которых находятся катушки L1 и L2, не нагреваются, поэтому на кривой $\varepsilon_i(T)$ при $T = T_k$ вместо резкого спада начинается убывание ЭДС индукции.

Порядок выполнения работы

1. Перед началом работы поставьте тумблер S в положение "Выкл."
2. Включите установку в сеть с напряжением "220 В".
3. Запишите показания приборов в таблицу.
4. Включите нагреватель тумблером S. Снимите зависимость ЭДС индукции по милливольтметру mV2 от температуры через каждое деление милливольтметра mV1, показывающего значения термо ЭДС. Данные внесите в таблицу. Измерения проводите до тех пор, пока показания милливольтметра mV2 не упадут на 70%.

ε_1 , мВ							
t , °C							
$\varepsilon_{2нагр}$, мВ							

$\varepsilon_{2\text{охл}}$, мВ							
----------------------------------	--	--	--	--	--	--	--

5. Выключите нагреватель тумблером S и запишите показания приборов mV1 и mV2 при охлаждении образца в таблицу.
6. Используя таблицу зависимости термо ЭДС от температуры, найдите и запишите значения температуры, соответствующие каждому значению термо ЭДС. Таблица приведена на установке.
7. Постройте графики зависимости ЭДС индукции от температуры при нагревании и охлаждении образца (на одном рисунке).
8. По графикам определите точку Кюри в каждом из двух случаев и найдите ее среднее значение.

Теоретическое описание

Ферромагнетики - это вещества с очень большой магнитной проницаемостью, величина которой зависит от внешнего магнитного поля. К ферромагнетикам относятся некоторые элементы группы железа (Fe, Co, Ni), ряд редкоземельных элементов (Gd, Dy, Er), элементы и многочисленные сплавы.

Особенности магнитных свойств этих веществ могут быть объяснены квантовомеханическими свойствами кристаллической решетки. Намагничивание объясняется наличием (или возникновением) в процессе намагничивания у атомов магнитных моментов.

Магнитные моменты отдельных атомов складываются из орбитальных и спиновых магнитных моментов электронов и из магнитных моментов частиц, составляющих атомное ядро (нуклонов):

$$\vec{p}_{\text{маг}} = \sum \vec{p}_{m(\text{эл})} + \sum \vec{p}_{ms(\text{эл})} \sum \vec{p}_{m(\text{яд})}.$$

В квантовой механике доказано, что величина магнитного момента частицы по порядку величины $p_m = \frac{e\hbar}{m}$, где e - заряд частицы; \hbar - постоянная Планка ($\hbar = h/2\pi$); m - масса частицы.

Поскольку нуклоны имеют массу приблизительно в 2000 раз большую, чем электроны, их магнитные моменты существенно меньше электронных и ими можно пренебречь. Орбитальные магнитные моменты электронов в многоэлектронных атомах в среднем оказываются направленными в разные стороны и компенсируют друг друга.

В магнитные моменты атомов ферромагнетика основной вклад дают спиновые магнитные моменты электронов: $\vec{p}_{m(am)} = \sum \vec{p}_{ms}$,

$$p_{ms} = 2\mu_B \sqrt{s(s+1)}.$$

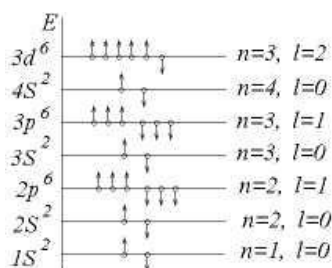


Рис.2. Заполнение электронами подболочек в атоме железа.

Где $\mu_B = e\hbar/2m_e$ - магнетон Бора (квант магнитного момента). Электроны имеют противоположные (попарно) направления спина, а потому и противоположные направления спиновых магнитных моментов. По этим причинам вещества, в атомах которых подболочки за-

полнены полностью, не проявляют ферромагнитных свойств (He, Be, Ar и т.п.).

Однако у некоторых атомов с незаполненными электронными подболочками (например, у Fe) может появиться значительный спиновый момент. На рис.2 показано заполнение электронами подболочек атомов железа (26 электронов). На каждой подболочке может находиться $2(2l+1)$ электронов (l - орбитальное квантовое число).

Стрелками показаны направления их спинов. Подболочка $4s$ имеет меньшую энергию электронов, чем подболочка $3d$ и заполняется вначале. В незаполненной подболочке $3d$ энергетические уровни сначала заполняются электронами с одной и той же ориентацией спина. Когда все возможные состояния с этой ориентацией будут заполнены, заполняются состояния с другой ориентацией. Поэтому у атомов железа образуется большой нескомпенсированный суммарный спиновый магнитный момент электронов $3d$ -подболочки:

$$p_{mz(am)} = 5p_{msz(эл)} - p_{msz(эл)} = 4p_{msz(эл)} = 4\mu_B.$$

Аналогичная картина и у других веществ, обладающих ферромагнитными свойствами.

Опыты Эйнштейна и де Гааза, Иоффе и Капицы и др. позволили экспериментально измерить гиромагнитное отношение (отношение магнитного момента к механическому) намагниченных ферромагнетиков, которое оказалось равным спиновому гиромагнитному отношению для электрона. Ферромагнетизм таким образом имеет спиновую природу.

При сближении атомов на расстояния порядка постоянной кристаллической решетки между ними возникает специфическое обменное взаимодействие, которое имеет квантовую природу и связано с перекрытием электронных облаков атомов. В ферромагнетиках энергетически более выгодна параллельная ориентация спина электронов.

Однако не все вещества с недостроенными оболочками, атомы которых обладают значительным спиновым магнитным моментом, являются ферромагнетиками. Иногда энергетически выгодной оказывается антипараллельная ориентация спинов и магнитных моментов соседних атомов. Такие вещества называются антиферромагнетиками (рис.3). Каждая стрелка показывает направление магнитного момента атома.

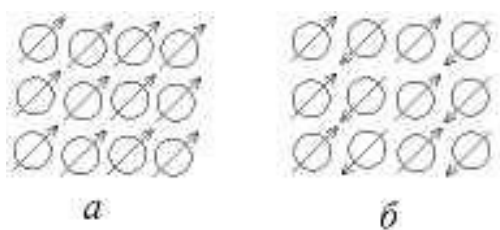


Рис.3. Атомные слои кристаллической решетки: а – ферромагнетика б - антиферромагнетика

В антиферромагнетике спиновые магнитные моменты электронов соседних атомных слоев направлены в разные стороны и компенсируют друг друга. Поэтому антиферромагнетики не обладают заметными магнитными свойствами. Но в некоторых антиферромагнетиках, у которых кристаллическая решетка состоит из неоднородных атомов, имеется нескомпенсированный антиферромагнетизм (ферримагнетизм).

При этом магнитные моменты различных атомов не одинаковы и будучи антипараллельными создают отличный от нуля суммарный магнитный момент. Такие вещества называются ферритами, в отличие от ферромагнетиков могут

быть неэлектропроводны, что важно для широкого использования их в технике (рис.4).



