

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Тульский государственный университет»

Институт высокоточных систем им. В.П. Грязева  
Кафедра систем автоматического управления

Утверждено на заседании кафедры  
«Системы автоматического управления»  
«15» января 2019 г., протокол № 5

Заведующий кафедрой



О.В. Горячев

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**  
по выполнению лабораторных работ  
по дисциплине (модулю)

**«Основы теории управления»**

основной профессиональной образовательной программы  
высшего образования – программы специалитета

по специальности

**24.05.06 Системы управления летательными аппаратами**

со специализацией

**Системы управления движением летательных аппаратов**

Форма обучения: очная

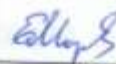
Идентификационный номер образовательной программы: 240506-01-19

Тула 2019 год

**Разработчик(и) методических указаний**

Морозова Е.В., доцент, к.т.н., доцент

(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)



(подпись)

## **Лабораторная работа № 1**

### **Исследование типовых звеньев линейных систем: изучение передаточных функций, построение и изучение временных характеристик**

#### **1. Цели и задачи работы**

##### **Цель работы:**

- изучение типовых звеньев линейных систем автоматического управления (САУ), приобретение и закрепление навыков моделирования элементов систем в прикладных пакетах Matlab и Mathcad, постановки и решения элементарных исследовательских задач;
- построение моделей типовых звеньев линейных САУ, исследование временных характеристик этих моделей и влияния параметров передаточных функций на временные характеристики.

**В результате выполнения работы следует сделать выводы о том, как влияют параметры типовых звеньев на их переходные характеристики.**

Польза от исследования переходных характеристик типовых звеньев состоит в следующем. Если экспериментально снять переходную функцию (т.н. разгонную характеристику) некоторого объекта, для которого не существует еще математической модели, то по этой функции можно определить тип и параметры звена, приблизительно соответствующего объекту, т.е. построить его модель. Этот процесс называется идентификацией объекта. В сложных случаях для моделирования потребуется использовать несколько звеньев. Имея модель объекта управления, можно спроектировать, оптимизировать и реализовать САУ для управления им.

##### **Объект исследования:**

- элементарные динамические звенья и их передаточные функции;
- временные характеристики элементарных динамических звеньев.

##### **Задачи работы:**

- Ознакомиться:
  - с понятиями «передаточная функция» и «переходная характеристика» линейного звена.
- Выполнить:
  - построить модели виртуальных лабораторных стендов для снятия переходных характеристик интегратора, апериодического и колебательного звеньев, звена запаздывания;

- снять переходные характеристики звеньев;
- исследовать влияние параметров звеньев на вид их переходных характеристик.
- Приобрести навыки:
  - постановки эксперимента по исследованию влияния параметров звеньев на их характеристики;
  - определения по заданной переходной характеристике типа звена и его параметров.

## **2. Краткие сведения о типовых звеньях**

- 2.1. Передаточная функция
- 2.2. Переходная функция

В ТАУ при моделировании линейных систем применяют так называемые типовые звенья, которые приближенно соответствуют элементам реальных систем и точно и просто описываются математически.

Типовое звено – это структурно-математическая модель динамического элемента САУ или системы в целом, обладающая определенным ограниченным набором физических свойств, например, способностью к накоплению воздействия или к усилению воздействия и инерционностью.

Типовые звенья позволяют провести структурное моделирование системы управления путем замены функциональных элементов системы их моделями при сохранении связей между элементами. Свойства структурной модели системы исследуются математическими методами, а результаты исследований проецируются на исходную САУ, что позволяет судить о ее физических свойствах.

Типовые звенья по мере увеличения совокупности свойств, которыми они обладают, и порядка дифференциального уравнения, которым они описываются, разделяют на:

- простейшие (пропорциональное, интегрирующее и дифференцирующее);
- звенья первого порядка (апериодическое, форсирующее, инерционно-дифференцирующее и др.);
- звенья второго порядка (колебательное и апериодическое второго порядка);
- звено третьего порядка (Вышнеградского. Это простейшее звено, способное терять устойчивость);
- звено запаздывания.

Перечисленные линейные звенья содержат один вход и один выход. Существует еще одно линейное звено, которое может иметь несколько, больше

одного, входов и один выход: сумматор. Сумматор – необходимое звено для построения модели достаточно сложной системы, состоящей из нескольких звеньев.

Типовых звеньев всего около полутора десятков, но из них можно построить модель линейной системы управления любой сложности.

Минимальный набор звеньев, который позволяет построить модель линейной системы любой сложности, в том числе и самих типовых звеньев, состоит всего из трех звеньев: пропорционального, интегратора и сумматора. Однако модель, построенную из этих трех звеньев, бывает труднее анализировать, чаще удобнее применять, кроме них, еще несколько типов звеньев.

Свойство линейности элемента, системы, объекта, звена состоит в том, что их реакция на сумму воздействий равна сумме их реакций на каждое из воздействий в отдельности (принцип суперпозиции). Кроме того, масштабному по величине (амплитуде) изменению воздействия в линейных системах соответствует пропорциональное изменение реакции, отклика.

**Примечание.** В более общем классе систем выделяют еще и нелинейные звенья, как безинерционные, так и инерционные.

## 2.1. Передаточная функция

Типовые звенья линейных систем можно определять различными эквивалентными способами, в частности, с помощью так называемой передаточной функции, имеющей, как правило, дробно-рациональный вид, т.е. представляющей собой отношение двух полиномов:

$$W(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0}, \quad (2.1)$$

где  $b_i$  и  $a_j$  – коэффициенты полиномов (параметры передаточной функции или звена).

Передаточная функция связывает изображение  $Y(p)$  выходного сигнала  $y(t)$  звена с изображением  $X(p)$  его входного сигнала  $x(t)$  (рис. 2.1):

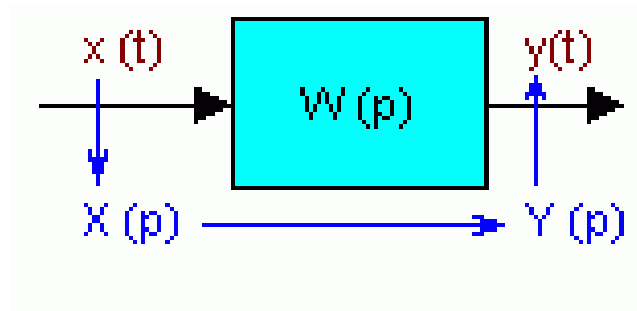


Рис. 2.1.

$$Y(p) = W(p)X(p), \quad (2.2)$$

т.е. позволяет по любому известному входному сигналу  $x(t)$  найти выходной  $y(t)$ . Это значит, что с точки зрения ТАУ передаточная функция полностью характеризует систему управления или ее звено. Это же самое можно сказать и в отношении совокупности коэффициентов полиномов числителя и знаменателя передаточной функции.

***Примеры передаточных функций некоторых важных типовых звеньев:***

**- Пропорциональное звено**

Пропорциональное звено – это звено, выходной сигнал которого пропорционален входному:

$$y(t) = k \cdot x(t). \quad (2.3)$$

Передаточная функция пропорционального звена равна его коэффициенту усиления:

$$W(p) = k. \quad (2.4)$$

здесь  $k$  – коэффициент усиления. Он может быть размерным.

**- Интегратор:**

Интегратор – это звено, выходной сигнал которого пропорционален интегралу по времени от входного:

$$y(t) = \frac{1}{T} \int_0^t x(t) dt. \quad (2.5)$$

Передаточная функция интегратора равна:

$$W(p) = \frac{1}{Tp} = \frac{k}{p}, \quad (2.6)$$

здесь  $T$  [сек] – постоянная времени интегратора,  $k = 1/T$  [1/сек] – коэффициент усиления интегратора.

Как видно, эти звенья (и пропорциональное, и интегратор) полностью определяются заданием только одного параметра.

#### **- Апериодическое (инерционное) звено:**

Апериодическое звено – это звено, выходной сигнал  $y(t)$  которого связан с входным  $x(t)$  дифференциальным уравнением:

$$T \frac{d}{dt} y + y = k x. \quad (2.7)$$

Передаточная функция апериодического звена равна:

$$W(p) = \frac{k}{Tp + 1}, \quad (2.8)$$

здесь два параметра:  $k$  – коэффициент усиления (размерный или безразмерный) и  $T$  – постоянная времени [сек].

#### **- Колебательное звено:**

Колебательное звено – это звено, выходной сигнал  $y(t)$  которого связан со входным сигналом  $x(t)$  дифференциальным уравнением:

$$T^2 \frac{d^2}{dt^2} y + 2\xi T \frac{d}{dt} y + y = k x. \quad (2.9)$$

Его передаточная функция имеет вид:

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}, \quad (2.10)$$

здесь три параметра:  $k$  – коэффициент усиления,  $T$  – постоянная времени и  $\xi$  – коэффициент затухания (безразмерный, может меняться от 0 до бесконечности).

### - Звено запаздывания:

Передаточная функция звена запаздывания имеет вид:

$$W(p) = e^{-p\tau}. \quad (2.11)$$

## 2.2. Переходная функция (переходная характеристика)

Переходная функция  $h(t)$  – это реакция линейной системы или звена на единичное ступенчатое воздействие  $1(t)$ . Единичное ступенчатое воздействие  $1(t)$  – это функция времени  $t$ , равная нулю при  $t$  меньше нуля и равная единице при  $t$  больше нуля.

Каждое звено имеет свою особенную, отличающуюся от переходных функций других звеньев переходную функцию, по которой можно определить тип и параметры звена.

Переходная функция модели САУ позволяет характеризовать ее качество (быстродействие и точность) в переходном режиме работы. Кроме того, зная переходную функцию линейной системы, можно определить реакцию системы на произвольное воздействие.

Важное для практики приложение переходной функции – идентификация объектов и систем: определение по экспериментально снятой переходной функции вида типового звена, которым можно промоделировать отдельные элементы и системы в целом, а также возможность определения параметров моделирующих звеньев.

### *Примеры переходных функций некоторых основных типовых звеньев:*

#### - Пропорциональное звено

Его переходная функция равна

$$h(t) = k 1(t), \quad (2.12)$$

здесь  $k$  – коэффициент усиления звена. Коэффициенты усиления типовых звеньев могут быть размерными и безразмерными.

**Примечание.** Часто в литературе в формулах переходных функций звеньев ступенчатая функция в правой части не указывается, но подразумевается, что  $h(t)$  равна нулю при  $t \leq 0$ . Это условие **физической реализуемости** звена, которое означает, что отклик звена появляется вследствие и, поэтому, после



воздействия, а не до него. Условие физической реализуемости отражает причинно-следственную связь между входным и выходным сигналами.

Как видно из определений (2.3) и (2.12), пропорциональное звено – это безинерционное звено, изменяющее сигнал в  $k$  раз в любой момент времени как бы быстро он не изменялся (см. рис. 2.2).



Рис. 2.2. Переходная функция пропорционального звена и порядок определения его коэффициента усиления

Пропорциональным звеном моделируются системы управления и их элементы в статике, в таком режиме, когда воздействия, поступающие на систему управления, не изменяются во времени уже в течение достаточно длительного интервала.

### - Интегратор:

Его переходная функция в соответствии с определением (2.5) равна

$$h(t) = \frac{1}{T} t 1o(t), \quad (2.13)$$

здесь  $T$  – постоянная времени интегратора,  $k = 1/T$  – коэффициент усиления интегратора.

Интегратор способен накапливать поступающий на него сигнал с течением времени. В частности, (2.13) показывает, что при подаче ступенчатого воздействия на интегратор его выходной сигнал изменяется линейно с течением времени, т.е. накопление действительно происходит (см. рис. 2.3).

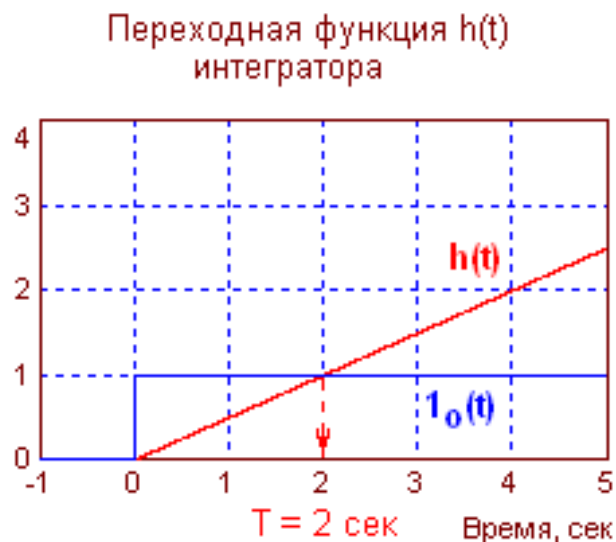


Рис. 2.3. Переходная функция интегратора и порядок определения его постоянной времени  $T$

Переходная функция линейно растет с увеличением времени. Постоянная времени интегратора определяется временем пересечения переходной функцией уровня входной ступеньки (рис. 2.3).

Примеры реальных устройств, которые могут быть промоделированы интегратором: электрические и гидравлические емкости, двигатели, устройства, имеющие вращающиеся валы.

#### - Аперiodическое (инерционное) звено:

Его переходная функция равна

$$h(t) = k \left( 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) 1(t), \quad (2.14)$$

здесь  $k$  – коэффициент усиления,  $T$  – постоянная времени аперiodического звена.

Аперiodическое звено – простейшее из тех звеньев, которые обладают инерцией. Действительно, зависимость (2.14) показывает, что данное звено не сразу, вначале быстро, а затем все более постепенно реагирует на ступенчатое воздействие. Это происходит потому, что в физическом оригинале аперiodического звена имеется один накапливающий элемент (а также один или несколько потребляющих энергию элементов), запасенная энергия в котором не может изменяться скачком во времени – для этого потребовалась бы бесконечная мощность.

Постоянная времени  $T$  определяется временем пересечения касательной, проведенной к переходной функции в нулевой момент времени, уровня коэффициента усиления звена (рис. 2.4). Этот уровень равен асимптотическому значению переходной функции. За время  $3T$  переходная функция достигает уровня в 95% от ее конечного значения, поэтому считается, что за время  $3T$  переходный процесс в апериодическом звене практически заканчивается.

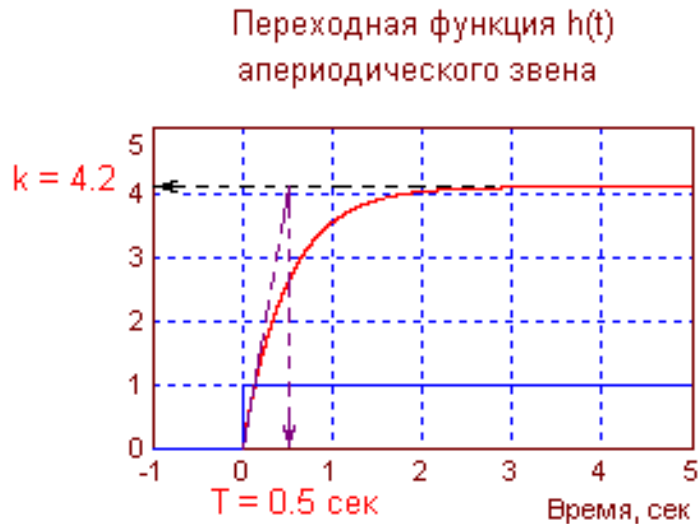


Рис. 2.4. Переходная функция апериодического звена и порядок определения параметров апериодического звена: коэффициента усиления  $k$  и постоянной времени  $T$

Таким образом, длительность переходного процесса в апериодическом звене является мерой его инерционности.

Простой пример апериодического звена — это интегрирующая  $RC$ -цепь (рис. 2.5), в предположении, что внутреннее сопротивление источника подаваемого на цепь напряжения пренебрежимо мало, а сопротивление нагрузки цепи очень велико.

#### Заряд и разряд конденсатора

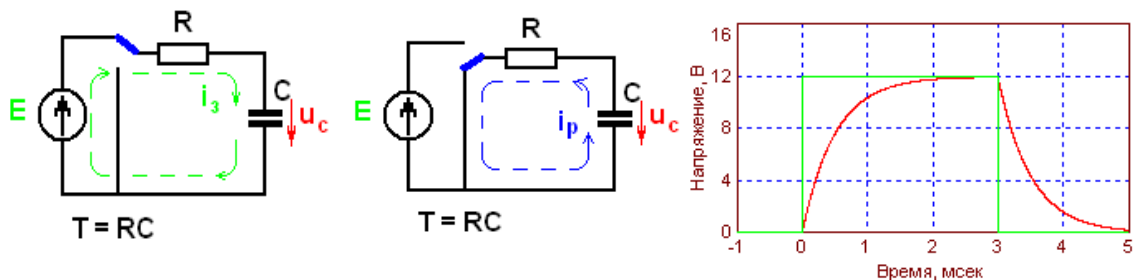


Рис. 2.5. Подключение  $RC$ -цепи к источнику постоянного напряжения 12 В

Напряжение на конденсаторе растет по тому же закону, что и выходной сигнал апериодического звена, на которое подается ступенчатый сигнал.

Модель апериодического звена может быть задана передаточной функцией, а может быть составлена из интегратора, сумматора и усилителей (рис. 2.6).

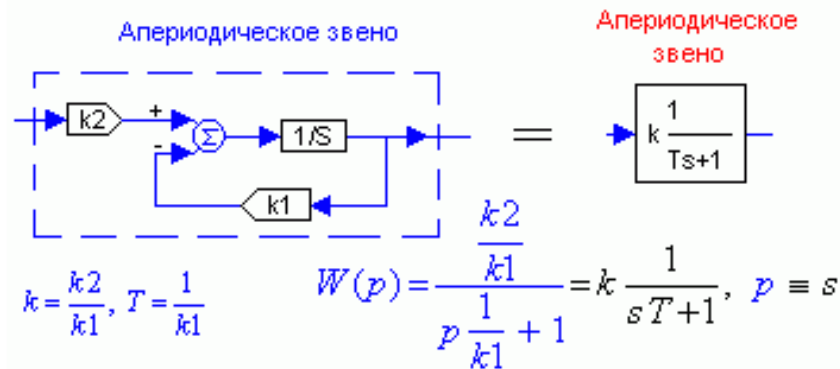


Рис. 2.6. Эквивалентная схема апериодического звена, составленная из интегратора, охваченного жесткой отрицательной обратной связью с коэффициентом усиления  $k_1$ , сумматора и входного усилителя с коэффициентом усиления  $k_2$

Изменяя значения коэффициентов усиления  $k_1$  и  $k_2$ , можно получить любые требуемые значения параметров  $k$  и  $T$  апериодического звена.

### - Колебательное звено:

Его переходная функция равна

$$h(t) = k \left( 1 - e^{-\frac{\xi}{T}t} \cos\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}t\right) - \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\frac{\xi}{T}t} \sin\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}t\right) \right), \quad (2.15)$$

здесь  $k$  – коэффициент усиления,  $T$  – постоянная времени,  $\xi$  – коэффициент затухания.

Колебательное звено наряду со свойствами, присущими уже перечисленным звеньям (способности к усилению, накоплению и инерционностью), обладает и еще одним свойством, которого нет у более простых звеньев, – колебательностью. Это его способность при определенном сочетании параметров  $T$  и  $\xi$  переходить к новому стационарному значению, определяемому воздействием, или возвращаться в исходное состояние после снятия воздействия колебательно. Такое поведение обусловлено наличием в колебательном звене двух накапливающих элементов, способных обмениваться друг с другом энергией разного рода (потенциальной и кинетической,

электрической и магнитной и т.п.), и элемента(ов), потребляющего, рассеивающего энергию.

Если затухание достаточно велико или накапливающие элементы содержат энергию одного вида, например, это два электрических конденсатора, то колебаний в звене не происходит, и его называют еще апериодическим второго порядка.

При  $\xi > 1$  трение в системе, рассеивание энергии относительно велико и колебательность переходной функции исчезает, функция становится монотонной.

Постоянная времени  $T$  колебательного звена не равна периоду колебаний  $T_{\text{кол}}$ , она связана с периодом, но существенно меньше его:

$$T_{\text{кол}} = \frac{2\pi T}{\sqrt{1 - \xi^2}}.$$

При  $\xi < 0,5$  период затухающих колебаний примерно равен  $T_{\text{кол}} \approx 2\pi T$ .

По колебательной ( $\xi < 0,5$ ) переходной характеристике колебательного звена можно приближенно оценить его параметры:

- - уровень успокоения колебаний равен коэффициенту усиления  $k$  звена;
- - постоянная времени приближенно равна  $T \approx T_{\text{кол}} / 2\pi$ ;
- - коэффициент затухания приближенно равен  $\xi \approx 3T / T_{\text{пер}}$ ,

где  $T_{\text{пер}}$  – длительность переходного процесса (время регулирования), определяемая промежутком времени, за которое переходная функция попадает в пятипроцентную зону.

Модель колебательного звена может быть задана передаточной функцией, а может быть составлена из интеграторов, сумматоров и усилителей (рис. 2.7). Изменяя значения коэффициентов усиления  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  можно получить любые требуемые значения параметров колебательного звена.

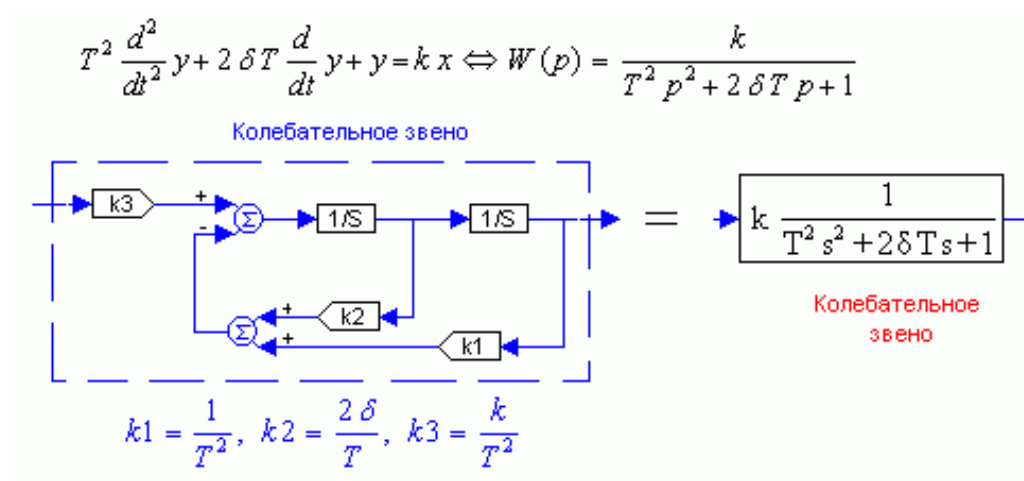


Рис. 2.7. Эквивалентная схема колебательного звена, составленная из двух последовательно включенных интеграторов, охваченных отрицательными обратными связями, сумматоров и усилителей

### - Звено запаздывания:

Его переходная функция равна

$$h(t) = 1(t - \tau), \quad (2.16)$$

где  $\tau$  – единственный параметр звена запаздывания: это время, на которое задерживается сигнал, проходя звено запаздывания.

Звено запаздывания не изменяет форму сигнала, а только задерживает его по времени на величину  $\tau$ .

Этим звеном моделируются системы и устройства, сигналы в которых задерживаются на ощутимую величину по сравнению с временными параметрами, характеризующими инерционность этих систем. Это, как правило, протяженные в пространстве устройства: линии связи, трубопроводы, транспортеры и т.п.

Звено запаздывания может быть приближенно заменено апериодическим звеном при относительно небольших задержках сравнительно медленно изменяющихся сигналов. При этом постоянная времени аппроксимирующего апериодического звена равна времени задержки сигнала в звене запаздывания.

## 3. Задания на исследование

- 3.1. Исследование интегратора
- 3.2. Исследование апериодического звена
- 3.3. Исследование колебательного звена
- 3.4. Исследование звена запаздывания

- 3.5. Исследование временных характеристик динамических звеньев при типовых входных сигналах
- 3.6. Эквивалентные схемы типовых звеньев

**Примечание.** Для имитационного моделирования как линейных, так и нелинейных динамических систем часто используют математический пакет *MATHCAD* и систему *MATLAB*.

*MATLAB* использует специализированное средство моделирования – *SimuLink*. Создание виртуальных моделирующих стендов в пакете *SimuLink* основано на использовании технологии *Drag-and-Drop* (перетаски и оставь). В качестве “кирпичиков” для построения моделей применяются блоки, хранящиеся в библиотеке *SimuLink*. Ввод характеристик исследуемой САУ производится в диалоговом режиме путем графической сборки схемы соединений элементарных стандартных звеньев. Полученная модель хранится в файле с расширением *.mdl*. В ходе моделирования имеется возможность наблюдать за графиками процессов, происходящих в системе. Для этого используются специальные смотровые окна, входящие в библиотеку *SimuLink*.

### 3.1. Исследование интегратора

3.1.1. **Построить** в пакете Simulink системы Matlab виртуальный лабораторный стенд для исследования модели интегратора. Для этого

- а) запустить систему *Matlab*;
- б) запустить *Simulink* (нажать соответствующую кнопку на панели инструментов);
- в) вынести на рабочее поле генератор ступенчатого сигнала (library: Simulink/Sources – Constant), интегратор (library: Simulink/Continuons - Integrator), усилитель (library: Simulink/Commonly Used Blocks - Gain), осциллограф (library: Simulink/Sinks - Scope) (см. рис 3.1).



Рис. 3.1. Вид виртуального лабораторного стенда по исследованию интегратора, собранный на рабочем поле пакета *Simulink*

Исследования провести для различных значений коэффициента передачи (усиления) интегратора (рис. 3.2).

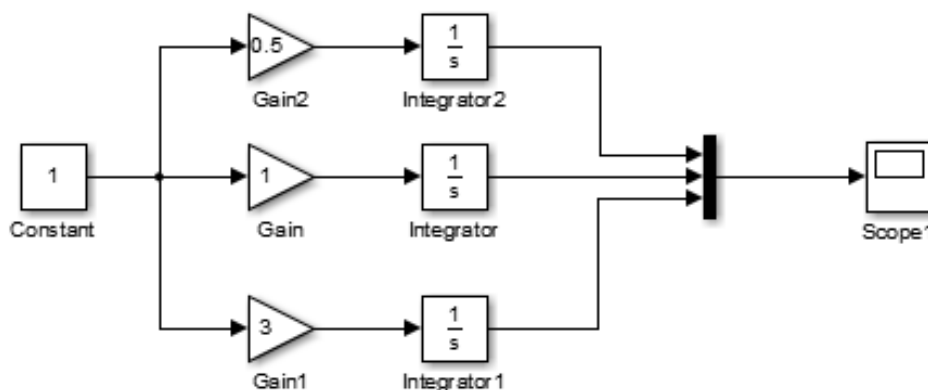


Рис. 3.2.

Сделать вывод о влиянии коэффициента усиления на выходные характеристики.

3.1.2. Проверить линейность интегратора, т.е. то, что реакция на сумму воздействий блока интегратора равна сумме его реакций на каждое из них.

Можно ли утверждать, что передаточная функция последовательно включенных усилителя и интегратора равна произведению их передаточных функций?

3.1.3. **Построить** в математическом пакете Mathcad переходные процессы для интегратора в соответствии с зависимостью (2.13). Результаты исследований представить в виде таблицы 3.1, графиков  $h(t)$  и графиков найденных постоянных времени и крутизны (см. рис. 3.3) выходных сигналов от величины входной ступеньки. Сравнить полученные результаты с результатами п.3.1.1.

Таблица 3.1.

Амплитуда входного сигнала $x$	0,5	1,0	2,0	3,0	4,0
Приращение выходного сигнала $\Delta y$					
Крутизна: $S = \frac{\Delta y}{\Delta x}$					
Отношение $\frac{S}{x}$					
Постоянная времени $T$					





Рис. 3.3. Определение крутизны переходной характеристики интегратора

Пример построения переходного процесса для интегратора в Mathcad приведен на рис. 3.4.

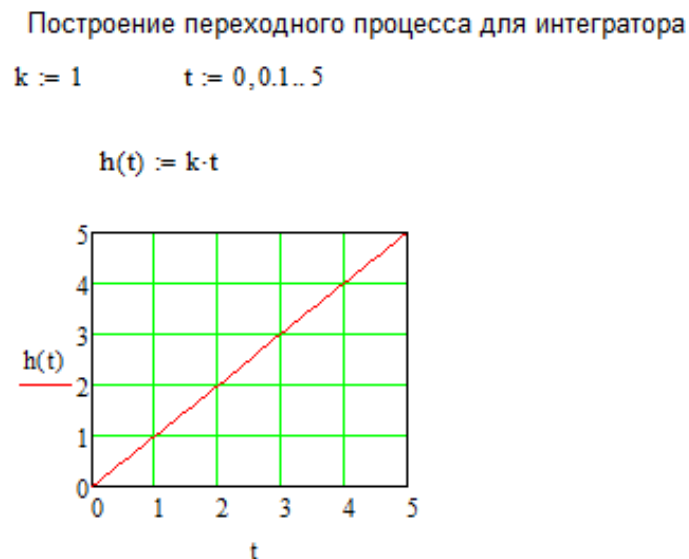


Рис. 3.4. Построение переходного процесса для интегратора

## 3.2. Исследование апериодического звена

3.1.1. **Построить** в пакете Simulink системы Matlab виртуальный лабораторный стенд для исследования модели апериодического звена (см. рис. 3.5) аналогично тому, как это делалось для интегратора.

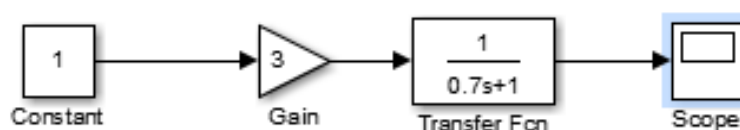


Рис. 3.5. Стенд для исследования апериодического звена

Параметры апериодического звена задаются в окне диалога, появляющегося при двойным щелчке по блоку Transfer Fcn (рис. 3.6).

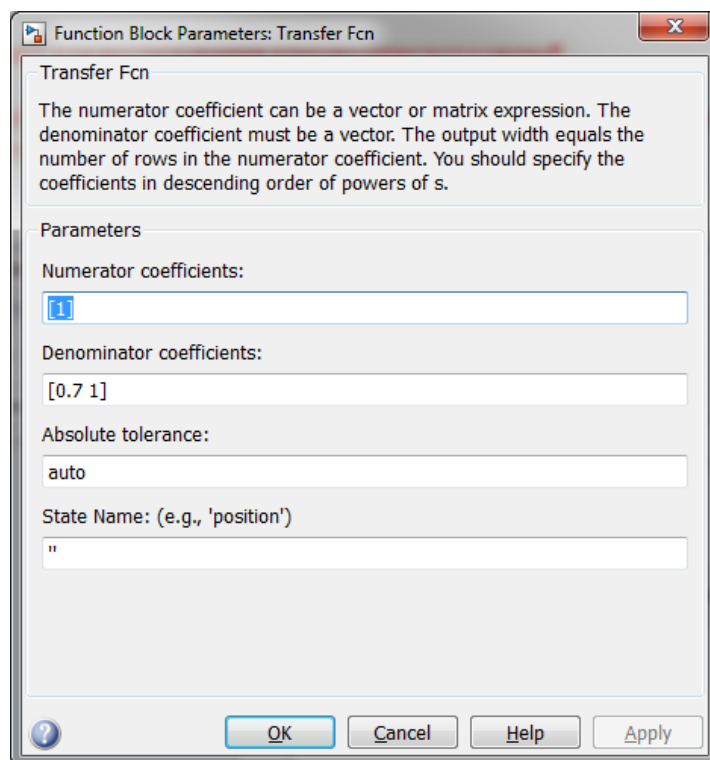


Рис. 3.6. Поле окна диалога для задания параметров апериодического звена

Исследования провести для различных значений коэффициента передачи и постоянной времени апериодического звена в соответствии с таблицами 3.2.1, 3.2.2.

Таблица 3.2.1

Коэффициент передачи апериодического звена $k$	0,2	1,0	5,0
Постоянная времени $T$ , сек	0,25		

Таблица 3.2.2

Постоянная времени $T$ , сек	0,25	1,0	2,0
Коэффициент передачи апериодического звена $k$	10		

Сделать вывод о влиянии параметров апериодического звена на выходные характеристики.

3.2.2. Проверить линейность апериодического звена.

**3.2.3. Построить** в математическом пакете Mathcad переходные процессы для апериодического звена в соответствии с зависимостью (2.14). Результаты исследований по данным, приведенным в таблицах 3.2.1 и 3.2.2, представить в виде графиков  $h(t)$ . Сравнить полученные результаты с результатами п. 3.2.1.

Пример построения переходного процесса для апериодического звена в Mathcad приведен на рис. 3.7.

Построение переходного процесса  
для апериодического звена

$k := 1$        $t := 0, 0.1..10$        $T := 1$

$$h(t) := k \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right)$$

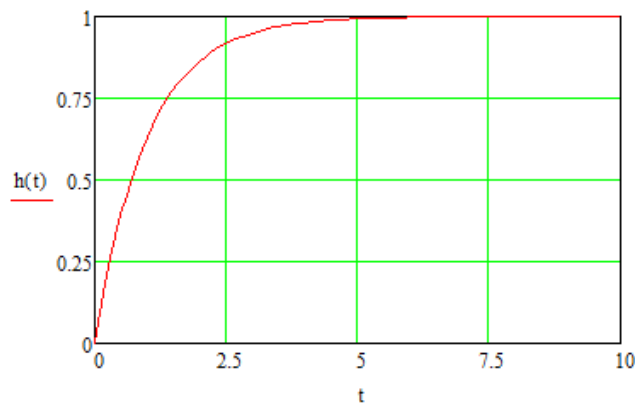


Рис. 3.7. Построение переходного процесса для апериодического звена

**3.2.4. Определить** по графикам рис. 3.8 постоянные времени и коэффициенты усиления звеньев. Порядок определения показан на рис. 2.4.

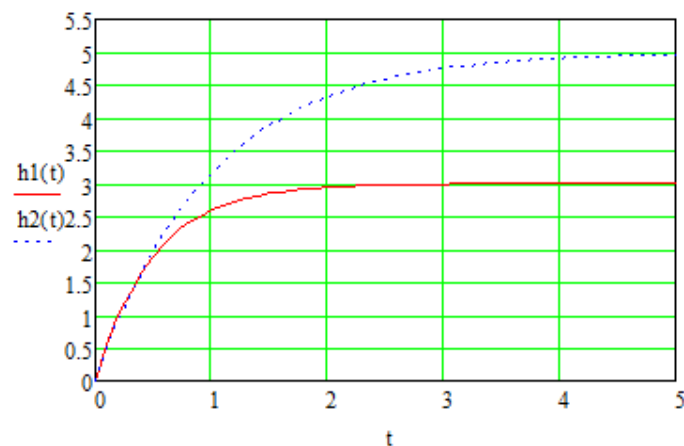


Рис. 3.8.

### 3.3. Исследование колебательного звена

3.3.1. **Построить** в пакете Simulink системы Matlab виртуальный лабораторный стенд для исследования модели колебательного звена (рис. 3.9) аналогично тому, как это делалось для интегратора и апериодического звена.



Рис. 3.9. Стенд для исследования апериодического звена

Исследования провести для различных значений коэффициента передачи, постоянной времени и коэффициента затухания колебательного звена в соответствии с таблицами 3.3.1, 3.3.2, 3.3.3.

Таблица 3.3.1

Коэффициент передачи колебательного звена $k$	0,5	1,0	2,0
Постоянная времени $T$ , сек	0,3		
Коэффициент затухания $\xi$	0,2		

Таблица 3.3.2

Постоянная времени $T$ , сек	0,25	0,5	1,0	2,0
Коэффициент передачи колебательного звена $k$	1			
Коэффициент затухания $\xi$	0,2			

Таблица 3.3.3

Коэффициент затухания $\xi$	0,1	0,25	0,5	2,0
Коэффициент передачи колебательного звена $k$	1			
Постоянная времени $T$ , сек	0,3			

Параметры колебательного звена задаются так же, как и для апериодического звена (см. рис. 3.10).

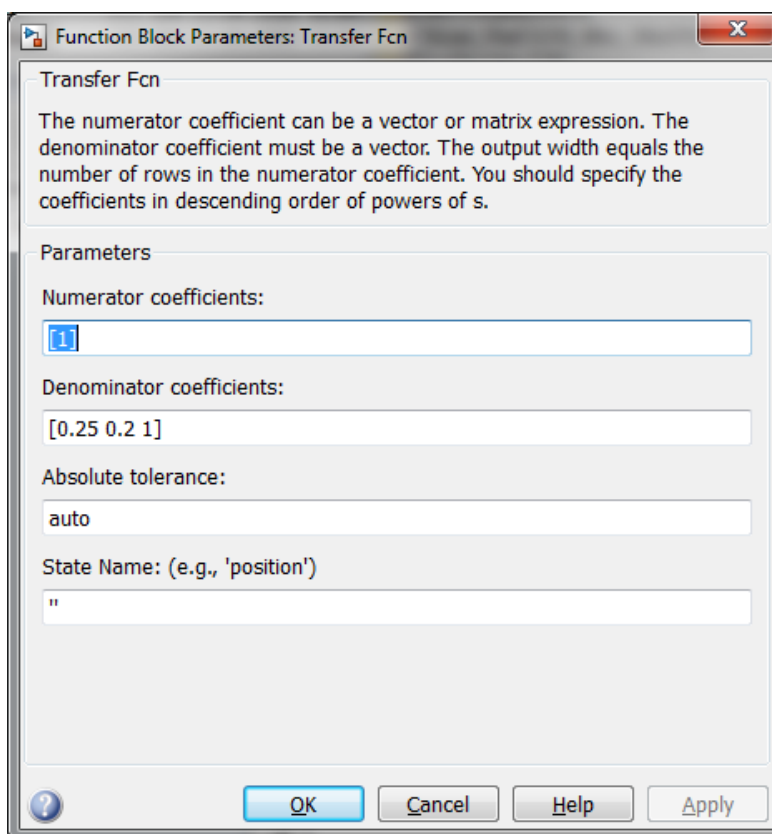


Рис. 3.10. Поля окна диалога для задания параметров колебательного звена

Коэффициенты полиномов должны быть отделены пробелами, аргумент  $s$  не вводится, программа выводит его в формуле сама.

Сделать вывод о влиянии параметров колебательного звена на выходные характеристики.

3.3.2. Проверить линейность колебательного звена.

3.3.3. По графикам переходных процессов определить **время регулирования**  $T_{\text{пер}}$ , т.е. длительность переходного процесса, определяемая промежутком времени, за которое переходная функция попадает в пятипроцентную зону, и **перерегулирование**  $\sigma$  %:

$$\sigma = \frac{y_{\max} - y_{\text{уст}}}{y_{\text{уст}}} \cdot 100\% .$$

3.3.4. **Построить** в математическом пакете Mathcad переходные процессы для колебательного звена в соответствии с зависимостью (2.15). Результаты исследований по данным, приведенным в таблицах 3.3.1, 3.3.2 и 3.3.3, представить в виде графиков  $h(t)$ . Сравнить полученные результаты с результатами п. 3.3.1.

Пример построения переходного процесса для колебательного звена в Mathcad приведен на рис. 3.11.

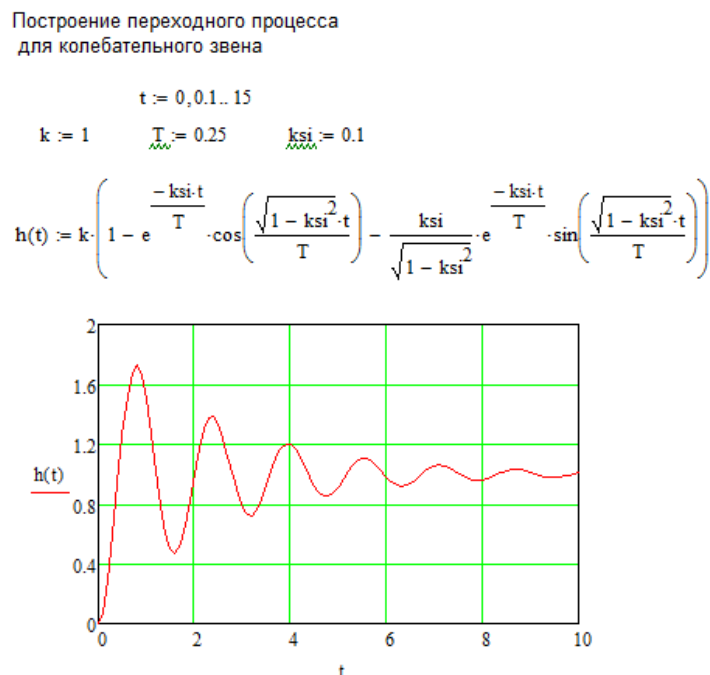


Рис. 3.11. Построение переходного процесса для колебательного звена

### 3.4. Исследование звена запаздывания

3.4.1. **Построить** в пакете Simulink системы Matlab виртуальный лабораторный стенд для исследования модели звена запаздывания (рис. 3.12).

