МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук
Кафедра вычислительной механики и математики

Утверждено на заседании кафедры
«Вычислительная механика и математика»
«14» января 2020 г., протокол № 5

Заведующий кафедрой

_____В.В. Глаголев

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по проведению практических (семинарских) занятий
по дисциплине (модулю)
«Термомеханика сплошной стреды»

основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы бакалавриата

по направлению подготовки
01.03.03 Механика и математическое моделирование

с направленностью (профилем)
Механика деформируемого твердого тела

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 010303-01-20

Тула 2020

Разработчик методических указаний

Разработчик:

Соколова М.Ю, проф., д.ф.-м.н., доц. _____

(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание) (подпись)

Практические задания по темам курса.

Основные положения термомеханики.

1. Деформируемый стержень начинает поступательное движение вдоль своей оси как абсолютно твёрдое тело с ускорением W. В состоянии покоя напряжения в стержне и массовые силы отсутствовали! Определить, какие внешние массовые силы следует приложить для поддержания такого движения? Каким будет напряжённое состояние стержня при движении?

2. Деформируемый стержень совершает вращательное движение вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр масс, как абсолютно твёрдое тело. Какие внешние массовые силы следует приложить для поддержания такого движения? Каким будет напряжённое состояние стержня при движении, если в покое напряжения отсутствовали?

3. Определить массовые силы, необходимые для поддержания однородного движения среды по закону (14.31). При каких условиях возможно однородное движение среды в отсутствие массовых сил?

4. Среда движется из состояния покоя по известному закону $\vec{x}(\vec{\mathrm{x}}, t)$, массовые силы отсутствуют. Каким условиям должны удовлетворять массовые силы, которые следует приложить, чтобы исключить жёсткое движение среды? Считать, что среда имеет конечный объём, ограниченный материальной поверхностью $\sum$.

5. Показать, что если тензор напряжений есть не функционал, а функция аффинора, то в случае начально изотропного материала главные оси «повернутого» тензора напряжений $\mathcal{S}_U = \mathcal{R}\cdot\mathcal{S}\cdot\mathcal{R}^{-1}$ и левой меры искажения совпадают.

6. Показать, что если тензор напряжений есть не функционал, а функция аффинора, то главные оси тензора истинных напряжений и правой меры деформации совпадают.

7. Записать связь между тензорами энергетических напряжений в движениях отличающихся на жесткое движение.

8. Записать уравнение начальной изотропии среды используя вместо тензора истинных напряжений тензор энергетических напряжений.

9. Показать, что в общем случае Яуманновская производная от тензора напряжений, определяемых в виде

$$\underset{\sim}{S}^{\nabla} = \dot{\underset{\sim}{S}} - \underset{\sim}{S}\cdot\underset{\sim}{\omega} + \underset{\sim}{\omega}\cdot\underset{\sim}{S},\ \ \underset{\sim}{\omega} = \frac{1}{2}(\vec{\nabla}\vec{V} - \vec{V}\vec{\nabla})$$

не удовлетворяет принципу материальной объективности.

10. Выделите класс однородных движений, для которых «полярная» и «вихревая» производные от тензора напряжений совпадают.

Статика сжимаемой (баротропной) жидкости (газа).

Задача №1.

Найти распределение давления и плотности в политропной атмосфере, где $P = P_0\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\gamma}$, $(\gamma > 1)$. Определить высоту атмосферы.

Решение.

Совместим начало координат и плоскость XY с плоскостью земли. Из уравнения движения сжимаемой жидкости получим

$$-\vec{\nabla}p + \rho\vec{F} = 0, \qquad (1)$$

где $\vec{F} = \vec{g} = -\vec{e}_2 g$

Из (1) полагая $P = P(z)$ находим

$$\frac{\partial P}{\partial z} + \rho g = 0.$$

Или

$$\frac{dP_0\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\gamma}}{dz} = -\rho g \qquad (2)$$

Разделяя переменные получим

$$\frac{dP_0\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\gamma}}{\rho} = -g\,dz \qquad (3)$$

Из (3) следует, что

$$\gamma\frac{P_0}{\rho_0}\int \rho^{\gamma-2}d\rho = -gz + C \qquad (4)$$

Начальное условие $\rho\big|_{z=0} = \rho_0$

$$\frac{\gamma P_0}{(\gamma-1)\rho_0}\rho_0^{\gamma-1} = C = \frac{\gamma}{\gamma-1}P_0\rho_0^{\gamma-2}$$

$$\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{P_0}{\rho_0}\rho^{\gamma-1} = -gz + \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{P_0}{\rho_0}\rho_0^{\gamma-1} \qquad (5)$$

Из (5) получаем закон распределения плотности баротропной атмосферы

$$\rho^{\gamma-1} = \left(-gz + \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{P_0}{\rho_0}\rho_0^{\gamma-1}\right)\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{\rho_0}{P_0}$$

$$\rho = \rho_0\left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{\rho_0}{P_0}gz\right)^{1-\gamma}$$