Рис.4. Атомный слой кристаллической решетки: феррита

Если бы все атомные магнитные моменты в ферромагнитном кристалле были ориентированы параллельно, то они создали бы огромное магнитное поле. Это поле не только не только бы занимало объем кристалла, но и выходило бы за его пределы.

Энергия магнитного поля за пределами кристалла
$$W = \frac{1}{2} \int \vec{B} \cdot \vec{H} dV$$
 достигла бы больших значений. Такое со-

стояние энергетически не выгодно (рис.5). Поэтому в объеме ферромагнетика образуются спонтанно - намагниченные области - домены, каждый из которых обладает определенным магнитным моментом.

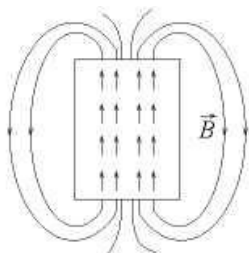


Рис.5. Энергетически невыгодное направление магнитных моментов атомов в кристалле

Доменная структура ферромагнетиков.

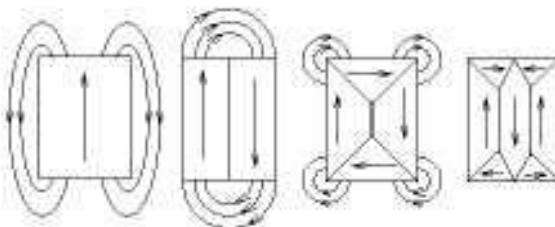


Рис.6. Последовательность образования доменной структуры в кристалле

В отсутствие внешнего магнитного поля магнитные моменты различных доменов ориентированы хаотично, так что магнитное поле вне ферромагнетика равно нулю (энергетически выгодное состояние). На рис.6 показано, как исчезает поле при последовательном делении кристалла на домены. Размер доменов порядка 10^{-6} - 10^{-5} м, в каждом содержится примерно 10^{10} атомов. Поэтому каждый домен создает магнитное поле порядка 1 Тл.

При повышении температуры ферромагнетика увеличивается энергия теплового движения его молекул, равная по порядку величины kT (k - постоянная Больцмана), и при некотором значении температуры T_k эта энергия становится равной энергии обменного взаимодействия. При этом домены разрушаются (магнитные моменты всех атомов в домене разориентируются) и ферромагнетик превращается в парамагнетик. Температура, при которой исчезают ферромагнитные свойства магнетика, называют температурой (точкой) Кюри.

Контрольные вопросы

- 1.Объяснить спиновую природу ферромагнетизма.
- 2.Объяснить доменную структуру ферромагнетизма.
- 3.Почему значение магнитной проницаемости ферромагнетиков велико?
- 4.Почему при определенной температуре ферромагнетики изменяют свои магнитные свойства?
- 5.Что такое точка Кюри?
- 6.Почему ЭДС индукции в катушке L2 резко уменьшается при достижении температуры Кюри?
- 7.Начертите и объясните схему установки.
- 8.Почему ферромагнитный образец, нагретый выше точки Кюри, при охлаждении восстанавливает магнитные свойства?

Литература

- 1.Савельев И.В. Курс общей физики. т.2. М:Наука, 1982. с.165-170, 176-180

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАБОТЫ ВЫХОДА ЭЛЕКТРОНОВ ИЗ МЕТАЛЛА

Цель работы: используя зависимость тока насыщения от температуры в вакуумном диоде, вычислить работу выхода электронов из металла.

Описание установки

Для определения работы выхода можно использовать явление термоэлектронной эмиссии, т.е. явление испускания электронов нагретым металлом. Чтобы вылетевшим из металла термоэлектронам не мешали двигаться молекулы воздуха, нагреваемый металл помещают в баллон (чаще стеклянный), из которого выкачивают воздух. В этот баллон (рис.1) впаяны два электрода: 1 – анод и 2 – катод. Анод подключают к положительному полюсу источника тока, катод – к отрицательному. Изготавливают катод в виде спирали с определенным омическим сопротивлением, рассчитанным на нагревание электрическим током I_k определенного напряжения U_k (напряжение на катоде) до температуры приблизительно 2800 К. Ток I_k называют током накала или катодным током.

На рис.1 изображена принципиальная схема использования диода в работе. В этой схеме предусмотрена возможность изменения температуры катода посредством изменения силы катодного тока с помощью переменного резистора R . Вольтметр V и амперметр A предназначены для измерения напряжения на катоде и его силы тока.

Зависимость силы тока анодного тока I_a от напряжения U_a между анодом и катодом при постоянной температуре последнего называют вольтамперной характеристикой диода.

На рис.2 изображены три вольтамперные характеристики диода при температурах $T_1 < T_2 < T_3$. При малых значениях U_a эти характеристики совпадают.

При $U_a = 0$ В термоэлектроны вокруг катода образуют пространственный заряд – электронное облако. Оно отталкивает вылетевшие из катода электроны и большую их часть возвращает обратно в катод. Но все же небольшому числу электронов удастся долететь до анода. В анодной цепи при этом будет протекать слишком слабый электрический ток. Поэтому на рис.2 часть вольтамперной характеристики, соответствующая напряжению $U_a < 0$, не показана.

По мере роста U_a все большее число электронов из облака отсасывается электрическим полем к аноду и, наконец, электронное облако полностью рассеивается. При этом все вылетевшие из катода электроны достигают анода. Даль-

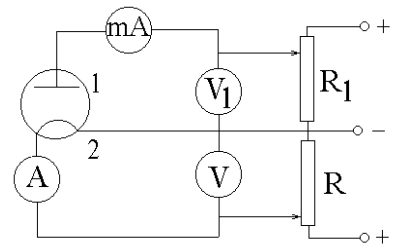


Рис.1. Схема установки

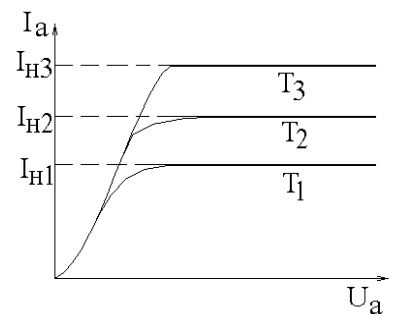


Рис.2. Вольтамперная характеристика диода при различных температурах

нейший рост U_a не может изменить силу анодного тока – ток достигает насыщения I_n .

Очевидно, что именно ток насыщения характеризует термоэлектронную эмиссию. Если в единицу времени с единицы поверхности катода вылетает N электронов (плотность потока частиц), то плотность тока насыщения $j = Ne$. Таким образом, измеряя плотность тока насыщения, можно найти количество электронов, вылетающих с единицы поверхности при разных температурах.

Плотность термоэмиссионного тока насыщения j_n определяется по формуле Дешмана

$$j_n = BT^2 \exp\left(-\frac{A}{kT}\right) \quad (1)$$

Здесь B – постоянная, A – работа выхода электрона из металла, $k = 0,86 \cdot 10^{-4}$ эВ/К – постоянная Больцмана.

Экспериментально легче определить не j_n , а $I_n = j_n S$, где S – площадь поверхности катода. Логарифмируя формулу (1), получаем $\lg I_n = \lg S + \lg B + 2\lg T - A/kT$.