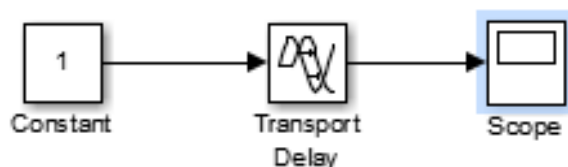


Рис. 3.12. Стенд для исследования звена запаздывания

Звено запаздывания выносится на рабочее поле из пункта меню library: Simulink/Continuous – Transport Delay. Величина задержки сигнала в звене запаздывания определяется параметрами блока Transport Delay при двойном щелчке левой клавиши мыши и заданием необходимого значения.

Меняя величину задержки в соответствии с данными таблицы 3.4, построить графики  $h(t)$  переходных функций для звена запаздывания.

Таблица 3.4

Время запаздывания $\tau$	0,1	0,3	1,0
---------------------------	-----	-----	-----

3.4.2. **Построить** в математическом пакете Mathcad переходные процессы  $h(t)$  на выходе звена запаздывания для значений  $\tau$ , приведенных в таблице 3.4. Результаты представить в виде графиков.

Сравнить полученные результаты с результатами п.3.4.1.

### 3.5. Исследование временных характеристик динамических звеньев при типовых входных сигналах

3.5.1. **Построить** в пакете Simulink системы Matlab виртуальные лабораторные стенды для исследования моделей рассмотренных динамических звеньев и получить временные характеристики при типовых входных сигналах  $f(t)$ :  $f_1(t) = at + b$ ,  $f_2(t) = A \sin(\omega t)$ . Параметры  $a, b, A, \omega$  задать самостоятельно. Привести графики выходных процессов для каждого из исследованных типовых звеньев.

Линейный сигнал  $f_1(t) = at + b$  на входе звена можно реализовать следующим образом: на интегратор подать ступенчатый сигнал; амплитуду этого сигнала установить, равную  $a$ , а на интеграторе выставить начальные условия, равные  $b$ .

Генератор синусоидального сигнала выносится на рабочее поле из библиотеки library: Simulink/Sources – Sine Wave.

**Сделать выводы** об изменении характеристик выходного сигнала по сравнению с характеристиками входного (изменение формы, амплитуды и фазы сигнала).

### 3.6. Эквивалентные схемы типовых звеньев

#### 3.6.1. Аперiodическое и колебательное звенья

3.6.1.1. **Построить** в пакете Simulink системы Matlab виртуальные лабораторные стенды для исследования эквивалентных моделей аперiodического (см. рис. 2.6), колебательного (см. рис. 2.7) звеньев. Сумматор выносится на рабочее поле из библиотеки library: Simulink/Commonly Used Blocks – Sum.

3.6.1.2. **Рассчитать** значения коэффициентов усиления усилителей, таких, чтобы переходные функции совпали, и проверить эквивалентность моделей

экспериментально. Совпадение переходных функций будет свидетельствовать об идентичности моделей.

### 3.6.2. Звено запаздывания

**3.6.2.1. Проверить** возможность аппроксимации звена запаздывания одним или несколькими апериодическими звеньями (рис. 3.13).

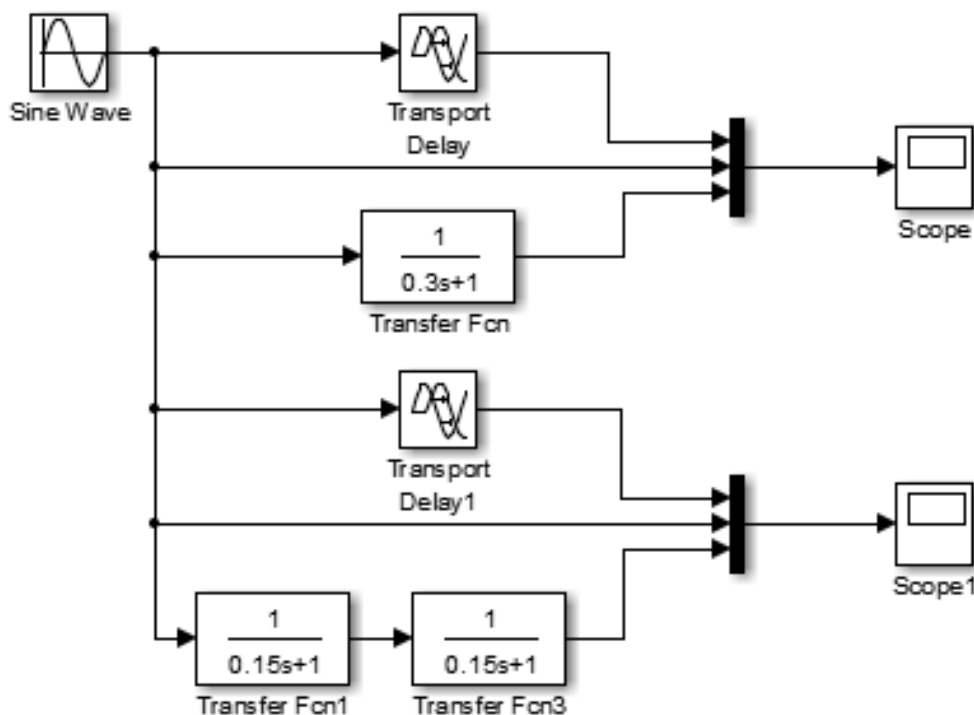


Рис. 3.13. Стенд для определения диапазона задержек, при которых звено запаздывания может быть приближенно заменено одним или несколькими последовательно соединенными апериодическими звеньями

**3.6.2.2. Определить** пределы изменения задержки, при которой апериодические звенья сравнительно мало искажают сигнал и приближенно можно считать, что он задерживается ими.

## 4. Отчет и защита работы

Отчет должен содержать:

- наименование лабораторной работы;
- цель и задачи работы;
- краткие теоретические сведения по теме исследований;
- вид лабораторных стендов для проведенных исследований;
- результаты исследований в виде таблиц и графиков;
- выводы.



## 5. Контрольные вопросы

1. Что такое ступенчатая единичная функция  $1(t)$ ?
2. Что такое переходная функция линейного звена?
3. Что такое передаточная функция линейного звена?
4. Записать выражения для передаточной и переходной функций пропорционального звена и интегратора, назвать их параметры и указать, как эти параметры связаны с переходными характеристиками звеньев.
5. Записать выражения для передаточной и переходной функций аperiodического звена, назвать его параметры и указать, как они связаны с переходной характеристикой аperiodического звена.
6. Записать выражения для передаточной и переходной функций колебательного звена, назвать его параметры и указать, как они связаны с переходной характеристикой колебательного звена.
7. Записать выражения для передаточной и переходной функций звена запаздывания, назвать его параметры и указать, как они связаны с переходной характеристикой звена запаздывания.
8. Каково условие физической реализуемости линейного звена?
9. Как проявляется свойство интегратора накапливать входной сигнал?
10. Как проявляется инерционное свойство аperiodического звена? Чем оно обусловлено?
11. Как проявляется колебательность колебательного звена? Чем она обусловлена?
12. Задана разгонная (переходная) характеристика некоторого объекта:



Определить наиболее подходящий тип звена, которым можно промоделировать объект, определить его параметры и обосновать выбор. Записать выражения для переходной и передаточной функций модели. Чем эта реальная разгонная характеристика отличается от идеальной переходной функции типового звена?

13. Задана разгонная характеристика некоторого объекта:



Определить наиболее подходящий тип звена, которым можно промоделировать объект и обосновать выбор. Определить параметры модели. Записать выражения для переходной и передаточной функций модели. Чем реальная разгонная характеристика отличается от идеальной переходной функции типового звена?

14. Задана разгонная характеристика некоторого объекта:



Определить наиболее подходящий тип звена, которым можно промоделировать объект и обосновать сделанный выбор. Определить параметры модели. Записать выражения для переходной и передаточной функций модели.

15. Как проверить является ли линейным блок, т.е. то, что реакция блока на сумму воздействий равна сумме его реакций на каждое из них, а масштабному изменению входного сигнала соответствует пропорциональное изменение выходного?

### Библиографический список

1. Мирошник И.В. Теория автоматического управления. Линейные системы : учеб. пособие для вузов / И.В.Мирошник.— М.[и др.]: Питер, 2005.— 336с.
2. Бесекерский В.А. Теория систем автоматического управления : [Учебное издание] / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. — 4-е изд., перераб. и доп. — СПб. : Профессия, 2004 .— 752с.
3. Пупков К.А. Методы классической и современной теории автоматического управления : учебник для вузов: в 5 т. Т.1. Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления / К.А. Пупков [и др.]; под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова .— 2-е изд., перераб. и доп. — М. : МГТУ им.Баумана, 2004 .— 656с.
4. Макаров Н.Н., Феофилов С.В. Анализ и синтез систем автоматического управления с использованием системы MATLAB: учеб. пособие / Н. Н. Макаров, С. В. Феофилов; ТулГУ .— Тула : Изд-во ТулГУ, 2010.— 68 с.
5. Макаров Н.Н., Феофилов С.В. Применение пакета MATHCAD в анализе и синтезе систем автоматического управления : учеб. пособие / Н.Н. Макаров, С.В. Феофилов ; ТулГУ .— Тула : Изд-во ТулГУ, 2007 .— 169 с.

### Интернет-ресурсы

1. Федосов Б.Т. Задания и методические указания к выполнению лабораторной работы №2 по курсу "ТАУ" на тему: "Исследование типовых звеньев линейных систем. Построение и изучение переходных функций". 2006 г. // [http://model.exponenta.ru/bt/bt\\_Met\\_3202.html](http://model.exponenta.ru/bt/bt_Met_3202.html)
2. Образовательный математический сайт <http://www.exponenta.ru>
3. Научная электронная библиотека в области науки, технологии <http://www.elibrary.ru>

## Лабораторная работа № 2

### Исследование типовых звеньев линейных систем. Построение и изучение частотных характеристик

#### 1. Цели и задачи работы

##### Цель работы:

**Цель работы:** построение моделей типовых звеньев линейных САУ и исследование их частотных характеристик, приобретение и закрепление навыков исследования частотных характеристик звеньев и элементов систем, а также приемов работы в математическом пакете Mathcad и системе Matlab.

В результате выполнения работы следует сделать выводы о том, как влияют параметры типовых звеньев на их частотные характеристики.

Польза от исследования частотных характеристик типовых звеньев состоит в следующем. Если экспериментально снять частотные характеристики некоторого объекта, для которого еще не создана математическая модель, то по ним можно определить тип звена, приближенно соответствующего объекту, и его параметры, т.е. построить модель. Этот процесс называется идентификацией объекта. В сложных случаях для моделирования потребуется использовать несколько звеньев. Имея модель объекта управления, можно спроектировать, оптимизировать и реализовать САУ для управления им. Кроме того, зная частотные характеристики системы и воздействие на нее, можно определить ее реакцию, т.е., с точки зрения ТАУ, полностью ее описать.

##### Задачи работы:

- Ознакомиться:
  - с понятием "амплитудно-фазовая частотная характеристика" (АФЧХ) линейного звена и формами ее аналитического и графического представления, в частности, амплитудно - и фазо-частотными характеристиками;
  - с порядком построения натуральных и логарифмических частотных характеристик и годографа АФЧХ в математическом пакете Mathcad и системе Matlab.
- Выполнить:
  - с помощью системы Matlab построить модели виртуальных лабораторных стендов для снятия частотных характеристик интегратора, апериодического и колебательного звеньев и получить их частотные характеристики;
  - с помощью математического пакета Mathcad получить частотные характеристики указанных выше звеньев;

- исследовать влияние параметров звеньев на вид их частотных характеристик.
- Приобрести навыки:
  - постановки эксперимента по исследованию влияния параметров звеньев на их характеристики;
  - измерения, расчета и построения частотных характеристик линейных звеньев;
  - определения по заданной частотной характеристике типа звена и его параметров.

## 2. Краткие сведения о частотных характеристиках

Частотные характеристики – это один из способов описания линейных систем и звеньев. Характеристики могут быть представлены не только аналитически, но и графически, что делает их использование понятным и наглядным.

- 2.1. Амплитудно-фазовая частотная характеристика
- 2.2. Частотные характеристики линейных звеньев и систем
- 2.3. Об идентификации систем по их частотным характеристикам
- 2.4. Примеры устройств, моделируемых типовыми звеньями

### 2.1. Амплитудно-фазовая частотная характеристика

Выражение

$$W(j\omega) = W(p) \Big|_{p=j\omega},$$

получающееся подстановкой  $p = j\omega$  в передаточную функцию  $W(p)$ , называется **амплитудно-фазовой частотной характеристикой (АФЧХ)** линейной системы.

АФЧХ системы представляет собой преобразование Фурье импульсной переходной характеристики (весовой функции)  $w(t)$ , т.е.

$$W(j\omega) = \int_0^{\infty} w(t) e^{-j\omega t} dt.$$

При подстановке пределов интегрирования учтено, что  $w(t) \equiv 0$  при  $t < 0$ .

Формально АФЧХ  $W(j\omega)$  связывает спектр выходного сигнала  $Y(j\omega)$  со спектром входного  $X(j\omega)$ :

$$Y(j\omega) = W(j\omega) X(j\omega).$$

## 2.2. Частотные характеристики линейных звеньев и систем

АФЧХ  $W(j\omega)$  является комплексной функцией вещественного переменного  $\omega$  и может быть представлена в следующем виде:

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = P(\omega) + jQ(\omega).$$

В этом выражении:

$A(\omega) = |W(j\omega)|$  – амплитудная частотная характеристика (АЧХ);

$\varphi(\omega) = \arg W(j\omega)$  – фазовая частотная характеристика (ФЧХ);

$P(\omega) = \operatorname{Re} W(j\omega)$  – вещественная частотная характеристика;

$Q(\omega) = \operatorname{Im} W(j\omega)$  – мнимая частотная характеристика.

Частотные характеристики представляются аналитически (формулами) и графически. Графики частотных характеристик представляются в натуральном (АЧХ и ФЧХ) или, что чаще, в логарифмическом масштабах (ЛАЧХ и ЛФЧХ). При этом

$$L(\omega) = 20 \lg |W(j\omega)|.$$

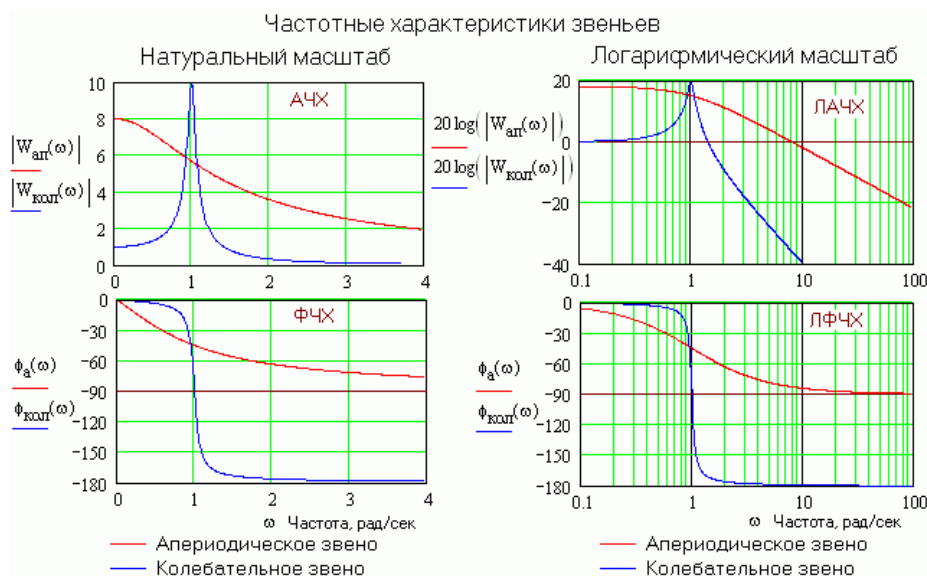


Рис. 2.1. Примеры амплитудно- и фазо-частотных характеристик звеньев, представленных в натуральном (АЧХ и ФЧХ) и логарифмическом (ЛАЧХ и ЛФЧХ) масштабах

Отрезок, соответствующий 10-кратному изменению частоты  $\omega$ , называется декадой. Например, 3 декады – это изменение частоты в 1000 раз.

**Годограф АФЧХ** – еще один из способов графического представления частотных характеристик. Годограф строится как параметрическая кривая на комплексной плоскости, где параметром является частота. Годограф АФЧХ содержит ту же информацию, что и АЧХ и ФЧХ или ЛАЧХ и ЛФЧХ вместе взятые.

**Годограф АФЧХ** – это линия, которую пробегает на комплексной плоскости конец вектора АФЧХ при изменении частоты от 0 до бесконечности. На рис. 2.2. приведен годограф АФЧХ колебательного звена. Он начинается в точке  $(1, j0)$  и при изменении частоты от нуля до бесконечности, пройдя в положительном направлении четвертый, а затем третий квадранты, приходит в начало координат.

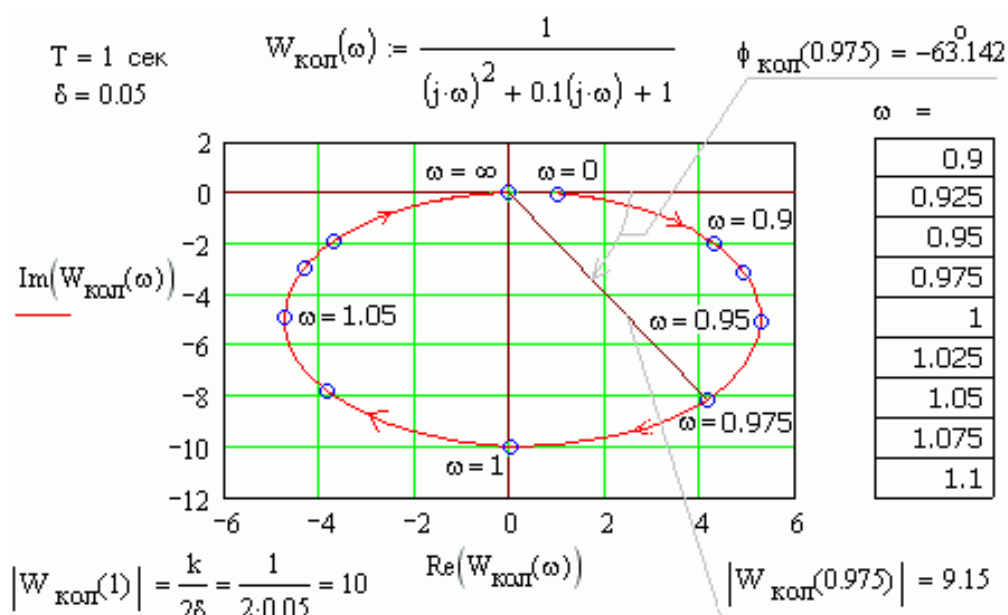


Рис. 2.2. Пример годографа АФЧХ колебательного звена

На рис. 2.3 показано изменение годографа АФЧХ колебательного звена в зависимости от коэффициента затухания  $\delta$ , изменяющегося от 0,5 до 0,1. С уменьшением  $\delta$  годограф «разбухает», колебательные свойства звена проявляются все более ярко.

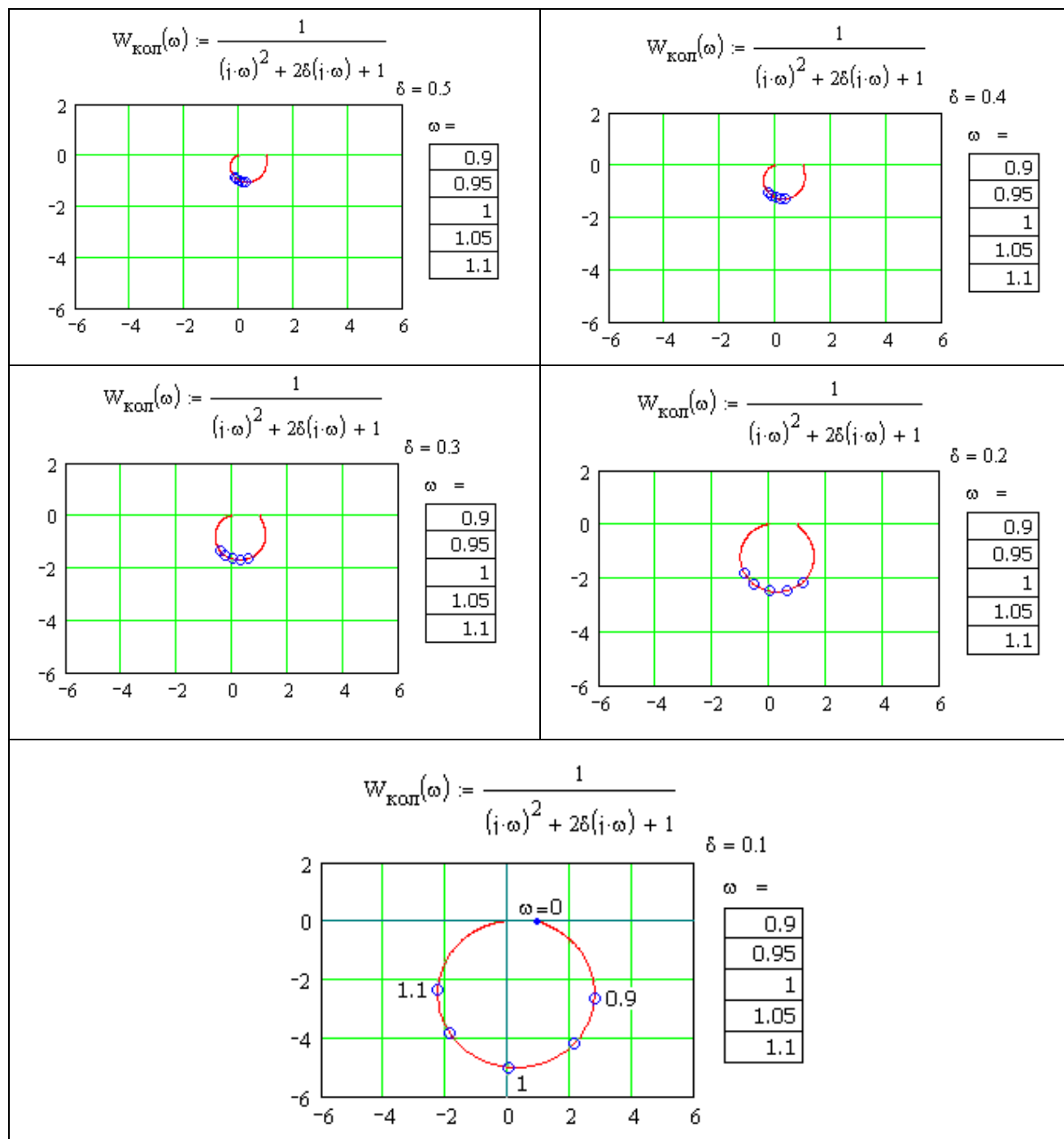


Рис. 2.3. Изменение годографа АФЧХ колебательного звена в зависимости от коэффициента затухания  $\delta$

### Определение частотных характеристик

Частотные характеристики могут быть рассчитаны по формулам (см. Приложение) или сняты экспериментально (рис. 2.4).



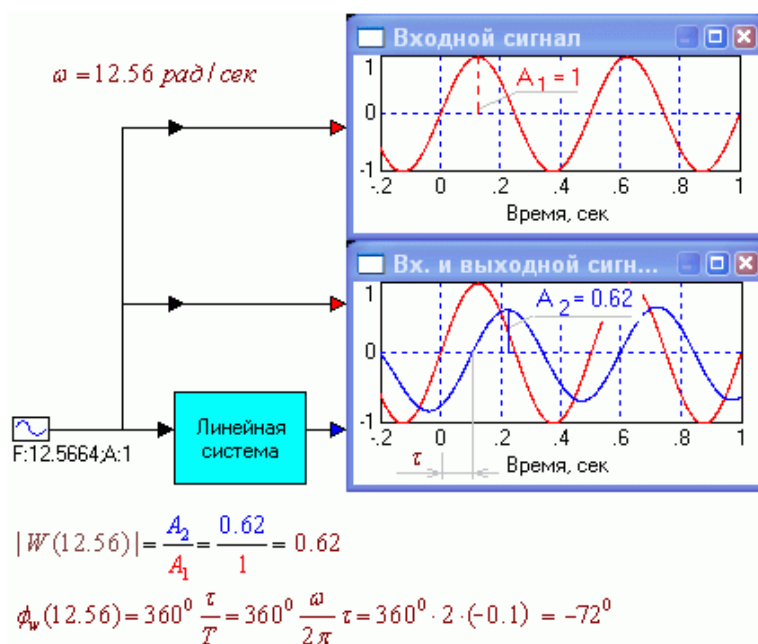


Рис. 2.4. Лабораторный стенд для экспериментального определения частотных характеристик линейного звена

Внизу рис. 2.4 приведены формулы для вычисления АЧХ и ФЧХ на частоте  $12,56 \text{ рад/сек}$  по результатам измерения амплитуд входного и выходного сигналов и времени запаздывания  $\tau = 0,1 \text{ сек}$  выходного сигнала относительно входного.

Меняя частоту подаваемого на звено синусоидального сигнала, повторяя измерения и вычисления, можно получить значения частотных характеристик в требуемом диапазоне частот.

### 2.3. Об идентификации систем по частотным характеристикам

Анализ снятых экспериментально частотных характеристик некоторого устройства позволяет идентифицировать его, т.е. построить его модель, состоящую, например, из последовательного соединения типовых звеньев. Для этого ЛАЧХ рассматриваемой системы аппроксимируют отрезками линий с наклонами, кратными  $-20 \text{ дБ/дек}$ , и по точкам их пересечения и поведению ЛАЧХ и ЛФЧХ на нижних частотах определяют тип и параметры звеньев.

Принцип построения последовательной модели некоторой системы по ее известным ЛАЧХ и ЛФЧХ основывается на том, что ЛАЧХ и ЛФЧХ последовательного соединения звеньев равны суммам ЛАЧХ и ЛФЧХ этих звеньев (рис. 2.5).

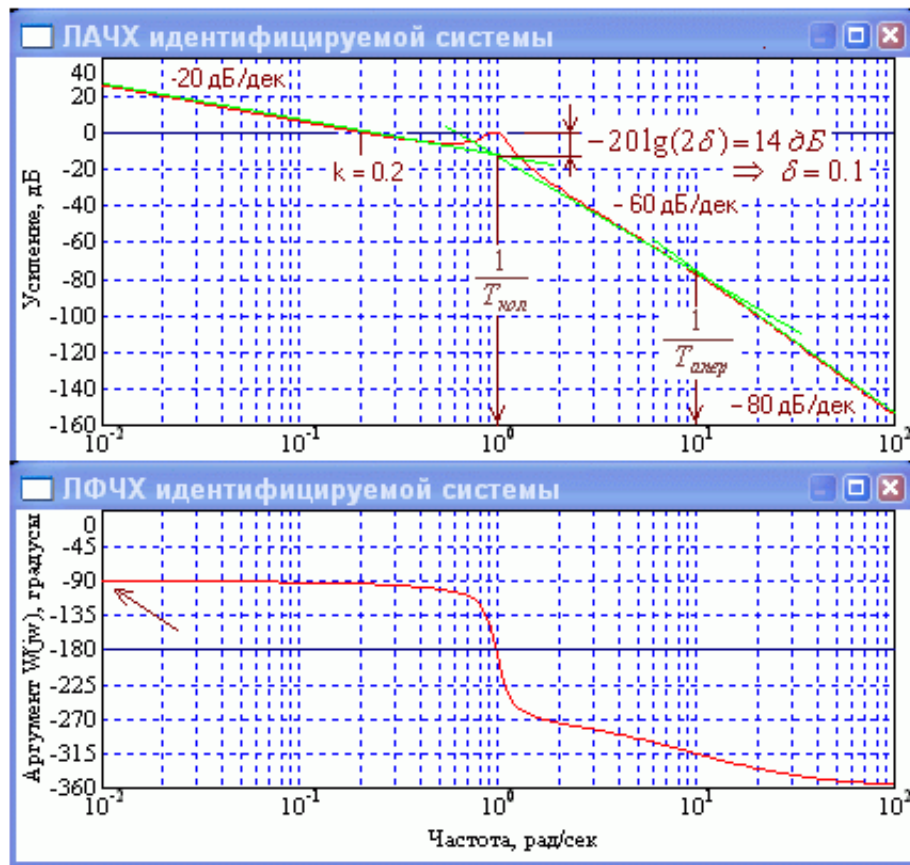


Рис.2.5. Определение модели системы, составленной из последовательных типовых звеньев, по ее частотным характеристикам

### Порядок идентификации

ЛАЧХ идентифицируемой системы (красная кривая) на рис. 2.7 аппроксимирована отрезками линий (салатные) с наклонами, кратными  $-20$  дБ/дек.

В первую очередь следует обратить внимание на низкочастотную область характеристик, которая определяет наличие и количество интеграторов в модели. Если в низкочастотной области ЛАЧХ проходит горизонтально, то интеграторы в модели отсутствуют, и общий коэффициент усиления модели определяется уровнем, на котором она проходит:  $L(0) = 20 \lg(k)$ . Если наклон ЛАЧХ в низкочастотной области равен  $-20$  дБ/дек, то интегратор в системе один, если наклон равен  $-20 \cdot n$  дБ/дек, то интеграторов  $n$ .

Коэффициент усиления системы с интеграторами определяется частотой, при которой продолжение низкочастотной области ЛАЧХ, в которой она имеет наклон, кратный  $-20$  дБ/дек, или она сама пересекает уровень  $0$  дБ. В случае одного интегратора, как на рис 2.5, коэффициент усиления просто равен частоте, на которой ЛАЧХ пересекает уровень  $0$  дБ:  $k = 0,2$  1/сек.

Итак, коэффициент усиления системы, ЛАЧХ которой показана на рис. 2.5, равен  $k = 0,2 \text{ л/сек}$ , и в системе есть один интегратор. О наличии одного интегратора свидетельствует и низкочастотная область ЛФЧХ: характеристика проходит на уровне  $-90^\circ$  (см. характеристики интегратора и других звеньев в приложении).

Линии аппроксимации пересекаются на частоте  $1,0 \text{ рад/сек}$ , причем наклон изменяется сразу на  $-40 \text{ дБ/дек}$  (он был  $-20$ , а стал  $-60 \text{ дБ/дек}$ ). Это говорит о том, что на частоте  $1,0 \text{ рад/сек}$  уже влияет колебательное звено. Такой вывод подтверждается и тем, что ЛАЧХ на этой частоте имеет пик, величина которого позволяет определить коэффициент затухания  $\delta$  колебательного звена, а его частота – постоянную времени звена  $T_{\text{кол}} = 1 \text{ сек}$  (см. рис.2.5).

Поскольку полный коэффициент усиления всей системы уже найден (а в нем учтены коэффициенты усиления всех звеньев), то коэффициент усиления колебательного звена модели равен 1.

При дальнейшем увеличении частоты ЛАЧХ испытывает еще один излом, на частоте  $10 \text{ рад/сек}$ . Наклон ЛАЧХ здесь изменяется на  $-20 \text{ дБ/дек}$  (с  $-60$  на  $-80 \text{ дБ/дек}$ ), что свидетельствует о наличии в последовательной модели апериодического звена с коэффициентом усиления, равным 1, и постоянной времени, равной  $T_{\text{апер}} = 0,1 \text{ сек}$ .

Поскольку ЛФЧХ на высоких частотах стремится к уровню  $-360^\circ$ , то в последовательной модели больше нет других звеньев (интегратор изменяет аргумент ФЧХ на  $-90^\circ$ , колебательное звено на  $-180^\circ$ , апериодическое на  $-90^\circ$ , в сумме получается  $-360^\circ$ ).

Таким образом, структура модели для рассматриваемого диапазона частот установлена (рис. 2.6).

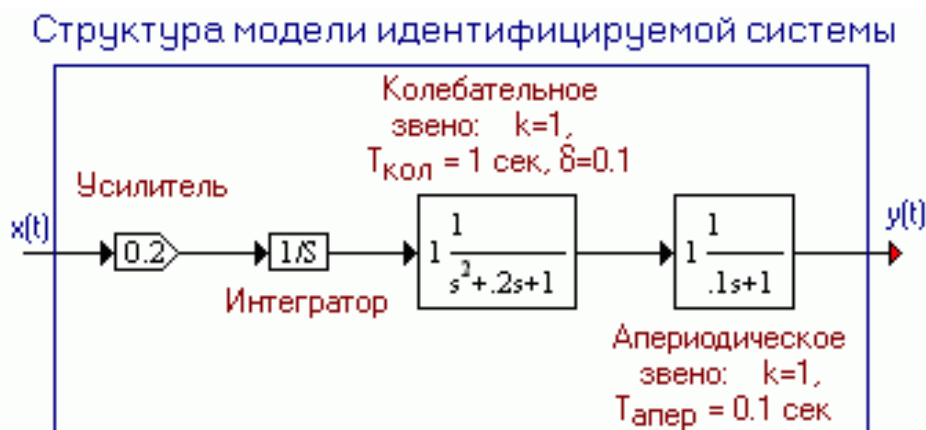


Рис. 2.6. Последовательная модель идентифицированной системы

## 2.4. Примеры устройств, моделируемых типовыми звеньями

**Пропорциональное звено:** усилитель постоянного тока; рычаги, редукторы. При сравнительно медленных изменениях воздействий инерционностью таких устройств можно пренебречь и считать их безинерционными.

**Интегратор:** – устройства, имеющие вал, частота вращения которого пропорциональна подаваемому на устройство сигналу: двигатели постоянного тока и внутреннего сгорания и др. Угол поворота вала пропорционален интегралу от частоты, а, следовательно, и от напряжения на якоре. Поэтому, например, все заслонки и задвижки в трубах, приводимые в действие двигателями, частота вращения которых пропорциональна подаваемому на них воздействию (напряжению, газу), могут в первом приближении рассматриваться как интеграторы;

- аналоговые интеграторы – это усилители постоянного тока, охваченные глубокой отрицательной обратной связью;
- различные емкости, например гидравлические и электрические.

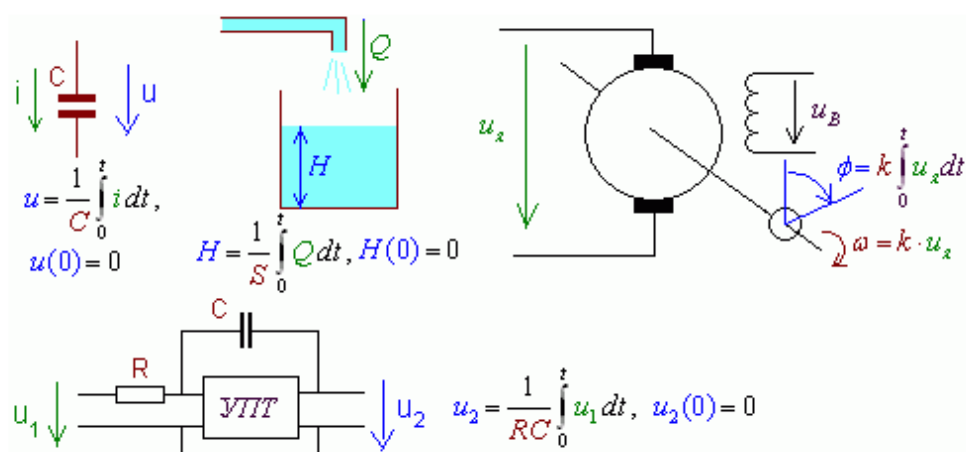


Рис. 2.7. Примеры устройств, которые в первом приближении могут считаться интеграторами:

**Апериодическое звено:** RC-цепь, усилитель постоянного тока, амортизатор автомобиля (см. рис. 2.8).

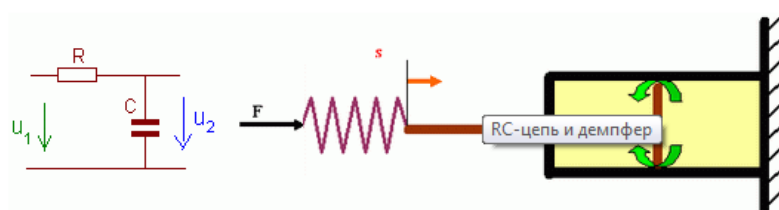


Рис. 2.8. Примеры апериодических звеньев:  
RC-цепь и демпфер (амортизатор)

**Колебательное звено:** резонансный усилитель, в котором нагрузкой усилительного элемента является резонансный контур, просто резонансный контур, механические колебательные устройства – гравитационные и пружинные маятники (см. рис 2.9).

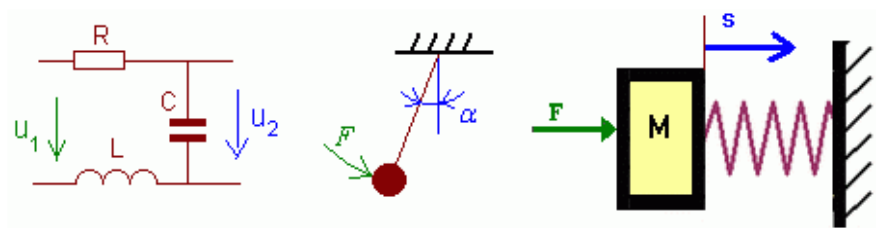


Рис. 2.9. Примеры колебательных звеньев: последовательный RLC-контур, маятник и пружинный осциллятор

**Апериодическое звено второго порядка:** RC-цепь с двумя емкостями, двигатель постоянного тока с независимым возбуждением (см. рис 2.10).

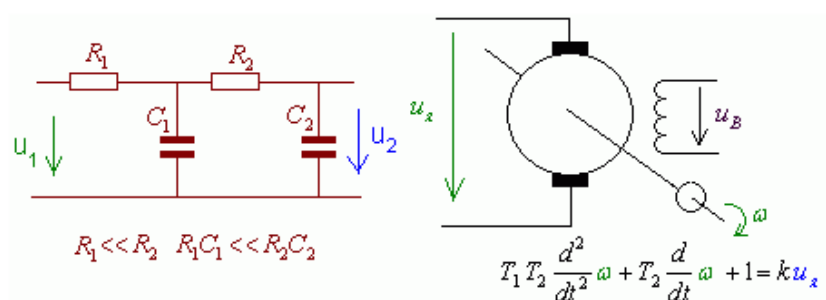


Рис. 2.10. Примеры апериодических звеньев второго порядка: RC-цепь и двигатель постоянного тока (входная величина – напряжение на якоре, выходная – частота вращения вала)

**Звено запаздывания:** протяженные устройства, время движения в которых сигналов или материалов от входа к выходу составляет заметную величину: транспортеры (материал сыпается с транспортера через некоторое время после того, как попадает на его ленту), длинные электрические линии. Типичные промышленные объекты регулирования наряду с инерционностью обладают и запаздыванием.

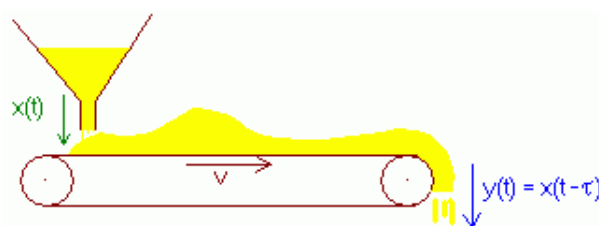


Рис. 2.13. Пример звена запаздывания: транспортер

### 3. Задания на исследование

**Примечание.** Для имитационного моделирования как линейных, так и нелинейных динамических систем часто используют математический пакет *MATHCAD* и систему *MATLAB*.

*MATLAB* использует специализированное средство моделирования – *SimuLink*. Создание виртуальных моделирующих стендов в пакете *SimuLink* основано на использовании технологии *Drag-and-Drop* (перетаски и оставь). В качестве “кирпичиков” для построения моделей применяются блоки, хранящиеся в библиотеке *SimuLink*. Ввод характеристик исследуемой САУ производится в диалоговом режиме путем графической сборки схемы соединений элементарных стандартных звеньев. Полученная модель хранится в файле с расширением *.mdl*. В ходе моделирования имеется возможность наблюдать за графиками процессов, происходящих в системе. Для этого используются специальные смотровые окна, входящие в библиотеку *SimuLink*.