При изменении температуры слагаемое $2\lg T$ в последнем выражении изменяется очень медленно по сравнению со слагаемым A/kT . Поэтому с большой степенью точности можно положить

$$\lg I_n = \text{const} - \frac{A \lg e}{kT} \quad (2)$$

где $\text{const} = \lg S + \lg B + 2\lg T$.

Выражение (2) представляет собой линейную зависимость $\lg I_n$ от $1/T$. График этой зависимости показан на рис.3. По этому графику, называемому прямой Дешмана, можно определить $\text{tg} \alpha$, а так как $\text{tg} \alpha = A/k$, то работа выхода электрона из металла

$$A = \frac{k \text{tg} \alpha}{\lg e} \approx 2 \cdot 10^{-4} \text{tg} \alpha \text{ (эВ)} \quad (3)$$

Термоэлектронная эмиссия широко используется в устройствах, содержащих диоды, триоды, тетроды, пентоды, в электроннолучевых трубках телевизоров, осциллографов, в электронных микроскопах и т.п.

В данной работе используется диод с вольфрамовой нитью накала. Находится он на панели лабораторной установки. Там же изображена ее принципиальная электрическая схема, регуляторы напряжения U_a и силы тока I_k . Слева от панели расположен блок питания установки. На лабораторном столе размещены также:

1. Вольтметр V для измерения напряжения на катоде.
2. Амперметр A для измерения силы катодного тока.
3. Вольтметр V_1 для измерения напряжения между анодом и катодом.
4. Миллиамперметр mA для измерения силы анодного тока.

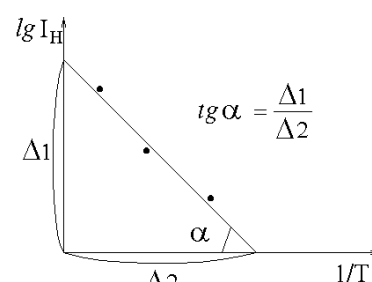


Рис.3. График зависимости $\lg I_n = f(1/T)$

Порядок выполнения работы

1. Соблюдать технику безопасности; помнить, что в установке используется напряжение 300 В.
2. Разобраться в расположении и назначении измерительных приборов. Определить цену деления каждого из них.
3. Включить установку в сеть. Дать прогреться нити накала диода. Убедиться в сильной нелинейной зависимости I_a от U_a . В связи с этим в пункте 4 интервалы напряжения U_a при незначительном изменении силы тока I_a следует брать достаточно большими (40 – 50 В), а при большом изменении силы этого тока – сократить до 10 В.
4. Снять вольтамперные характеристики диода $I_a = f(U_a)$ при трех различных (рекомендованных для конкретной установки) значениях тока накала I_k . Для этого, установив $I_k = \text{const}$, изменять напряжение U_a от 0 до максимально возможного через равные интервалы, замечая при этом значения анодного тока I_a . Результаты измерения I_k , U_k , I_a , U_a занести в табл.1.
5. Определить мощность тока накала по формуле $N = I_k U_k$ и по графику, приложенному к каждой установке, определить температуру нити накала T для трех значений I_k .
6. По данным табл.1 построить три вольтамперные характеристики диода $I_a = f(U_a)$. По ним определить ток насыщения I_n и рассчитать $\lg I_n$ и $1/T$. Внести эти данные в табл.2.
7. По данным табл.2 построить график зависимости $\lg I_n$ от $1/T$ и определить по нему $\text{tg} \alpha$ (рис.3)
8. По формуле (3) вычислить работу выхода электрона из вольфрама.

Теоретическое описание

Металл, как и всякое кристаллическое тело, представляет собою упорядоченную структуру, состоящую из атомов, которые находятся в узлах кристаллической решетки.

Если бы атомы вещества располагались на больших расстояниях друг от друга, то электроны каждого атома находились бы в потенциальных ямах, образованных кулоновским полем ядер $U = -Ze^2/4\pi\epsilon_0 r$ и занимали бы дискретные уровни энергии (рис.4), совпадающие во всех атомах.

В кристаллах же расстояние между атомами настолько малы, что на электроны действуют поля соседних атомов, иначе говоря, потенциальные кривые перекрываются, образуя потенциальные барьеры шириной a (рис.5). Поэтому в реальных кристаллах верхние энергетические уровни оказываются выше барьеров, и занимающие их электроны могут беспрепятственно перемещаться по кристаллу. Электронные облака этих электронов образуют единое электронное облако с почти однородной плотностью. Такие обобществ-

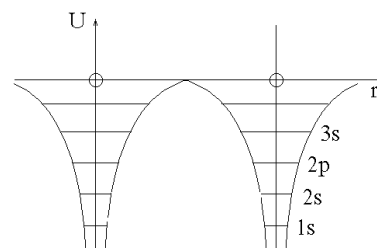


Рис.4. Кулоновские поля атомов, находящихся на большом расстоянии друг от друга, и энергетические уровни энергии

ленные электроны называют свободными, а их совокупность – электронным газом.

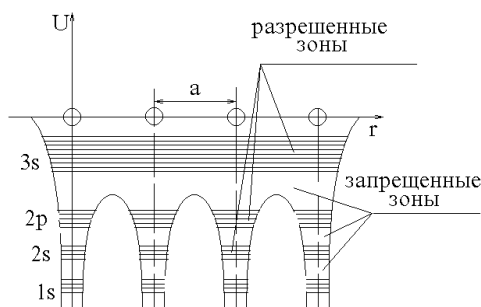


Рис.5. Потенциальная кривая для линейной модели кристалла и энергетические уровни электронов

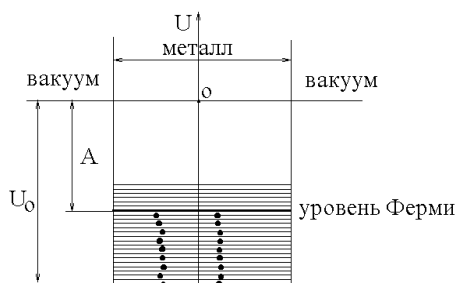


Рис.6. Потенциальная яма для электронов зоны проводимости металла

ные уровни и будут создавать под действием электрического поля электрический ток (направленное движение электронов). Зона проводимости металлов лежит выше потенциальных барьеров (верхняя из изображенных на рис.5 зон), и заполняющие ее электроны образуют электронный газ. Как видно из рис.5, зона проводимости находится в потенциальной яме, созданной электрическими полями крайних атом. На рис.6 изображена упрощенная потенциальная кривая для электронов зоны проводимости металла. Глубина ямы U_0 определяется энергией связи электронов в металле. При $T = 0$ К все уровни, лежащие ниже уровня Ферми, заняты электронами, остальные -- пустые. При $T > 0$ К электроны, занимающие уровни вблизи E_F , принимают участие в тепловом движении, т.е. приобретают добавочную энергию, позволяющую им переходить на вышележащие уровни и даже вылетать за пределы металла.