#### 3.1. Построение частотных характеристик типовых динамических звеньев в системе Matlab

Для построения в пакете Simulink системы Matlab виртуальных лабораторных стендов для получения частотных характеристик типовых динамических звеньев необходимо

- а) запустить систему *Matlab*;
- б) запустить *Simulink* (нажать соответствующую кнопку на панели инструментов);
- в) на рабочем поле сформировать модель, соответствующую тому или иному типовому звену, как это делалось в лабораторной работе №1 (см. рис. 3.1);

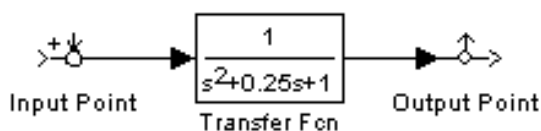
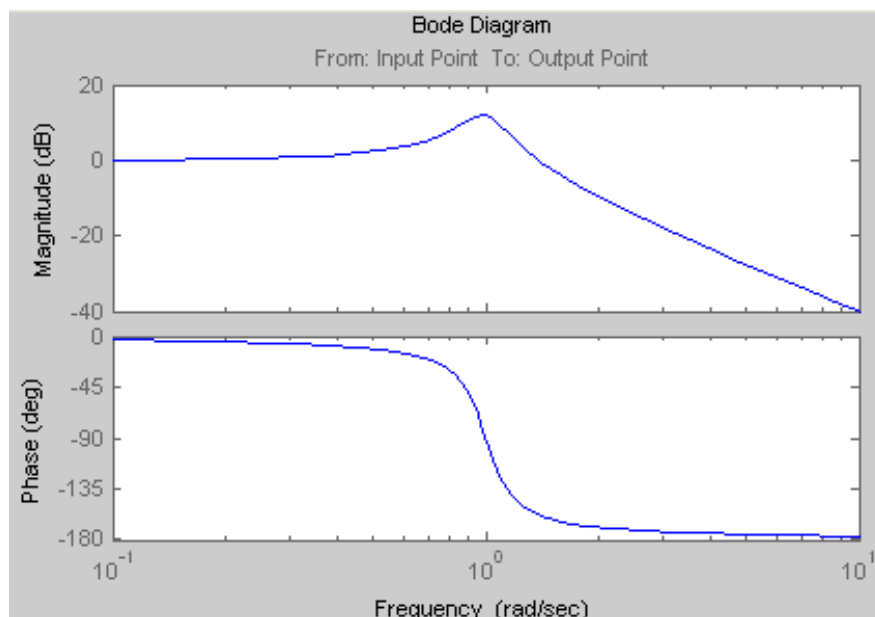


Рис. 3.1. Пример виртуального лабораторного стенда по исследованию колебательного звена

- г) выбрать в главном меню пункт *Tools* → *Linear analysis*. В открывшемся окне выбрать *Simulink* → *Get linearized model*;
- д) для построения частотных характеристик в контекстном меню выбрать *Plot types* → *Bode*

д) для построения годографа Найквиста (годографа АФЧХ) выбрать *Plot types*  $\rightarrow$  *Niquist*.

На следующих рисунках приведен пример построения ЛАЧХ, ЛФЧХ (рис. 3.2)



и АФЧХ (рис. 3.3) в системе Matlab для колебательного звена.

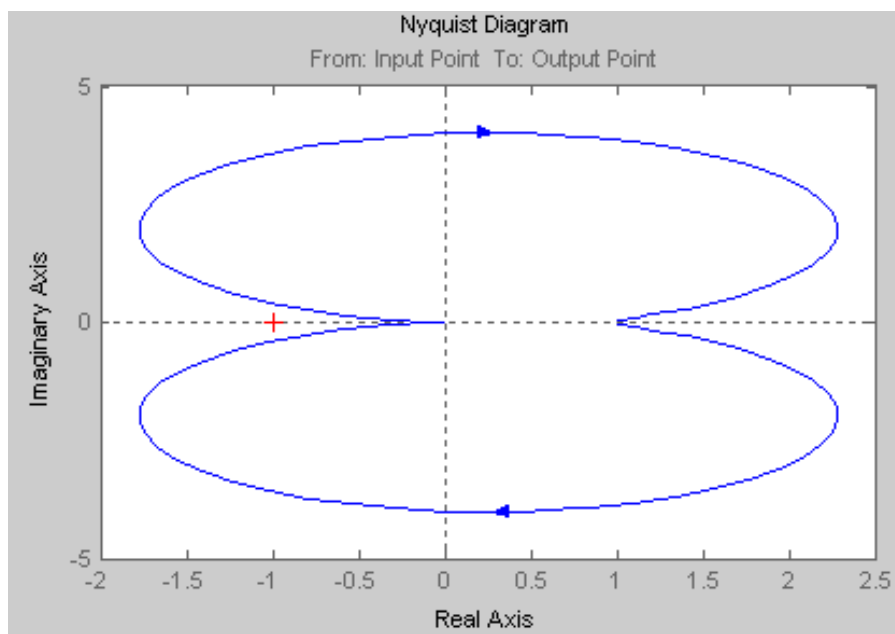
Рис. 3.2. Пример построения ЛАЧХ и ЛФЧХ колебательного звена в системе Matlab

Рис. 3.3. Пример построения АФЧХ колебательного звена в системе Matlab

Частотные характеристики для других типовых звеньев строятся аналогичным образом.

### 3.1.1. Исследование влияния коэффициента усиления интегратора на его частотные характеристики (ЛАЧХ и ЛФЧХ)

В модели интегратора последовательно задавать значения коэффициента



усиления, равными **0.2, 1.0 и 5.0**, и для каждого построить частотные характеристики.

Сделать вывод о влиянии коэффициента усиления на ЛАЧХ и ЛФЧХ.

Проанализировать результаты, ответив на вопросы:

- Как проходят ЛАЧХ и ЛФЧХ интегратора?
- Какой наклон имеет ЛАЧХ интегратора в единицах  $\text{дБ/дек}$ ?
- Как связаны частота, на которой ЛАЧХ пересекает уровень  $0 \text{ дБ}$  с коэффициентом усиления интегратора? Зависит ли ЛФЧХ интегратора от частоты и его коэффициента усиления?
- Как по ЛАЧХ установить значение коэффициента усиления интегратора?
- Как построить ЛАЧХ и ЛФЧХ интегратора, если задан его коэффициент усиления?

Сделать выводы и записать их в отчете.

### 3.1.2. Исследование влияния параметров апериодического звена на его частотные характеристики

Исследования провести для различных значений коэффициента передачи и постоянной времени апериодического звена в соответствии с таблицами 3.1, 3.2.

Таблица 3.1

Коэффициент передачи апериодического звена $k$	0,2	1,0	5,0
Постоянная времени $T$ , сек	0,25		

Таблица 3.2

Постоянная времени $T$ , сек	0,25	1,0	2,0
Коэффициент передачи апериодического звена $k$	10		

Сделать вывод о влиянии параметров апериодического звена на частотные характеристики.

Найти значения АЧХ и ФЧХ на частоте  $\omega = \frac{1}{T} : \left| W\left(\frac{1}{T}\right) \right|$  и  $\arg W\left(\frac{1}{T}\right)$ .

Проанализировать результаты, ответив на вопросы:



- Как ведут себя ЛАЧХ и ЛФЧХ апериодического звена с изменением постоянной времени?
- Как проходят линии аппроксимации ЛАЧХ на низких и на высоких частотах?
- Что значит: наклон амплитудно-частотной характеристики  $-20$  дБ/дек?
- Как связана частота точки сопряжения линий аппроксимации ЛАЧХ и постоянная времени апериодического звена?
- К каким значениям стремится ЛФЧХ на низких и на высоких частотах?
- Как связана частота, на которой ЛФЧХ апериодического звена равна  $-45^\circ$  и его постоянная времени?

Сделать выводы и записать их в отчете.

### 3.1.3. Исследование влияния параметров колебательного звена на его частотные характеристики

Исследования провести для различных значений коэффициента передачи, постоянной времени и коэффициента затухания колебательного звена в соответствии с таблицами 3.3, 3.4, 3.5.

Таблица 3.3

Коэффициент передачи колебательного звена $k$	0,5	1,0	2,0
Постоянная времени $T$ , сек	0,3		
Коэффициент затухания $\xi$	0,2		

Таблица 3.4

Постоянная времени $T$ , сек	0,25	0,5	1,0	2,0
Коэффициент передачи колебательного звена $k$	1			
Коэффициент затухания $\xi$	0,2			

Таблица 3.5

Коэффициент затухания $\xi$	0,1	0,25	0,5	2,0
Коэффициент передачи колебательного звена $k$	1			
Постоянная времени $T$ , сек	0,3			

Сделать вывод о влиянии параметров колебательного звена на частотные характеристики.

Найти значения АЧХ и ФЧХ на частоте  $\omega = \frac{1}{T} : \left| W\left(\frac{1}{T}\right) \right|$  и  $\arg W\left(\frac{1}{T}\right)$ .

Проанализировать результаты, ответив на вопросы:

- Как ведет себя ЛАЧХ колебательного звена в зависимости от частоты?
- Каков наклон ЛАЧХ на низких и высоких частотах?
- На каком уровне проходит ЛАЧХ на нижних частотах? Как этот уровень связан с коэффициентом усиления звена? Справедливо ли это для апериодического звена?
- Почему ЛАЧХ имеет резонансный пик? Каким параметром определяется высота этого пика?
- Как ведет себя ЛФЧХ колебательного звена в зависимости от частоты?

Сделать выводы и записать их в отчете.

### **3.2. Построение частотных характеристик типовых динамических звеньев в математическом пакете Mathcad**

**Построить** в математическом пакете Mathcad частотные характеристики (АФЧХ, АЧХ, ФЧХ, ЛАЧХ, ЛФЧХ) типовых динамических звеньев.

**Исследовать** влияние параметров звеньев на частотные характеристики.

Результаты сравнить с результатами, полученными в п. 3.1.

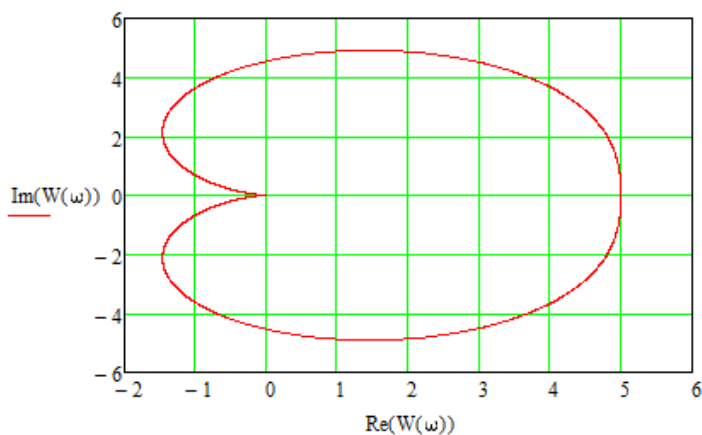
На рис. 3.4 приведен пример построения АФЧХ, АЧХ, ФЧХ, ЛАЧХ, ЛФЧХ в математическом пакете Mathcad для колебательного звена.

$$\omega := -1000, -999.99 \dots 1000$$

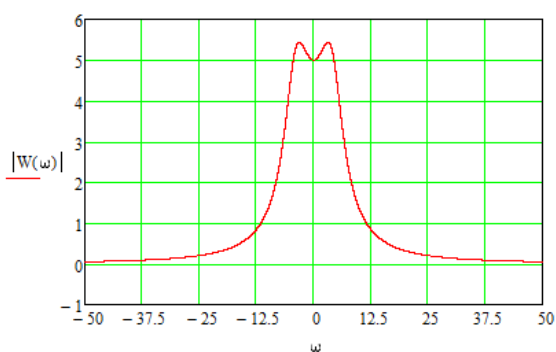
$$k := 5 \quad T := 0.2 \quad \xi := 0.55$$

$$W(\omega) := \frac{k}{(T \cdot i \cdot \omega)^2 + 2 \cdot \xi \cdot T \cdot i \cdot \omega + 1} \quad +$$

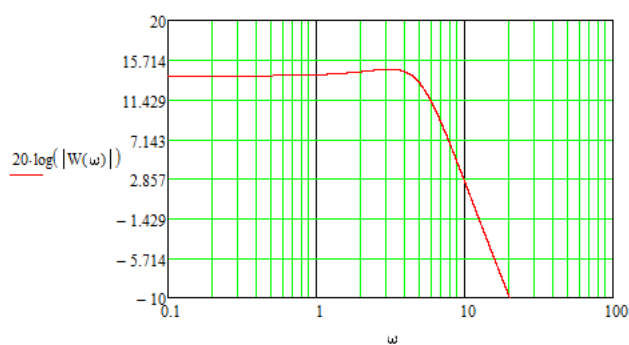
Годограф АФЧХ



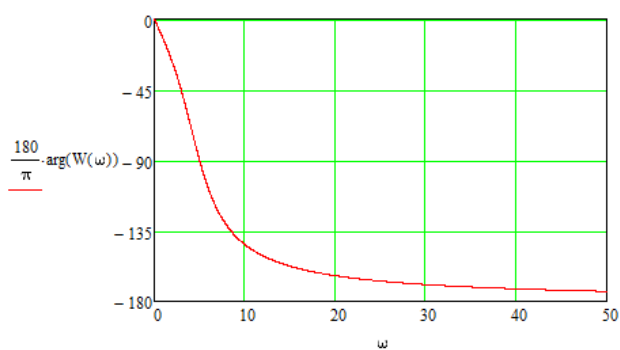
АЧХ



ЛАЧХ



ФЧХ



ЛФЧХ

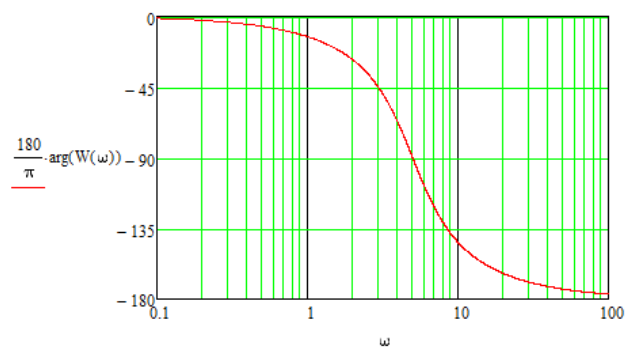


Рис. 3.4. Пример построения частотных характеристик колебательного звена в математическом пакете Mathcad

Частотные характеристики для других типовых звеньев строятся аналогичным образом.

#### 4. Отчет и защита работы

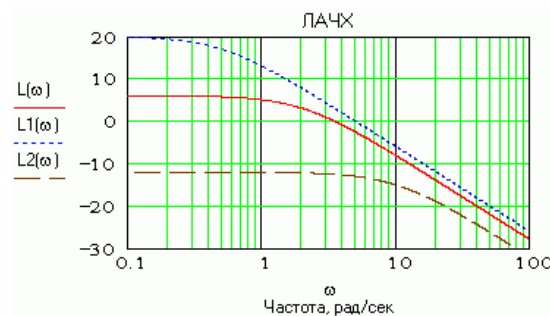
Отчет должен содержать:

- титульный лист;
- цель и задачи работы;
- краткие теоретические сведения по теме исследований;
- вид лабораторных стендов для проведенных исследований;
- годографы АФЧХ, графики АЧХ, ФЧХ, ЛАЧХ, ЛФЧХ, построенные для типовых динамических звеньев в системе Matlab и при помощи математического пакета Mathcad для различных значений параметров;
- выводы.

## 5. Контрольные задачи и вопросы

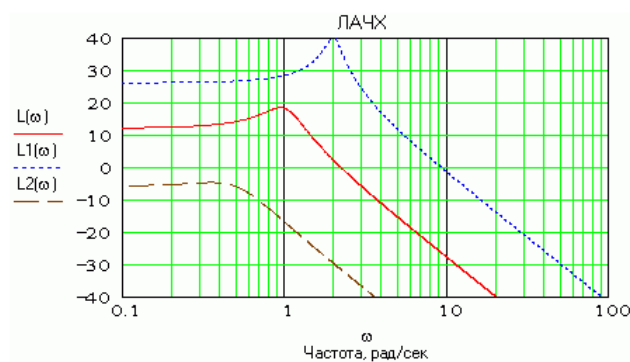
### 5.1. Задачи

1. Заданы ЛАЧХ звеньев:



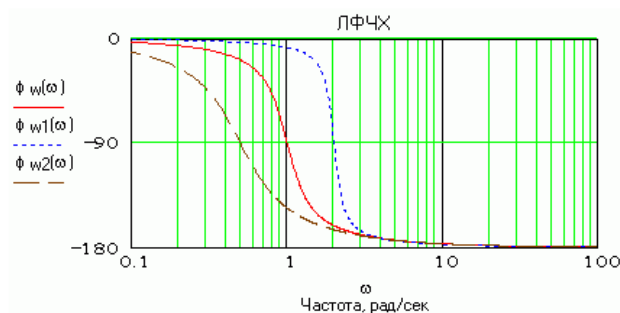
Определить типы звеньев и их параметры. Записать выражения для их передаточных и переходных функций.

2. Заданы ЛАЧХ звеньев:



Определить типы звеньев и их параметры. Записать выражения для их передаточных и переходных функций.

3. Заданы ЛФЧХ звеньев:



Определить типы звеньев и их постоянные времени. Можно ли по ЛФЧХ определить коэффициент усиления звеньев?

## 5.2. Вопросы

1. Что такое частотные характеристики линейного звена (АФЧХ, АЧХ и ФЧХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ, годограф АФЧХ)?
2. Какого вида сигнал подается на звено, когда снимаются его частотные характеристики? Может ли подаваться на звено в этом случае сигнал другого вида, например пилообразный или в виде последовательности прямоугольных импульсов? Почему?
3. Как проходят ЛАЧХ и ЛФЧХ интегратора? Запишите выражения для модуля и аргумента комплексного коэффициента интегратора и начертите его ЛАЧХ и ЛФЧХ.
4. Какой наклон имеет ЛАЧХ интегратора в единицах  $\text{дБ/дек}$ ?
5. Как связаны частота, на которой ЛАЧХ пересекает уровень  $0 \text{ дБ}$  с коэффициентом усиления интегратора?
6. Зависит ли ЛФЧХ интегратора от частоты и его коэффициента усиления?
7. Как связаны коэффициент усиления интегратора и его постоянная времени?
8. Как по ЛАЧХ установить значение постоянной времени и коэффициента усиления интегратора?
9. Как по ЛФЧХ установить значение коэффициента усиления интегратора?
10. Как можно быстро построить ЛАЧХ и ЛФЧХ интегратора, если задан его коэффициент усиления?
11. Как проходят линии аппроксимации ЛАЧХ апериодического звена на низких и на высоких частотах?
12. Как ведут себя ЛАЧХ и ЛФЧХ апериодического звена с изменением постоянной времени?
13. Что значит: наклон частотной характеристики  $-20 \text{ дБ/дек}$ ?
14. Как связана частота точки сопряжения линий аппроксимации ЛАЧХ и постоянная времени апериодического звена?
15. К каким значениям стремится ЛФЧХ апериодического звена на низких и на высоких частотах?
16. Как связана частота, на которой ЛФЧХ апериодического звена равна  $-45^\circ$  и его постоянная времени?

17. Как по ЛФЧХ определить постоянную времени апериодического звена?
18. Как по ЛАЧХ определить постоянную времени и коэффициент усиления апериодического звена?
19. Как по передаточной функции апериодического звена построить аппроксимацию его частотных характеристик?
20. Как ведет себя ЛАЧХ колебательного звена в зависимости от частоты?
21. Каков наклон ЛАЧХ колебательного звена на низких и высоких частотах?
22. На каком уровне проходит ЛАЧХ колебательного звена на нижних частотах? Как этот уровень связан с коэффициентом усиления звена? Справедливо ли это для апериодического звена?
23. Когда и почему ЛАЧХ колебательного звена имеет резонансный пик?
24. Как ведет себя ЛФЧХ колебательного звена в зависимости от частоты?
25. Почему ЛФЧХ колебательных звеньев при одинаковых постоянных времени и коэффициентах затухания, но разных коэффициентах усиления совпадают?
26. Что происходит с частотными характеристиками колебательного звена при изменении его постоянной времени?
27. Как связана частота максимума ЛАЧХ колебательного звена и его постоянная времени?
28. Можно ли считать колебательное звено фильтром нижних частот? Почему? Как нужно изменить постоянную времени колебательного звена, чтобы уменьшить полосу этого фильтра?
29. На каких частотах крутизна ЛФЧХ колебательного звена имеет максимальную величину? Как это частота связана с постоянной времени звена?
30. Что происходит с частотными характеристиками колебательного звена при изменении его декремента затухания?
31. Как связаны величина максимума ЛАЧХ колебательного звена и его коэффициент затухания?
32. Как по передаточной функции колебательного звена построить аппроксимацию его частотных характеристик?

### Библиографический список

1. Мирошник И.В. Теория автоматического управления. Линейные системы : учеб. пособие для вузов / И.В.Мирошник. — М.[и др.]: Питер, 2005. — 336с.
2. Бесекерский В.А. Теория систем автоматического управления : [Учебное издание] / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. — 4-е изд., перераб. и доп. — СПб. : Профессия, 2004. — 752с.
3. Пупков К.А. Методы классической и современной теории автоматического управления : учебник для вузов: в 5 т. Т.1. Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического

управления / К.А. Пупков [и др.]; под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова .— 2-е изд., перераб. и доп. — М. : МГТУ им.Баумана, 2004 .— 656с.

4. Макаров Н.Н., Феофилов С.В. Анализ и синтез систем автоматического управления с использованием системы MATLAB: учеб. пособие / Н. Н. Макаров, С. В. Феофилов; ТулГУ .— Тула : Изд-во ТулГУ, 2010.— 68 с.

5. Макаров Н.Н., Феофилов С.В. Применение пакета MATHCAD в анализе и синтезе систем автоматического управления : учеб. пособие / Н.Н. Макаров, С.В. Феофилов ; ТулГУ .— Тула : Изд-во ТулГУ, 2007 .— 169 с.

### **Интернет-ресурсы**

1. Федосов Б.Т. Задания и методические указания к выполнению лабораторной работы №3 по курсам "ТАУ", "Системотехника" и "Теория линейных и нелинейных систем" на тему: "Исследование типовых звеньев линейных систем. Построение и изучение частотных характеристик ". Электронный документ формата chm (1.24 МБ). Рудный, 2006 г. [http://model.exponenta.ru/bt/bt\\_Met\\_3203.html](http://model.exponenta.ru/bt/bt_Met_3203.html) Файл пособия: [TAU\_Lab\_3\_v23\_060406.zip 1.25 МБ, 6.04.2006] [http://model.exponenta.ru/bt/TAU\\_Lab\\_3\\_v23\\_060406.zip](http://model.exponenta.ru/bt/TAU_Lab_3_v23_060406.zip)

2. Образовательный математический сайт <http://www.exponenta.ru>

3. Научная электронная библиотека в области науки, технологии <http://www.elibrary.ru>

## Характеристики основных типовых звеньев

## Интегратор

## Интегратор

Определение и дифференциальное уравнение

$$y(t) = \frac{1}{T} \cdot \int_0^t x(t) dt$$

$$T \cdot \frac{d}{dt} y = x$$

Передаточная функция

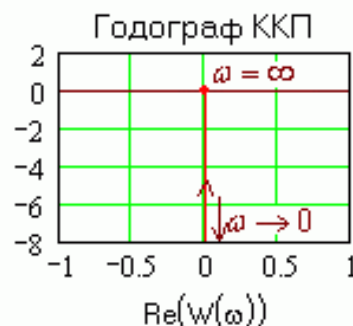
$$W(p) = \frac{1}{pT}, \quad p = \sigma + j\omega$$

$T$  - постоянная времени, сек  
 $k = 1/T$  - коэффициент усиления

## Интегратор

Комплексный коэффициент передачи (ККП)

$$W(j\omega) = \frac{1}{j\omega T}$$

 $\text{Im}(W(\omega))$ 

## Интегратор

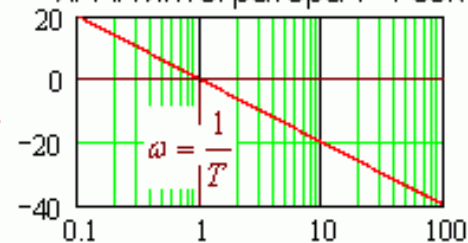
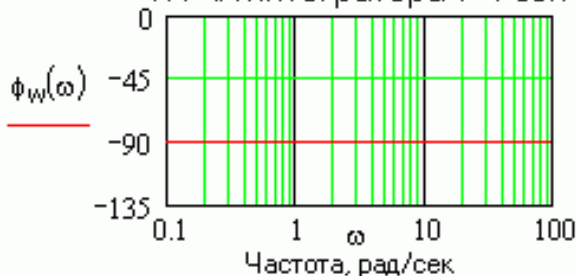
ЛАЧХ

$$L(\omega) = 20 \lg \left( \frac{1}{\omega T} \right)$$

 $L(\omega)$ 

и ЛФЧХ

$$\phi_w(\omega) = -90^\circ$$

ЛАЧХ интегратора  $T=1$  секЛФЧХ интегратора  $T=1$  сек

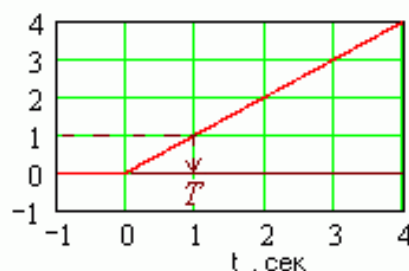
## Интегратор

Переходная функция

$$h(t) = \frac{1}{T} \cdot \int_0^t 1_0(t) dt$$

 $h(t)$ 

$$h(t) = \frac{1}{T} \cdot t$$





## Апериодическое звено

**Апериодическое звено**

Дифференциальное уравнение

$$T \cdot \frac{d}{dt} y = k \cdot x$$

Передаточная функция

$$W(p) = \frac{k}{pT + 1}$$

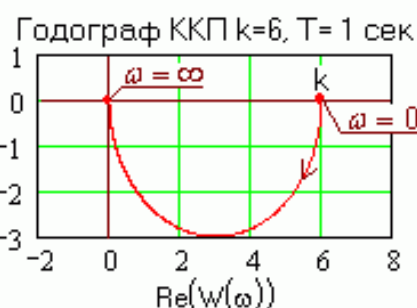
$p = \sigma + j\omega$   $k$  - коэффициент усиления  
 $T$  - постоянная времени, сек

**Апериодическое звено**

Комплексный коэффициент передачи (ККП)

$$W(j\omega) = \frac{k}{1 + j\omega T}$$

$\text{Im}(W(j\omega))$

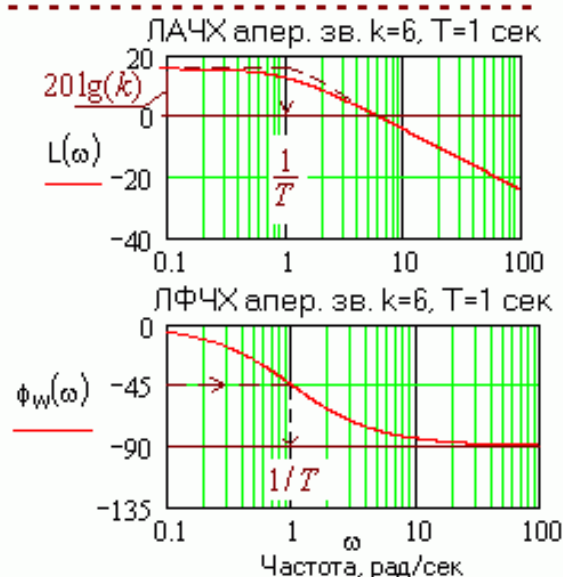


**Апериодическое звено**

ЛАЧХ  $L(\omega) = 20 \lg(k) - 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T)^2}$

и ЛФЧХ

$$\phi_w(\omega) := -\arctg(\omega T)$$

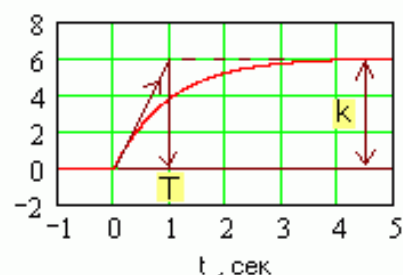


**Апериодическое звено**

Переходная функция

$$h(t) := k \cdot \left[ 1 - \exp - \left( \frac{t}{T} \right) \right]$$

$h(t)$



## Колебательное звено

### Колебательное звено

Дифференциальное уравнение

$$T^2 \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} + 2\delta \cdot T \cdot \frac{dy}{dt} = k \cdot x$$

Передаточная функция

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\delta p T + 1}$$

$k$  - коэффициент усиления

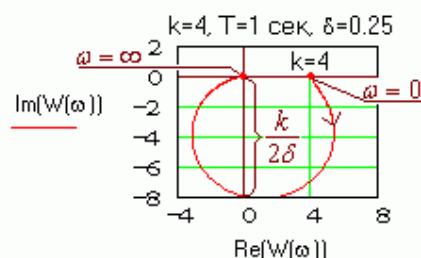
$T$  - постоянная времени, сек

$\delta$  - декремент затухания

### Колебательное звено

Комплексный коэффициент передачи (ККП)

$$W(j\omega) = \frac{k}{T^2 (j\omega)^2 + j\omega \cdot 2\delta T + 1}$$



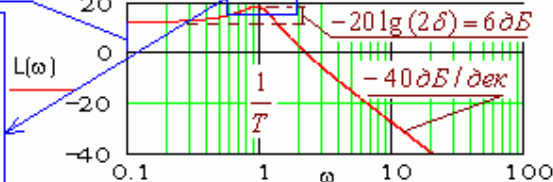
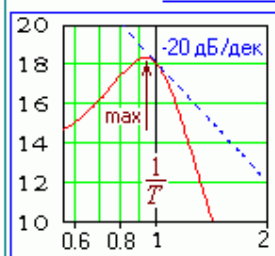
### Колебательное звено

ЛАЧХ

$$L(\omega) = 20 \cdot \lg(k) - 20 \lg \sqrt{[1 - (\omega T)^2]^2 + (\omega T)^2}$$

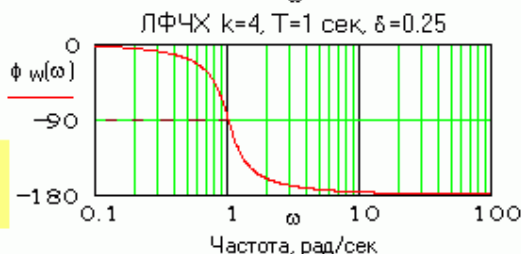
$$20 \lg(4) = 12 \text{ дБ}$$

ЛАЧХ  $k=4, T=1 \text{ сек}, \delta=0.25$



и ЛФЧХ

$$\phi_w(\omega) := -\arctg \left[ \frac{2\delta \cdot \omega \cdot T}{1 - (\omega T)^2} \right]$$



### Колебательное звено

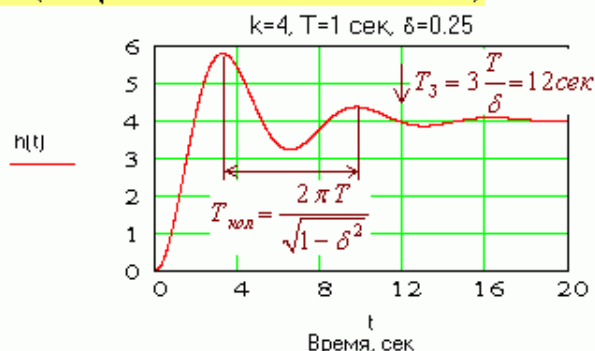
Переходная функция

$$\phi(\delta) := \arccos(\delta)$$

$$\omega_3 := \frac{\sqrt{1 - \delta^2}}{T}$$

$$h(t) := k \cdot \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \delta^2}} \cdot e^{-\frac{\delta \cdot t}{T}} \cdot \sin(\omega_3 \cdot t + \phi(\delta)) \right)$$

$$\delta < 1$$



## Апериодическое звено второго порядка

### Апериодическое звено 2-го порядка

Аналитически это звено эквивалентно колебательному при  $\delta > 1$

Дифференциальное уравнение

$$T_1 \cdot T_2 \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} + T_2 \cdot \frac{dy}{dt} = k \cdot x \quad T_2 > 4T_1$$

Передачная функция

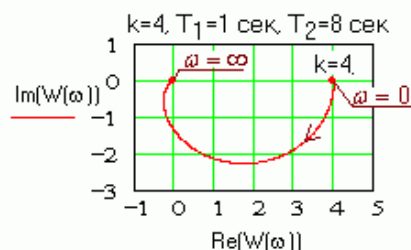
$$W(p) = \frac{k}{T_1 T_2 p^2 + T_2 p + 1}$$

$k$  - коэффициент усиления  
 $T_1, T_2$  - постоянные времени, сек  
 $4T_1 < T_2$  или  $\delta > 1$

### Апериодическое звено 2-го порядка

Комплексный коэффициент передачи (ККП)

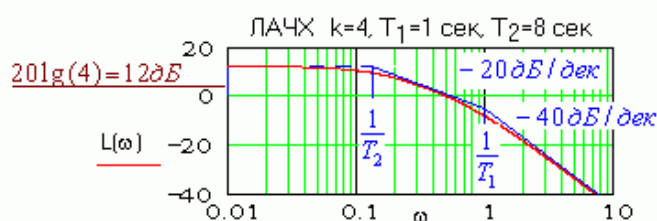
$$W(j\omega) = \frac{k}{T_1 T_2 (j\omega)^2 + j\omega \cdot T_2 + 1}$$



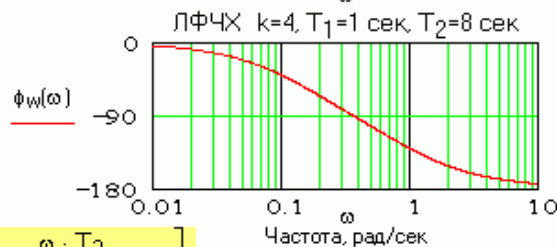
### Апериодическое звено 2-го порядка

ЛАЧХ

$$L(\omega) = 20 \cdot \lg(k) - 20 \lg \left[ \sqrt{1 - (\omega \cdot T_1 T_2)^2} + (\omega T_2)^2 \right]$$



и ЛФЧХ

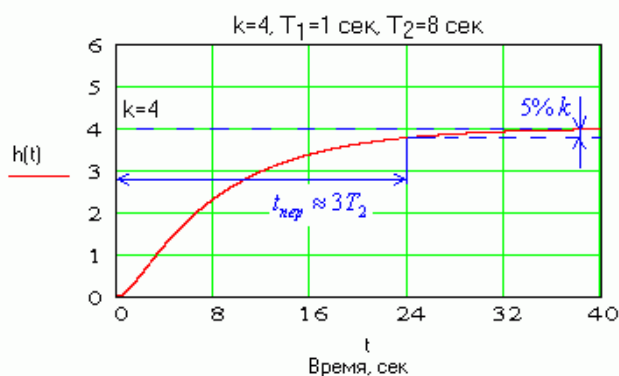


$$\phi_w(\omega) := -\arctg \left[ \frac{\omega \cdot T_2}{1 - [\omega \cdot (T_1 T_2)]^2} \right]$$

### Апериодическое звено 2-го порядка

Переходная функция

$$h(t) := k \cdot \left( 1 - \frac{T_2}{T_2 - T_1} \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} + \frac{T_1}{T_2 - T_1} \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} \right)$$



## Звено запаздывания

Звено запаздывания

Уравнение

$$y(t) := x(t - \tau)$$

Звено запаздывания

Передаточная функция

$$W(p) = e^{-p\tau}$$

$$p = \sigma + j \cdot \omega$$

$\tau$  - задержка сигнала  
звеном, сек

Звено запаздывания

Комплексный коэффициент передачи (ККП)

$$W(j\omega) = e^{-j\omega\tau}$$

$$\text{Im}(W(j\omega))$$

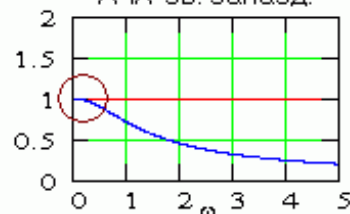


Звено запаздывания

АЧХ  $|W(j\omega)| = 1$

$$|W(j\omega)|$$

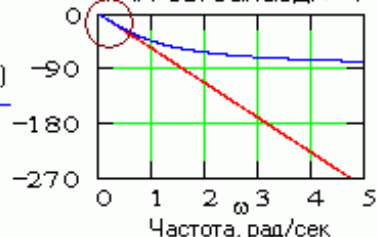
АЧХ зв. запазд.



и ФЧХ  $\phi_W(\omega) = -\omega \cdot \tau \cdot \frac{180}{\pi}$

$$\phi_W(\omega)$$

ФЧХ зв. запазд.  $\tau = 1$

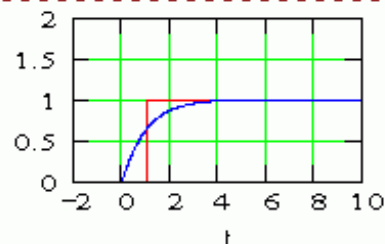


Звено запаздывания

Переходная функция

$$h(t) = 1_0(t - \tau)$$

$$h(t)$$



Для сравнения приведены характеристики апериодического звена (синие линии) с постоянной времени  $T=1$  сек, которым приближенно для медленно меняющихся сигналов заменяется звено запаздывания. Медленно меняющиеся сигналы это в данном случае такие, для которых верхняя частота спектра меньше величины, обратной времени задержки  $\omega_B \leq \frac{1}{\tau}$

Как видно на графике с переходными функциями, апериодическое звено довольно плохо задерживает ступенчатую функцию, если здесь вообще можно говорить о задержке. Это связано с тем, что ступенчатая функция меняется для апериодического звена чрезмерно быстро. Сигналы, изменяющиеся достаточно медленно, апериодическое звено задерживает с малыми искажениями.

## Лабораторная работа № 3

### Анализ САУ.

#### Исследование устойчивости. D-разбиение на области устойчивости

##### 1. Цели и задачи работы

**Цель работы:** изучение методов анализа устойчивости САУ; экспериментальное определение влияния задержки в контуре на его устойчивость; приобретение и закрепление навыков исследования устойчивости линейных систем и их элементов, а также совершенствование приемов работы в системе Matlab и математическом пакете Mathcad.

В результате выполнения работы следует сделать выводы о том, какие методы анализа и в каких случаях предпочтительнее использовать.

Польза от исследования устойчивости САУ состоит в том, что, определив степень устойчивости проектируемой или модернизируемой САУ, можно выработать меры и определить средства для оптимизации ее структуры и параметров, сделать САУ работоспособной и полезной.

##### Задачи работы:

- Ознакомиться:
  - с понятием "устойчивость" линейной системы и критериями устойчивости;
  - порядком оценки устойчивости линейных САУ в программах Matlab и Mathcad;
- Выполнить:
  - построить модели виртуальных лабораторных стендов для исследования устойчивости САУ;
  - оценить экспериментально устойчивость САУ;
  - исследовать влияние запаздывания в контуре на степень его устойчивости;
  - оценить диапазон изменения параметра, в котором САУ сохраняет устойчивость.
  - оценить адекватность виртуальных моделей САУ путем сравнения результатов, получаемых различными моделирующими программами (Matlab и Mathcad).
- Приобрести навыки:
  - постановки эксперимента по исследованию устойчивости САУ;
  - экспериментальной и теоретической оценки степени устойчивости САУ;

- определения влияния структуры САУ и параметров ее элементов на ее устойчивость.

## **2. Устойчивость. Краткие сведения**

- 2.1. Определение и условие устойчивости САУ
- 2.2. Критерии устойчивости
- 2.3. Косвенные показатели качества САУ
- 2.4. Устойчивость САУ со звеном запаздывания в контуре
- 2.5. Диапазон изменения параметра, в котором САУ сохраняет устойчивость
  - 2.5.1. Области устойчивости в плоскости коэффициентов характеристического полинома
  - 2.5.2. Области устойчивости в плоскости постоянных времени звеньев контура
  - 2.5.3. Области устойчивости в плоскости коэффициента усиления контура. Метод D-разбиения

Устойчивость – косвенная характеристика качества САУ. Степень устойчивости САУ характеризуется численными значениями – запасами устойчивости, которые и используются для косвенной характеристики качества САУ.

### **2.1. Определение и условие устойчивости САУ**

По Ляпунову, система устойчива, если по окончании воздействия она возвращается в исходное состояние. Весовая функция системы, т.е. ее реакция на дельта-функцию  $\delta(t)$ , в соответствии с приведенным определением может характеризовать устойчивость системы.

Поскольку переходная функция  $h(t)$  системы (ее реакция на ступенчатое воздействие) является интегралом от ее весовой функции, то и по переходной функции можно судить о факте и степени устойчивости САУ.

САУ устойчива, если ее переходная функция с течением времени монотонно или колебательно стремится к некоторому постоянному значению (см. рис. 2.1). Переходная функция отображает поведение выходной величины САУ при ее переходе из одного стационарного состояния, определяемого нулевым входным сигналом в отрицательные моменты времени, в другое стационарное состояние, определяемое единичной величиной входного сигнала. Замедленный переход (кривая 1, выделена красным цветом) свидетельствует о чрезмерной инерционности САУ, ее пониженном быстродействии. Если изменение параметров САУ приближает ее к границе устойчивости, то переходная функция приобретает колебательный характер (кривые 3 и 4, зеленая и фиолетовая), причем амплитуда колебаний уменьшается тем медленнее, чем

ближе САУ находится к границе устойчивости. Оптимальная САУ имеет переходную функцию апериодического вида (кривая 2, синяя): имеется незначительная колебательность; амплитуда колебаний затухает быстрее, чем за период.



Рис.2.1. Переходные функции устойчивых САУ, имеющих различную степень устойчивости

Реакция на ступенчатое воздействие САУ, находящейся на границе устойчивости, представляет собой незатухающие колебания; реакция неустойчивых САУ на ступенчатое воздействие имеет колебательный характер, причем амплитуда колебаний возрастает с течением времени (рис. 2.2). Чем более неустойчива САУ, тем быстрее возрастает амплитуда выходного сигнала. Скорость роста амплитуды целесообразно соотносить с периодом колебаний.