Поэтому работой выхода электронов из металла} называют наименьшую энергию, которую надо сообщить электрону, находящемуся на уровне Ферми, чтобы он покинул металл. На рис.6 работа выхода обозначена буквой А. Величина работы выхода для чистых металлов имеет порядок нескольких электрон-вольт, например, для вольфрама $A=4,5$ эВ. Однако, работа выхода очень чувствительна к состоянию поверхности металла, в частности, к ее чистоте. Поэтому нанесение на поверхность вольфрама слоя окисла щелочноземельного металла (галлия, стронция, бария) снижает работу выхода до $1,5 - 2,0$ эВ.

С другой стороны, вследствие взаимодействия электронов соседних атомов их энергетические уровни начинают смещаться и расщепляться на подуровни, образуя квазинепрерывные энергетические полосы – разрешенные энергетические зоны (рис.5).

Они разделены интервалами энергии, которую электроны в кристалле иметь не могут, – запрещенными энергетическими зонами.

Электрические свойства кристалла определяются в основном заполнением зон электронами. У металлов имеется частично заполненная зона, в которой число электронов меньше числа квантовых состояний. Она называется *зоной проводимости*. Находящаяся непосредственно под ней полностью заполненная зона называется *валентной*. Как следует из принципа Паули, электроны валентной зоны (или любой другой полностью заполненной) даже в присутствии внешнего электрического поля будут двигаться хаотически; только электроны частично заполненной зоны могут переходить на свободные

Контрольные вопросы

1. Что называют зоной проводимости металла?
2. Как распределяются электроны в зоне проводимости по энергетическим уровням при $T=0$ К?
3. Какой приблизительно процент электронов зоны проводимости находится выше уровня Ферми при комнатной температуре?
4. Почему металлы для свободных электронов представляют собой потенциальную яму?
5. Что называется работой выхода электрона из металла?
6. Что представляет собой прямая Дешмана?

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. т.2. М:Наука, 1982.

ИЗМЕРЕНИЕ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУР С ПОМОЩЬЮ ОПТИЧЕСКОГО ПИРОМЕТРА

Цель работы: определить температуру нагретого тела и вычислить постоянную Стефана-Больцмана.

Порядок выполнения работы

1. Не включая установку в сеть, поставьте регуляторы 3 и 6 в исходное положение.

2. Включить установку в сеть, регулятором 3 установить такой ток, при котором нить лампы 7 хорошо видна в окуляре. Перемещая окуляр 2, получить резкое изображение нити.

3. Регулятором 6 установить минимальный ток в лампе 9. Записать значения тока и напряжения в таблицу. Определить мощность, потребляемую лампой $N = I \cdot U$, и также записать в таблицу.

4. Вращая регулятор 3, установить такой ток в пирометрической лампе, когда яркости обеих нитей станут одинаковыми. Значение яркостной температуры определяется по верхней шкале стрелочного прибора 4 (на шкале прибора температура дана в градусах Цельсия). Измерение яркостной температуры при заданном токе лампы 9 проводить три раза. Найти среднее значение яркостной температуры и записать в таблицу.

5. Аналогичные измерения провести для пяти значений тока лампы 9, увеличивая его каждый раз на одинаковую величину. Если стрелка пирометра зашкаливает при измерении температуры, включите светофильтр 8 и измерение температуры проводите по нижней шкале.

6. По формуле (9) вычислить для каждого тока термодинамическую температуру, используя среднее значение T_j , полученные результаты записать в таблицу.

7. По формуле (11) для каждого опыта найти постоянную Стефана-Больцмана σ . Определить среднее значение $\langle \sigma \rangle$.

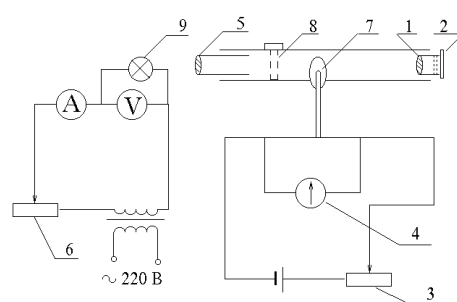


Рис.1. Схема установки

Теоретическое описание

Оптической пирометрией называется метод измерения высоких температур по тепловому излучению нагретых тел.

Основными характеристиками теплового излучения являются следующие величины:

1. Спектральная излучательная способность $r_{\omega T}$, равная энергии, испускаемой с единицы площади поверхности тела в единицу времени в единичном интервале частот вблизи частоты ω при температуре T .

2. Интегральная излучательная способность R_T (энергетическая светимость), равная энергии, излучаемой с единицы площади поверхности тела в единицу времени при температуре T во всем диапазоне частот; Очевидно, что $R_T = \int_0^\infty r_{\omega T} d\omega$.

3. Поглощательная способность тела $a_{\omega T}$ при данных частоте и температуре, равная отношению поглощенного потока энергии к падающему; поэтому всегда $a_{\omega T} < 1$.

Одним из основных понятий теории теплового излучения является физическая абстракция – "абсолютно черное тело", поглощательная способность которого равна 1 во всем интервале частот и при любых температурах. Спектральная излучательная способность абсолютно черного тела обозначается через $f(\omega, T)$. Согласно закону Кирхгофа

$$r_{\omega T} = a_{\omega T} f(\omega, T). \quad (1)$$

Таким образом, вопрос о виде функции $f(\omega, T)$ является центральным в теории и практическом применении теплового излучения.

Экспериментальные исследования с помощью моделей абсолютно черного тела позволили получить и детально изучить функцию $f(\omega, T)$. Однако, попытки вывести ее теоретически, исходя из предположения о непрерывном излучении электромагнитных волн нагретыми телами, не привели к успеху.

В 1900 г. Макс Планк высказал квантовую гипотезу: излучение происходит не непрерывно, а порциями – квантами, причем квант энергии $E = \hbar\omega$, где \hbar – постоянная Планка, $\hbar = 1,054 \cdot 10^{-34}$ Дж·с. Впоследствии А.Эйнштейн (1905 г.) развил эту идею, связав квант энергии с материальным носителем – частицей света – фотоном.

Таким образом, тепловое излучение – это испускание фотонов нагретыми телами.

Используя квантовую теорию, Планк теоретически вывел формулу для $f(\omega, T)$, названную его именем, которая прекрасно согласуется с экспериментальными результатами. Формула Планка имеет вид

$$f(\omega, T) = \frac{\omega^2}{2\pi c^2} \frac{\hbar\omega}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) - 1}, \quad (2)$$

где c – скорость света, k – постоянная Больцмана.

В приложениях чаще встречается формула Планка, записанная в переменных λ и T , где $\lambda = 2\pi c/\omega$ – длина волны излучения. Тогда она имеет вид

$$f^*(\lambda, T) = \frac{4\pi^2 c^2 \hbar}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{2\pi\hbar c}{\lambda kT}\right) - 1}. \quad (3)$$

(Заметим, что переход от одной зависимости к другой осуществляется с помощью соотношения $f^*(\lambda, T)d\lambda = f(\omega, T)d\omega$, выражающего равенство световых потоков, приходящихся на интервал длин волн $d\lambda$ и соответствующий интервал частот $d\omega$).