Рис.2.2. Переходные характеристики САУ, находящейся на границе устойчивости, и неустойчивых САУ

**Примечание.** В частном случае выходной сигнал неустойчивой системы может иметь не колебательный, а монотонный характер, величина сигнала просто возрастает по экспоненте. На рис. 2.3 Амплитуда колебаний выходного сигнала неустойчивой, но близкой к границе устойчивости САУ растет в течение многих периодов колебаний сравнительно медленно, а затем все быстрее и быстрее (в целом, по экспоненте). На нижнем графике показана переходная характеристика той же самой САУ, но в удвоенном интервале времени. Размах колебаний к концу десятой секунды увеличился во много раз по сравнению с размахом, достигнутым к концу пятой секунды.

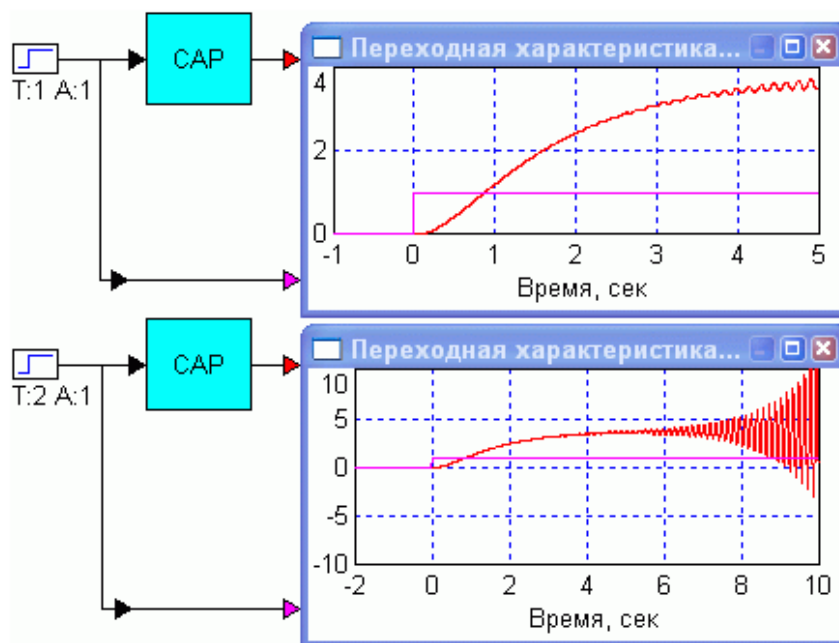


Рис. 2.3.

Линейные системы, содержащие контур из устойчивых звеньев, могут быть неустойчивыми. С физической точки зрения, именно наличие контура обратной связи является необходимым (но не достаточным) условием неустойчивости системы. Поэтому наличие в системе контура, например, местной или главной обратной связи, служит структурным признаком потенциальной неустойчивости САУ. В системах управления неустойчивость, как правило, является недопустимой, вредной. В системах генерации (энергетических мощностей, радиотехнических сигналов и т.п.) неустойчивость напротив, необходима.

Из определения устойчивости Ляпунова вытекает **основное условие устойчивости САУ**: все корни характеристического полинома (знаменателя передаточной функции) САУ должны иметь отрицательную действительную часть, т.е. располагаться в левой полуплоскости комплексной плоскости. Если все корни расположены слева от мнимой оси (красные точки), то САУ устойчива, если хотя бы один корень справа, то САУ неустойчива (синие точки) (см. рис. 2.4).





Рис.2.4. Пример расположения на комплексной плоскости корней характеристического полинома устойчивой системы.

В настоящее время наиболее простой способ установления факта и даже определения степени устойчивости заданной системы состоит в построении переходной функции этой системы и определении по виду переходной функции устойчивости САУ (см. с рис. 2.1, 2.2 и 2.3). Варьируя параметры элементов САУ и прослеживая изменения, которые происходят при этом в переходной характеристике, можно сделать выводы и о степени устойчивости исходной модели САУ.

## 2.2. Критерии устойчивости САУ

Критерии устойчивости – это правила, в соответствии с которыми можно судить об устойчивости САУ, не вычисляя непосредственно корней ее характеристического полинома.

Критерии разделяются в соответствии с используемым математическим аппаратом на алгебраические (Гурвица, Рауса) и частотные (Михайлова и Найквиста).

Значимость критериев Гурвица и Михайлова в настоящее время, когда широко применяются программы объектно-ориентированного моделирования (Vissim, ПК «МВТУ», Simulink из пакета MathLab и др.), в некоторой мере уменьшилась. Ранее эти критерии использовались, в частности, для оценки устойчивости разомкнутого контура с целью определения и обеспечения выполнения условия практического применения критерия Найквиста (см. выше). Тем не менее, и сейчас знание критериев Гурвица и Михайлова не повредит, их можно использовать для инженерных экспресс-оценок устойчивости.

**Критерий Гурвица** сформулируем для системы третьего порядка. Это самая простая система с положительными коэффициентами характеристического полинома, способная терять устойчивость. В то же время, на примере этой системы можно проследить все основные свойства линейной САУ общего вида. Пусть передаточная функция САР имеет вид:

$$\Phi(p) = k \frac{Tp + 1}{a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + 1}. \quad (2.1)$$

Степень полинома числителя должна быть меньше степени полинома знаменателя (характеристического полинома САУ) – это условие физической реализуемости САУ. Все коэффициенты знаменателя должны быть положительными – это необходимое, но не достаточное условие устойчивости САУ.

В соответствии с критерием Гурвица САУ (2.1) устойчива, если выполняется соотношение  $a_1 \cdot a_2 > a_0$ . Отметим, что при  $a_0 = 0$  в (2.1) получается система второго порядка, и из критерия Гурвица следует, что она устойчива при любом соотношении положительных коэффициентов характеристического полинома. Но система второго порядка – это просто колебательное звено, переходная функция которого при коэффициенте затухания, большем нуля, стремится достичь некоторого постоянного уровня, что согласуется с результатом, даваемым критерием Гурвица.

### **Критерий устойчивости Найквиста:**

Приведем формулировку критерия Найквиста для случая, когда **САУ в разомкнутом состоянии устойчива**.

**Замкнутая САУ устойчива тогда и только тогда, когда годограф АФЧХ ее разомкнутого контура начинается на действительной оси комплексной плоскости и при изменении частоты от нуля до бесконечности не охватывает точку с координатами  $(-1, j0)$ .**

Рассмотрим рис. 2.5. Годограф статической САУ 1 в данном случае охватывает точку с координатами  $(-1, j0)$ . Статическая САУ 1 неустойчива. Годограф астатической САУ 2 не охватывает названную точку. Рассматриваемая астатическая САР устойчива.

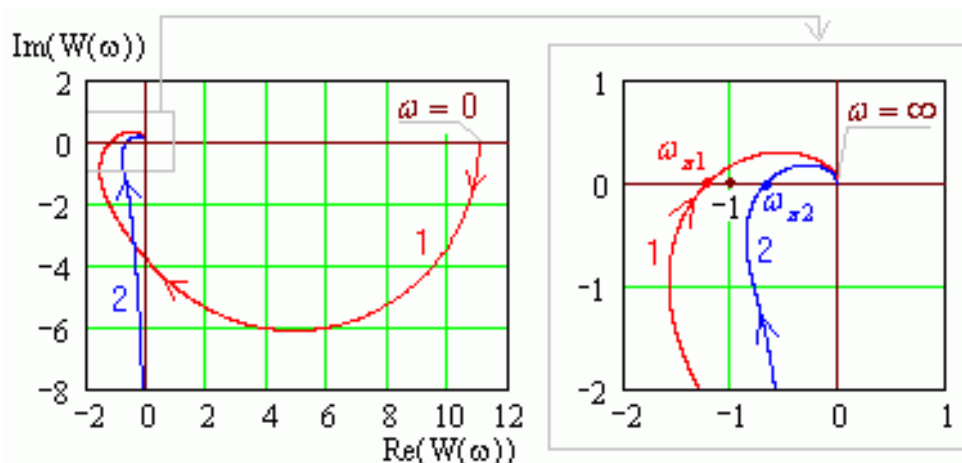


Рис.2.5. Примеры годографов АФЧХ разомкнутых статической (1 – красная кривая) и астатической первого порядка (2 – синяя линия) САУ

Еще раз оговоримся, что приведенная формулировка критерия Найквиста справедлива только для случая, **когда разомкнутая САУ устойчива.**

Проверить факт устойчивости разомкнутого контура можно, например, с помощью критериев Михайлова или Гурвица, а также прямым моделированием разомкнутого контура и определением факта устойчивости по переходной характеристике. Но если имеется годограф АФЧХ, то об устойчивости разомкнутого контура проще всего судить по его поведению в окрестностях начала координат, т.е. при частотах, стремящихся к бесконечности. В соответствии с обобщенным инверсным критерием устойчивости Михайлова [6]: годограф АФЧХ устойчивого разомкнутого контура приходит в начало координат по часовой стрелке, в то время как годограф неустойчивого разомкнутого контура приходит против часовой стрелки (см. рис. 2.6).

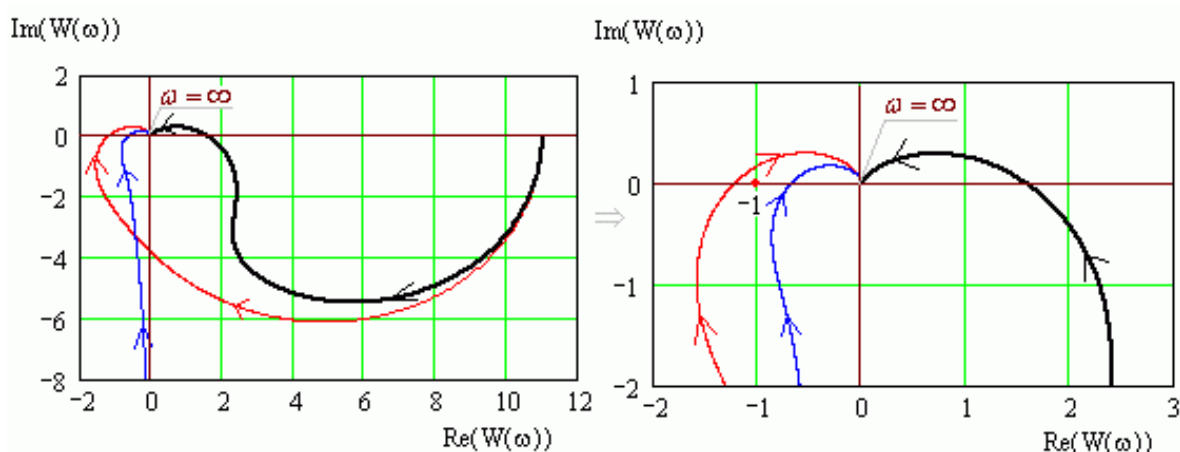


Рис. 2.6. Годографы АФЧХ устойчивых в разомкнутом состоянии САУ (красный и синий) и неустойчивой в разомкнутом состоянии САУ (черный)

По первым двум годографам рис. 2.6 можно судить об устойчивости замкнутых САУ в соответствии с критерием Найквиста. К черному годографу нельзя применить вышеприведенную формулировку критерия Найквиста, а значит, нельзя и определить, будет ли устойчива соответствующая САУ в замкнутом состоянии.

### Обобщенная формулировка критерия устойчивости Найквиста

В практике проектирования систем управления следует стремиться к тому, чтобы разомкнутый контур, в частности объект управления, были бы устойчивыми. В этом случае, при аварийном или несанкционированном разрыве обратной связи объект не будет подвергаться угрозе саморазрушения. Трагический пример такой ситуации, когда, упрощенно говоря, объект управления стал неустойчивым при отключении обратных связей, – это авария на Чернобыльской АЭС.

Тем не менее, в некоторых случаях может потребоваться решить задачу стабилизации некоторой неустойчивой системы или ее фрагмента путем охвата ее обратной связью. В таком случае применяется вторая, **обобщенная формулировка критерия устойчивости Найквиста**:

Для устойчивости замкнутой САУ необходимо и достаточно, чтобы разность между числами положительных и отрицательных переходов годографом АФЧХ разомкнутого контура САУ через отрицательную действительную полуось на интервале  $(-\infty, -1)$  **при изменении частоты от нуля до бесконечности** была бы равна  $l/2$ , где  $l$  – число корней характеристического полинома разомкнутого контура, лежащих в правой полуплоскости.

Переход сверху вниз на интервале  $(-\infty, -1)$  будем считать **положительным**, а снизу вверх – **отрицательным**. Если при  $\omega = 0$  годограф АФЧХ разомкнутого контура САУ начинается на рассматриваемом интервале, то это считается за  $1/2$  перехода.

Альтернативная и эквивалентная формулировка:

Замкнутая САУ устойчива тогда и только тогда, если годограф АФЧХ ее разомкнутого контура **при изменении частоты от минус бесконечности до плюс бесконечности** охватывает точку с координатами  $(-1, j0)$   $l$  раз в положительном направлении (против часовой стрелки), где  $l$  – число корней характеристического полинома разомкнутого контура, расположенных в правой полуплоскости комплексной плоскости, т.е. имеющих положительные действительные части.

Число охватов определяется, например, как разность положительных и отрицательных переходов.

Проиллюстрируем на примере рис. 2.7, что неустойчивую в разомкнутом состоянии систему можно сделать устойчивой замыканием отрицательной обратной связи.

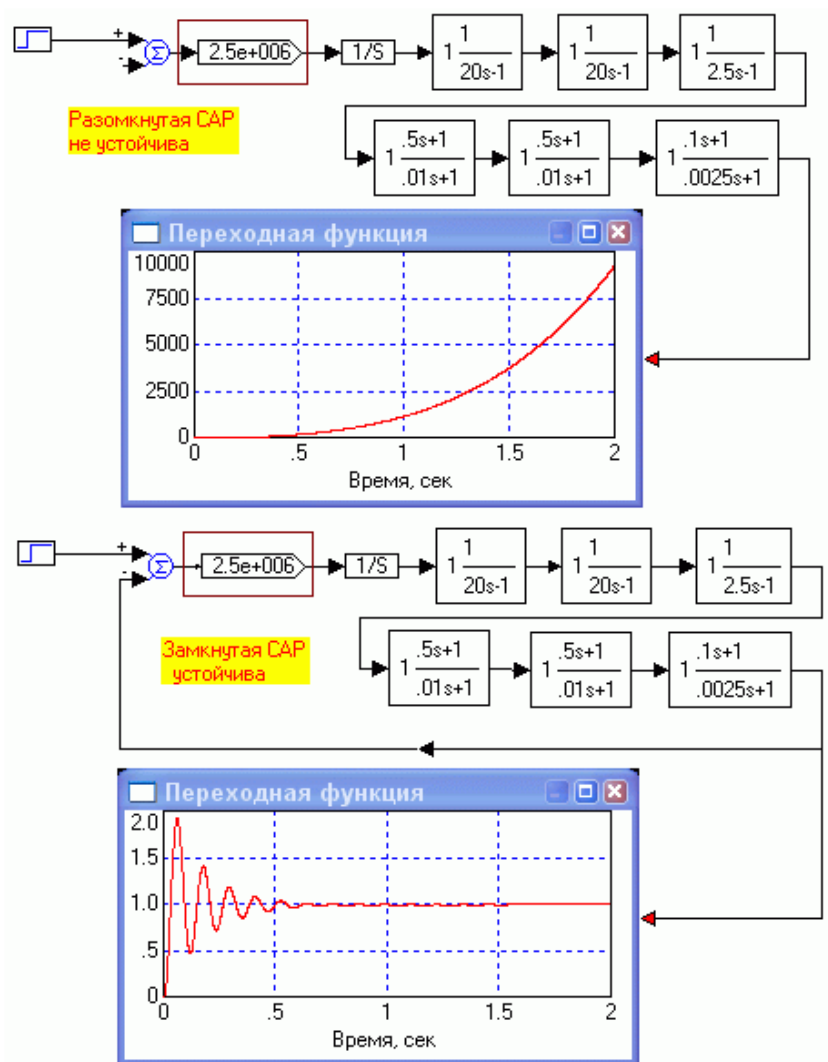


Рис. 2.7. Неустойчивую систему в некоторых случаях можно стабилизировать, охватив ее отрицательной обратной связью

Отметим, что контур управления САУ рис. 2.7 содержит три неустойчивых звена. Они следуют за интегратором и имеют отрицательные свободные члены характеристических полиномов, что свидетельствует об их неустойчивости. Поэтому и весь разомкнутый контур неустойчив.

Жесткая отрицательная обратная связь стабилизирует систему далеко не всегда (рис. 2.8).

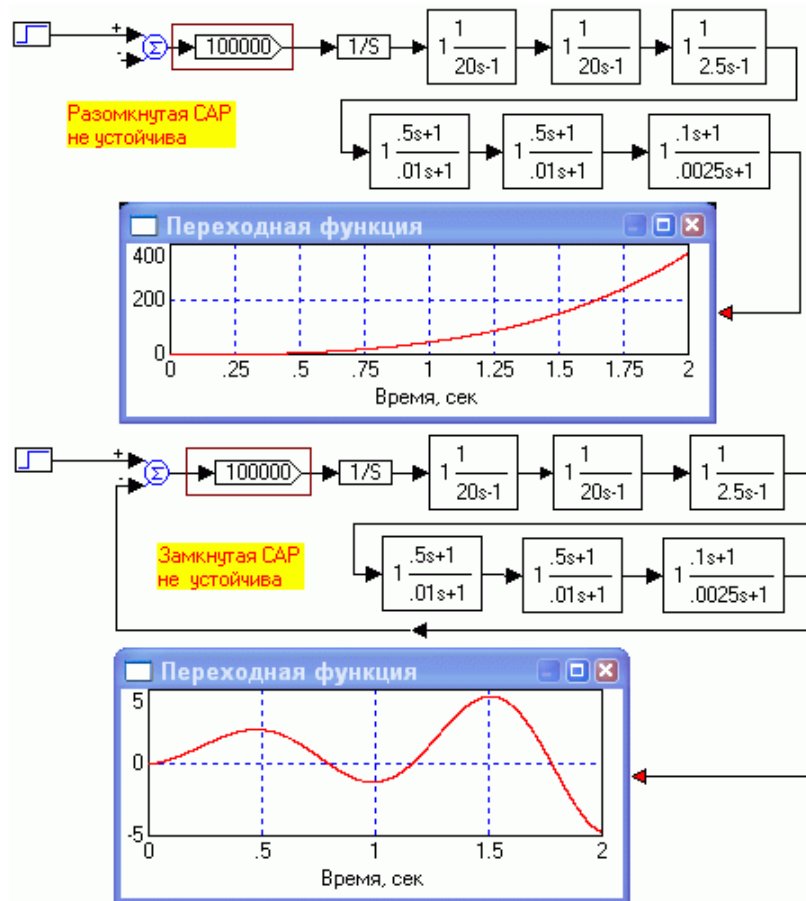


Рис. 2.8. Та же система, что и на рис. 2.7, но с меньшим коэффициентом усиления, единичной отрицательной обратной связью не стабилизируется

Таким образом, для стабилизации неустойчивой системы посредством охвата ее отрицательной обратной связью необходимо ввести в контур такие корректирующие устройства, чтобы результирующий годограф АФЧХ при изменении частоты от  $-\infty$  до  $+\infty$  охватил точку  $(-1, j0)$  в положительном направлении столько раз, сколько правых корней имеется у разомкнутой скорректированной системы.

### Логарифмический вариант критерия Найквиста

Поскольку ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутого контура содержат ту же самую информацию о системе, что и годограф АФЧХ, то по ним также можно судить об устойчивости САУ. Зачастую это значительно удобнее.

**Замкнутая САУ** устойчива тогда и только тогда, когда частота среза  $\omega_{ср}$  ЛАЧХ разомкнутого контура меньше частоты  $\omega_{\pi}$  ЛФЧХ (см. рис. 2.9).

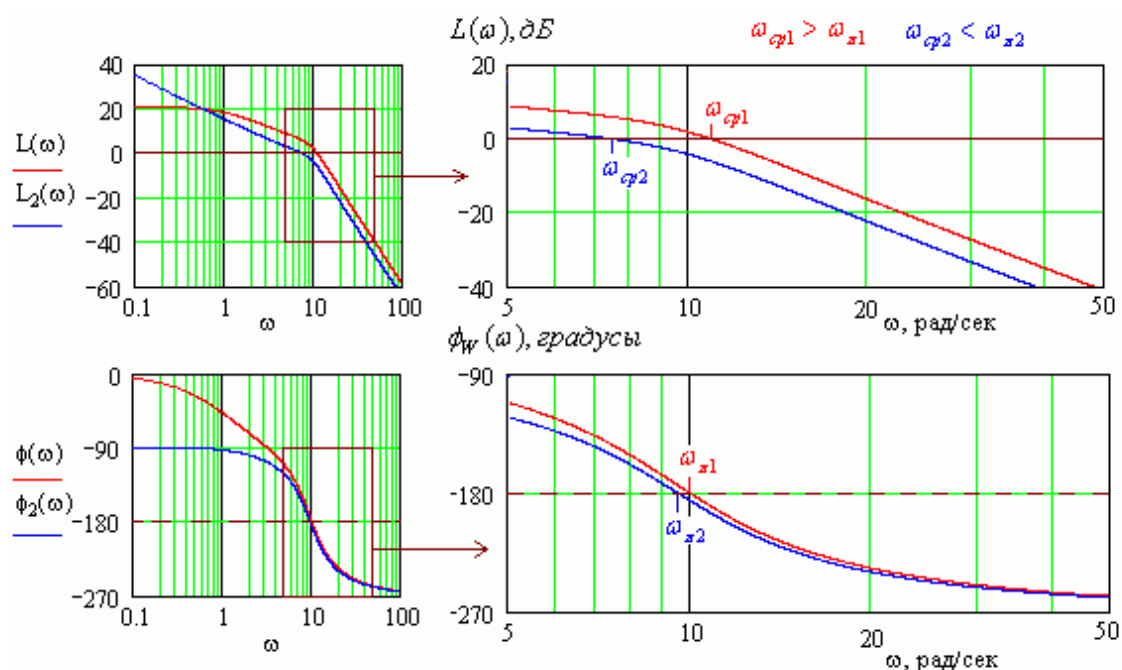


Рис.2.9. ЛАЧХ и ЛФЧХ те же САУ, чьи годографы показаны на рис. 2.5:  
слева – общий вид, справа – увеличенный фрагмент

Проанализируем рис. 2.9. Частота среза  $\omega_{cp1}$  статической САУ (1 – красные линии) больше частоты  $\omega_{\pi 1}$ . Эта САУ неустойчива. Частота среза  $\omega_{cp2}$  астатической САУ (2 – синие линии) меньше частоты  $\omega_{\pi 2}$ . Эта САУ устойчива.

### 2.3. Косвенные показатели качества САУ

Достоинство критерия Найквиста состоит в том, что, используя его аналитические инструменты – ЛАЧХ и ЛФЧХ или годограф АФЧХ разомкнутого контура, можно не только установить факт устойчивости или неустойчивости замкнутой САУ, но и количественно оценить степень устойчивости. Эта количественная оценка косвенно характеризует и качество САУ. Более того, анализируя названные частотные характеристики можно выработать меры по стабилизации и оптимизации параметров САУ. Это и определяет значимость критерия устойчивости Найквиста.

**Запасы устойчивости** по амплитуде ( $\beta$ ) и фазе ( $\gamma$ ) – это численные параметры, характеризующие степень устойчивости замкнутой САУ.

**Запас устойчивости по амплитуде (ЗУА)**  $\beta$  показывает, во сколько раз (или, что то же самое, на сколько децибел) (см. рис. 2.10) следует увеличить коэффициент усиления контура САУ, чтобы перевести ее на границу устойчивости. Таким образом, если усиление контура устойчивой САУ увеличится по каким-либо причинам меньше, чем на запас устойчивости, то САУ сохранит устойчивость.

**Запас устойчивости по фазе (ЗУФ)**  $\gamma$  показывает, какую дополнительную фазу на частоте  $\omega_{cp}$  (см. рис. 2.10) следует внести в контур с тем, чтобы САУ оказалась на границе устойчивости.

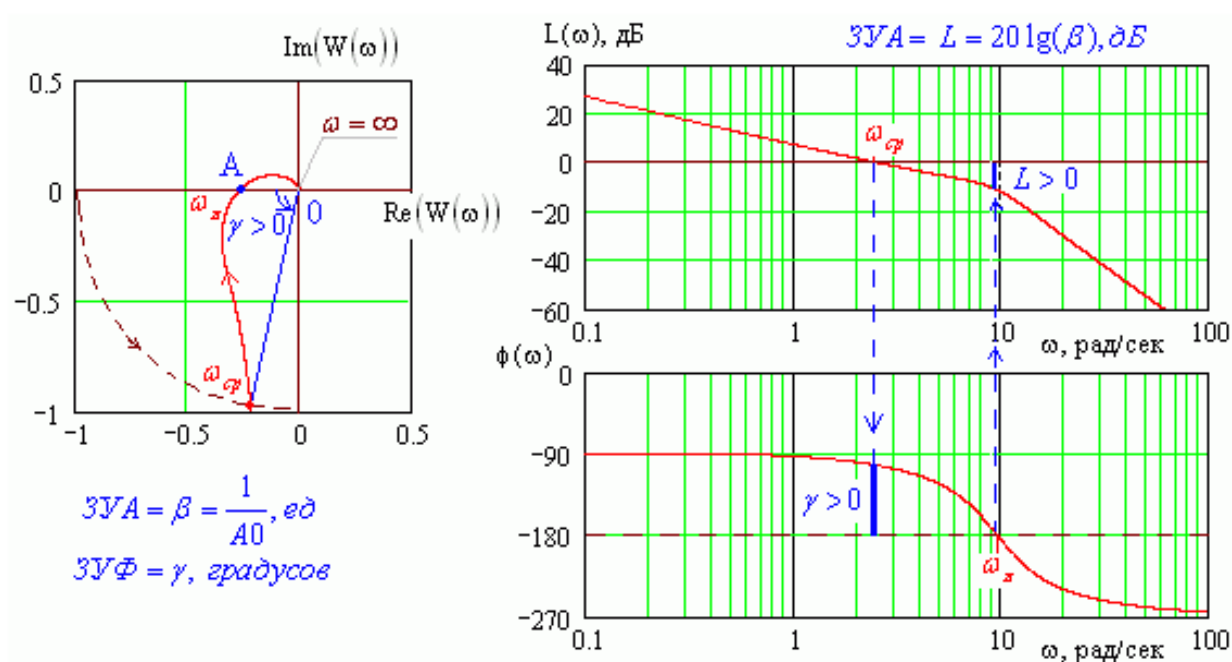


Рис. 2.10. Определение запасов устойчивости по годографу АФЧХ (слева) и по ЛАЧХ и ЛФЧХ (справа)

Запасы устойчивости необходимы для того, чтобы качество САУ оставалось удовлетворительным даже в том случае, когда при моделировании, как это и бывает, не были учтены некоторые малозначительные элементы реальной системы. Кроме того, запасы устойчивости необходимы и для сохранения удовлетворительного качества САУ при влиянии на нее внешних факторов, которые не всегда можно учесть, например, изменения температуры и т.п.

Практика показывает, что у хороших САУ запасы устойчивости по фазе находятся в пределах  $30^0 - 60^0$  градусов, а по амплитуде в пределах 2 – 3,2 раз (6 – 10 дБ). Для статических систем, в отличие от астатических к этим требованиям добавляется ограничение на коэффициент усиления контура: он должен находиться в пределах 20 – 40 дБ (10 – 100 единиц).

На рис. 2.10 видно, что для повышения запасов устойчивости следует уменьшать усиление контура, однако не следует забывать, что при этом ухудшаются показатели качества работы САУ в установившемся режиме. Поэтому в инженерной практике приходится искать разумный компромисс, оптимизируя величину коэффициента усиления контура.

Отметим, что, как установил еще Вышнеградский, введение в контур значительной инерционности, например, апериодического звена со



сравнительно большой постоянной времени, повышает стабильность, но снижает быстродействие САУ.

Если запасы устойчивости и контурное усиление САУ находятся в названных выше пределах, то время регулирования САУ  $t_p \approx \frac{3}{\omega_{cp}}$ , а перерегулирование  $\sigma$  не превышает 40 %.

## 2.4. Устойчивость САУ со звеном запаздывания в контуре

Звено запаздывания входит в модели многих промышленных объектов управления. Оно ухудшает устойчивость САУ, затрудняет ее стабилизацию (см. рис. 2.11).

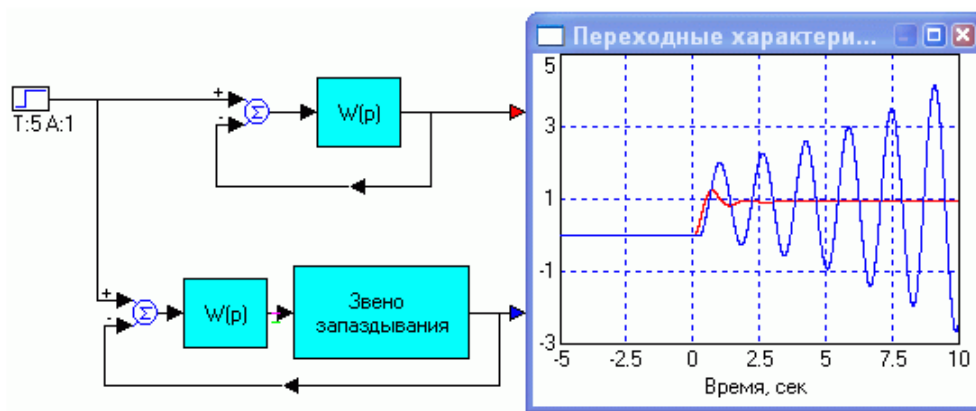


Рис. 2.11. Введение звена запаздывания с относительно большой задержкой в контур управления делает устойчивую САУ неустойчивой

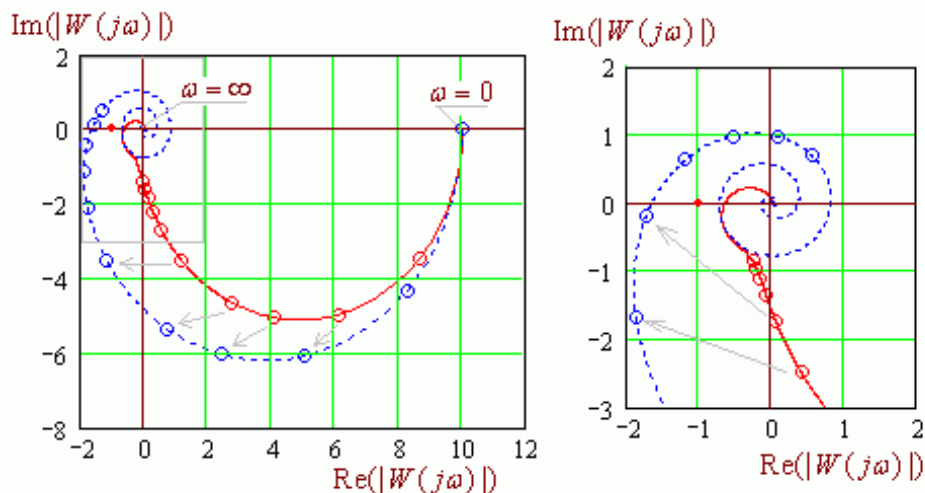


Рис. 2.12. Годографы АФЧХ САУ без звена задержки в контуре (красная сплошная линия) и со звеном задержки (синяя пунктирная)

Приведенный пример показывает, что введение в контур звена задержки вносит дополнительную фазовую задержку, пропорциональную частоте, и устойчивая САУ становится неустойчивой, поскольку годограф ее АФЧХ теперь охватывает точку с координатами  $(-1, j0)$ .

Как видно на рис. 2.12, критерий Найквиста, в отличие от критериев Гурвица и Михайлова, позволяет анализировать устойчивость замкнутой САУ и со звеном запаздывания в контуре.

## **2.5. Диапазоны изменения параметров, в которых САУ сохраняет устойчивость**

При проектировании, а также в процессе эксплуатации САУ важно знать, в каких пределах можно изменять параметры системы, сохраняя при этом ее устойчивость, или, выдвигая более жесткое требование, не ухудшая качество регулирования ниже некоторого предела.

Решение этой задачи наглядно представляется на плоскости параметра (параметров). На этой плоскости графические области отображают множество значений параметра(-ов), при которых система сохраняет устойчивость (проводят так называемое  $D$ -разбиение).

### **2.5.1. Области устойчивости в плоскости коэффициентов характеристического полинома**

Например, для звена Вышнеградского, имеющего передаточную функцию

$$\Phi(p) = \frac{1}{p^3 + A_1 p^2 + A_2 p^2 + 1}, \quad (2.1)$$

в котором приведенные коэффициенты  $A_1$  и  $A_2$  можно рассматривать как параметры, от соотношения которых зависит устойчивость системы, область устойчивости определяется критерием Гурвица в виде:  $A_1 \cdot A_2 > 1$  (см. рис. 2.13).

Штриховка направлена в область устойчивости звена (2.1). Любая пара значений коэффициентов приведенного характеристического полинома в области, в которую направлена штриховка, определяет устойчивую САУ.

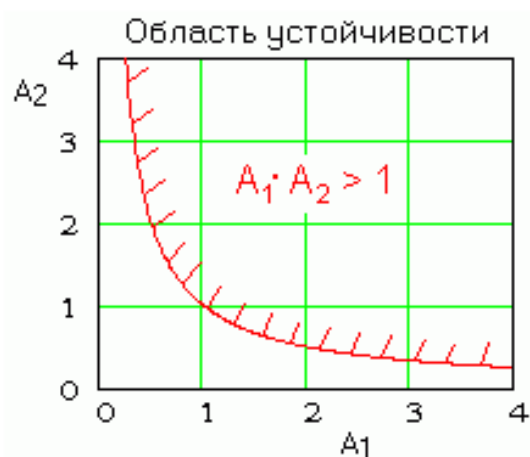


Рис. 2.13. Область устойчивости звена третьего порядка (Вышнеградского) в плоскости коэффициентов характеристического полинома.

Вышнеградский в 1876 году, задолго до появления в 1895 году критерия Гурвица, определил условия и установил характер устойчивости системы третьего порядка (2.1), представив их на диаграмме (рис. 2.14), названной в его честь.

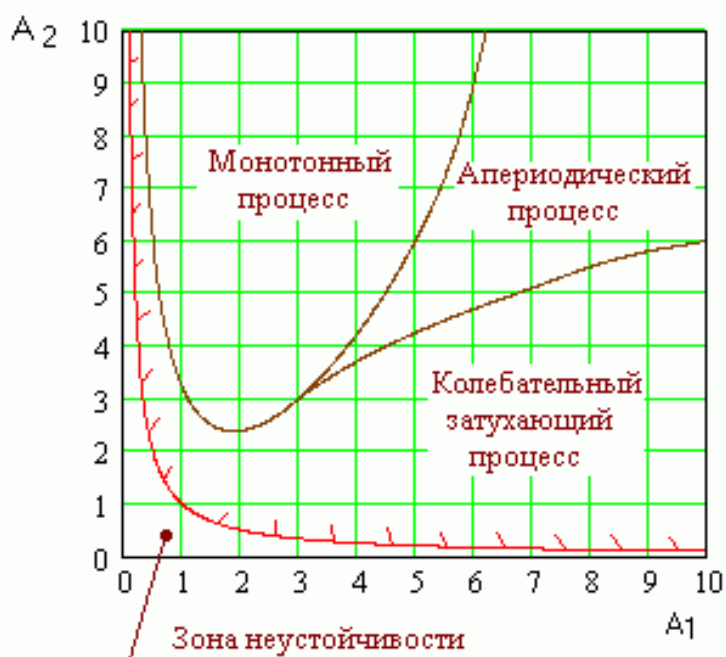


Рис. 2.14. Диаграмма Вышнеградского

Вышнеградский показал, в частности, что для стабилизации САУ можно вводить в контур инерционность. Правда, такой метод стабилизации уменьшает быстродействие САУ.

Предпочтительной для САУ является область, где переходный процесс апериодический.

### 2.5.2. Области устойчивости в плоскости постоянных времени звеньев контура

Одной из самых простых моделей системы третьего порядка является замкнутая САУ с тремя апериодическими звеньями в контуре. Ее области устойчивости могут быть показаны на плоскости относительных значений постоянных времени (рис. 2.15). Рядом с кривыми указаны значения критических коэффициентов усиления, при которых САУ находится на границе устойчивости. Штриховка обращена в области устойчивости.

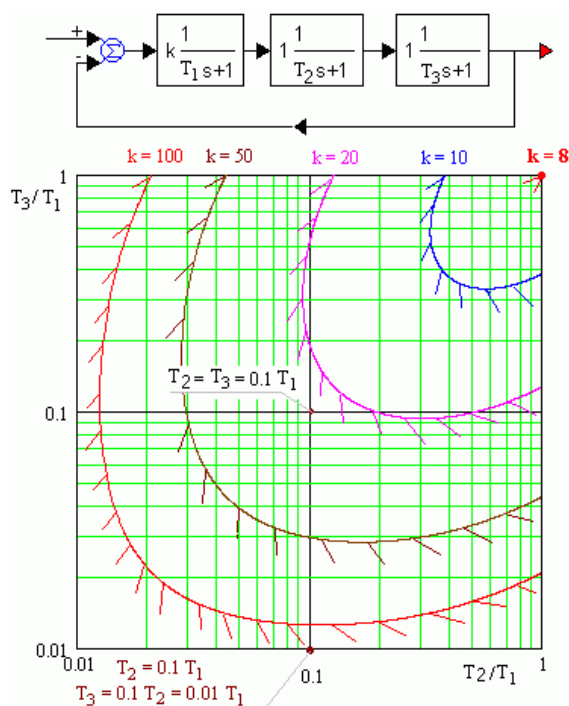


Рис. 2.15. Области устойчивости САУ, контур которой состоит из трех апериодических звеньев

### 2.5.3. Области устойчивости в плоскости коэффициента усиления контура. Метод D-разбиения

Этот метод позволяет строить области устойчивого состояния САУ в плоскости ее одного комплексного или двух действительных параметров.

Для модели рис. 2.15, состоящей из контура, содержащего три апериодических звена, определим диапазон изменения коэффициента контура, в котором САУ сохраняет устойчивость. Передаточная функция замкнутой САУ имеет вид:

$$\Phi(p) = \frac{k}{T_1 T_2 T_3 p^3 + (T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3) p^2 + (T_1 + T_2 + T_3) p + k + 1}.$$

Если САУ находится на границе устойчивости, то корни (хотя бы один) располагаются на мнимой оси и, следовательно, для критического значения коэффициента усиления контура можно записать:

$$T_1 T_2 T_3 (j\omega)^3 + (T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3)(j\omega)^2 + (T_1 + T_2 + T_3)(j\omega) + k_{кр} + 1 = 0.$$

Отсюда:

$$k_{кр} = -T_1 T_2 T_3 (j\omega)^3 - (T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3)(j\omega)^2 - (T_1 + T_2 + T_3)(j\omega) - 1. \quad (2.2)$$

Уравнение (2.5) описывает кривую на комплексной плоскости (рис. 2.16), которая определяет критические значения коэффициента усиления контура, когда САУ находится на границе устойчивости. Штриховка нанесена слева по движению по линии разделения областей при изменении частоты от  $-\infty$  до  $+\infty$ . При изменении коэффициента усиления контура от  $-1$  до  $11,25$  САУ при выбранных постоянных времени устойчива.

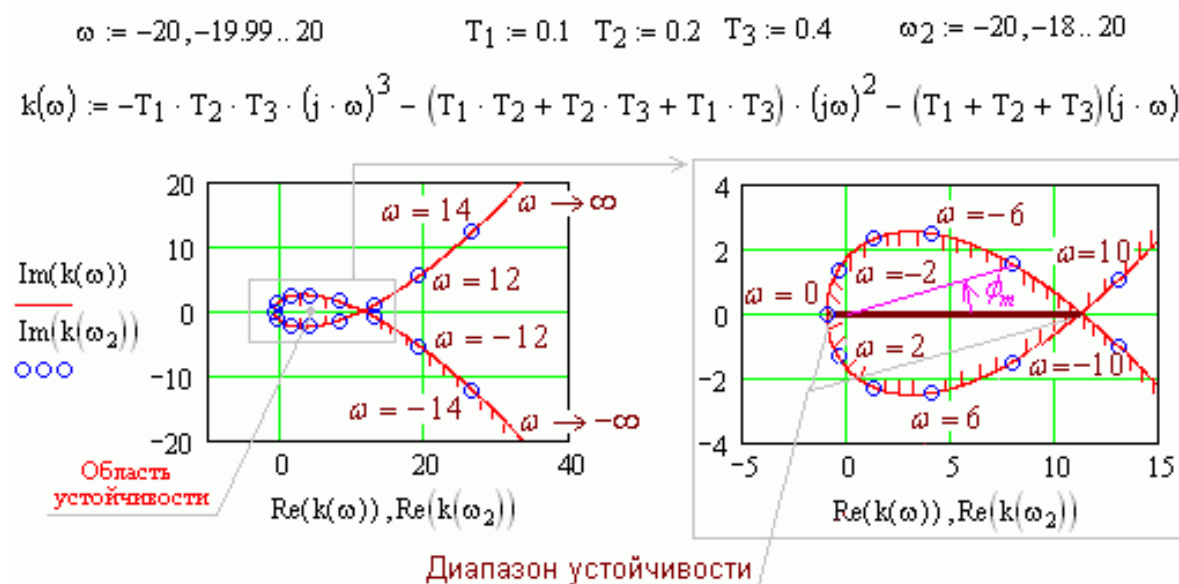


Рис. 2.16. Область и диапазон изменения коэффициента усиления контура САУ, состоящего из трех аperiodических звеньев

Как видно, коэффициент усиления может составлять даже отрицательную величину, т.е. обратная связь может стать неглубокой положительной, и, тем не менее, САУ сохранит устойчивость. Хотя коэффициент усиления является действительной величиной, область устойчивости на рис.2.16 показывает, что в контур может быть внесена и некоторая фазовая задержка (например, на частоте  $\omega = -8$  рад/сек и при усилении  $k = 8$  она меньше  $\phi_m$ ), и, тем не менее, САУ устойчива.

### 3. Задания к работе

- 3.1. Исследование устойчивости линейной статической САУ
  - 3.1.1. Лабораторный стенд для исследования устойчивости статической САУ
  - 3.1.2. Расчет запасов устойчивости и критического коэффициента усиления контура
  - 3.1.3. Экспериментальное определение критического коэффициента усиления контура и запасов устойчивости по амплитуде и фазе
    - 3.1.3.1. Определения частоты  $\omega_\pi$  и запаса устойчивости САУ по амплитуде (1 способ)
    - 3.1.3.2. Определение частоты среза и запаса устойчивости САУ по фазе
    - 3.1.3.3. Определения частоты  $\omega_\pi$  и запаса устойчивости по амплитуде (2 способ)
  - 3.1.4. Определение диапазона изменения параметра (постоянной времени), в котором САУ сохраняет устойчивость
    - 3.1.4.1. Определение диапазона расчетным путем в программе Mathcad
    - 3.1.4.2. Экспериментальная проверка результатов расчетов
- 3.2. Исследование устойчивости линейной астатической САУ
  - 3.2.1. Лабораторный стенд для исследования устойчивости линейной астатической САУ
  - 3.2.2. Построение ЛАЧХ, ЛФЧХ и годографа АФЧХ. Определение запасов устойчивости
  - 3.2.3. Измерение запаса устойчивости по амплитуде
- 3.3. Исследование устойчивости САУ со звеном запаздывания в контуре
  - 3.3.1. Лабораторный стенд для исследования устойчивости САУ со звеном запаздывания в контуре
  - 3.3.2. Расчет и построение ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутого контура в Mathcad
  - 3.3.3. Экспериментальная оценка влияния запаздывания в контуре на устойчивость САУ
  - 3.3.4. Определение диапазона изменения параметра (коэффициента усиления), в котором САУ сохраняет устойчивость

#### 3.1. Исследование устойчивости линейной статической САУ

Установить, устойчива ли статическая САУ (не имеющая интеграторов в контуре), определить теоретически и экспериментально ее запасы устойчивости и критический коэффициент усиления.

### 3.1.1. Лабораторный стенд для исследования устойчивости статической САУ

В пакете Simulink системы Matlab построить модель виртуального стенда системы, контур которой состоит из трех апериодических звеньев с постоянными времени  $T_1=0,1$  сек,  $T_2=1$  сек,  $T_3=10$  сек и коэффициентом усиления контура  $k=24$  (см. рис.3.1).

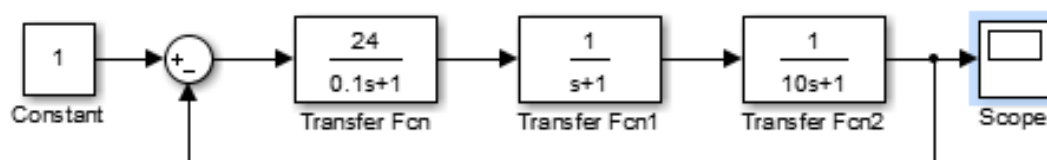


Рис. 3.1. Виртуальный лабораторный стенд для исследования устойчивости статической САУ с жесткой единичной обратной связью

Переходный процесс на выходе системы должен иметь вид, представленный на рис. 3.2.

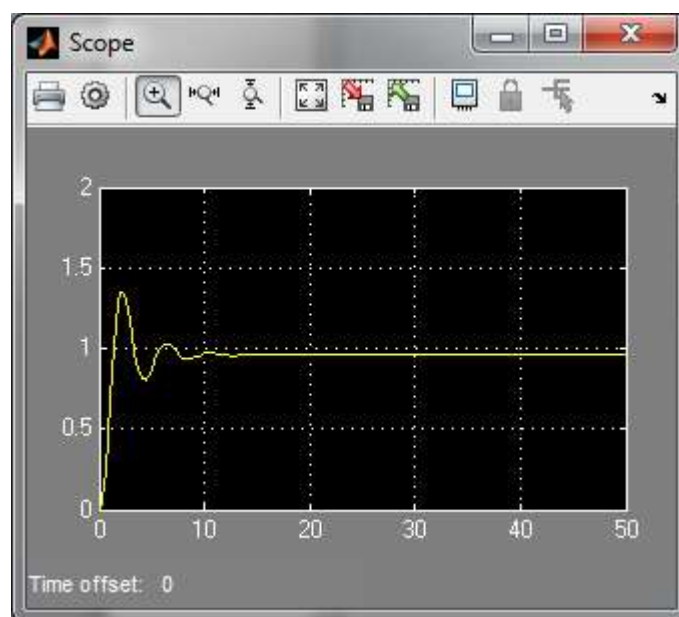


Рис. 3.2. Переходный процесс на выходе системы

### 3.1.2. Расчет запасов устойчивости и критического коэффициента усиления контура

**Разомкнуть** контур обратной связи и **построить** ЛАЧХ и ЛФЧХ рассматриваемой системы. **Определить** запасы устойчивости по фазе и амплитуде (см. рис. 3.3) и критический коэффициент  $k_{кр}$  усиления контура, при котором замкнутая САУ окажется на границе устойчивости ( $k_{кр} \approx k \cdot \beta$ , где

$\beta = 10^{\frac{L}{20}}$  – запас устойчивости по амплитуде в единицах,  $L$  – запас устойчивости по амплитуде в дБ).

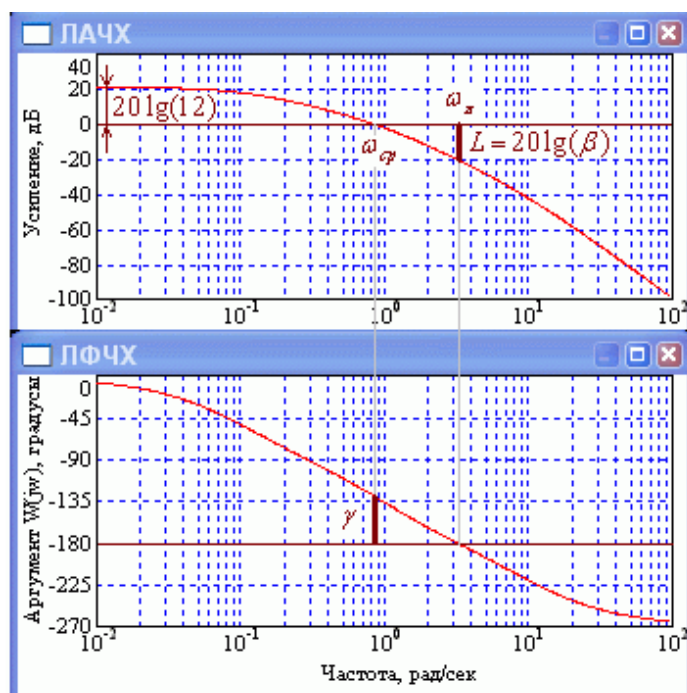


Рис. 3.3. Пример определения запасов устойчивости по ЛФЧХ и ЛФЧХ

**Построить** годограф АФЧХ разомкнутой САУ, определить запасы устойчивости САУ по амплитуде и фазе и критический коэффициент усиления контура, и сравнить полученные значения со значениями, полученными на логарифмических частотных характеристиках. Определение запасов устойчивости САУ по амплитуде  $\beta$  и по фазе  $\gamma$ , а также коэффициента усиления контура  $k$  показано на рис. 3.4.

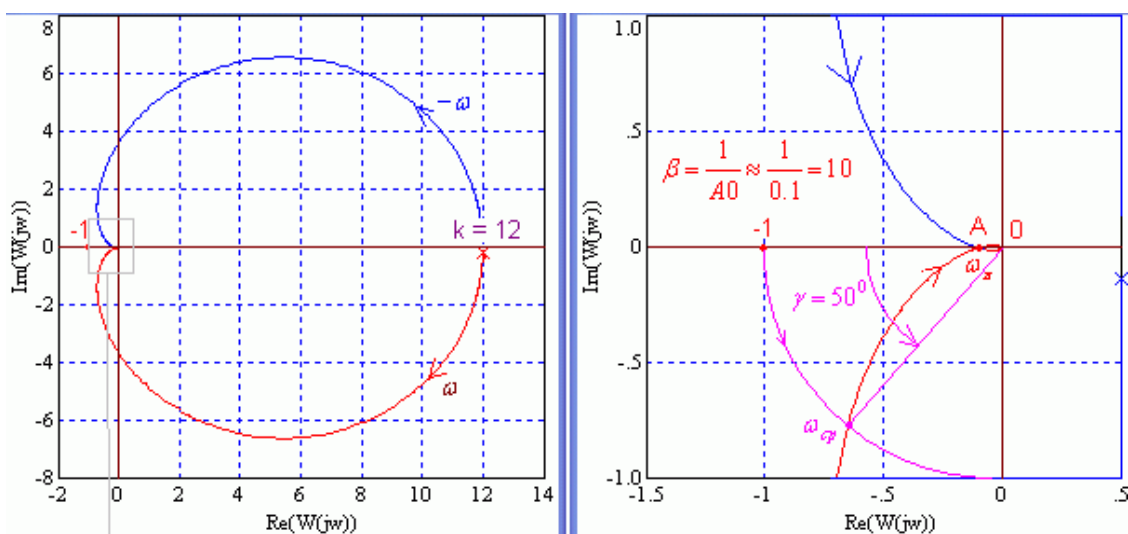


Рис. 3.4. Пример определения запасов устойчивости по АФЧХ



Попутно экспериментально **определить** коэффициент усиления контура исходной САУ (см. рис. 3.5).

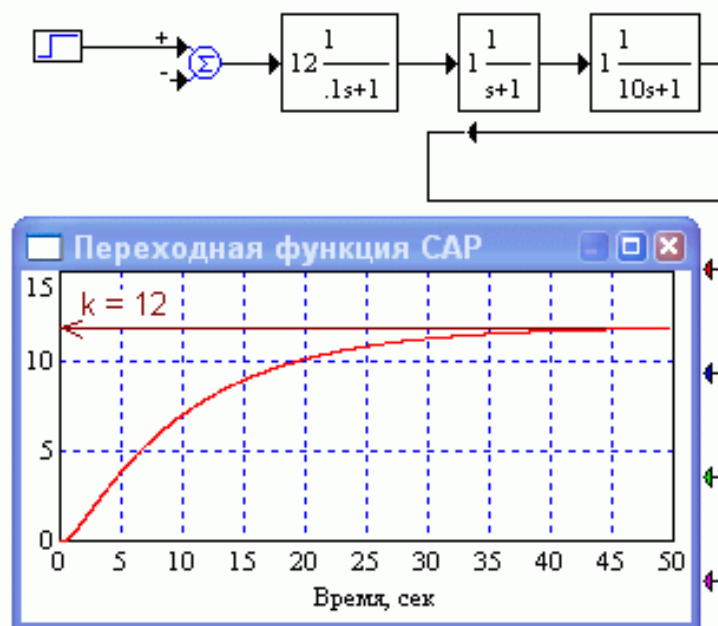


Рис. 3.5. Пример определения контурного усиления САУ по переходной функции разомкнутого контура

**Соотнести** полученное экспериментально значение коэффициента усиления разомкнутого контура статической САУ со значением, полученным расчетным путем по ЛАЧХ (рис. 3.3 – значение усиления на нижних частотах) и по годографу Найквиста (рис. 3.4).

### 3.1.3. Экспериментальное определение критического коэффициента усиления контура и запасов устойчивости по амплитуде и фазе

#### 3.1.3.1. Определение частоты $\omega_\pi$ и запаса устойчивости САУ по амплитуде (1 способ)

С помощью пакета Simulink системы Matlab нетрудно определить значение коэффициента усиления контура, приблизительно равное критическому, когда САУ оказывается вблизи границы устойчивости. Для этого следует подобрать такое значение коэффициента усиления, например, изменяя коэффициент усиления первого апериодического звена рис.3.1, чтобы переходная функция приобрела колебательный характер, и амплитуда колебаний от периода к периоду медленно бы возрастала или убывала, или, в идеале, оставалась постоянной (см. рис. 3.6)

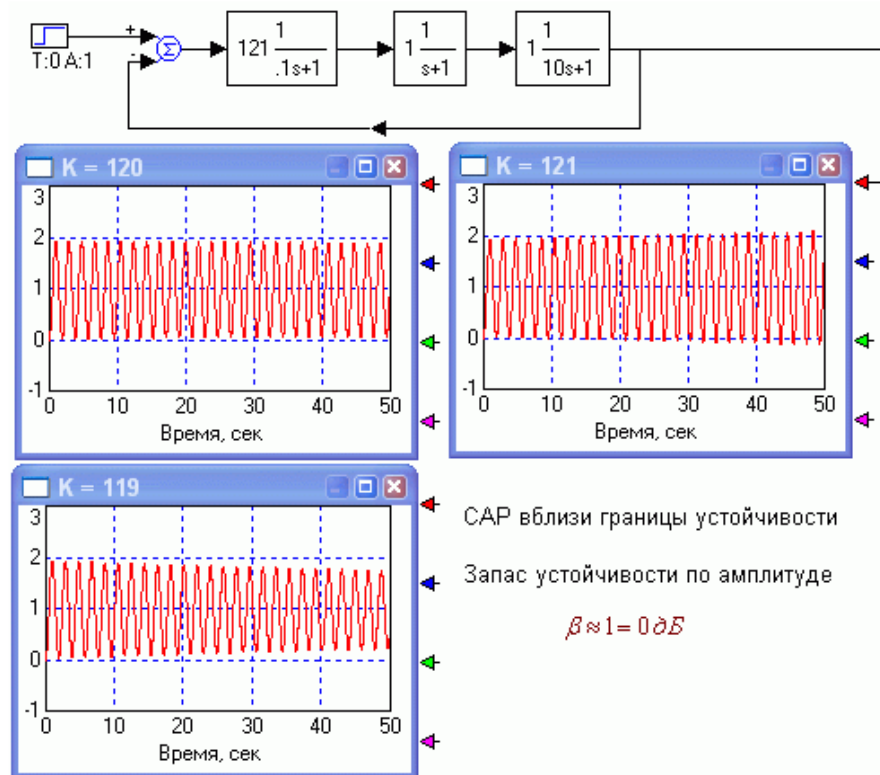


Рис. 3.6. Примеры переходных функций САУ, близких к границе устойчивости

Отметим, что частота колебаний переходной функции системы, близкой к границе устойчивости, приблизительно равна  $\omega_\pi$ , что позволяет определять ее экспериментально по осциллограмме, например рис. 3.6.

**Вернуться** к исходной схеме лабораторного стенда рис. 3.1 или 3.6, и привести замкнутую САУ на границу устойчивости, изменяя коэффициент усиления первого апериодического звена. Коэффициент усиления контура, равный произведению коэффициентов усиления всех его звеньев, в данном случае совпадает с коэффициентом усиления первого звена, поскольку коэффициенты усиления остальных звеньев равны единице.

Зная критический коэффициент усиления  $k_{кр}$ , нетрудно **определить** и запас устойчивости по амплитуде исходной модели

$$\beta = \frac{k_{кр}}{k},$$

где  $k$  – коэффициент усиления контура исходной САУ.

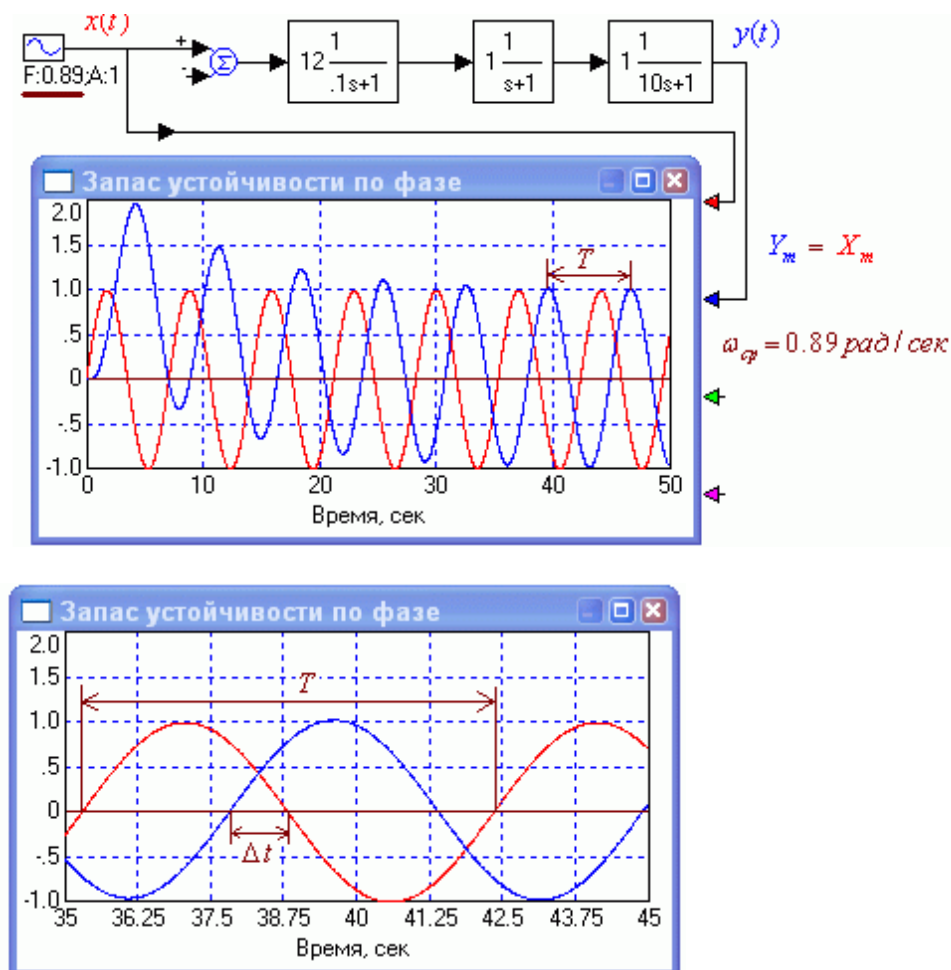
Для примера, приведенного на рис. 3.6,  $\beta = \frac{k_{кр}}{k} = \frac{119}{12} \approx 10 = 20 \text{ дБ}$ .

**Сравнить** полученное экспериментально значение критического коэффициента усиления и запаса устойчивости САУ по амплитуде, а также частоты  $\omega_\pi$  со значениями, полученными в п. 3.1.2.

**Сделать выводы.**

### 3.1.3.2. Определение частоты среза и запаса устойчивости САУ по фазе

**Модифицировать** стенд рис. 3.5, заменив генератор ступеньки генератором синусоиды и подав его сигнал на второй вход осциллографа (рис. 3.7).



$$\text{Запас устойчивости по фазе: } \gamma = \frac{\Delta t}{T} \cdot 360, \text{ т.е. } \gamma = \frac{1}{7,1} \cdot 360 \approx 50,7^\circ$$

Рис. 3.7. Лабораторный стенд для определения запаса устойчивости по фазе и частоты среза

В пакете Simulink системы Matlab указанный выше лабораторный стенд и переходный процесс на выходе системы будет иметь вид, представленный на рис. 3.8.

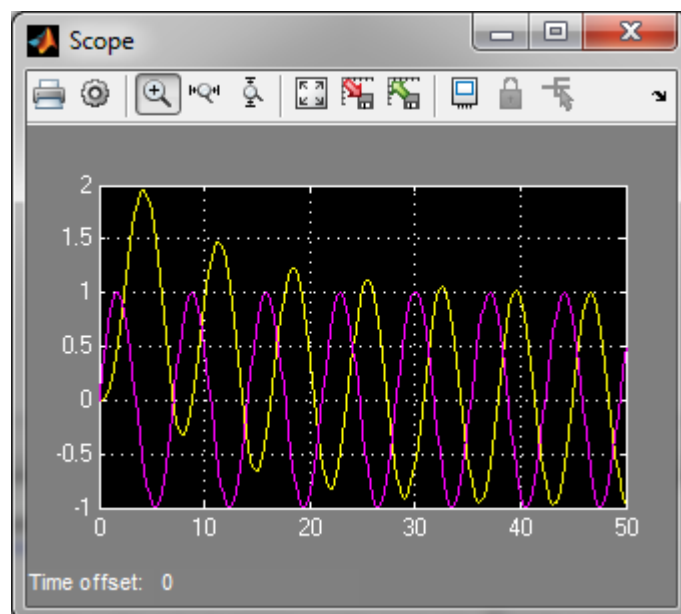
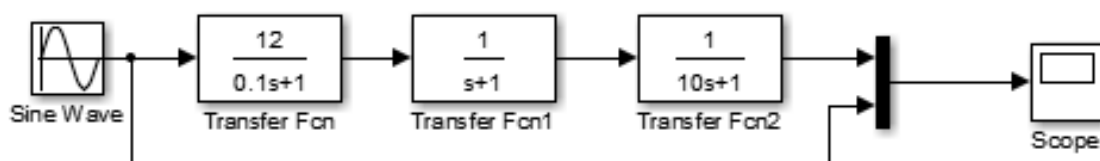


Рис. 3.8. Лабораторный стенд для определения запаса устойчивости по фазе и частоты среза в пакете Simulink системы Matlab

Сигнал, проходя звенья контура, задерживается по фазе менее чем на  $-180^\circ$ . Следовательно, запас устойчивости по фазе положительный. Сдвиг фаз следует определять в правой части осциллограммы, после завершения переходного процесса.

Как и ранее, значение коэффициента усиления принять  $k = 24$  (в приведенных выше примерах  $k = 12$ ).

**Подобрать** частоту генератора такую, чтобы амплитуда выходного сигнала по окончании переходного процесса стала равной амплитуде входного сигнала. Это и есть частота среза  $\omega_{\text{ср}}$  САУ.

В зоне установившегося режима **определить** период синусоид и отрезок времени, на который нужно дополнительно задержать выходной сигнал, чтобы он был сдвинут относительно входного на  $-180^\circ$ . Отношение временного сдвига к периоду синусоиды, умноженное на  $360^\circ$ , и дает запас устойчивости САУ по фазе (см. рис. 3.7).

### 3.1.3.3. Определение частоты $\omega_\pi$ и запаса устойчивости по амплитуде (2 способ)

Незначительная модификация лабораторного стенда (добавить усилитель) позволяет **провести** определение запаса устойчивости по амплитуде и частоты  $\omega_\pi$  (рис. 3.9).

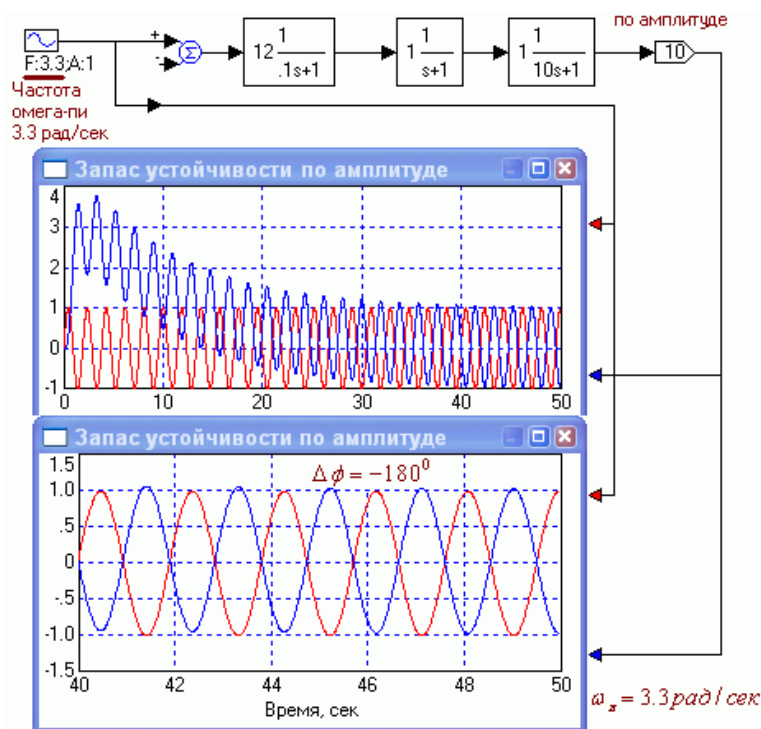


Рис. 3.9. Лабораторный стенд для определения запаса устойчивости по амплитуде и частоты  $\omega_\pi$

Порядок определения следующий:

- **подобрать** частоту генератора такую, чтобы выходной сигнал контура в установившемся режиме (в правой части осциллограммы) был в противофазе по отношению к входному, т.е. чтобы фазовый сдвиг составил  $-180^\circ$ . Для удобства сравнения сигналов изменять усиление вспомогательного усилителя так, чтобы амплитуды синусоид на осциллографе были примерно одинаковы;
- изменяя усиление вспомогательного усилителя, **сделать** амплитуду выходной синусоиды точно равной амплитуде входной. Значение усиления и даст запас устойчивости по амплитуде. В данном случае он равен  $\beta = 10$ .

Сравните значения запасов и частот, полученных на стендах рис. 3.7(или рис. 3.8) и 3.9, и вычисленных на рис.3.3 и 3.4.

Сделать **выводы**.

### 3.1.4. Определение диапазона изменения параметра (постоянной времени), в котором САУ сохраняет устойчивость

Собрать схему модели, приведенную на рис. 3.10, и определить диапазон изменения постоянной времени  $T_3$ , в котором САУ сохраняет устойчивость. Определить оптимальное значение этой постоянной времени.

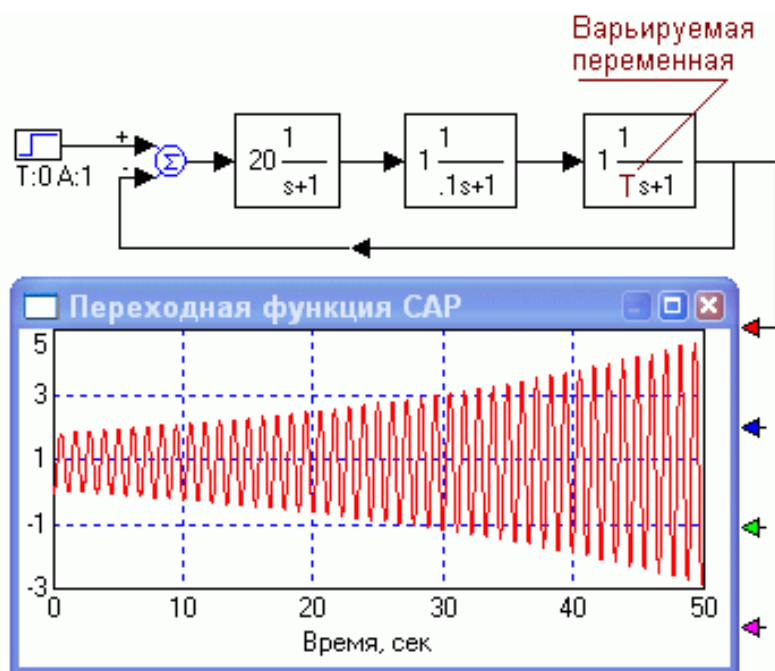


Рис. 3.10.

#### 3.1.4.1. Определение диапазона расчетным путем в программе Mathcad

На рис. 3.11 показано определение диапазонов изменения постоянной времени методом  $D$ -разбиения.

На полученных графиках следует нанести штриховку. Штриховку следует наносить слева по ходу, начиная от точки, соответствующей  $-\infty$ .

Как видно на рис. 3.11, существует два диапазона изменения постоянной времени  $T$ , в которых исследуемая САУ сохраняет устойчивость: это диапазон от 0 до 0,18 сек и диапазон от 0,53 сек до 22 сек, но на самом деле до бесконечности, что следует из физического смысла задачи: чем больше постоянная времени, тем более инерционен контур, тем более он устойчив.

Сравнить полученный результат с диаграммой рис. 3.12.

$$k := 20$$

$$\omega := -1000, -999.9 \dots 1000$$

Передаточные функции звеньев контура:

$$W_1(p) := \frac{k}{p+1} \quad W_2(p) := \frac{1}{0.1 \cdot p+1} \quad W_3(p) := \frac{1}{T \cdot p+1}$$

$$W(p) := W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot W_3(p) \quad \text{Передаточная функция разомкнутого контура}$$

$$\Phi(p) := \frac{W(p)}{1+W(p)} \quad \text{Передаточная функция САУ}$$

Выражение для передаточной функции в явном виде:

$$\Phi(p) \text{ simplify} \rightarrow \frac{200.}{(T \cdot p^3 + 11. \cdot T \cdot p^2 + p^2 + 11. \cdot p + 10. \cdot T \cdot p + 210.)}$$

Разрешим характеристическое уравнение относительно исследуемой постоянной времени

$$T \cdot p^3 + 11. \cdot T \cdot p^2 + p^2 + 11. \cdot p + 10. \cdot T \cdot p + 210. \text{ solve } T \rightarrow -1. \cdot \frac{(210. + p^2 + 11. \cdot p)}{p \cdot (p^2 + 11. \cdot p + 10.)}$$

$$T(p) := -1. \cdot \frac{(210. + p^2 + 11. \cdot p)}{p \cdot (p^2 + 11. \cdot p + 10.)} \quad \text{Постоянная времени - функция } p$$

$$T(\omega) := -1. \cdot \frac{210. + (j\omega)^2 + 11. \cdot (j\omega)}{j\omega \cdot [(j\omega)^2 + 11. \cdot (j\omega) + 10.]} \quad \text{На границе устойчивости } p = j\omega$$

Области устойчивости и неустойчивости САУ

$$\omega_1 := -100, -50 \dots 0$$

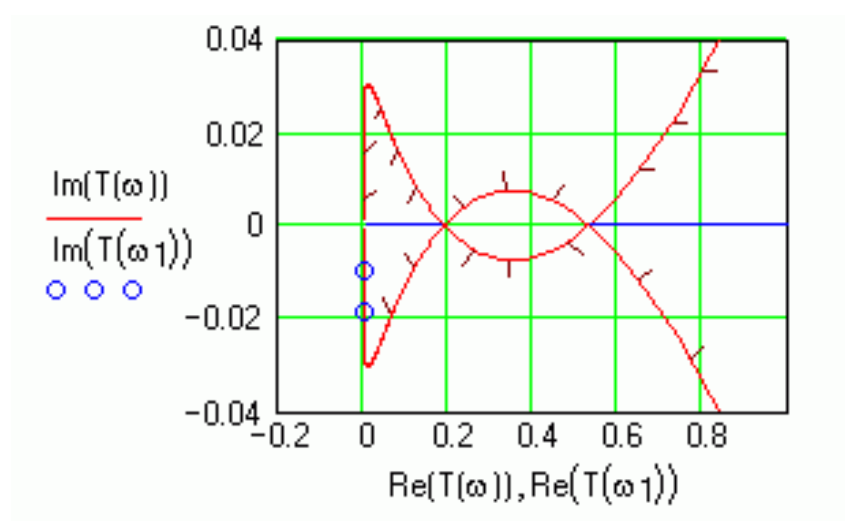


Рис. 3.11. Определением диапазонов устойчивости САУ с помощью пакета Mathcad



Рис. 3.12. Диапазоны изменения постоянной времени  $T_3$ , в которых САУ устойчива (жирные коричневые линии) и неустойчива (голубая линия)

Как видно из рис. 3.12, для того чтобы САУ сохраняла устойчивость при значительных коэффициентах усиления контура, следует существенно разносить постоянные времени его элементов.

**Ответить на вопрос:**

Что произойдет с диапазонами устойчивости и неустойчивости, если постоянную времени  $T_2$  увеличить вдвое, с 0,1 сек до 0,2 сек?

#### 3.1.4.2. Экспериментальная проверка результатов расчетов

В схеме рис 3.10 задавать значения постоянной времени  $T_3$  из диапазонов устойчивости и неустойчивости САУ, полученных расчетным путем (см. рис. 3.11) и по виду переходной характеристики проверить результаты расчетов. Проставить на оси действительных чисел значения постоянной



времени, при которых САУ устойчива, точками на снимке рис. 3.13, а значения постоянной, при которых САУ не устойчива, крестиками.

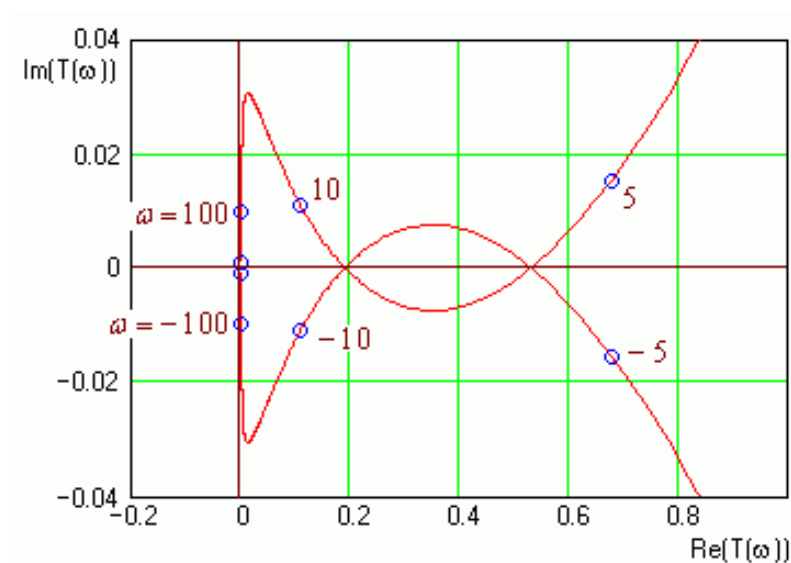


Рис. 3.13. Графическое поле для нанесения значений постоянных времени  $T_3$

Совпадают ли расчетные и экспериментальные результаты?

Указать оптимальное значение постоянной времени и обосновать выбор.

**Ответить** на вопрос:

Что выгоднее, с точки зрения быстродействия САУ: большое или малое значение постоянной времени?

## 3.2. Исследование устойчивости линейной астатической САУ

### 3.2.1. Лабораторный стенд для исследования устойчивости линейной астатической САУ

**Построить** (см. рис.3.14) модель виртуального стенда.

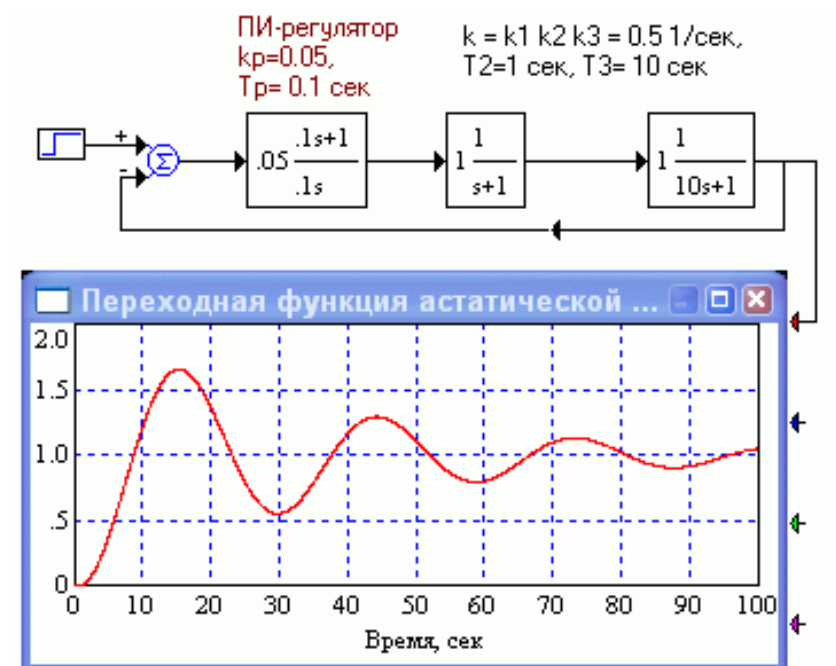


Рис. 3.14. Стенд для исследования устойчивости астатической САУ.

Астатическая САУ – это такая система, которая содержит в контуре интегратор. В данном случае этот интегратор входит в состав ПИ-регулятора. Интегратор включен последовательно с форсирующим звеном.

**При выполнении работы следует задать коэффициент усиления ПИ-регулятора  $k_p = 0,01$ .**

### 3.2.2. Построение ЛАЧХ, ЛФЧХ и годографа АФЧХ. Определение запасов устойчивости

**Разомкнуть** контур обратной связи и построить его ЛАЧХ и ЛФЧХ (рис. 3.15). Определить запасы устойчивости и критический коэффициент усиления контура, при котором замкнутая САУ окажется на границе устойчивости.

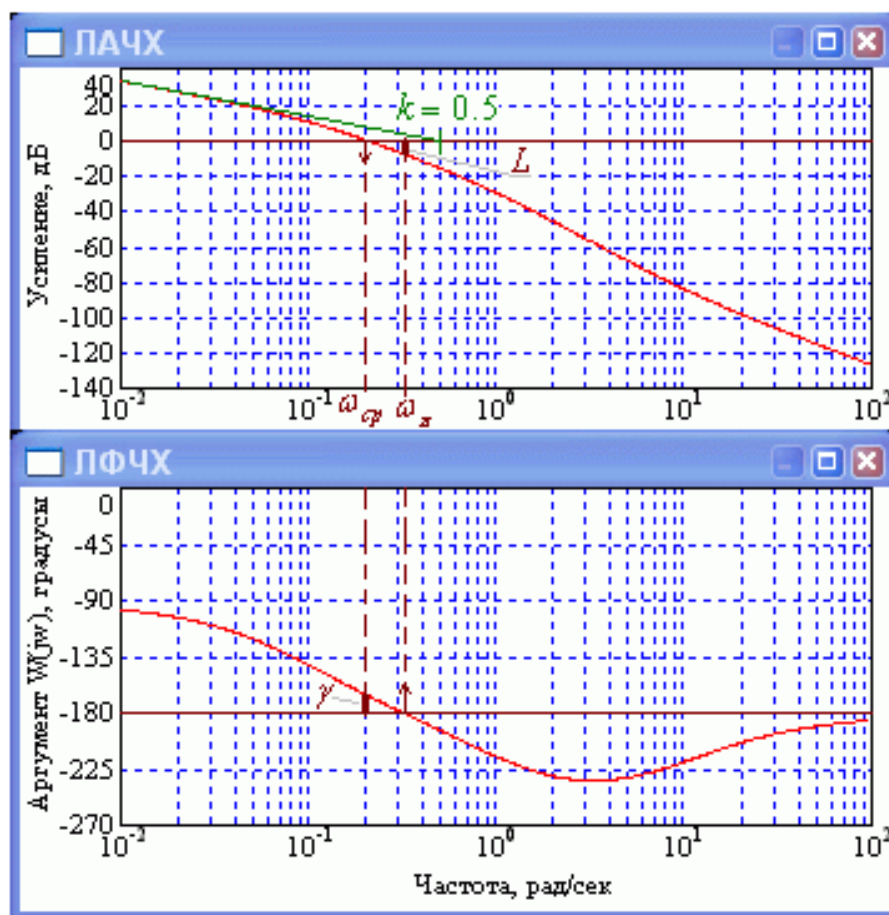


Рис. 3.15. Частотные характеристики разомкнутого контура астатической САУ

Ввиду наличия в контуре интегратора, ЛАЧХ на низких частотах проходит с наклоном  $-20$  дБ/дек, а ЛФЧХ вблизи  $-90^\circ$ . Из-за наличия форсирующего звена на высоких частотах крутизна ЛАЧХ стремится к  $-40$  дБ/дек, а значения ЛФЧХ – к  $-180^\circ$ . Запасы устойчивости рассматриваемой САУ невелики.

**Примечание.** Обычно, в отличие от схемы рис. 3.14, постоянная времени ПИ-регулятора имеет наибольшее значение из всех постоянных времени элементов контура. Малое значение постоянной времени на рис. 3.14 выбрано из методических соображений, для сравнения со свойствами схемы рис. 3.1, а также для того, чтобы на рис. 3.9 частота  $\omega_{ср}$  была конечной величины.