Из формулы Планка (3) вытекают как следствия все остальные частные законы теплового излучения, например, закон Стефана-Больцмана для энергетической светимости абсолютно черного тела:

$$R_T = \int_0^{\infty} f^*(\lambda, T) d\lambda = \sigma T^4, \quad (4)$$

где σ – постоянная Стефана-Больцмана, или закон смещения Вина

$$\lambda_m = \frac{b}{T}, \quad (5)$$

где λ_m – длина волны, на которую приходится максимум излучательной способности абсолютно черного тела $f^*(\lambda, T)$, b – постоянная Вина.

Заметим также, что в практически важном случае высоких частот, когда $\hbar\omega \gg kT$ (или $2\pi\hbar c/\lambda kT \gg 1$), формула (3) упрощается и принимает вид

$$f^*(\lambda, T) = \frac{4\pi^2 c^2 \hbar}{\lambda^5} \exp\left(-\frac{2\pi\hbar c}{\lambda kT}\right). \quad (6)$$

Во все приведенные выше формулы (3)-(6) явно входит температура, поэтому любой из перечисленных законов можно использовать для опытного определения температуры.

Описание установки

В данной работе температура раскаленного тела определяется яркостным пирометром, принцип действия которого основан непосредственно на формуле Планка. Как легко убедиться, для $T \approx 2000$ К и $\lambda = 6,6 \cdot 10^{-7}$ м (красный свет) отношение $2\pi\hbar c/\lambda kT \approx 10$, т.е. для расчетов можно использовать не исходную формулу (3), а приближенное выражение (6).

Основным элементом яркостного пирометра является эталонное светящееся тело – нить накала лампы пирометра, имеющая вид перевернутой буквы U. Шкала регулятора мощности накала этой лампы заранее проградуирована в градусах Цельсия по излучению абсолютно черного тела.

С яркостью эталонной лампы сравнивается яркость изображения светящегося тела, при этом излучение воспринимается через *красный светофильтр* ($\lambda = 6,6 \cdot 10^{-7}$ м).

Меняя регулятором накала эталонной нити ее яркость, можно добиться равенства яркостей обоих тел – эталонного и исследуемого. При этом температура исследуемого тела, если бы оно было абсолютно черным, просто равнялась бы температуре эталона. Однако исследуемое тело абсолютно черным не является, поэтому определяемая таким образом температура является условной, хотя она и может оказаться близкой к истинной. Эта температура называется *яркостной*, т.к. определяется по яркости эталонной лампы.

Зная яркостную температуру и поглощательную способность исследуемого тела, можно легко определить его истинную температуру. Используя закон Кирхгофа (1) и формулу Планка (6), можно записать условие равенства спектральных излучательных способностей эталона с температурой $T_{\text{я}}$ и исследуемого тела с температурой T :

$$\exp\left(-\frac{2\pi\hbar c}{\lambda kT_{\text{я}}}\right) = a_{\lambda T} \exp\left(-\frac{2\pi\hbar c}{\lambda kT}\right). \quad (7)$$

Потенцируя равенство (7), получаем для истинной температуры исследуемого тела выражение

$$T = \frac{T_{\text{я}}}{1 + T_{\text{я}} \frac{\ln a_{\lambda T}}{C_1}}, \quad (8)$$

где постоянная $C_1 = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda k} = 2,18 \cdot 10^4 \text{ К}$.

Как следует из формулы (8), $T > T_{\text{я}}$, так как $a_{\lambda T} < 1$ и $\ln a_{\lambda T} < 0$.

Если исследуемым телом является раскаленная вольфрамовая или никелевая нить, то поглощательная способность $a_{\lambda T}$ может считаться одинаковой для всех температур и равной числу меньшему единице (так называемое серое тело). Тогда можно воспользоваться новой константой, обозначаемой через C_2 и равной $\ln a_{\lambda T}/C_1$, вследствие чего расчетная формула примет вид

$$T = \frac{T_{\text{я}}}{1 + C_2 T_{\text{я}}}. \quad (9)$$

Для вольфрама $a_{\lambda T} = 0,4$ и $C_2 = -4,2 \cdot 10^{-5} \text{ К}^{-1}$, а для никеля $a_{\lambda T} = 0,5$ и $C_2 = -3,2 \cdot 10^{-5} \text{ К}^{-1}$.

Для серого тела излучаемый с его поверхности поток энергии во всем интервале длин волн равен $S\alpha\sigma T^4$, где S – площадь поверхности тела. Этот поток составляет большую часть мощности, затрачиваемой на накал нити и равной $N = I_{\text{н}} U_{\text{н}}$. Поэтому

$$S\alpha\sigma T^4 = \alpha I_{\text{н}} U_{\text{н}}, \quad (10)$$

где $\alpha < 1$ – коэффициент, учитывающий потери мощности на теплопроводность. Из равенства (10) можно определить постоянную Стефана-Больцмана σ :

$$\sigma = \frac{\alpha I_{\text{н}} U_{\text{н}}}{S\alpha T^4}. \quad (11)$$

Контрольные вопросы

1. Что называется спектральной излучательной способностью тела?
2. Что называется энергетической светимостью тела?
3. Какой закон излучения является самым универсальным?
4. Абсолютно черное тело и серое тело имеют одинаковую температуру. Какое из них излучает больше?
5. Какой закон теплового излучения используется в яркостном пирометре?
6. Что такое яркостная температура?
7. Какой закон проверяется во второй части работы?

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. т.2. М:Наука, 1982. с.165-170, 176-180

СНЯТИЕ ХАРАКТЕРИСТИК И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ФОТОЭЛЕМЕНТА

Цель работы: ознакомиться с явлением внешнего фотоэффекта и работой фотоэлемента, вычислить чувствительность фотоэлемента.

Описание установки

Схема установки изображена на рис.1. Приборы: люксметр (L_x), микроамперметр (μA) и вольтметр (V) – расположены на верхней панели установки. Внутри установки находятся фотоэлемент (3), источник света (1), фоторезистор (2), а также источник питания.

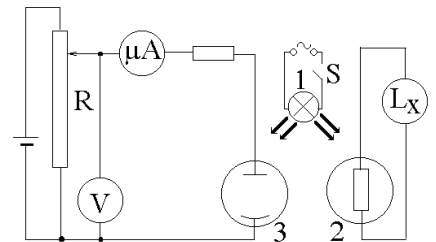


Рис.1. Схема установки

Для измерения освещенности на панели имеются регулятор освещенности R_1 и потенциометр R , который позволяет изменять напряжение, подаваемое на фотоэлемент.

Порядок выполнения работы

1. Разобраться в назначении и расположении приборов и регуляторов на установке.
2. Тумблер S поставить в положение "Выкл.", источник освещенности расположить в крайнем правом положении (регулятор освещенности R_1 повернуть вправо до упора).
3. Ручку потенциометра R повернуть против часовой стрелки до упора.
4. Включить установку в сеть "220 В".
5. Изменяя напряжение U потенциометром R , снять зависимость фототока I от напряжения, подаваемого на фотоэлемент, при освещенности $E = 0$ Лк.
6. Включить освещение и получить зависимость $I = f(U)$ при различных значениях освещенности. Данные измерений занести в таблицу.