**Построить** годограф АФЧХ разомкнутой САУ, определить запасы устойчивости САУ по амплитуде и фазе. Определение запасов устойчивости САУ по амплитуде  $\beta$  и по фазе  $\gamma$  показано на рис. 3.16.

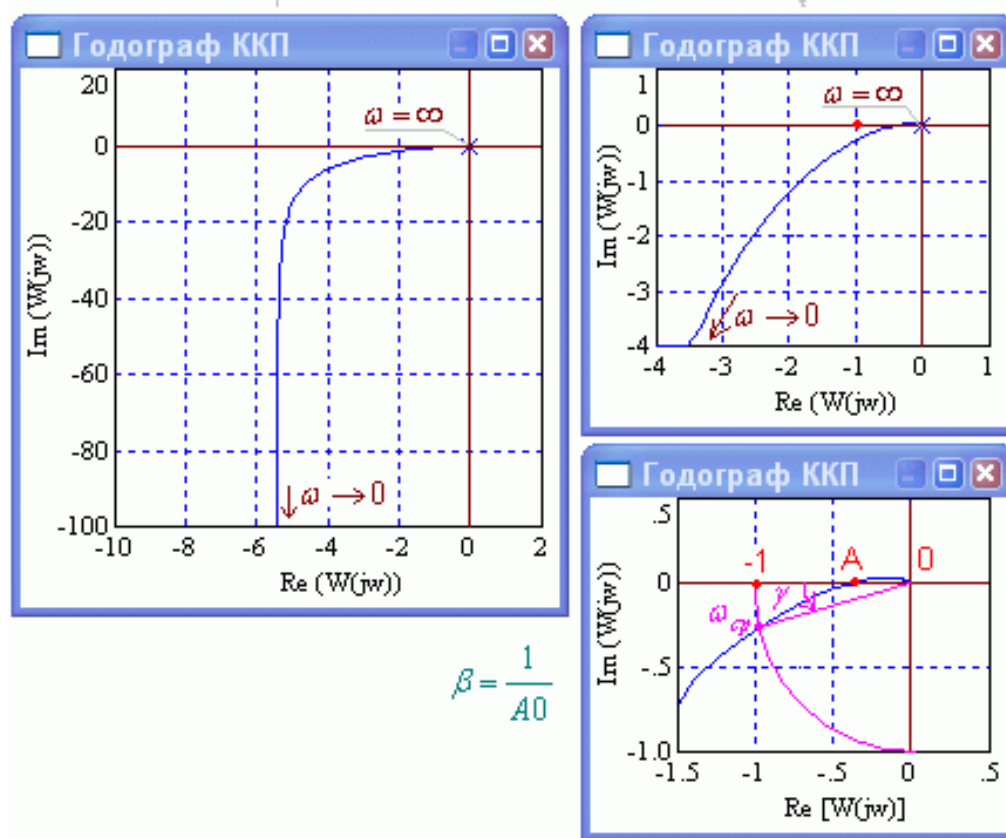


Рис.3.16. Годограф АФЧХ (годограф Найквиста) астатической САУ

**Определить** коэффициент усиления разомкнутого контура исходной САУ, содержащей интегратор (см. рис. 3.17).

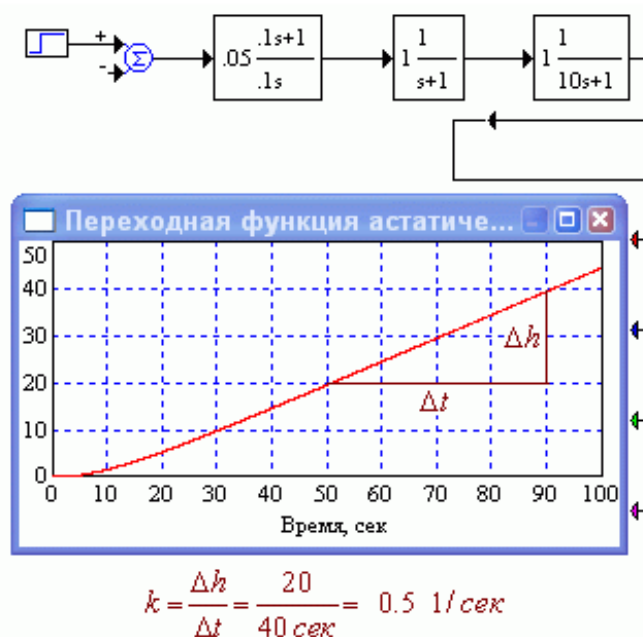


Рис.3.17. Определение коэффициента усиления разомкнутого контура астатической САУ по приращениям его переходной функции

Приращения следует брать на линейном участке характеристики. Обратим внимание, что коэффициент усиления контура, содержащего интегратор, имеет размерность  $1/\text{сек}$ , а также на то, что полный коэффициент усиления контура учитывает и постоянную времени ПИ-регулятора (коэффициент в знаменателе его передаточной функции).

**Сравнить** полученное экспериментально значение коэффициента усиления разомкнутого контура астатической САУ со значением, полученным расчетным путем на ЛАЧХ (рис. 3.15 – значение частоты, на которой продолжение линии аппроксимации НЧ-области ЛАЧХ с наклоном  $-20 \text{ дБ/дек}$  пересекает уровень  $0 \text{ дБ}$ ).

### 3.2.3. Измерение запаса устойчивости по амплитуде

**Вернуться** к исходной схеме лабораторного стенда рис. 3.14 и привести замкнутую САУ на границу устойчивости, изменяя коэффициент усиления  $k_p$  ПИ-регулятора.

Зная критический коэффициент усиления  $k_{кр}$  контура, нетрудно **определить** и запас устойчивости по амплитуде исходной модели

$$\beta = \frac{k_{кр}}{k}.$$

**Примечание.** В представленной на рис. 3.14 и рис. 3.17 форме записи параметров ПИ-регулятора общий коэффициент усиления контура находится с учетом его постоянной времени. Для приведенного примера:

$$k_{\text{конт}} = \frac{k_p}{T_p} k_2 k_3 = 0,05 \cdot 1 \cdot 1 = 0,5 \text{ } 1/\text{сек}.$$

**Сравнить** полученное экспериментально значение критического коэффициента усиления и запаса устойчивости САУ по амплитуде с рассчитанными значениями.

**Сделать выводы.**

### 3.3. Исследование устойчивости САУ со звеном запаздывания в контуре

#### 3.3.1. Лабораторный стенд для исследования устойчивости САУ со звеном запаздывания в контуре

**Построить** модель виртуального стенда рис. 3.18. При выполнении лабораторной работы принять:  $T_1 = 0,1 \text{ сек}$ ,  $T_2 = 1 \text{ сек}$ ,  $T_3 = 10 \text{ сек}$ ,  $k = 6$ , звено запаздывания с задержкой, равной 1 сек.

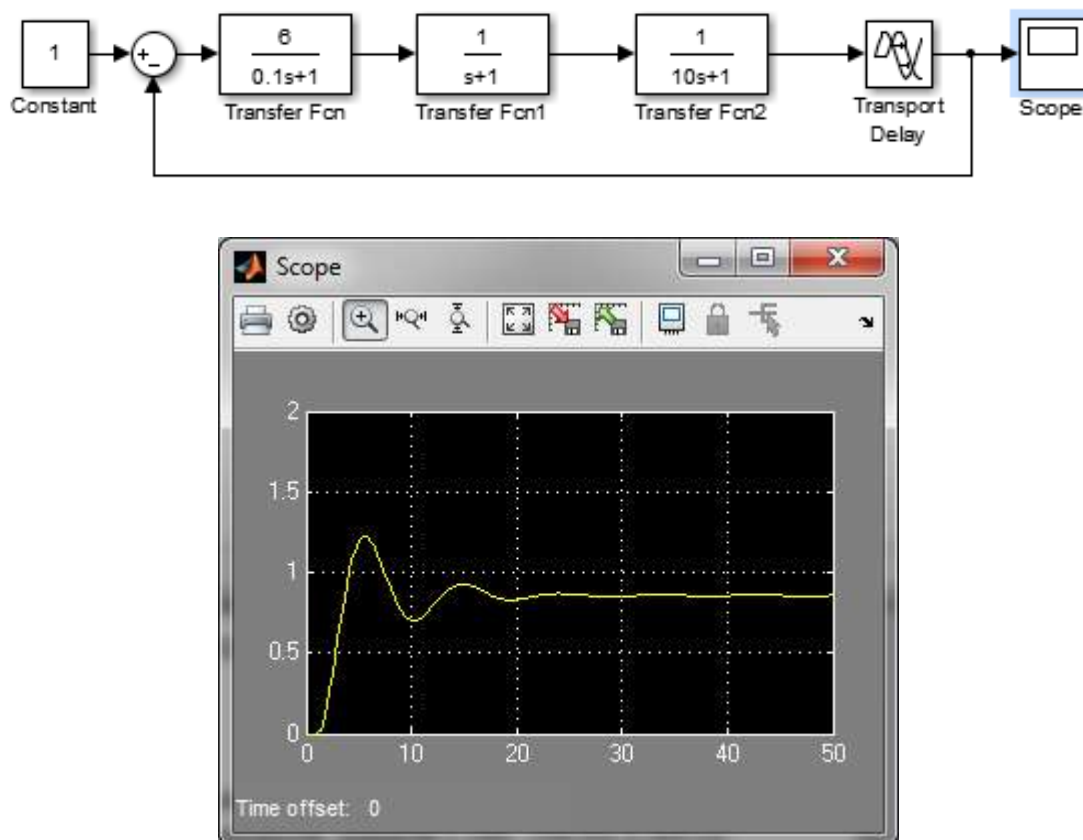


Рис.3.18. Виртуальный лабораторный стенд для исследования устойчивости САУ со звеном запаздывания

**Построить** переходный процесс на выходе системы.

#### 3.3.2. Расчет и построение ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутого контура в Mathcad

**Построить** ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутого контура в математическом пакете Mathcad без звена запаздывания и с его учетом (см. рис. 3.19).

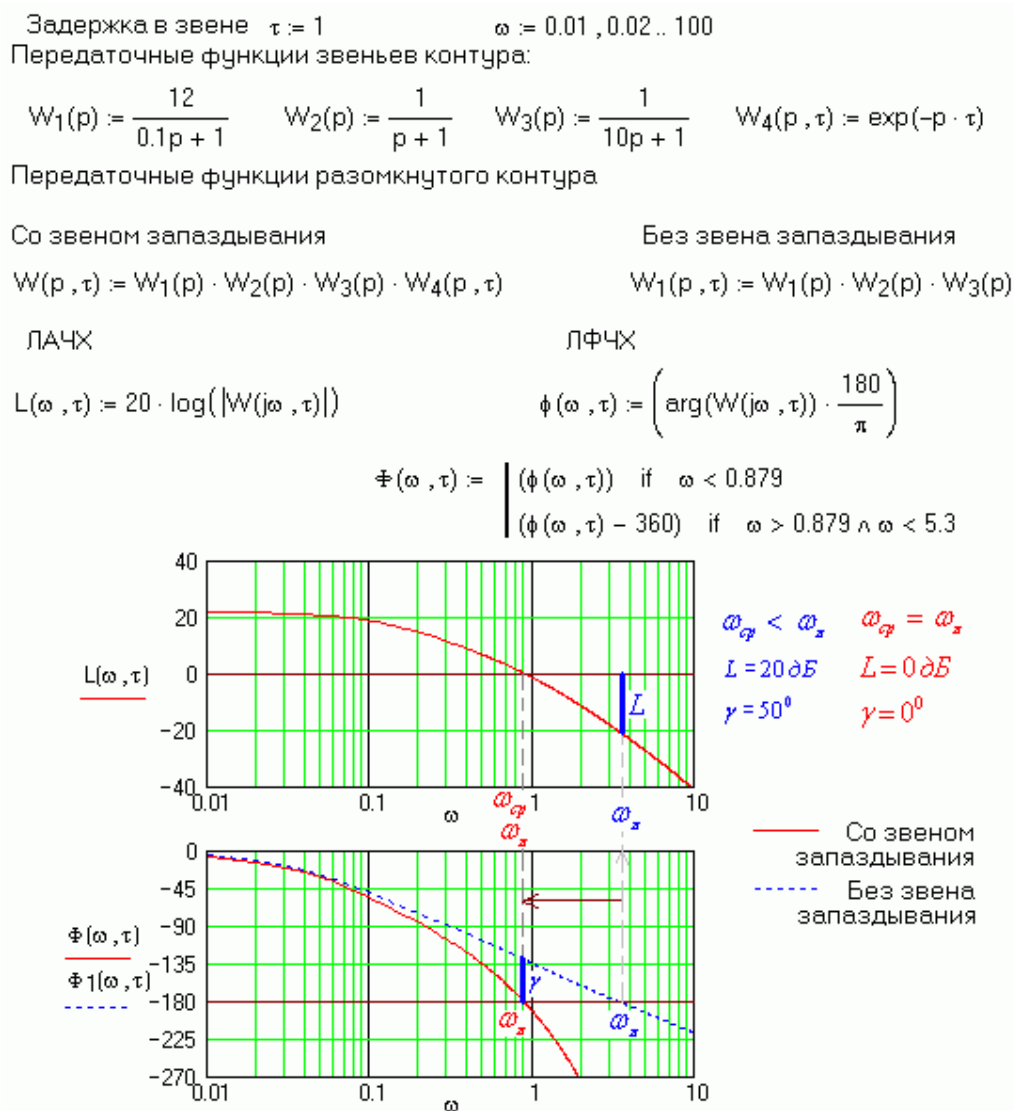


Рис. 3.19. Пример построение ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутого контура САУ

Как видно из рис. 3.19, ЛАЧХ САУ со звеном запаздывания и без него совпадают, ЛФЧХ – отличаются.

Частотные характеристики показывают, что введение в контур звена запаздывания уменьшает частоту  $\omega_\pi$  и тем самым ухудшает стабильность САУ. Исходная САУ без звена запаздывания (красная ЛАЧХ и синий пунктир ЛФЧХ) устойчива и имеет хорошие запасы устойчивости по амплитуде  $L = 20 \text{ дБ}$  и фазе  $\gamma = 50^\circ$ . Та же САУ, в контур которой введено звено запаздывания на величину  $\tau = 1 \text{ сек}$ , переходит на границу устойчивости.

### 3.3.3. Экспериментальная оценка влияния запаздывания в контуре на устойчивость САУ

**Провести измерения и построить зависимость** критического коэффициента усиления схемы САУ, приведенной на рис. 3.18, от величины задержки  $\tau$ . Задержку изменять в пределах от 0 до 2 сек.

Критический коэффициент усиления контура определять, изменяя коэффициент усиления первого апериодического звена и добиваясь появления в переходной характеристике колебательной компоненты, амплитуда которой в течение нескольких периодов медленно нарастает или убывает.

**Построить** график зависимости  $k_{кр}(\tau)$ .

**Ответить** на вопросы:

Как ведет себя критический коэффициент усиления контура в зависимости от вносимой в контур задержки?

Улучшает или ухудшает устойчивость САУ введение в ее контур звена запаздывания?

### 3.3.4. Определение диапазона изменения параметра (коэффициента усиления), в котором САУ сохраняет устойчивость

В схеме рис. 3.18 ввести запаздывание  $\tau = 0,2$  сек. Провести исследование для различных значений коэффициента усиления контура  $k$ .

**Определить** диапазон изменения коэффициента усиления контура, в котором САУ устойчива.

**Построить** этот диапазон на приведенном ниже графике рис. 3.20, отметив точками значения коэффициента усиления и выделив диапазон неустойчивости САУ.

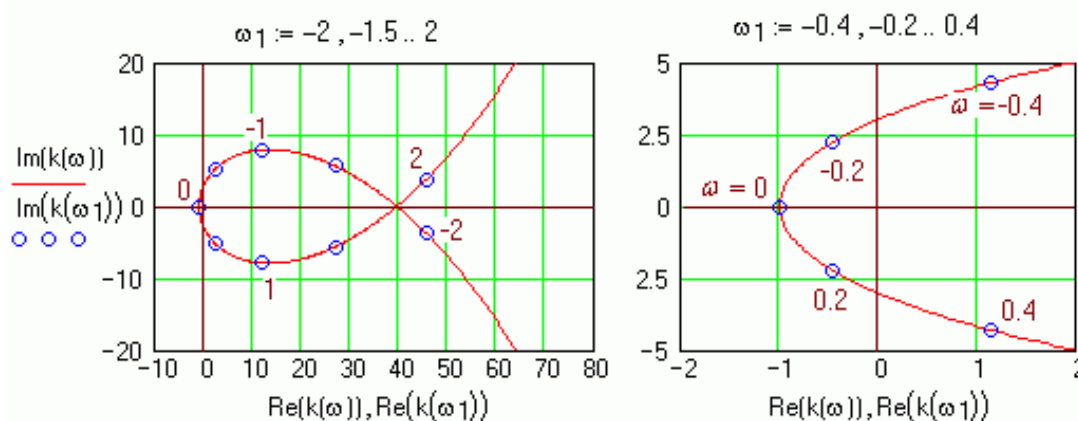




Рис. 3.20. График для размещения результатов оценки устойчивости САУ со звеном запаздывания в контуре при различных значениях коэффициента усиления контура

**Ответить** на вопросы:

В каких пределах можно менять коэффициент усиления контура?

Какое значение усиления можно считать оптимальным?

#### **4. Отчет о выполненной работе**

Отчет должен содержать:

- наименование лабораторной работы;
- цель и задачи работы;
- краткие теоретические сведения по теме исследований;
- вид лабораторных стендов для проведенных исследований;
- результаты исследований в виде таблиц и графиков;
- выводы.

#### **5. Контрольные вопросы и задачи**

##### **5.1. Вопросы и задания**

1. Дать определение понятия «Устойчивость» линейной системы по Ляпунову.

2. Как внешне проявляется устойчивость или неустойчивость САУ? Другими словами, как экспериментально установить факт устойчивости или неустойчивости САУ?

3. Что является причиной неустойчивости системы, составленной из устойчивых звеньев?

4. Как качественно можно судить о степени устойчивости САУ по ее переходной характеристике?

5. Какие критерии устойчивости не требуют для своего применения выполнения предварительных условий, а какой требует? Что это за условие?

6. В чем заключается необходимое условие устойчивости САУ?

7. Объяснить, почему системы первого и второго порядка с положительными коэффициентами характеристического полинома всегда устойчивы.

8. Сформулировать критерий устойчивости Гурвица для системы третьего порядка.

9. Сформулировать критерий устойчивости Найквиста, а также условие его практического применения.

10. Можно ли по годографу АФЧХ разомкнутого контура САУ судить о его устойчивости? Если нет, то почему, а если да, то как это сделать?

11. Обязательно ли устойчива замкнутая САУ, если она в разомкнутом состоянии устойчива?

12. Сформулировать логарифмический вариант критерия устойчивости Найквиста.

13. Что такое запас устойчивости САУ по фазе? Какой его физический смысл?

14. Что такое запас устойчивости САУ по амплитуде? Какой его физический смысл?

15. Что такое частота среза и частота  $\omega_\pi$ ?

16. Каковы запасы устойчивости у САУ хорошего качества?

17. Как влияет на устойчивость САУ с управлением по отклонению запаздывание в ее контуре? Почему?

18. Поясните смысл понятий область и диапазон устойчивости.

19. Что и для системы какого порядка показывает диаграмма Вышнеградского? Можно ли в некоторой части перенести ее результаты на системы порядка, большего, чем третий?

20. Как изменяется степень устойчивости САУ, если ее постоянные времени разносятся друг от друга по величине?

21. Чем отличается построение (расчет) частотных характеристик и их экспериментальное получение в пакете моделирования Simulink системы Matlab?

## 5.2. Задачи

1. Для каждой из трех САУ, ЛАЧХ и ЛФЧХ которых приведены на рис. 6.1, определить:

- устойчива ли САУ или нет;

- запасы устойчивости по фазе и амплитуде;
- частоты среза  $\omega_{\text{ср}}$  и частоту  $\omega_{\pi}$ ;
- коэффициент усиления контура и усиление контура на нулевой частоте;
- какого порядка эти системы;
- есть ли в контуре управления САУ интеграторы и если есть, то сколько их, а если их нет, то откуда это следует;
- есть ли в контуре управления звено запаздывания.

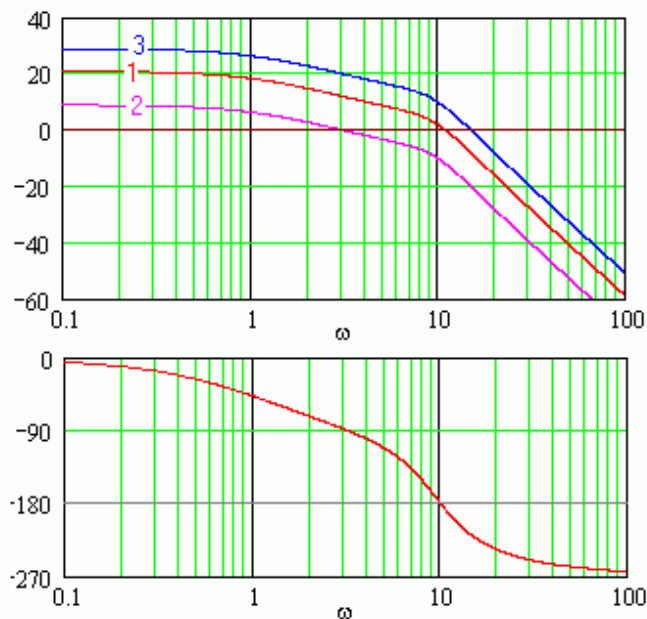


Рис. 6.1. ЛАЧХ и ЛФЧХ трех САУ

2. Для каждой из трех САУ, ЛАЧХ и ЛФЧХ которых приведены на рис. 6.2, определить:

- устойчива ли САУ или нет;
- запасы устойчивости по фазе и амплитуде;
- частоты среза  $\omega_{\text{ср}}$  и частоту  $\omega_{\pi}$ ;
- коэффициент усиления контура и усиление контура на нулевой частоте;
- какого порядка эти системы;
- есть ли в контуре управления САУ интеграторы и если есть, то сколько их, а если их нет, то откуда это следует;
- есть ли в контуре управления звено запаздывания.

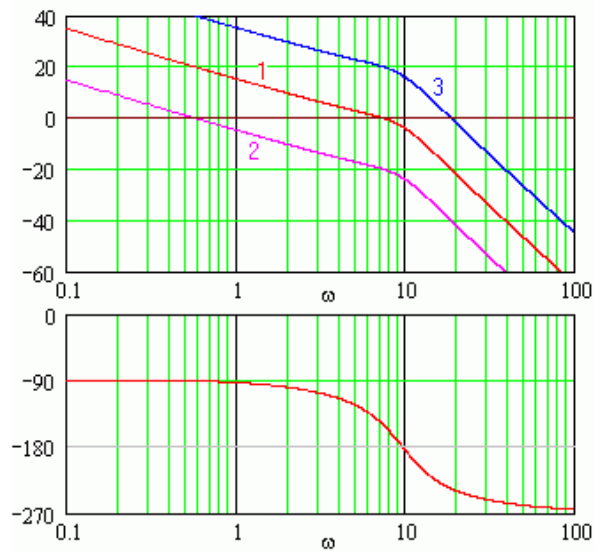


Рис. 6.2. ЛАЧХ и ЛФЧХ трех САУ

3. Для САУ, ЛАЧХ, ЛФЧХ и годограф АФЧХ которой приведены на рис. 6.3, определить:

- устойчива ли САУ или нет;
- запасы устойчивости по фазе и амплитуде;
- частоты среза  $\omega_{ср}$  и частоту  $\omega_{\pi}$ ;
- коэффициент усиления контура и усиление контура на нулевой частоте;
- какого порядка эти системы;
- есть ли в контуре управления САУ интеграторы и если есть, то сколько их, а если их нет, то откуда это следует;
- есть ли в контуре управления звено запаздывания.

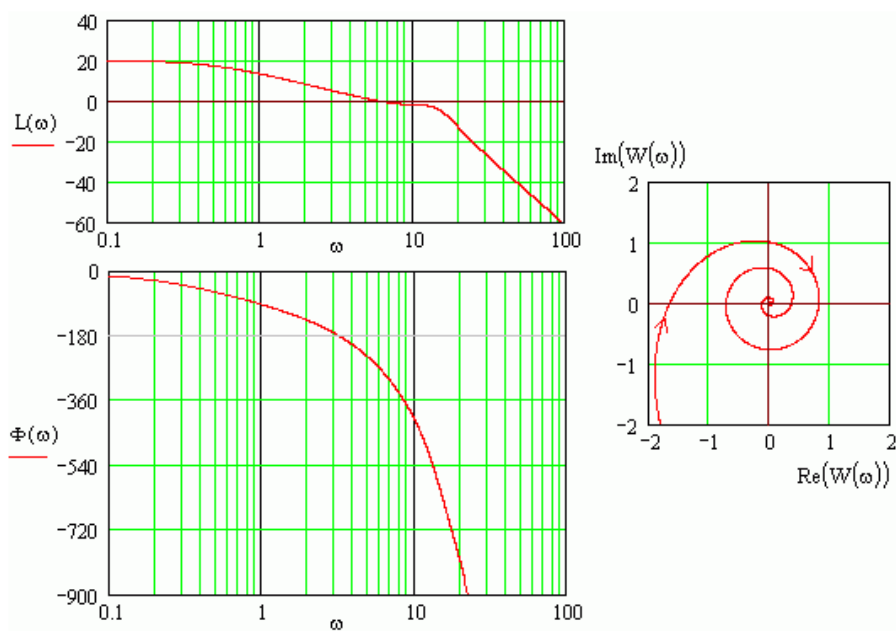


Рис. 6.3. ЛАЧХ, ЛФЧХ и годограф АФЧХ САУ

4. Устойчив ли разомкнутый контур САУ, годограф АФЧХ которого приведен на рисунке:

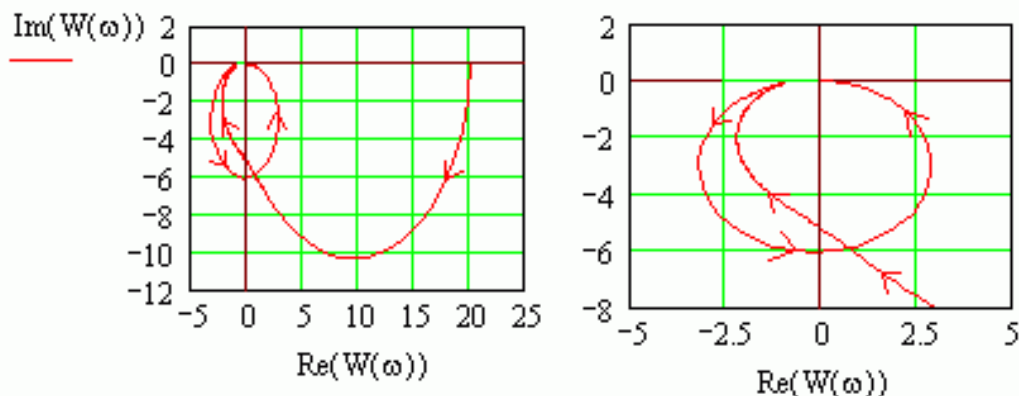


Рис. 6.4. Годограф АФЧХ САУ

Можно ли применять критерий устойчивости Найквиста для суждения об устойчивости этой САУ в замкнутом состоянии и если да, то в какой формулировке, а если нет, то почему?

### Библиографический список

1. Мирошник И.В. Теория автоматического управления. Линейные системы : учеб. пособие для вузов / И.В.Мирошник.— М.[и др.]: Питер, 2005.— 336с.
2. Бесекерский В.А. Теория систем автоматического управления : [Учебное издание] / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. — 4-е изд., перераб. и доп. — СПб. : Профессия, 2004 .— 752с.
3. Пупков К.А. Методы классической и современной теории автоматического управления : учебник для вузов: в 5 т. Т.1. Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления / К.А. Пупков [и др.]; под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова .— 2-е изд., перераб. и доп. — М. : МГТУ им.Баумана, 2004 .— 656с.
4. Макаров Н.Н., Феофилов С.В. Анализ и синтез систем автоматического управления с использованием системы MATLAB: учеб. пособие / Н. Н. Макаров, С. В. Феофилов; ТулГУ .— Тула : Изд-во ТулГУ, 2010.— 68 с.
5. Макаров Н.Н., Феофилов С.В. Применение пакета MATHCAD в анализе и синтезе систем автоматического управления : учеб. пособие / Н.Н. Макаров, С.В. Феофилов ; ТулГУ .— Тула : Изд-во ТулГУ, 2007 .— 169 с.

### Интернет-ресурсы

1. Федосов Б.Т. Об анализе САУ со звеном задержки в контуре. 2005 г. [http://model.exponenta.ru/bt/bt\\_00115.html](http://model.exponenta.ru/bt/bt_00115.html)

2. Федосов Б.Т. Задания и методические указания к выполнению лабораторной работы № 4 по курсам "ТАУ", системотехника и теория линейных и нелинейных систем на тему: Анализ САР. Исследование устойчивости. Рудный, 2006 г. [http://model.exponenta.ru/bt/bt\\_Met\\_3204.html](http://model.exponenta.ru/bt/bt_Met_3204.html)  
Файл пособия: [TAU\_Lab\_4\_v22\_060406.zip 986 КБ, 6.04.2006]  
[http://model.exponenta.ru/bt/TAU\\_Lab\\_4\\_v22\\_060406.zip](http://model.exponenta.ru/bt/TAU_Lab_4_v22_060406.zip)

3. Федосов Б. Т., Клиначёв Н. В. О применении критерия Михайлова при анализе устойчивости линейной системы стандартными средствами программ математического моделирования. 2002 г. [http://model.exponenta.ru/krt\\_mich.html](http://model.exponenta.ru/krt_mich.html)

4. Федосов Б.Т. и др. Избранные вопросы ТАУ и моделирования систем и объектов. [http://model.exponenta.ru/bt/bt\\_contents.html](http://model.exponenta.ru/bt/bt_contents.html)

5. Образовательный математический сайт <http://www.exponenta.ru>

6. Научная электронная библиотека в области науки, технологии  
<http://www.elibrary.ru>

## Лабораторная работа № 4

### Анализ САУ. Исследование качества САУ

**Цель работы:** изучение методов анализа качества САУ, экспериментальное определение показателей качества переходного и установившегося режимов работы САУ и исследование связи параметров САУ с ее показателями качества; приобретение и закрепление навыков исследования качества линейных систем, а также совершенствование навыков работы в системе Matlab и математическом пакете Mathcad.

В результате выполнения работы следует сделать выводы о том, как влияют параметры элементов САУ на ее качество.

Польза от исследования качества САУ состоит в установлении диапазонов изменения отслеживаемой величины и возмущения, а также их младших производных по времени, в которых САУ будет работать с заданным качеством. Кроме того, зная быстродействие и ошибки слежения САУ в переходном режиме и имея информацию о частоте и величине факторов, вызывающих переходный процесс в САУ, можно оценить и продолжительность работы САУ с ошибками, превышающими допустимые.

#### Задачи работы:

- Ознакомиться:
  - с понятием "качество" линейной системы и показателями качества САУ;
  - порядком оценки качества линейных САУ в системе Matlab и математическом пакете Mathcad.
- Выполнить:
  - построить модели виртуальных лабораторных стендов для исследования качества САУ;
  - оценить экспериментально качество САУ и сравнить полученные результаты с результатами расчетов;
  - исследовать влияние изменения постоянной времени форсирующего звена контура на качество переходного режима САУ;
  - идентифицировать регулятор и объект управления, внутренняя структура которых неизвестна.
- Приобрести навыки:
  - постановки эксперимента по исследованию качества САУ;
  - экспериментальной и теоретической оценки показателей качества САУ;
  - определения влияния параметров САУ на ее качество.

## 2. Качество САУ. Краткие сведения

Качество САУ – это понятие, характеризующее способность САУ правильно выполнять возложенные на нее задачи.

Основные, принципиальные с точки зрения ТАУ, характеристики качества работы САУ – это ее быстродействие и точность. И оценивать их целесообразно отдельно для установившегося и переходного режимов работы САУ.

Качество работы САУ характеризуется пятью основными числовыми показателями. Для установившегося режима работы – это коэффициенты ошибок  $c_0$ ,  $c_1$  и  $c_2$ , а для переходного режима работы это время регулирования  $t_p$  и перерегулирование  $\sigma\%$ . Названные параметры могут быть вычислены с использованием математических моделей или получены экспериментально при исследовании реальной системы или ее аналоговой или виртуальной модели.

При изложении теории значительное внимание уделено физике процессов, происходящих в САУ и их иллюстрациям, что упрощает понимание принципов работы САУ и характеристик ее качества.

- **2.1. Назначение и классификация САУ**
  - 2.1.1. Задачи, решаемые САУ
  - 2.1.2. Виды САУ
- **2.2. Принцип работы САУ с управлением по отклонению в переходном и установившемся режимах**
  - 2.2.1. Переходный режим работы САУ. Выход в установившийся режим на слежение
  - 2.2.2. Установившийся режим - слежение и стабилизация
- **2.3. Показатели качества САУ**
  - 2.3.1. Установившийся режим
  - 2.3.2. Переходный режим
- 2.4. О терминологии
- 2.5. Заключение

### 2.1. Назначение и классификация САУ

- 2.1.1. Задачи, решаемые САУ
- 2.1.2. Виды САУ
  - Разомкнутые САУ
  - Замкнутые САУ



### **2.1.1. Задачи, решаемые САУ**

Системы автоматического управления (САУ) предназначены для решения задач слежения и стабилизации.

**Слежение** состоит в том, что САУ поддерживает с заданной точностью на протяжении большего времени своей работы выходную (управляемую) величину объекта управления пропорционально отслеживаемой (задающей) величине.

Пропорциональность состоит в том, что управляемая величина в некоторое число раз больше задающей. Если задающая величина изменяется, то во столько же раз изменяется и управляемая величина. Не следует забывать, что зачастую физические размерности отслеживаемой и управляемой величин разные.

**Стабилизация** состоит в том, что САУ в значительной мере или полностью компенсирует влияние возмущений на управляемую величину. Это значит, что если возмущение, поступающее на объект, изменяет управляемую величину, то правильно работающая САУ через сравнительно короткое время возвращает управляемую величину к исходному значению.

### **2.1.2. Виды САУ**

САУ разделяют на **разомкнутые**, том числе:

- с жестким управлением;
- с управлением по возмущению,

и на **замкнутые**:

- с управлением по отклонению;
- с комбинированным управлением по отклонению и возмущению.

### **Разомкнутые САУ**

Разомкнутые САУ сравнительно просты, они могут иметь значительные ошибки и в чистом виде применяются в не очень ответственных местах, и там, где, например, требуется с помощью слабого сигнала дистанционно управлять мощным оборудованием. Такая САУ лучше, чем отсутствие какой-либо системы, и во многих случаях применение разомкнутых САУ оправданно.

**Разомкнутая САУ с жестким управлением** позволяет решать только задачу слежения (рис. 2.1).

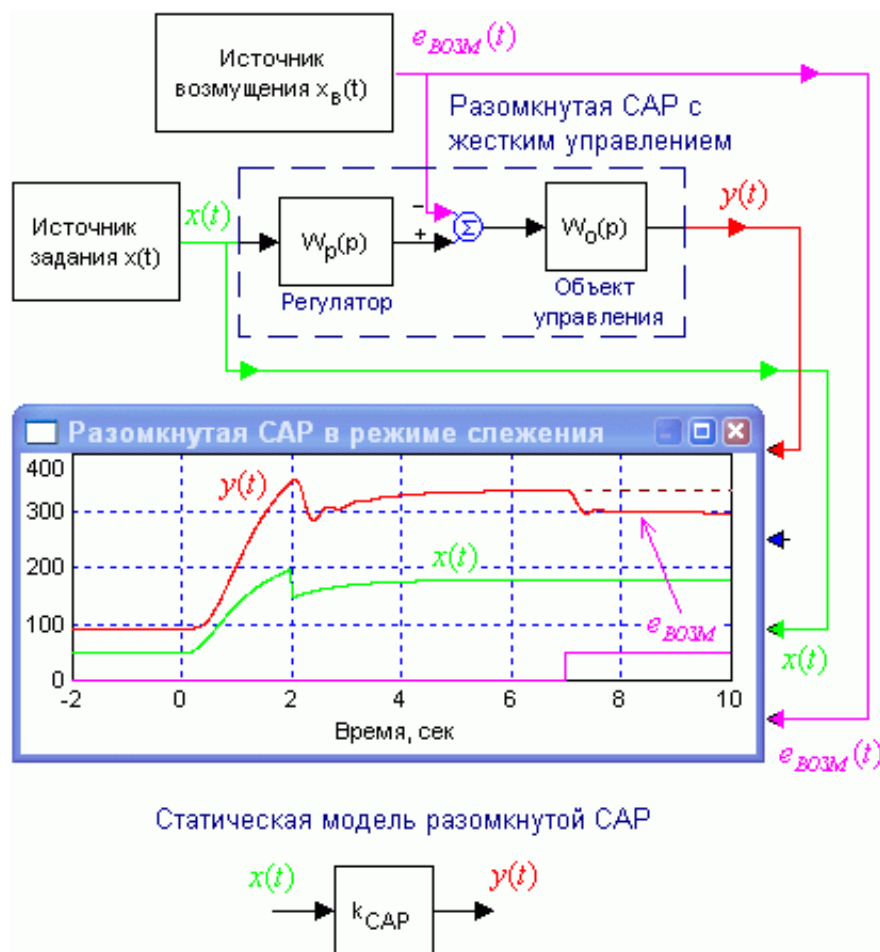


Рис. 2.1. Разомкнутая САУ с жестким управлением

Регулятор воспринимает задание, но не имеет информации ни о состоянии объекта управления, т.е. о его выходной управляемой величине, ни о возмущениях, поступающих на объект. Поэтому САУ отслеживает задание, но не может компенсировать влияние возмущения на управляемую величину. Выходной сигнал САУ при относительно медленно изменяющемся задании просто пропорционален ему (отслеживаемой величине). При резких изменениях задания выходная величина не сразу становится пропорциональной входной из-за инерционности объекта и регулятора, некоторое время продолжается переходный процесс.

Разомкнутая САУ с жестким управлением может быть применена либо если на объект управления не действуют возмущения, либо если их можно заранее вычислить и учесть в задании с обратным знаком.

Ошибки разомкнутой САУ с жестким управлением определяются нестабильностью коэффициента усиления САУ и неточным исключением или учетом возмущений, действующих на объект управления.

**Разомкнутая САУ с управлением по возмущению** (реализующая принцип Чиколева-Понселе) способна решать как задачу слежения, так и задачу стабилизации (рис. 2.2).

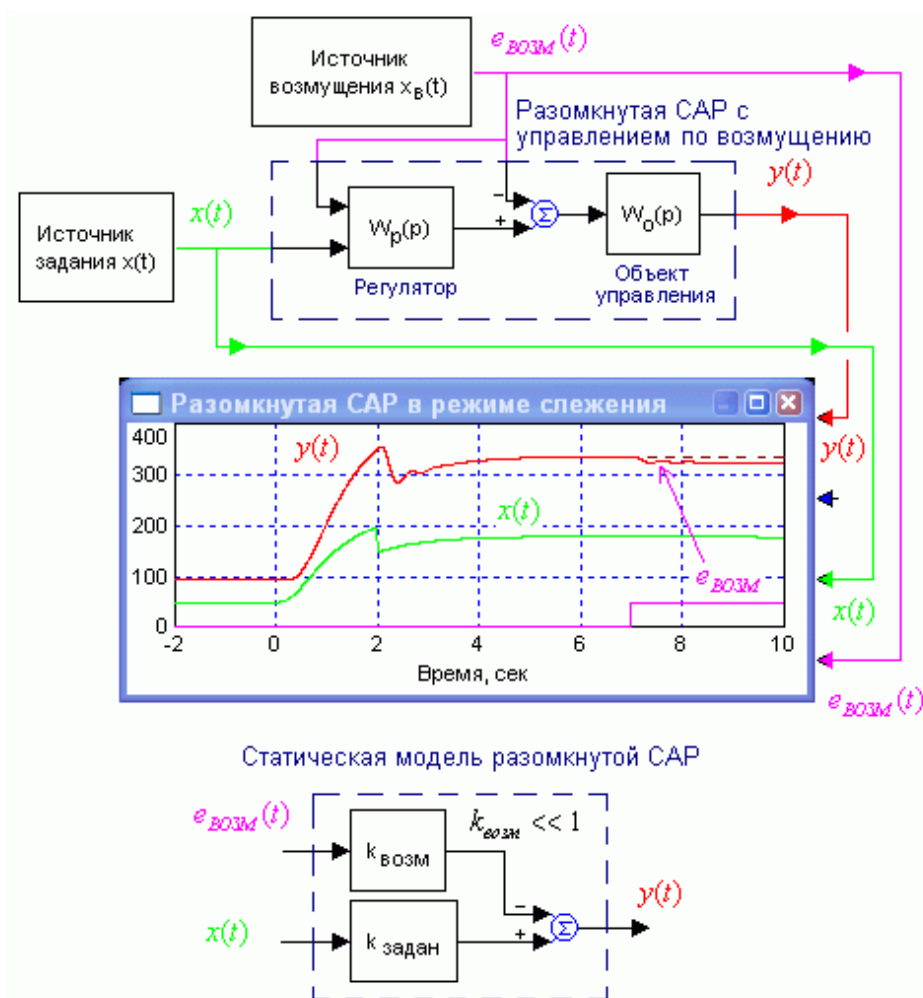


Рис. 2.2. Разомкнутая САУ с управлением по возмущению

Возмущение подается на регулятор, который с некоторой точностью учитывает его, изменяя управляющую величину, подаваемую на объект управления в противоположном направлении. Это позволяет в существенной мере компенсировать влияние возмущений на управляемую величину, а, значит, осуществить стабилизацию, увеличить точность слежения.

Ошибки САУ с управлением по возмущению связаны с неточным определением влияния воздействия на управляемую величину, что сказывается на неточном задании коэффициента усиления  $k_{\text{возм}}$ .

Достоинство разомкнутых САУ, по сравнению с САУ с управлением по отклонению, состоит в большем быстродействии, а недостаток – в меньшей точности.

## Замкнутые САУ

**Замкнутая САУ с управлением по отклонению** реализует принцип управления Ползунова-Уатта.

Замкнутая САУ с управлением по отклонению имеет так называемый контур управления, в котором по цепи обратной связи в регулятор поступает значение выходной (управляемой) величины. Это позволяет вычислить **отклонение** реального значения управляемой величины от требуемого, задаваемого входной величиной САУ, и сформировать и подать на вход объекта управления такой сигнал управления, который сведет к нулю или допустимому минимуму это отклонение (ошибку регулирования).

Задачи слежения и стабилизации решают и разомкнутые САУ, но лучше, с меньшими ошибками, с этим справляются САУ с управлением по отклонению, имеющие контур обратной связи. Еще лучше – комбинированные САУ с управлением как по отклонению, так и по возмущению.

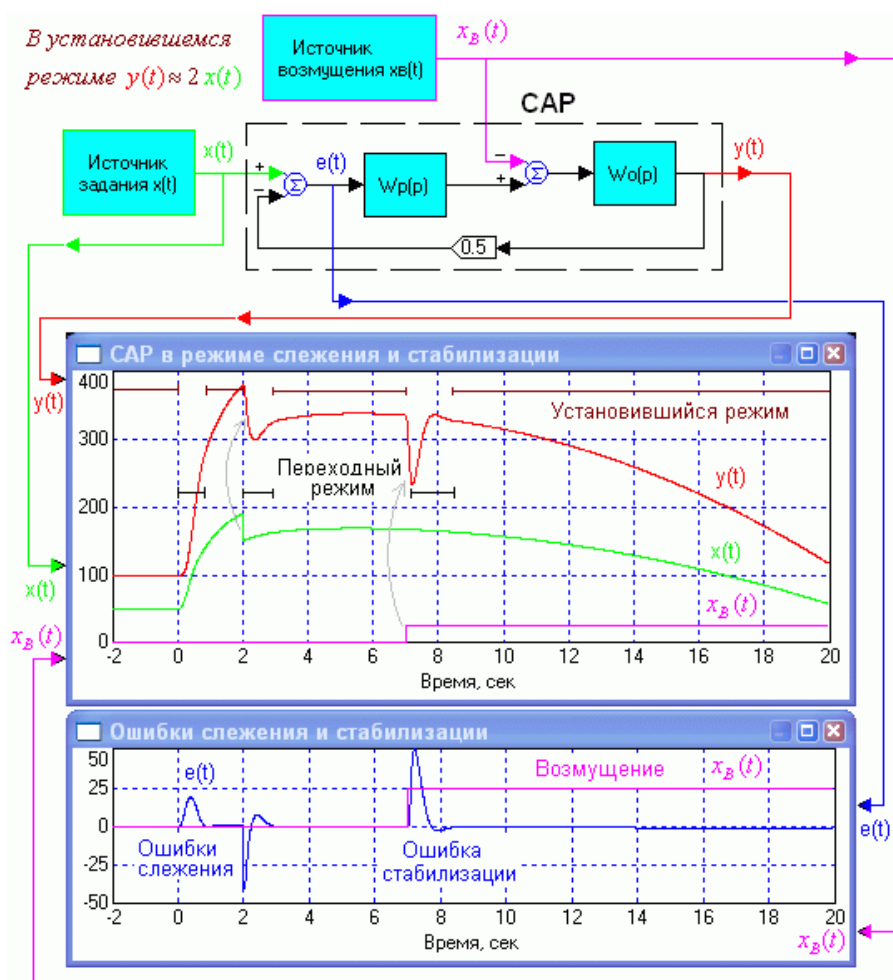


Рис. 2.3. Замкнутая САУ с управлением по отклонению (осуществляет слежение и стабилизацию)

САУ работает в установившемся режиме при сравнительно плавно изменяющихся воздействиях и в переходном режиме при относительно резких изменениях воздействий. Установившийся режим: ошибка слежения меньше допустимой и САУ выполняет свою задачу. Переходный режим: ошибка велика и САУ не справляется некоторое, сравнительно небольшое, время со своей задачей. Переходный режим может возникать как при резком изменении задания (отслеживаемой величины), так и при резком изменении возмущения.

Установившийся режим хорошей, качественной САУ характеризуется малыми ошибками регулирования. Другими словами, это означает, что управляемая величина приближенно, с нужной точностью, пропорциональна задающей величине. Это и есть слежение.

В переходных режимах ошибка регулирования может быть велика, пропорциональность управляемой величины и задающей на время переходного процесса теряется, т.е. САУ в это время не выполняет своей задачи или выполняет не достаточно точно. Переходные режимы работы САУ вызываются резким изменением задающей (отслеживаемой) величины или возмущения, а также их младших производных по времени.

В комбинированной САУ с управлением по отклонению и возмущению, в отличие от схемы рис. 2.3, возмущение посредством специального датчика подается, так же, как и в схеме рис. 2.2 на регулятор. Это повышает быстродействие САУ, особенно имеющих звено запаздывания в объекте управления, а также существенно снижает требования, предъявляемые к контуру управления.

## **2.2. Принцип работы САУ в переходном и установившемся режимах**

- 2.2.1. Переходный режим работы САУ. Выход в установившийся режим на слежение
- 2.2.2. Установившийся режим - слежение и стабилизация

Каким же образом функционирует САУ с управлением по отклонению так, что заставляет, принуждает выходную, управляемую величину быть примерно пропорциональной заданию и почти не зависеть от значения возмущения? Рассмотрим кратко ответ на этот вопрос.

### ***2.2.1. Переходный режим работы САУ. Выход в установившийся режим на слежение***

Работа САУ с управлением по отклонению основывается на инерционности звена прямой связи и на наличии главного контура отрицательной обратной связи, благодаря которому ошибка регулирования устремляется системой управления к нулю.

## Слежение

Рассмотрим процессы, происходящие в системе автоматического регулирования при подаче ступенчатого единичного воздействия на ее вход (см. рис. 2.4).

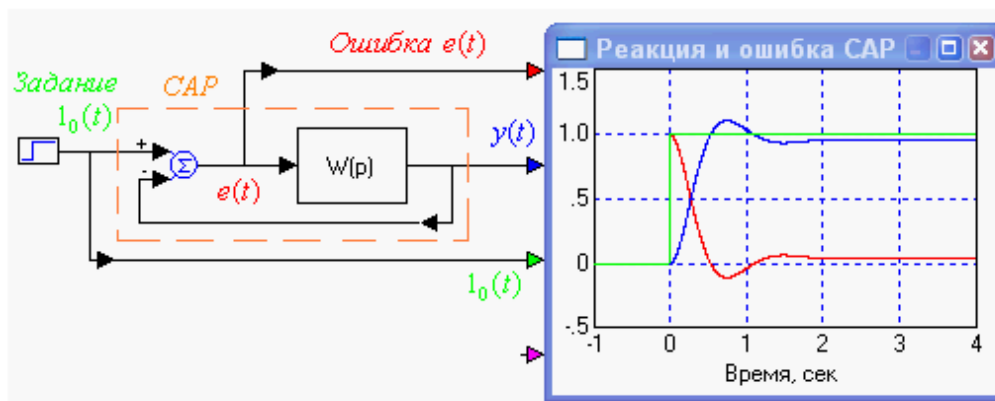


Рис. 2.4 Переходные процессы в САУ

На рис. 2.4 показан переход САУ от одного установившегося режима, когда воздействие было равно нулю, к другому, когда воздействие стало равным единице. Отрицательная обратная связь вынуждает ошибку, прыгнувшую в нулевой момент времени до единицы, стремиться к нулю с течением времени. Выходная величина становится примерно равной входной. САУ переходит в режим отслеживания постоянной величины, равной единице.

Сумматор – безинерционное устройство, поэтому по поступлению на вход САУ ступеньки она немедленно оказывается на выходе сумматора, поскольку на втором входе сумматора сигнал, поступающий с выхода САУ все еще равен нулю, т.к. инерционность звена прямой связи не позволяет прыгнуть его выходному сигналу скачком. Но выходной сигнал, вследствие наличия большого сигнала на входе звена прямой связи, начинает расти. Это приводит к уменьшению с течением времени ошибки регулирования, а выходной сигнал продолжает расти, хотя и все медленнее, до величины, примерно равной входной единичной ступеньки, когда переходный процесс заканчивается и наступает установившийся статический режим.

Если в обратной связи главного контура САУ имеется усилитель, то переходная функция САУ асимптотически стремится к величине, обратной коэффициенту усиления этого усилителя.

Принцип **стабилизации**, осуществляемой САУ с управлением по отклонению, состоит в том, что, если возмущение изменяет управляемую величину, то это сказывается на ошибке регулирования. Контур отрицательной обратной связи стремится свести эту ошибку к нулю или минимуму, близкому к нулю. В результате управляемая величина вновь становится пропорциональной

задающему воздействию, а, значит, действие возмущения компенсировано. Стабилизация осуществлена.

### 2.2.2. Установившийся режим - слежение

На рис. 2.4 показано, что по окончании переходного процесса, вызванного подачей на САУ единичного ступенчатого воздействия, наступает статический режим: все сигналы постоянны. В этом случае инерционные свойства звена прямой связи не проявляют себя. В статической САУ (рис. 2.5), не имеющей интеграторов в контуре, это звено ведет себя как усилитель с коэффициентом усиления, равным коэффициенту усиления контура САУ.

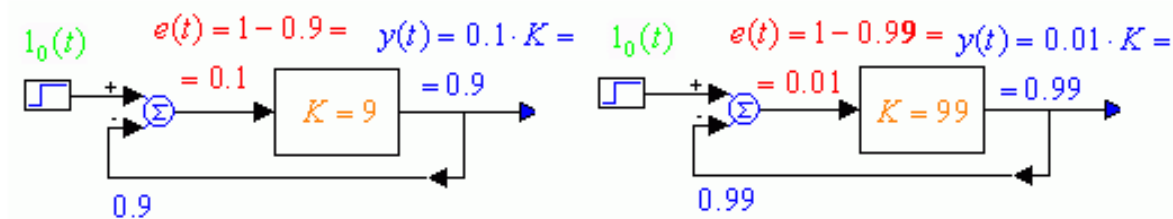


Рис. 2.5. Статическая САУ

В статике (при неизменных воздействиях) ошибка регулирования прямо пропорциональна заданию и обратно пропорциональна коэффициенту усиления контура. Чем больше коэффициент усиления, тем меньше ошибка, тем точнее осуществляется слежение.

Ошибка астатической САУ (см. рис. 2.6) в статике равна нулю благодаря наличию интегратора в контуре.



Рис. 2.6. Астатическая САУ

Выходной сигнал интегратора перестает изменяться только в том случае, когда на его входе сигнал равен нулю. Поэтому переходный процесс длится до тех пор, пока ошибка не станет равной нулю.

Если входной сигнал САУ меняется весьма медленно по сравнению с длительностью в ней переходных процессов, то такой режим работы САУ можно рассматривать как квазистатический (практически статический). В таком случае САУ будет обеспечивать слежение, поскольку ее выходная величина будет равна, или, в общем случае, пропорциональна заданной.

При более быстрых изменениях входного сигнала (отслеживаемой величины) на ошибках САУ начнет сказываться скорость, ускорение, а затем и другие младшие производные входного сигнала по времени (подробнее см. п. 2.3.1).

САУ с управлением по отклонению осуществляет и **стабилизацию**. Действительно, возмущение, действующее на объект управления, отклоняет управляемую величину от заданного значения и это отклонение по обратной связи с учетом изменения знака в сумматоре полностью входит в ошибку регулирования. Контур обратной связи устремляет ошибку к нулю, тем самым компенсируя влияние возмущения.

## 2.3. Показатели качества САУ

- 2.3.1. Установившийся режим
- 2.3.2. Переходный режим

Способность САУ выполнять возложенные на нее задачи количественно определяется так называемыми **показателями качества** – численными параметрами, характеризующими ее точность и быстродействие.

Показатели качества разделяются на:

- показатели качества **переходного режима**,
- показатели качества **установившегося** режима,

которые, в свою очередь, разделяются на:

- **прямые** показатели качества,
- **косвенные** показатели качества.

### 2.3.1. Установившийся режим

- 2.3.1.1. Подрежимы работы САУ, коэффициенты ошибок и астатизм
  - Статические САУ
  - Астатические САУ
- 2.3.1.2. Иллюстрация работы САУ в установившемся режиме. Статическая модель
- 2.3.1.3. Вычисление коэффициентов ошибок. Модель САУ по ошибке
- 2.3.1.4. Вычисление коэффициентов отклика. Модель САУ по задающему воздействию
- 2.3.1.5. Измерение коэффициентов ошибок
  - Определение коэффициента ошибки по положению
  - Определение коэффициента ошибки по скорости
  - Определение коэффициента ошибки по ускорению
- 2.3.1.6. Качество САУ при гармонических воздействиях



### 2.3.1.1. Подрежимы работы САУ, коэффициенты ошибок и астатизм

В установившемся режиме работы САУ должным образом решает возлагаемые на нее задачи: она следит за заданным воздействием, заставляя управляемую величину быть с некоторой точностью пропорциональной заданной величине, и подавляет влияние возмущений на управляемую величину.

Для удобства анализа установившийся режим работы САУ подразделяют на подрежимы

- статический (**статика**), когда воздействия на САУ и ее реакции постоянны, и
- динамический (**динамика**), когда воздействия меняются, но меняются плавно и медленно, т.е. являются гладкими, без скачков, функциями времени, чтобы не проявлялись сколько-нибудь заметно собственные инерционно-колебательные свойства САУ, вызывающие переходный режим.

О динамических свойствах САУ в установившемся режиме судят по ее реакции на пробные воздействия, изменяющиеся во времени по

- степенному закону;
- по гармоническому (синусоидальному) закону.

**Прямые** показатели качества установившегося режима это:

- коэффициент ошибки по положению  $c_0$ ;
- коэффициент ошибки по скорости  $c_1$ ;
- коэффициент ошибки по ускорению  $c_2$ ,

определяемые отдельно по заданию и по возмущению,

а также частотные характеристики замкнутой САУ:

- по каналу управления и
- каналу заданное воздействия (возмущение) – ошибка.

**Косвенный** показатель качества установившегося режима – это порядок **астатизма** САУ.

Установившийся режим характеризуется отсутствием, точнее, слабым проявлением переходных процессов. Воздействия на САУ изменяются сравнительно медленно, так, что она успевает их отслеживать (для заданного воздействия) или компенсировать (для возмущения). Но и слежение в установившемся динамическом режиме, когда воздействия на САУ

относительно медленно изменяются с течением времени, САУ осуществляет с ошибками, которые в условиях нормальной работы сравнительно малы.

При пробных степенных воздействиях вида  $x(t) = A_v t^v 1(t)$  качество САУ удобно характеризовать коэффициентами ошибок. Коэффициенты ошибок связывают ошибку слежения  $e(t)$  (см. рис. 2.4) с отслеживаемой величиной (заданным воздействием) и ее производными:

$$e(t) = c_0 x(t) + c_1 \frac{d}{dt} x(t) + \frac{c_2}{2} \frac{d^2}{dt^2} x(t) + \dots \quad (2.1)$$

Обычно, при исследовании динамики установившегося режима в ряде (2.1) ограничиваются двумя или тремя членами.

Аналогичную формулу можно записать и для канала возмущение – ошибка.

Как следует из (2.1), ошибка регулирования в установившемся режиме тем больше, чем больше отслеживаемая величина, скорость и ускорение ее изменения, и тем меньше, чем меньше коэффициенты ошибок. Смысл формулы (2.1) состоит в том, что в общем случае на ошибку слежения влияет не только отслеживаемая величина, но и ее младшие производные. При увеличении скорости и ускорения изменения воздействия ошибка может возрасти настолько, что превысит допустимое значение, т.е. САУ не успеет отследить с требуемым качеством быстро изменяющийся сигнал.

Сказанное накладывает ограничения на максимальные значения отслеживаемой величины, ее скорости и ускорения, при которых САУ осуществляет слежение с заданной точностью. Например, если задана максимально допустимая ошибка регулирования  $e_m$ , то ограничения можно записать в виде:

$$\left| x(t)_{\max} \right| < \frac{e_m}{3c_0}, \quad \left| \dot{x}(t)_{\max} \right| < \frac{e_m}{3|c_1|}, \quad \left| \ddot{x}(t)_{\max} \right| < \frac{2e_m}{3|c_2|}. \quad (2.2)$$

Отсюда, при необходимости, можно получить формулы для максимальных значений коэффициентов ошибок проектируемой САУ по заданным максимально допустимой ошибке регулирования и величинам заданного воздействия и его производных.

В **статике**, когда  $x(t) = \text{const}$ , ошибка слежения пропорциональна отслеживаемой (задающей) величине:

$$e(t) = c_0 x(t), \quad x(t) = \text{const}, \quad (2.3)$$

поскольку первая и вторая производные константы равны нулю (см. (2.1)).

Формулу, подобную (2.1) можно написать не только для ошибки слежения, но и для ошибки стабилизации, при этом воздействием будет возмущение.

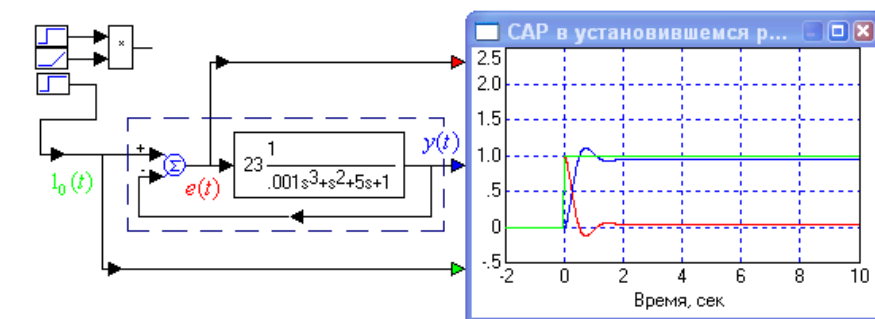
**Астатизм** – косвенная характеристика качества работы САУ в установившемся режиме. **Порядок астатизма** равен **числу интеграторов** в контуре, или, что эквивалентно, наименьшему индексу коэффициента ошибки, не равного нулю.

### Статические САУ (САУ с астатизмом нулевого порядка)

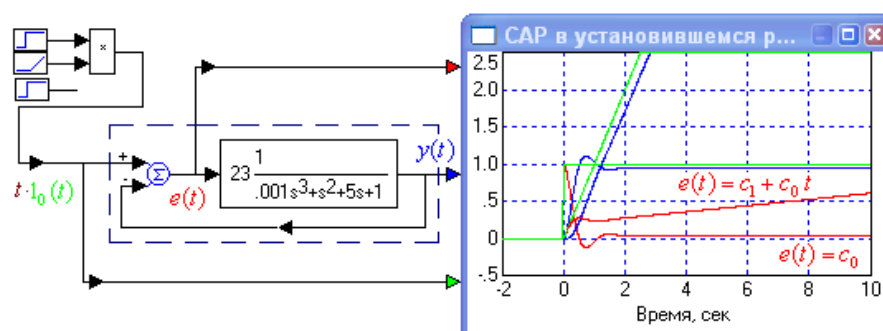
У статических САУ, в контуре которых отсутствуют интеграторы, а уменьшение ошибки слежения достигается увеличением коэффициента усиления контура (см. рис. 2.5), коэффициент ошибки по положению  $c_0 \neq 0$ .

Для статических САУ во многих случаях считается достаточным, чтобы коэффициент ошибки по положению  $c_0$  находился в пределах 0,01 – 0,1. В таком случае, как видно из (2.3), относительная точность слежения составит 1% – 10 %.

У статической САУ ошибка регулирования в установившемся режиме пропорциональна заданному воздействию. Если заданное воздействие постоянно, то и ошибка постоянна. Если заданное воздействие сравнительно медленно и плавно растет, то и ошибка растет по тому же закону (см. рис. 2.7).



а)



б)

Рис. 2.7.

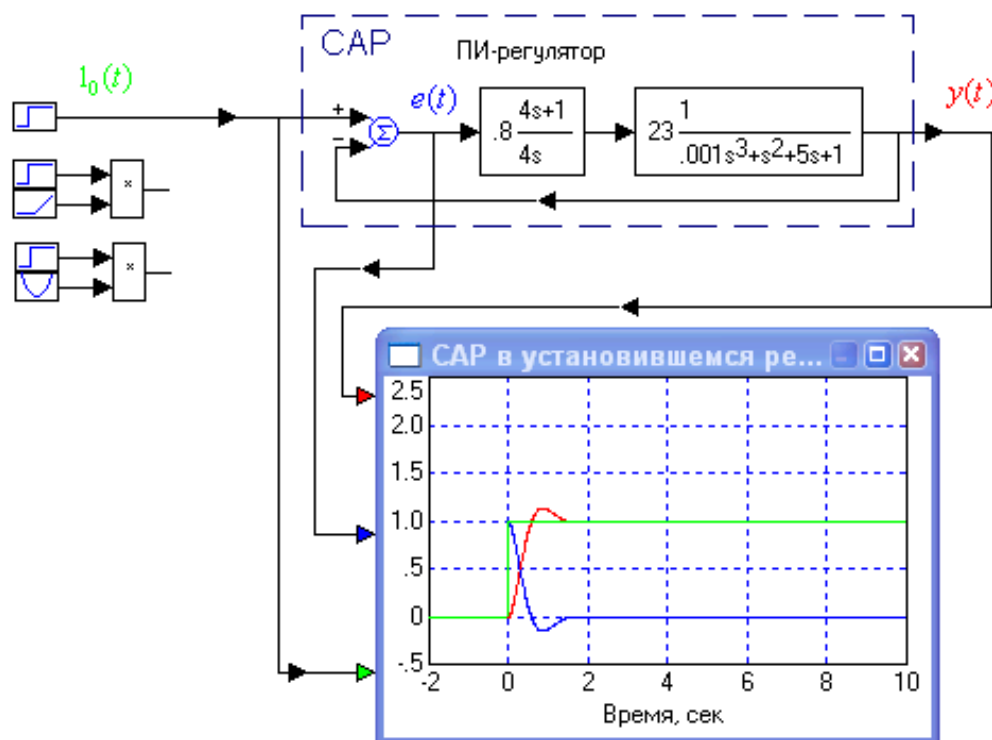
Переходный процесс заканчивается к концу второй секунды. В установившемся режиме ошибка статической САУ пропорциональна воздействию. При постоянном воздействии ошибка постоянна (см. рис. 2.7, а), при линейно растущем задании ошибка линейно растет с течением времени (см. рис. 2.7, б). В установившемся режиме ошибка регулирования (красная линия) много меньше растущего задающего воздействия (салатовая линия).

### Астатические САУ (астатизм больше нуля)

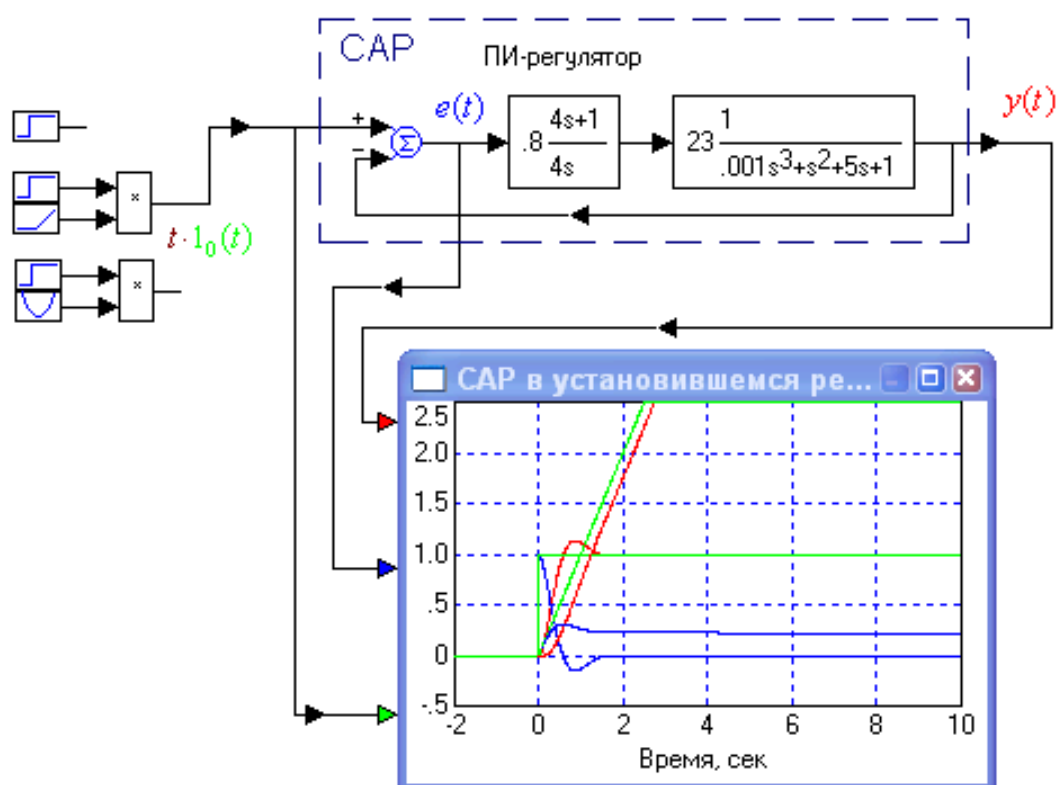
Коэффициент ошибки по положению астатической САУ, содержащей в контуре управления один или несколько последовательно включенных интеграторов, равен нулю:  $c_0 = 0$ .

Астатизм САУ проявляется в том, что при отслеживании постоянных или меняющихся по степенному закону сигналов, ошибка регулирования САУ в зависимости от порядка ее астатизма может быть нулевой. Чем выше порядок астатизма, тем может быть выше степень отличной от нуля производной изменения воздействия, которую САУ отследит с нулевой, или как вариант, с постоянной ошибкой.

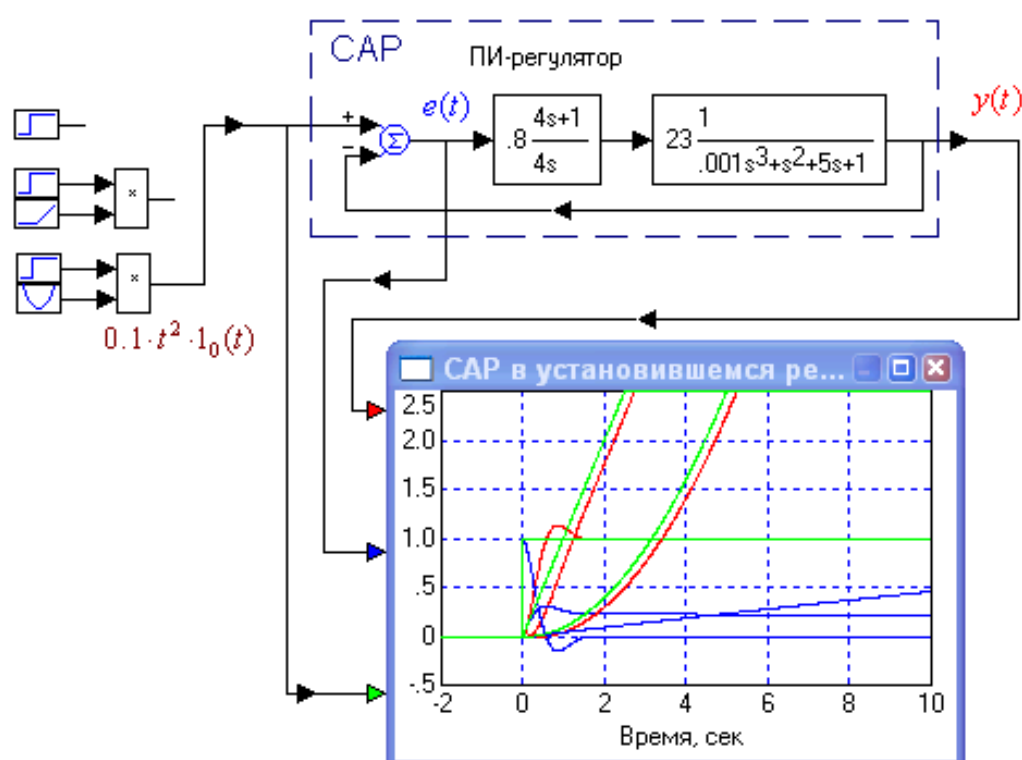
САУ с астатизмом первого порядка отслеживает с нулевой ошибкой постоянный сигнал (рис. 2.8, а), с постоянной ошибкой линейно растущий сигнал (рис. 2.8, б). Если сигнал растет все быстрее с течением времени по квадратичной параболе, то ее ошибка регулирования линейно растет с течением времени (рис. 2.8, в). Все это следует из формулы (2.1).



а)



б)



в)

Рис. 2.8.

В примере рис. 2.8 САУ первого порядка астатизма имеет в контуре один интегратор. В данном случае он входит в состав ПИ-регулятора. Степень роста ошибки со временем на единицу меньше степени роста отслеживаемой величины.

Астатическая САУ первого порядка отслеживает постоянный сигнал с нулевой ошибкой и успевает отслеживать линейно растущие сигналы с постоянной ошибкой, пропорциональной скорости нарастания сигнала. Следить за все ускоряющимся сигналом (параболой) САУ первого порядка при продолжительной работе не успевает: ошибка растет линейно с течением времени. Но поскольку рост и убывание отслеживаемых сигналов обычно сравнительно невелики и не продолжительны, то и ошибка при работе САУ не успевает стать чрезмерно большой.

Астатическая САУ второго порядка успевает отслеживать растущие с течением времени по параболе сигналы с постоянной ошибкой, пропорциональной ускорению нарастания сигнала.

### 2.3.1.2. Иллюстрация работы САУ в установившемся режиме. Статическая модель

Проиллюстрируем работу САУ в установившемся режиме слежения, когда на нее подается задающее воздействия сложного вида (рис. 2.9).

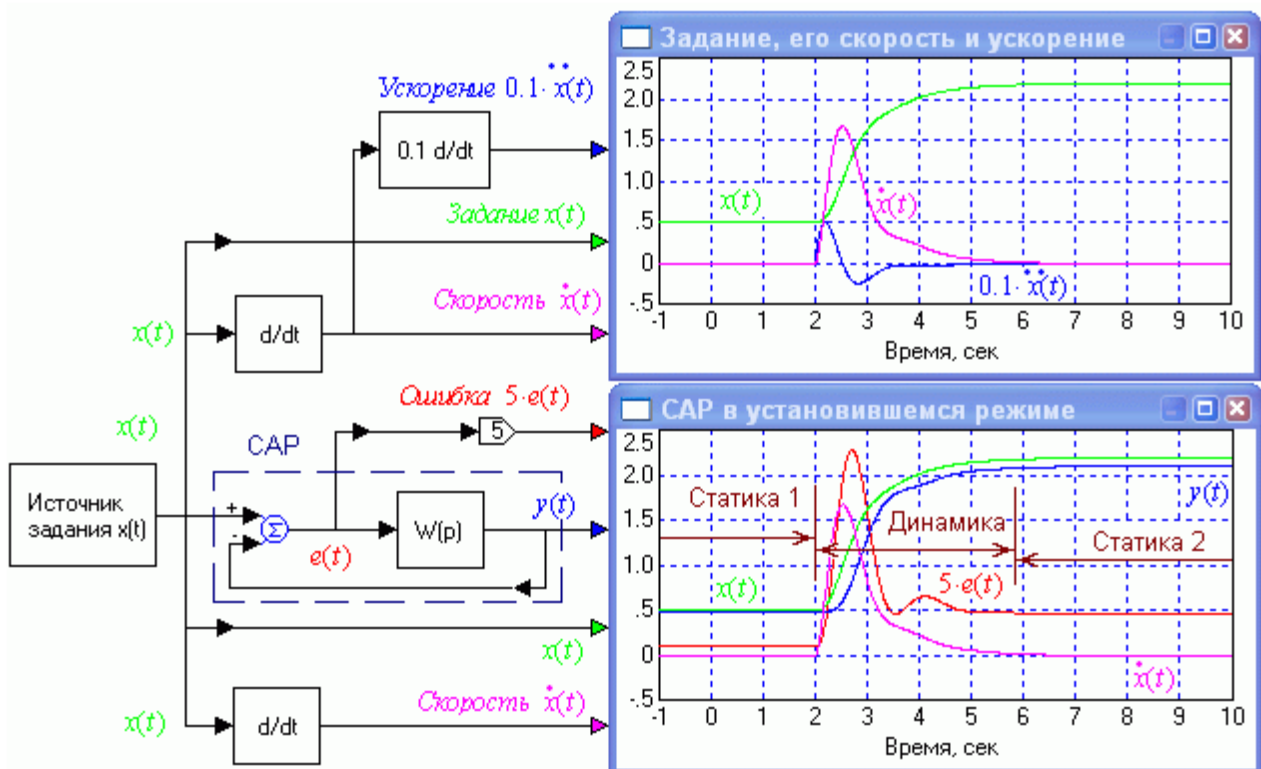


Рис. 2.9. Статическая САУ в установившемся режиме;  
режимы слежения: статика и динамика

Задающее воздействие  $x(t)$  до второй секунды постоянно и равно 0.5, а затем плавно к седьмой секунде достигает уровня 2.2 и вновь становится постоянным. В рассматриваемом интервале времени САУ, работая в установившемся режиме, дважды находится в статике и один раз в динамике, когда воздействие меняется, причем меняется сравнительно плавно и медленно.

На нижней осциллограмме управляемая величина  $y(t)$  (синяя линия) объекта управления, пусть и с некоторой ошибкой, повторяет Задающее воздействие  $x(t)$  (салатовая линия), т.е. рассматриваемая САУ осуществляет слежение – выходная величина пропорциональна задающему воздействию. Видно, что ошибка регулирования в динамике значительно, данном случае раз в пять, превышает ошибку статического режима.

**Статический режим** работы САУ поддерживается с -1 по 2 и с 7 по 10 сек, когда воздействие не изменяется.

Поскольку, как видно, ошибка регулирования в статическом режиме не равна нулю, рассматриваемая САУ статическая (не имеет астатизма). Второй отрезок работы в статике (Статика 2) соответствует возросшему значению задающего воздействия и, как видно, пропорционально возросла и ошибка регулирования  $e(t)$ . Коэффициент пропорциональности здесь – коэффициент ошибки САУ по положению  $c_0$  (2.3).

**Динамический режим.** Рассматриваемая САУ работает в установившемся динамическом режиме со второй по седьмую секунды, когда воздействие плавно меняется. Переходные процессы в САУ заканчиваются за время порядка 1 сек (см. рис. 2.10).

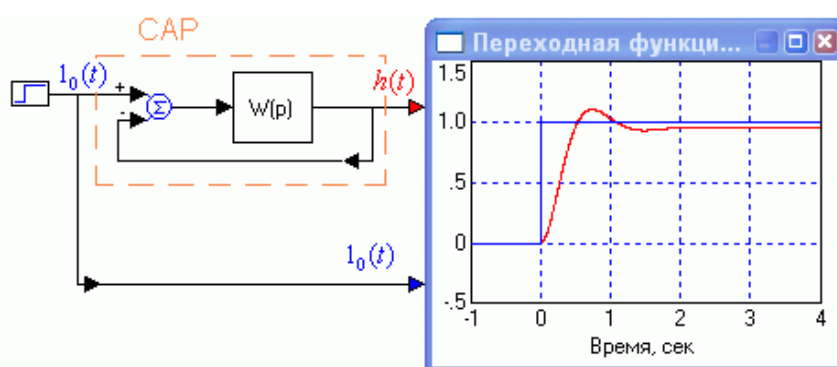


Рис.2.10. Переходная функция САУ

Поскольку изменение задающего воздействия медленное, САУ (рис. 2.9) успевает отслеживать задающее воздействие, и переходный процесс на рассматриваемом динамическом отрезке проявляется сравнительно слабо.

Тем не менее, на рис. 2.7 хорошо видно, что ошибка регулирования существенно возрастает с возрастанием скорости, и более того, она в существенной мере повторяет изменение во времени скорости. Следовательно, рассматриваемая САУ имеет коэффициент ошибки по скорости, который при значениях скорости изменения задающего воздействия, достигающих, как видно,  $1,7 \text{ л/сек}$ , оказывает существенное влияние на ошибку регулирования.

Как показывает рис. 2.9, со второй по третью секунду на ошибке несколько сказывается и ускорение изменения задания, причем, ускорение несколько компенсирует ошибку, создаваемую скоростью изменения задания. Кроме того, график ошибки содержит и слабо выраженную свободную составляющую (см. подробнее ниже).

### Статическая модель САУ

При сравнительно медленных изменениях воздействий САУ в установившемся режиме может быть достаточно точно промоделирована просто пропорциональным звеном: управляемая величина пропорциональна задающему воздействию (см. рис. 2.11).

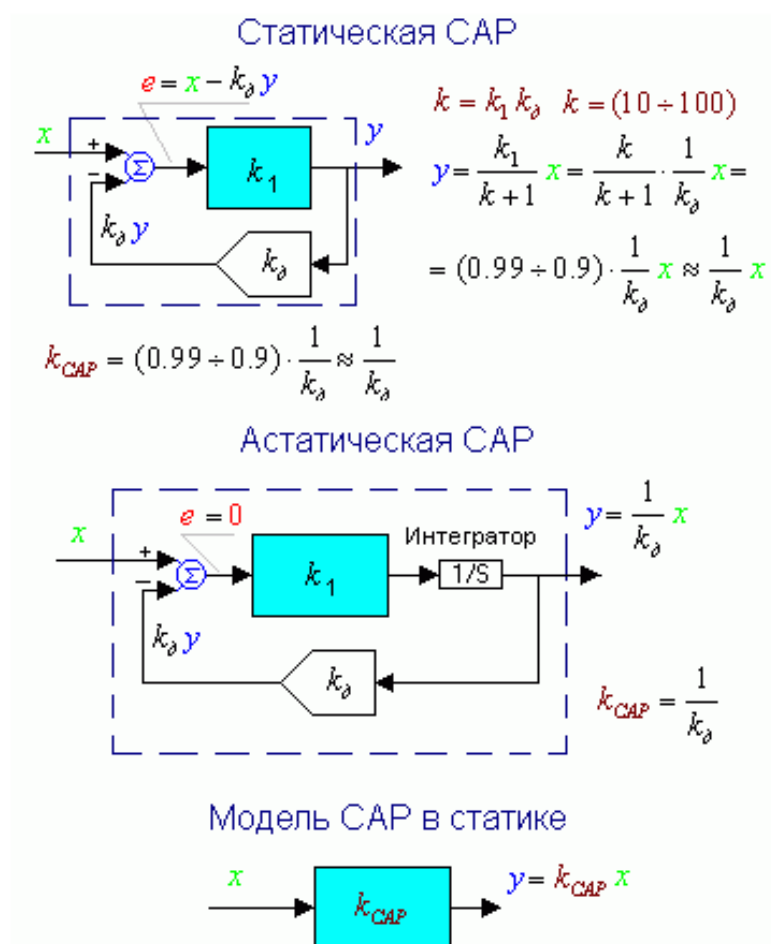


Рис. 2.11. Простейшая модель САУ в режиме квазистатического слежения



Коэффициент усиления статической САУ примерно, а астатической точно, равен обратной величине коэффициента усиления звена обратной связи (датчика). Размерность коэффициента усиления САУ определяется обратной размерностью коэффициента усиления датчика. Например, если размерность датчика САУ температуры печи равна  $0,05 \text{ В/}^{\circ}\text{C}$ , то размерность коэффициента усиления САУ равна  $20 \text{ }^{\circ}\text{C/В}$ .

Более сложная модель САУ учитывает и коэффициенты ошибок по положению, скорости и ускорению (см. ниже).

### 2.3.1.3. Вычисление коэффициентов ошибок

Коэффициенты ошибок могут быть вычислены или измерены на реальной САУ или ее модели.