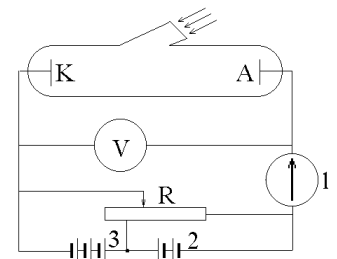
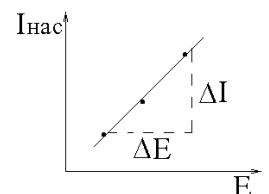


Рис.2. Схема установки для исследования внешнего фотоэффекта

Построить вольтамперные характеристики $I = f(U)$ при $E = \text{const}$ (семейство кривых строить на одних осях координат).

Построить график зависимости тока насыщения $I_{\text{нас}}$ от освещенности E .

Определить чувствительность фотоэлемента $k = \frac{\Delta I}{\Delta E}$.



Теоретическое описание

Явление вырывания электронов из вещества в вакуум или в другое вещество под действием света называется *внешним фотоэффектом*.

Его открытие и исследование сыграли фундаментальную роль в экспериментальном обосновании квантовой природы света. В 1887 году Г.Герц обнаружил, что при освещении отрицательного электрода искрового разрядника ультрафиолетовыми лучами разряд происходит при меньшем напряжении между электродами, чем в отсутствие такого освещения. Изучением данного явления занимались В.Гальвакс, А.Столетов и другие исследователи.

Принципиальная схема установки для исследования внешнего фотоэффекта показана на рис.2. Свет, проникающий через кварцевое окошко, освещает катод К, изготовленный из исследуемого вещества. Электроны, испускаемые вследствие фотоэффекта, перемещались под действием электрического поля к аноду А. В цепи прибора потечет ток, измеряемый гальванометром 1. Две батареи 2 и 3 позволяют с помощью потенциометра R изменять не только абсолютную величину, но и знак напряжения между анодом и катодом.

Полученные на таком приборе вольтамперные характеристики, соответствующие двум различным освещенностям катода, показаны на рис.3. Существование фототока в области отрицательных напряжений от 0 до $-U_0$ объясняется тем, что фотоэлектроны, выбитые светом из катода, обладают отличной от нуля начальной кинетической энергией. Максимальное значение тока I_n , называемое током насыщения, соответствует таким значениям напряжения $\geq U_n$, при которых все электроны, выбиваемые из катода, достигают анода.

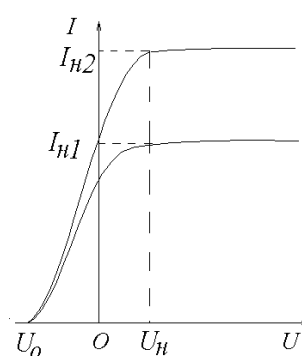


Рис.3. Вольтамперные характеристики

Опытным путем были установлены следующие основные закономерности:

1. Количество эмитируемых электронов (фототок насыщения) пропорционально интенсивности излучения.
2. Для каждого вещества при определенном состоянии его поверхности (обуславливающим работу выхода) и температуре $T \approx 0$ К существует так называемая красная граница фотоэффекта λ_0 — максимальная длина волны света, за которой фотоэффект не наблюдается (ей соответствует минимальная частота $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$).
3. Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов линейно возрастает с частотой излучения.
4. Фотоэффект практически безынерционен.

В 1905 году А.Эйнштейн показал, что эти закономерности легко объясняются, если предположить, что свет поглощается такими же порциями $\hbar\omega$ (квантами), какими он, по предположению Планка, испускается. Электрон поглощает квант энергии $\hbar\omega$. Часть этой энергии, равная работе выхода A , затрачивается на то, чтобы электрон мог покинуть тело. Остаток энергии образует кинетическую энергию E_k электрона, покинувшего вещество. Поэтому должен выполняться закон

$$\text{сохранения энергии: } \hbar\omega = A + \frac{1}{2}mv_{\max}^2$$

Далее Эйнштейн сделал чрезвычайно важный шаг: приписал квант энергии $\hbar\omega$ материальному носителю – частице света – фотону: $E_{\text{ф}} = \hbar\omega$. Так как скорость фотона равна c , то его масса покоя – нулю, а релятивистская масса

$$m_{\text{ф}} = \frac{E_{\text{ф}}}{c^2} = \frac{\hbar\omega}{c^2}.$$

Величина импульса фотона определяется по релятивистской формуле (для частиц нулевой массы покоя) $p_{\text{ф}} = \frac{E_{\text{ф}}}{c} = \frac{\hbar\omega}{c}$ или, так как $\omega = 2\pi c/\lambda$, – по формуле $p_{\text{ф}} = 2\pi\hbar/\lambda = \hbar k$, где k – волновое число.

Так как направление распространения фотонов (или электромагнитной волны) совпадает с направлением волнового вектора \vec{k} , то $\vec{p}_{\text{ф}} = \hbar\vec{k}$. Элементарный акт внешнего фотоэффекта можно представить состоящим из трех процессов: поглощение фотона электроном; движение электрона, обладающего избыточной энергией, к поверхности тела и, наконец, прохождение его через поверхностный потенциальный барьер. Возникает вопрос: любой ли электрон может покинуть металл? Законы сохранения энергии E и импульса \vec{p} исключают возможность поглощения фотона свободным электроном. Это видно из того, что законы сохранения энергии и импульса для оптического перехода электрона из состояния E_1 , \vec{p}_1 в состояние E_2 , \vec{p}_2 : $E_2 - E_1 = \hbar\omega$, $\vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \hbar\vec{k}$

несовместимы ни при какой скорости электрона $v < c$. Таким образом, поглощение света электронами проводимости и фотоэффект в металлах могут иметь место либо в приповерхностном слое, где скачок потенциала и экспоненциальный спад волновой функции электрона вне металла делают электроны проводимости связанными, либо в объеме за счет взаимодействия электронов проводимости с периодическим полем кристаллической решетки. Соответственно этому внешний фотоэффект может быть поверхностным или объемным. При большой интенсивности излучения возможно одновременное поглощение электроном двух или нескольких фотонов. Такой фотоэффект называется многофотонным. При этом может наблюдаться фотоэффект в области длин волн, значительно превышающих λ_0 , т.е. происходит смещение красной границы фотоэффекта.

Контрольные вопросы

1. Какие виды фотоэффекта существуют? Какой вид фотоэффекта вы исследовали?
2. Как фотонная теория света объясняет фотоэффект?
3. Запишите закон внешнего фотоэффекта.
4. Что такое "красная граница" фотоэффекта?
5. От чего зависит величина тока насыщения при фотоэффекте?
6. Какая характеристика фотоэффекта зависит от частоты падающего света?

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. т.2. М:Наука, 1982.

ИЗУЧЕНИЕ СПЕКТРА ВОДОРОДА И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОСТОЯННОЙ РИДБЕРГА

Цель работы: изучить спектр атома водорода, измерить длины волн спектральных линий серии Бальмера с помощью монохроматора УМ-2, вычислить постоянную Ридберга.

Теоретическое описание.

Изучение атомных спектров послужило ключом к познанию строения атома. Прежде всего, было замечено, что линии в спектрах атомов располагается не беспорядочно, а группируется в так называемые серии. Отчетливее всего это обнаруживается в спектре простейшего атома – атома водорода. Излучаемый им спектр можно точно рассчитать, используя методы квантовой механики (т. е. решая уравнение Шредингера для электрона в кулоновском поле ядра). Однако правильную спектральную формулу можно получить более простым способом. Для этого можно воспользоваться квазиклассической моделью водородного атома.

Первая удачная попытка создания модели атома водорода, которая объяснила его наблюдаемый спектр, принадлежит Нильсу Бору (1913 г.). В конечном счете, Бор исходил из трех постулатов, которые можно сформулировать следующим образом:

1. Атомы могут пребывать только в определенных стационарных состояниях, в которых они не излучают и не поглощают энергии. В этих состояниях атомы обладают энергиями, образующими дискретный ряд:

$$E_1, E_2, E_3, E_4 \quad (1)$$

2. Атомы могут излучать или поглощать энергию лишь при переходе из одного стационарного состояния в другое, причем частоты излучения (поглощения) определяются правилом:

$$h\nu = E_i - E_j. \quad (2)$$

3. В стационарных состояниях электрон движется вокруг ядра по круговым орбитам, для которых момент импульса электрона принимает значения, кратные \hbar :

$$N = n\hbar, \quad n = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (3)$$

По выражение самого Бора, "эти допущения находятся в явном противоречии с общепринятым пониманием электродинамики, но представляются необходимыми для экспериментально установленных фактов".

Для простоты Бор принял, что в атоме водорода электроны вращаются вокруг протона по окружности радиусом r с циклической частотой ω , и, согласно второму закону Ньютона, имеем:

$$m\omega^2 r = \frac{mV^2}{r} = \frac{ke^2}{r^2}, \quad (4)$$

Согласно принципу квантования состояния электрона в атоме (постулат теории Бора № 3):

$$mVr = n\hbar, \quad (5)$$

Решение системы (4), (5) дает выражение для радиусов круговых орбит электронов в атоме водорода:

$$r_n = \frac{\hbar^2}{kme^2} n^2, \quad (6)$$

Полная энергия электрона в атоме есть сумма кинетической и потенциальной энергий:

$$E_n = \frac{mV^2}{2} - \frac{ke^2}{r}. \quad (7)$$

Выражая из системы уравнений (4), (5) скорость электрона, имеем:

$$V = \frac{ke^2}{n\hbar}, \quad (8)$$

Подставляя (8) и (6) в (7), получаем формулу, выражающую полную энергию электрона в атоме водорода на n-ой стационарной орбите:

$$E_n = \frac{-k^2 e^4 m}{2\hbar^2 n^2} \quad (9)$$

При переходе атома водорода из состояния n_2 с энергией E_2 в состояние n_1 с энергией E_1 излучается квант света с частотой ω , равной:

$$E_2 - E_1 = \hbar\omega. \quad (10)$$

Подставляя энергию электрона в состоянии n_2 и в состоянии n_1 из формулы (9) имеем:

$$E_2 - E_1 = \frac{k^2 e^4 m}{2\hbar^2} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (11)$$

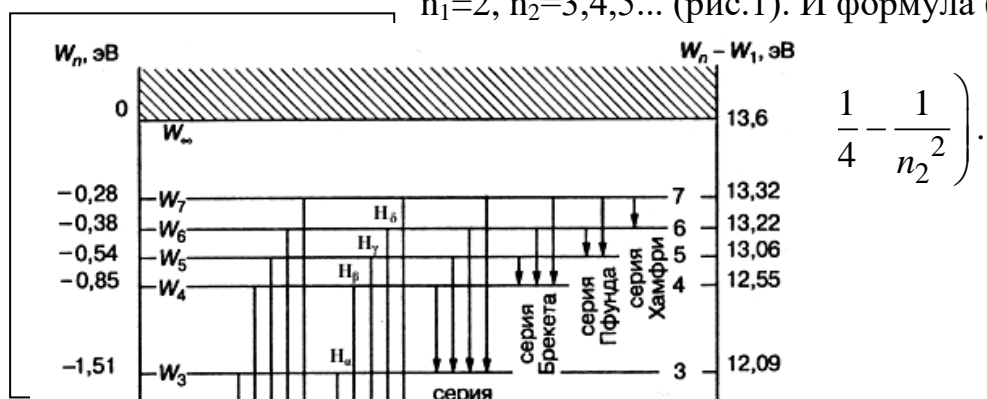
Далее, вспоминая, что $E_2 - E_1 = \hbar\omega$, $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$, можем записать:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), \quad (12)$$

Формула (12) называется обобщенной формулой Бальмера. В данном случае

$R = \frac{me^4}{64\pi^3 \varepsilon_0^2 c \hbar^3} = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$. Формула Бальмера (12) описывает весь спектр атома водорода.

Визуально мы можем наблюдать только серию Бальмера: для водорода - $n_1=2, n_2=3,4,5\dots$ (рис.1). И формула (12) для этой серии



Однако, существуют и другие серии. Это, например, серия Лаймана, все линии которой лежат в ультрафиолетовой области спектра. Для этой серии $n_1=1$. Линии остальных серий (Пашена, Брэкета, Пфунда и др.) лежат в инфракрасной области спектра. Набор уровней энергии и возможные переходы в атоме принято показывать на энергетической диаграмме, приведённой на рисунке 1. Здесь принято $E_n=W_n$ – полная энергия электрона в атоме на n -ом уровне. Серия Бальмера состоит из ряда сравнительно ярких линий, которые в порядке убывания длины волны обозначают H_α - красная линия, H_β - зелено-голубая (цвета морской волны), H_γ – фиолетово-синяя.

Экспериментальная установка

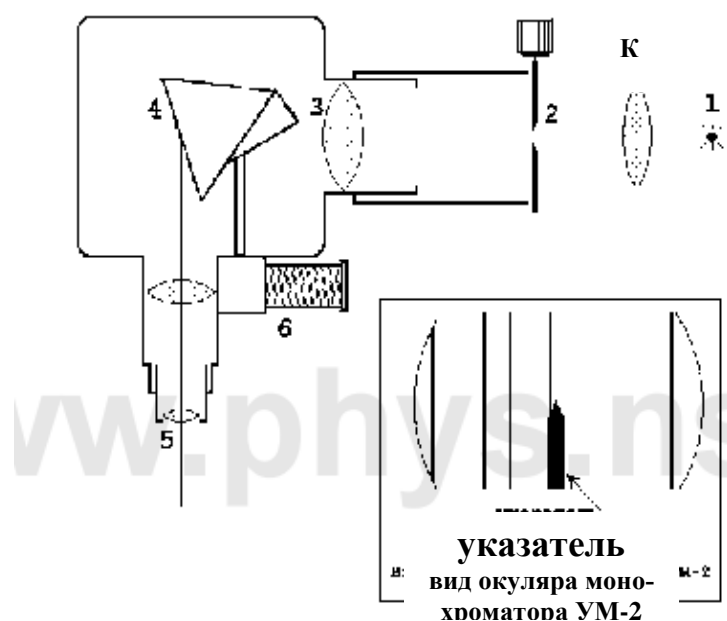


Рис. 2. Схема монохроматора УМ-2: 1 – источник света; 2 – щель; 3 – объектив коллиматора; 4 – дисперсионная призма; 5 – окуляр; 6 – барабан поворота призмы

Работа выполняется на монохроматоре УМ-2. Схема устройства показана на рис. 2. Свет от источника *1* конденсором *К* собирается на входной щели *2* монохроматора УМ-2. На барабан *б* нанесена винтовая дорожка с градусными делениями. Вдоль дорожки скользит указатель поворота барабана. При вращении барабана призма поворачивается, и в центре поля зрения появляются различные участки спектра. Спектрометр УМ-2 нуждается в предварительной градуировке. Для градуировки обычно применяют ртутную или неоновую лампы. Градуировочная кривая должна быть построена в крупном масштабе на листе миллиметровой бумаги. По оси *X* откладываются градусные деления барабана, а по оси *Y* – длины волн соответствующих линий.

Свечение водорода создается в газоразрядной водородной лампе типа ДВС-25 (ДДС-30 или ЛД-2 (D)), питание которой осуществляется от специального источника. Лампа представляет собой стеклянный баллон с впаянными внутрь электродами – катодом и анодом. Разряд в лампе возникает при столкновении ускоренных электронов с молекулами H_2 или D_2 . Образующиеся при этом электроны и ионы поддерживают разряд. Эти же частицы ответственны за появление интенсивного рекомбинационного свечения разряда в ультрафиолетовой области спектра. Кроме областей непрерывного спектра, при рекомбинации наблюдаются также спектральные линии, соответствующие обычному эмиссионному спектру атомов и молекул водорода и дейтерия. Возбуждение их происходит главным образом за счет электронных ударов. Кроме этого, для облегчения зажигания лампы, внутрь трубки введено небольшое количество примеси неона. Поэтому спектр излучения лампы ДВС-25 в видимой области имеет большое число линий, среди которых отчетливо видны линии, обусловленные излучением атома водорода.

Для градуировки монохроматора в данной работе используется специальная ртутная спектральная лампа, длины волн наиболее ярких спектральных линий которой приведены в таблице 1. Ртутная лампа является мощным источником света в ультрафиолетовой области спектра, поэтому следует избегать попадания прямого светового потока излучения от лампы в глаза и длительного облучения кожи. Повторно включить горевшую лампу возможно включить в сеть лишь после 10-15 минутного перерыва (потенциал зажигания горячей кварцевой трубки настолько высок, что сетевое напряжение не может вызвать зажигание лампы, и лишь после того как горелка остынет, амплитуда сетевого напряжения оказывается достаточной для поджига разряда).

Порядок выполнения работы

1. Ознакомится с описанием установки и принципом работы монохроматора УМ-2.
2. Поместите перед входной щелью монохроматора ртутную лампу, повернув осветитель соответствующим образом.
3. Перед включением в сеть проверить положение переключателей на блоке питания. Переключатель «СЕТЬ» должен быть в положении «ВЫКЛ». Переключатель «ЛАМПЫ» в положении «РТУТНАЯ».

4. Включить установку в сеть ~ 220 В. Перевести переключатель «СЕТЬ» в положение «ВКЛ», переключатель «ЛАМПЫ» в положение «РТУТНАЯ» при этом должна загореться сигнальная лампы «СЕТЬ» и зажечься ртутная лампа.

5. Медленно поворачивая осветитель, добейтесь наиболее яркого изображения спектральных линий ртути в окуляре монохроматора.

6. Произведите градуировку монохроматора УМ-2. Градуировку начните с фиолетовой области спектра ртути. Для этого вращая измерительный барабан длин волн λ , совместите с указателем окуляра первую фиолетовую линию спектра ртути и запишите в таблицу 1 значение угла поворота на измерительном барабане, расположенном против отсчетного индекса.

7. Проведите аналогичные измерения для всех остальных видимых в монохроматоре линий спектра ртути, записывая измеренные значения угла поворота в таблицу 1.

8. Постройте градуировочный график монохроматора, т. е. зависимость отсчёта на барабане от длины волны излучения ртути. Длины волн спектра ртутной лампы приведены в таблице 1.

9. Установите перед входной щелью монохроматора водородную лампу, повернув осветитель соответствующим образом.

10. Как уже упоминалось ранее, в спектре водородной лампы наряду с линиями атомарного водорода наблюдаются полосы эмиссионного спектра молекулярного водорода. Поэтому поиск линий нужно начинать с наиболее интенсивной красной линии H_α . Она располагается практически на самой границе красного спектра (линии спектра лампы далее практически отсутствуют). Измерьте в делениях барабана длину волны этой линии. Результаты измерения запишите в таблицу 2.

11. Вторая линия H_β - зелено-голубая. В промежутке между H_α и H_β располагаются множество красно-желтых и зеленых сравнительно слабых размытых молекулярных полос. Занесите показания измерительного барабана в делениях в таблицу 2.

12. Третья линия H_γ - фиолетово-синяя. Перед этой линией располагаются две слабые размазанные молекулярные полосы синего цвета. Результаты измерения так же занесите в таблицу 2.

13. По градуировочному графику переведите показания измерительного барабана для каждой из трех линий серии Бальмера в длину волны λ , нм и запишите их в таблицу 2.

14. С помощью формулы (13) вычислите для каждой линии постоянную Ридберга R . Не забудьте все вычисления производить в СИ. Вычислите и запишите среднее значение $\langle R \rangle$.

15. Из формулы $R = \frac{me^4}{64\pi^3 \epsilon_0^2 \hbar^3}$ получите выражение для вычисления постоянной Планка. Используя среднее значение $\langle R \rangle$, с помощью этого выражения вычислите постоянную Планка. При вычислении принять: $m_e = 9 \cdot 10^{-31}$ кг, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Длины волн линий в спектре ртути.

Таблица 1

Окраска линии	Относительная яркость	Длина волны, нм	Угол поворота барабана
Фиолетовая 1	2	404,66	
Фиолетовая 2	1	407,78	
Синяя	8	435,83	
Голубая	1	491,60	
Зеленая	10	546,07	
Желтая 1	8	576,96	
Желтая 2	10	579,07	
Красная 1	0,5	612,35	
Красная 2	0,5	690,72	

Таблица 2

Номер орбиты, с которой осуществлен переход $n_2 \rightarrow 2$	Обозначение линии	Угол поворота измерительного барабана	Длина волны, нм	Постоянная Ридберга, m^{-1}
	H_α			
	H_β			
	H_γ			

$\langle R \rangle = \dots m^{-1}$

$\langle h \rangle = \dots Дж \cdot с$

Контрольные вопросы

1. Что такое спектральная линия, серия? Какие существуют серии в спектре водорода?
2. Как объясняет теория бора линейчатый спектр атомов? Как зависит радиус боровской орбиты от главного квантового числа n ? Чему он равен при $n \rightarrow \infty$?
3. Почему в спектре водородной лампы состоит из большого числа линий, а не только из линий атомарного водорода? Для чего используется в данной работе ртутная лампа?

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. т.2. М:Наука, 1982.