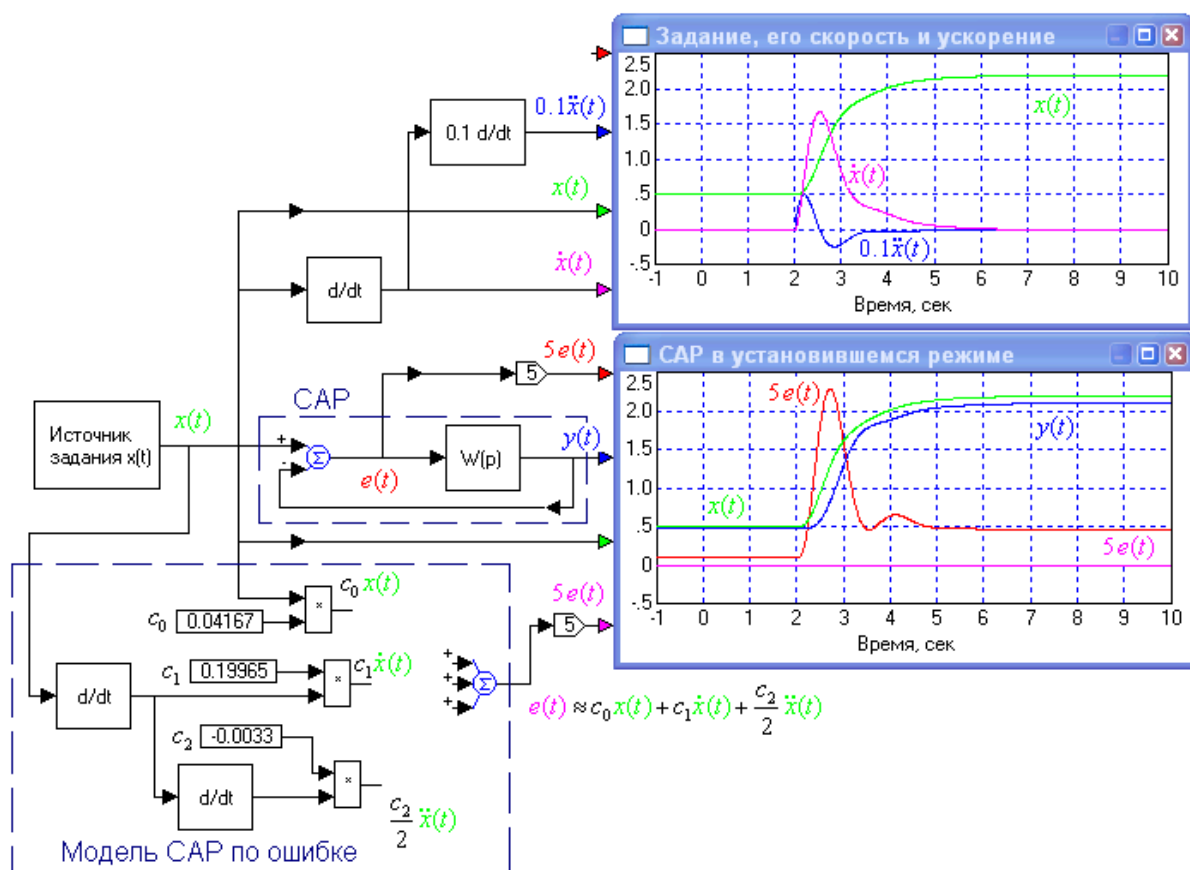
Вычисление коэффициентов ошибок для САУ, показанной на рис. 2.7, можно произвести в Mathcad (рис. 2.12).

$$\begin{aligned}
 W(p) &:= 23 \cdot \frac{1}{0.001 \cdot p^3 + p^2 + 5 \cdot p + 1} && \text{Передаточная функция разомкнутой САУ} \\
 \Phi(p) &:= \frac{1}{1 + W(p)} && \text{Передаточная функция замкнутой САУ по ошибке} \\
 \Phi(p) \text{ series, } p, 3 &\rightarrow \frac{1}{24} + \frac{115 \cdot p}{576} - \frac{23 \cdot p^2}{13824} && \text{Разложение в ряд передаточной функции } \Phi(p) \\
 \text{Коэффициенты ошибок} &&& \\
 c_0 &:= \frac{1}{24} && c_1 := \frac{115}{576} && c_2 := 2 \cdot \left( -\frac{23}{13824} \right)
 \end{aligned}$$

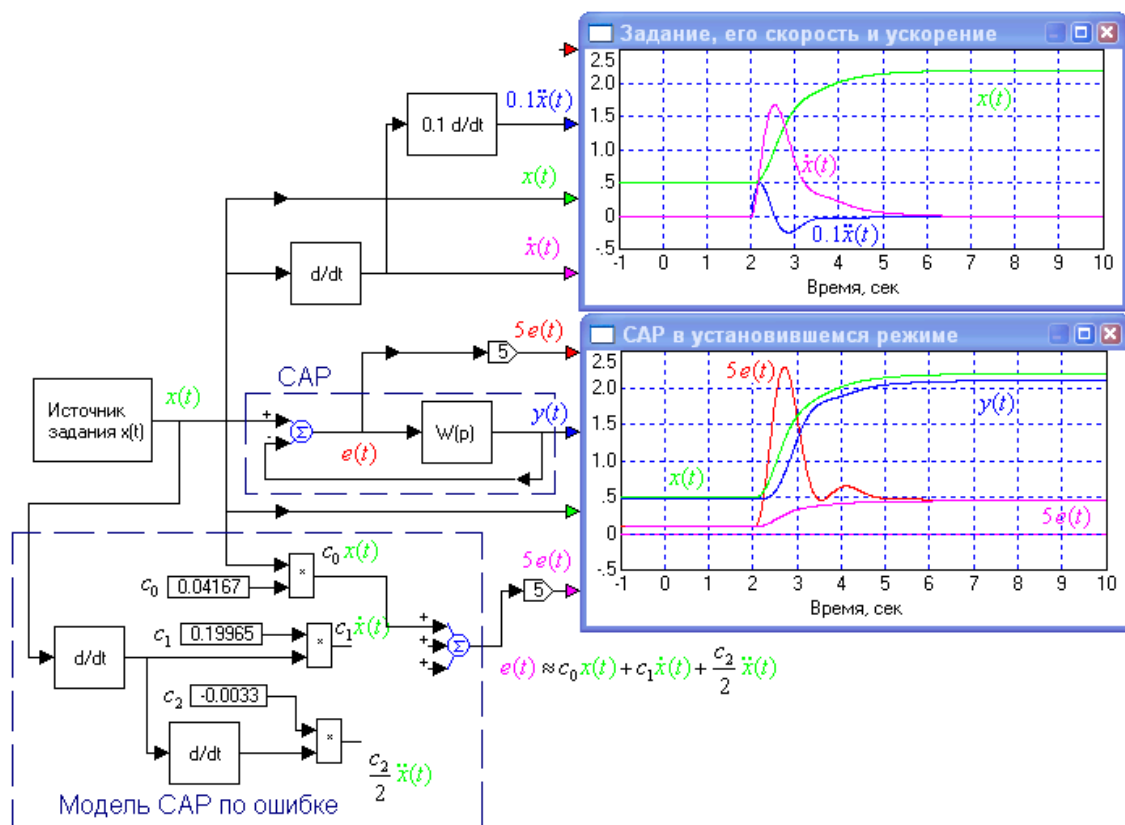
Рис. 2.12. Определение коэффициентов ошибок

### Моделирование САУ по ошибке

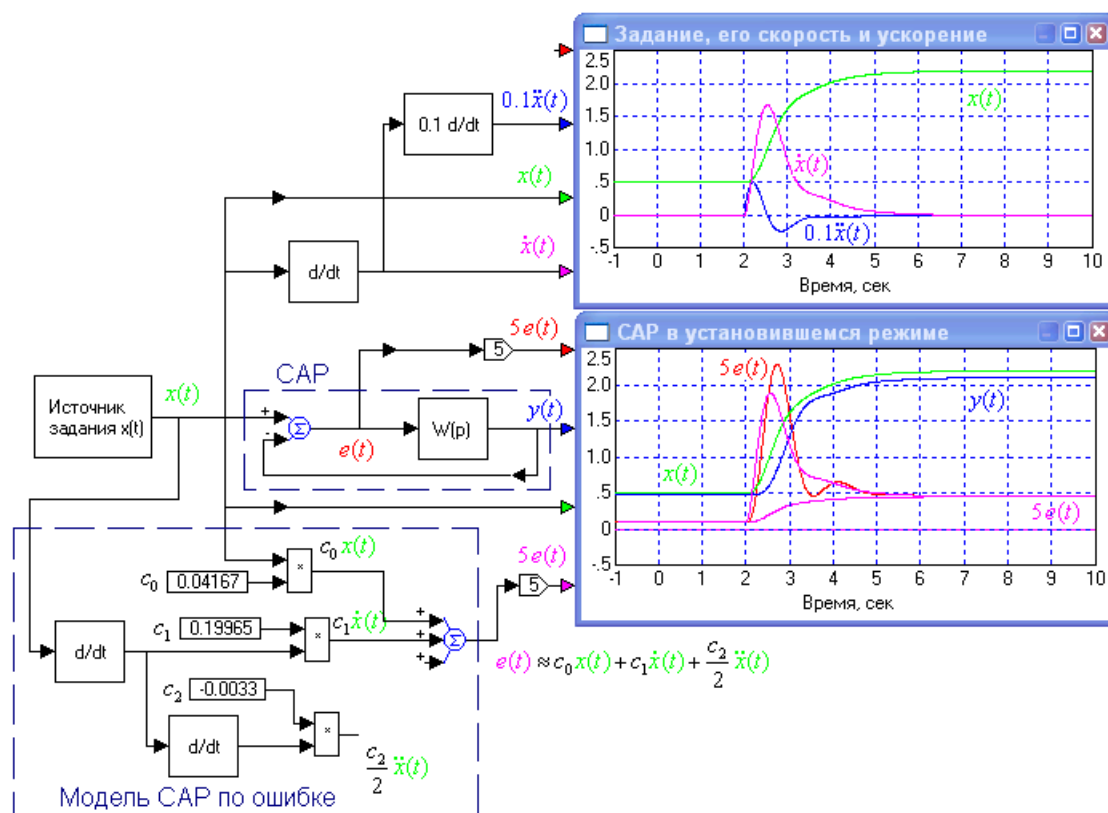
Промоделируем САУ, работающую в установившемся режиме, с помощью полученных коэффициентов ошибок и сравним ошибки модели с ошибками исходной САУ (см. рис. 2.13, а-г). Модель основывается на уравнении (2.1).



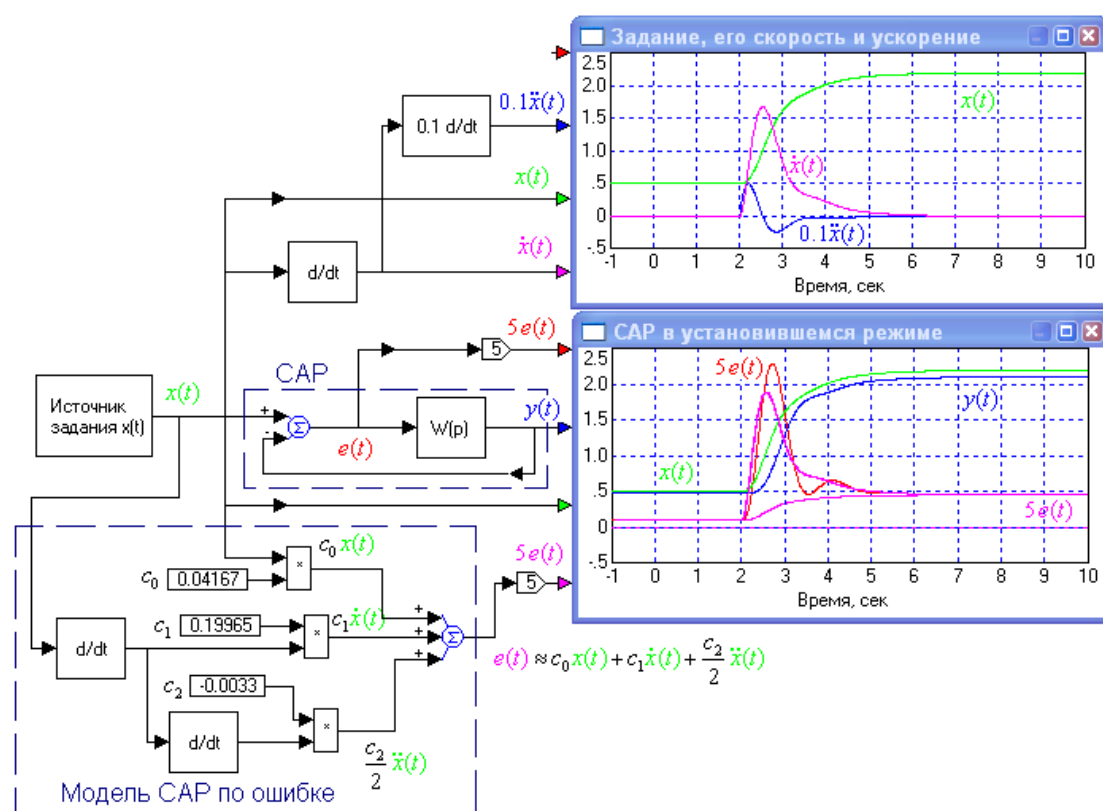
a)



б)



В)



Г)

Рис. 2.13.

Проанализируем рис. 2.13, а-г. Простая модель САУ по ошибке, построенная на основе ее коэффициентов ошибок, адекватна исходной САУ, работающей в установившемся режиме. Учет в модели коэффициента ошибки по скорости  $c_1$  существенно улучшает ее точность, а учет коэффициента по ускорению  $c_2$  в данном случае практически не влияет на ошибку. Это значит, что ускорение изменения данного сигнала для рассматриваемой САУ относительно невелико.

В статике совпадение полное (фиолетовая кривая повторяет красную), а в динамике в ошибках есть отличие, обусловленное вкладом переходного процесса. Но этот вклад в данном случае сравнительно мал и характер изменения ошибки модели в основном соответствует поведению ошибки САУ.

Смысл модели САУ по ошибке, представленной рис. 2.13, для установившегося режима состоит в том, что дифференцирование гладкого сигнала предсказывает его поведение на некоторый интервал времени вперед. А коэффициенты ошибок являются весовыми коэффициентами, определяющими свойства САУ воспринимать производные воздействия и учитывающими вклад сигнала и его производных в получаемую ошибку. На этой основе может быть построена и модель САУ, определяющая ее выходной сигнал в установившемся режиме (см. ниже).

#### **2.3.1.4. Вычисление коэффициентов отклика**

В установившемся режиме линейная САУ может рассматриваться в виде простой модели, выходной сигнал которой определяется взвешенной суммой отслеживаемой величины и ее младших производных:

$$y(t) = g_0 x(t) + g_1 \frac{d}{dt} x(t) + \frac{g_2}{2} \frac{d^2}{dt^2} x(t) + \dots \quad (2.4)$$

где  $g_0, g_1, g_2$  – коэффициенты отклика. Вычисление коэффициентов отклика в Mathcad иллюстрирует рис. 2.14.

Отметим, что коэффициенты ошибок и соответствующие коэффициенты отклика связаны:

$$c_0 = \frac{1}{k+1}, \quad g_0 = \frac{k}{k+1},$$

где  $k$  – коэффициент усиления контура, (2.5)

$$c_0 = 1 - g_0, \quad c_1 = -g_1, \quad c_2 = -g_2, \quad \dots$$

$$W(p) := 23 \cdot \frac{1}{0.001 \cdot p^3 + p^2 + 5 \cdot p + 1} \quad \text{Передаточная функция разомкнутой САУ}$$

$$\Phi(p) := \frac{W(p)}{1 + W(p)} \quad \text{Передаточная функция замкнутой САУ по задающему воздействию}$$

$$\Phi(p) \text{ series, } p, 3 \rightarrow \frac{23}{24} - \frac{115 \cdot p}{576} + \frac{23 \cdot p^2}{13824} \quad \text{Разложение в ряд передаточной функции } \Phi(p)$$

Коэффициенты ошибок

$$g_0 := \frac{1}{24} \quad g_1 := -\frac{115}{576} \quad g_2 := 2 \cdot \frac{23}{13824}$$

Рис. 2.14. Вычисление коэффициентов отклика

### Моделирование САУ по отслеживаемой величине

Модель, построенная на основе коэффициентов отклика адекватна и соответствует реальной САУ в установившемся режиме работы (рис. 2.15).

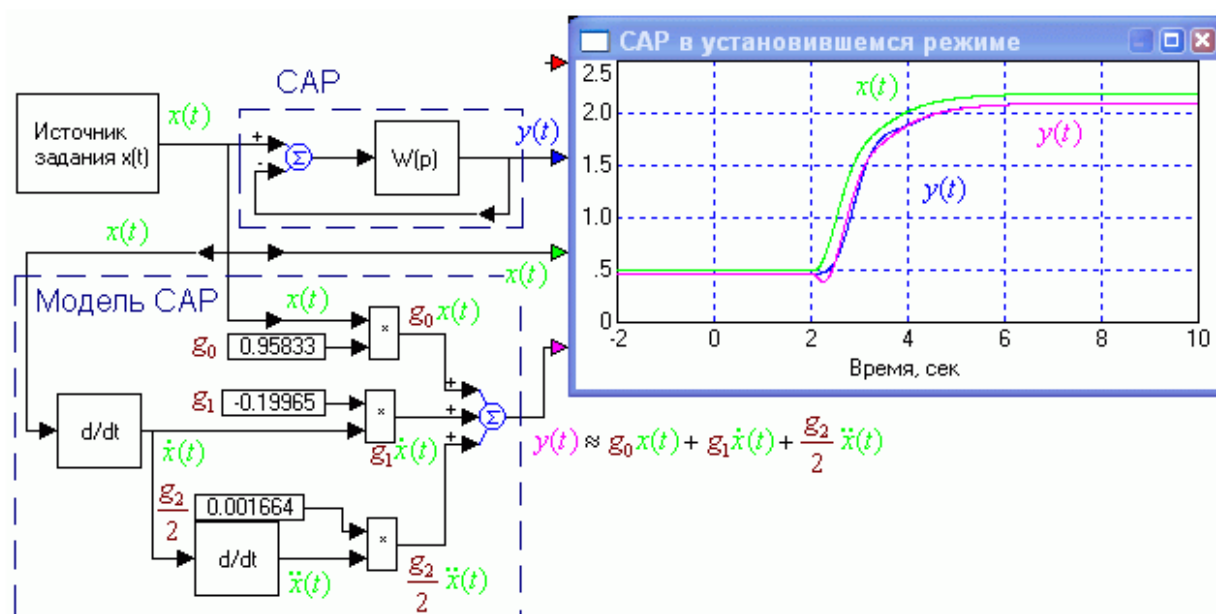


Рис. 2.15. Модель САУ, построенная на основе коэффициентов отклика

Как видно из рис. 2.15, в установившемся режиме, когда переходные процессы слабо выражены и в задающем воздействии отсутствуют шумы, модель, построенная на основе коэффициентов отклика, дает хорошее приближение к

полной модели САУ (фиолетовая линия покрывает синюю в статике и очень близка к ней в динамике)

### 2.3.1.5. Экспериментальное определение коэффициентов ошибок

- Определение коэффициента ошибки по положению
- Определение коэффициента ошибки по скорости
- Определение коэффициента ошибки по ускорению

#### Определение коэффициента ошибки по положению

Из формулы (2.3) следует, что при постоянном воздействии, равном единице, ошибка регулирования численно равна коэффициенту ошибки по положению  $c_0$ . Другими словами, установившееся значение ошибки при воздействии на САУ единичной ступенчатой функции равно коэффициенту ошибки по положению  $c_0$ .

**Пример** экспериментального определения коэффициента ошибки по положению для рассматриваемой системы показан на рис. 2.16.

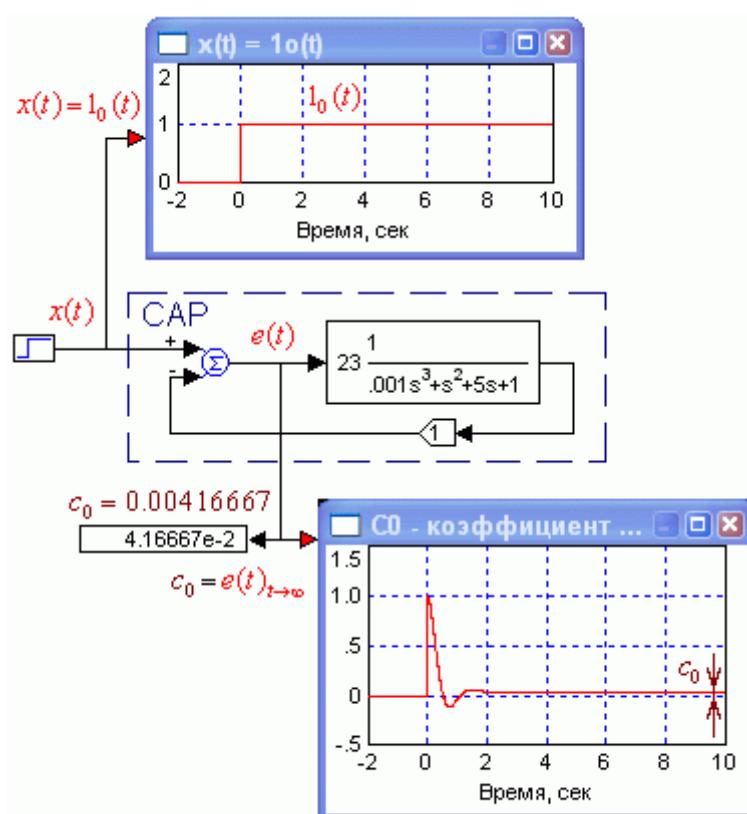


Рис. 2.16.

Как показывает рис. 2.16, с течением времени ошибка отслеживания постоянного единичного сигнала стремится к значению коэффициента ошибки  $c_0$  по положению.

## Определение коэффициента ошибки по скорости

При линейно растущем воздействии  $t \cdot 1(t)$  по окончании переходных процессов для ошибки слежения можно на основе (2.1) записать:

$$e(t) \Big|_{t \rightarrow \infty} = c_0 t + c_1, \quad (2.6)$$

поскольку в установившемся режиме первая производная задающего воздействия равна единице  $\frac{d}{dt}x(t)=1$ , а вторая его производная  $\frac{d^2}{dt^2}x(t)=0$ .

Отсюда

$$c_1 = e(t) \Big|_{t \rightarrow \infty} - c_0 t. \quad (2.7)$$

**Пример** экспериментального определения коэффициента ошибки по скорости для рассматриваемой системы иллюстрирует рис. 2.17.

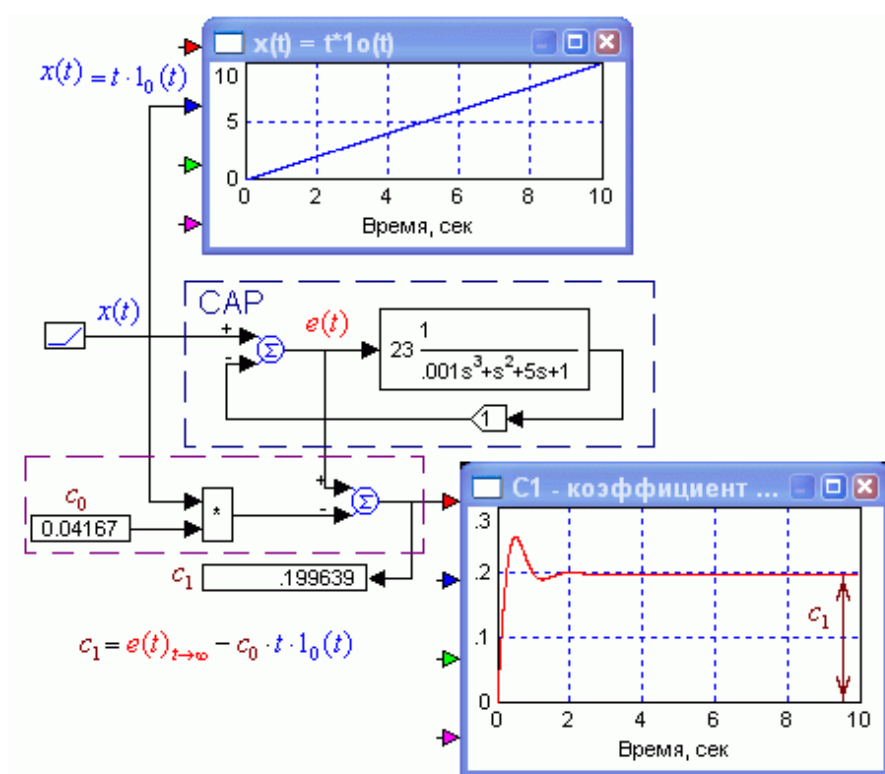


Рис. 2.17.

Как видно из рис. 2.17, с течением времени ошибка, за вычетом величины, пропорциональной входному линейно растущему сигналу, стремится к значению коэффициента ошибки  $c_1$  по скорости.

У САУ первого порядка астатизма коэффициент ошибки по положению  $c_0$  равен нулю и схема рис. 2.17 упрощается.

На основе формулы (2.1) по аналогии с (2.6) и (2.7) может быть построена и модель для экспериментального определения **коэффициента ошибки по ускорению**. В этом случае на вход САУ следует подавать сигнал, растущий по параболе.

### 2.3.1.6. Качество САУ при гармонических воздействиях

Работа САУ по отслеживанию периодического воздействия, например, синусоидального, происходит в установившемся режиме. Пробное гармоническое (синусоидальное) воздействие позволяет оценить качество работы САУ при отслеживании и компенсации знакопеременных воздействий, например, вибраций, а также шумов.

Качество САУ при гармоническом пробном сигнале характеризуется частотными характеристиками САУ по каналам: управления, задающее воздействие – ошибка, возмущение – ошибка, а также параметрами этих характеристик. Характеристики могут быть получены расчетным путем или измерены экспериментально.

**Пример** вычисления частотных характеристик САУ в Mathcad показан на рис. 2.18.

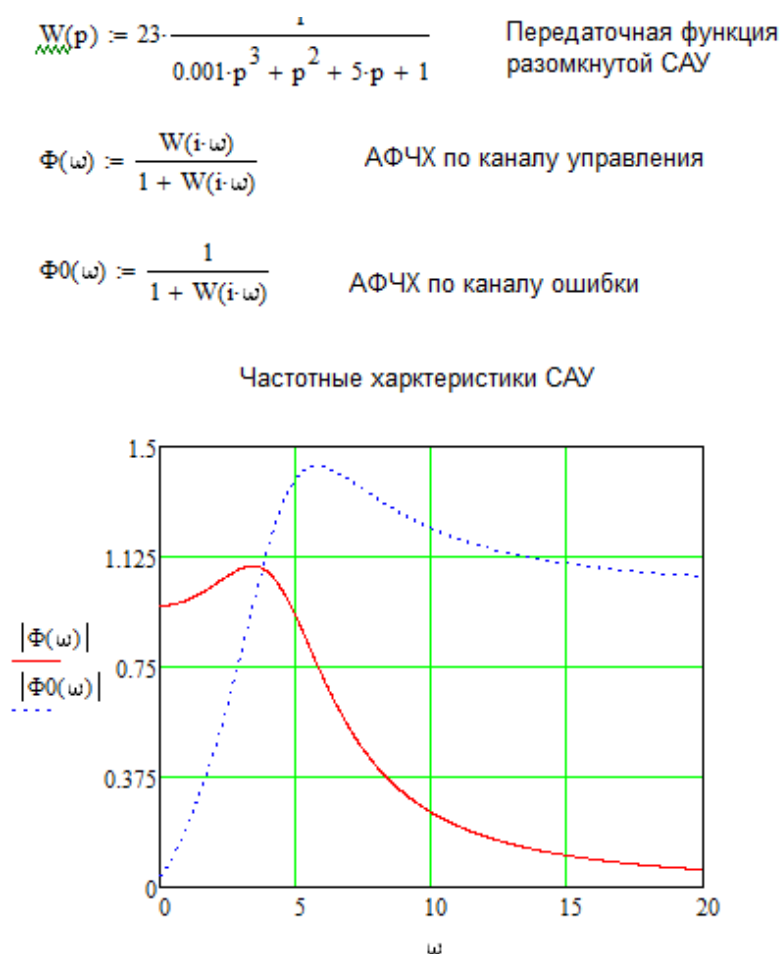


Рис.2.18. Вычисление и построение частотных характеристик САУ



САУ решает задачу слежения только на нижних частотах.

Частотные характеристики показывают, как будут меняться с изменением частоты амплитуда выходного сигнала САУ и амплитуда ее ошибки слежения, если на вход САУ будет подан синусоидальный сигнал единичной амплитуды.

Как видно из рис. 2.18, при слежении за гармоническим сигналом амплитуда выходной (управляемой) величины САУ примерно равна амплитуде отслеживаемого сигнала вплоть до частоты  $5 \text{ рад/сек}$ . В то же время, амплитуда ошибки растет с частотой значительно быстрее, чем убывает амплитуда выходной величины. Уже на частоте  $1 \text{ рад/сек}$  амплитуда ошибки достигает 20% амплитуды задающего воздействия.

Таким образом, если рассматриваемая САУ предназначена для того, чтобы повторить амплитуду, то она пригодна вплоть до частот в  $5 \text{ рад/сек}$ , но если от САУ требуется слежение с ошибкой, меньшей 20%, то ее пригодность ограничивается частотой, меньшей  $1 \text{ рад/сек}$ . Частотные характеристики САУ по ошибке могут быть измерены таким же способом, как и любые другие частотные характеристики (см. лаб. раб. № 2).

### 2.3.2. Переходный режим

- 2.3.2.1. Прямые и косвенные показатели качества переходного режима
  - Прямые показатели
  - Косвенные показатели
- 2.3.2.2. Иллюстрация работы САУ в переходном режиме

САУ работает в переходном режиме тогда, когда происходит резкое изменение задающего воздействия или возмущения (скачкообразное изменение самого воздействия или его младших производных).

Переходный режим сугубо динамический, поскольку воздействия на САУ меняются во времени и меняются резко. Поэтому на выходном сигнале в переходном режиме существенно сказываются собственные инерционно-колебательные свойства САУ.

В течение переходного режима работы САУ не всегда выполняет задачи слежения и стабилизации: ошибки регулирования могут быть слишком велики.

#### ***2.3.2. Прямые и косвенные показатели качества переходного режима***

Прямые показатели качества переходного режима характеризуют то, как быстро и с какими ошибками САУ справляется с резкими изменениями задающего воздействия и возмущения, отслеживает и компенсирует их.

**Прямые** показатели это параметры:

- время регулирования  $t_p$  и
- перерегулирование  $\sigma$ .

В дополнение к названным числовым показателям качества должен быть указан и вид переходной функции САУ.

И тот и другой параметры легко определяются по переходной функции САУ (см. рис. 2.19).

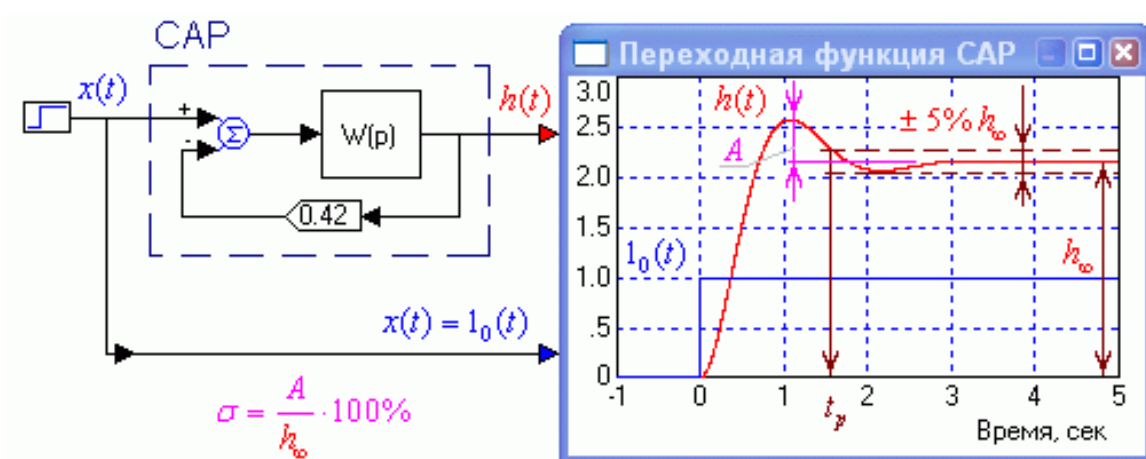


Рис. 2.19. Переходная функция САУ.  
Определение прямых показателей качества

Таким образом, для прямой оценки качества переходного режима достаточно построить переходную функцию САУ.

Смысл прямых показателей следующий.

**Время регулирования**  $t_p$  — это время, за которое переходная функция достигает уровня, отличающегося от ее асимптотического значения  $h_\infty$  не более чем на 5% (т.е. функция попадает в так называемый 10%-й коридор). Таким образом, в течение времени регулирования  $t_p$  ошибки слежения за ступенчато изменяющимся сигналом велики (см. рис. 2.20).

Как видно из рис. 2.20, ошибка регулирования при отслеживании ступенчатой функции в течение переходного процесса вначале прыгает скачком до уровня входного сигнала, а затем постепенно уменьшается. В данном случае переходный процесс заканчивается примерно за одну секунду и далее САУ начинает следить за входным сигналом с удовлетворительной точностью.

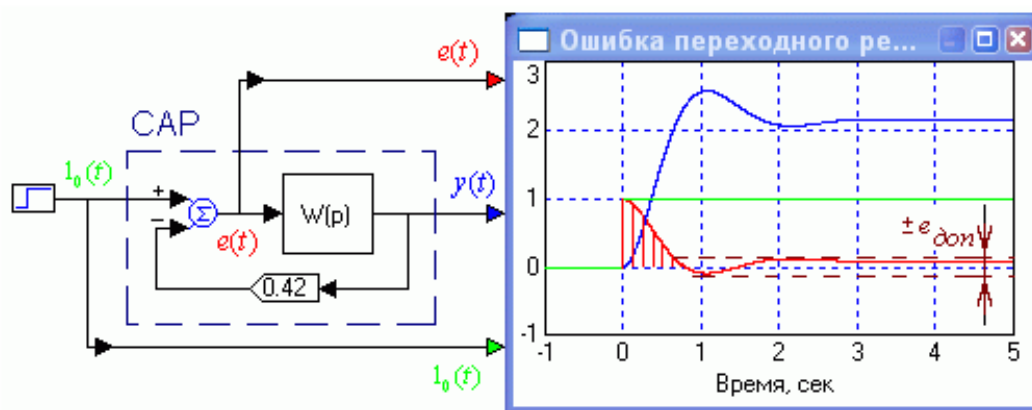


Рис. 2.20.

**Перерегулирование**  $\sigma$  – это максимальное относительное превышение переходной функцией ее установившегося значения, выраженное в процентах (см. рис. 2.19)

$$\sigma = \left| \frac{h_{\max} - h_{\infty}}{h_{\infty}} \right| 100\% = \frac{A}{h_{\infty}} 100\% . \quad (2.8)$$

Нереализуемая идеальная (инвариантная) САУ является безинерционной, ее выходной сигнал при отслеживании ступенчатого изменения задающего воздействия изменился бы скачком. Реальная САУ обладает инерционностью, и поэтому ее выходной сигнал устанавливается за время  $t_p$ , которое и характеризует количественно инерционность реальной САУ, т.е. ее быстродействие. Перерегулирование характеризует степень колебательности САУ.

Чем быстрее САУ переходит из одного установившегося режима в другой, тем меньше совокупная ошибка регулирования, связанная с переходным процессом. Но на практике бывает важно и то, как «мягко» переходит САУ из определяемого одним значением входной величины (задающего воздействия или возмущения) к установившемуся режиму, определяемому другим значением. Поэтому часто в качестве оптимальной имеет смысл принять такую САУ, у которой переходная функция находится на границе между монотонной и апериодической. Последнее условие выполняется автоматически, если перерегулирования составляет 1% – 5 %.

На практике от САУ зачастую требуется отслеживать значительно более плавно изменяющиеся сигналы, чем ступенчатая функция. И, поэтому, если САУ удовлетворительно отслеживает ступенчатую функцию, достаточно быстро и с допустимой ошибкой (перерегулированием), то сигналы, изменяющиеся более плавно, САУ будет отслеживать еще лучше.

**Косвенные** показатели качества переходного режима это:

- запасы устойчивости САУ по фазе и амплитуде, а также частота среза разомкнутого контура;
- корневые показатели качества (колебательность и затухание, среднегармоническое значение);
- частотные показатели качества (граничная частота и колебательность частотной характеристики замкнутой САУ и др.)

Если косвенные показатели качества САУ попадают в требуемые диапазоны, то качество САУ, определяемое прямыми показателями, оказывается удовлетворительным или лучше.

## 2.4. О терминологии

Некоторые термины в ТАУ имеют сходное или одинаковое написание и звучание, но существенно отличаются по смыслу, в зависимости от контекста, в котором они используются. Ниже даны определения некоторых понятий и области их применения.

**Возмущение.** Это модель совокупности факторов, воздействие которых на объект управления САУ приводит к отклонению выходной, управляемой величины объекта от требуемого значения. Возмущение представляет собой сигнал, т.е. функцию времени, который часто приводится (пересчитывается) ко входу объекта управления.

**Задающее воздействие.** Это частный случай отслеживаемой величины, функция времени, известная заранее. Слежение САУ за известной заранее величиной называют программным управлением. Важный частный случай задающего воздействия – единичная ступенчатая функция, которая широко используется в качестве пробного сигнала для выявления статических и динамических свойств САУ.

**Примеры.** Охотник, наводя ружье на бегущего зайца, осуществляет слежение, а гид телескопа (устройство наведения в виде разомкнутой САУ), наводя ось телескопа на звезду, решает задачу программного управления.

**Отслеживаемая** системой автоматического регулирования **величина.** Это входная величина САУ, воздействие, функция времени, в общем случае не известная заранее. САУ должна обеспечить пропорциональность выходной, управляемой величины объекта управления, отслеживаемой величине.

**Переходный и установившийся** режим работы САУ. Работа САУ при отслеживании воздействия, которое либо само, либо его младшие производные хотя бы один раз резко меняются в первом случае, и при отслеживании гладких воздействий во втором. Ошибка регулирования САУ (отклонение) в

переходном режиме равна сумме вынужденной и свободной составляющих решения дифференциального уравнения, причем свободная компонента (слагаемое) значительна по величине, превосходит или имеет тот же порядок, что и вынужденная составляющая ошибки. В установившемся режиме свободная составляющая ошибки регулирования значительно меньше вынужденной.

**Вынужденная и свободная** составляющие решения дифференциального уравнения. В случае, если задающее воздействие на систему, как функция времени известно, то техника аналитического решения уравнения позволяет выделить эти составляющие, в сумме дающие решение дифференциального уравнения, т.е. отклик САУ на заданное воздействие. Вынужденная составляющая определяется гладкой аддитивной компонентой воздействия и свойствами САУ воспринимать его, а свободная составляющая – резкими изменениями воздействия и его младших производных, а также инерционно-колебательными свойствами САУ. Выделить из решения вынужденную и свободную составляющие при использовании классического метода аналитического решения дифференциального уравнения в случае неизвестного заранее воздействия, значения которого поступают, например, в режиме реального времени, невозможно.

**Разомкнутая САУ** (с жестким управлением или с управлением по возмущению). САУ, не имеющая контура управления, в которой отсутствует обратная связь с выхода объекта управления к регулятору.

**Разомкнутый контур** замкнутой САУ. Замкнутая САУ, обратная связь в которой разомкнута на время исследования САУ. Если разомкнуть контур замкнутой САУ, то она не превратится в разомкнутую САУ, например, с жестким управлением.

**Стабилизация САУ.** Приведение САУ из неустойчивого, или недостаточно устойчивого состояния, в устойчивое, с хорошими запасами устойчивости по амплитуде и фазе.

**Статика.** Режим работы САУ, при котором воздействия на САУ, а, следовательно, и ее реакция на них постоянны, в отличие от динамики, когда воздействия и реакция меняются с течением времени.

**Статическая САУ** – САУ, не имеющая интеграторов в контуре. В установившемся режиме работы такая САУ следит с ошибкой, пропорциональной отслеживаемой величине.

**Управляемая** величина объекта управления. Это выходная величина объекта, которая изменяется под действием на его входе **управляющей** величины.

## 2.5. Заключение

Качество работы линейной САУ характеризуется численными параметрами, определяющими точность и быстродействие САУ. Для переходного режима работы – это время регулирования  $t_p$  и перерегулирование  $\sigma$ . Для установившегося режима работы – это коэффициенты ошибок по положению  $c_0$ , скорости  $c_1$  и ускорению  $c_2$ .

При сравнительно медленно изменяющихся воздействиях САУ успевает с некоторой точностью следить за заданием и компенсировать возмущение. Такой **режим** называется **установившимся динамическим**. В этом режиме управляемая величина примерно пропорциональна задающему воздействию и практически не зависит от возмущения. Такую работу САУ называют **слежением** и **стабилизацией**. В установившемся динамическом режиме САУ работают большую часть времени. САУ с управлением по отклонению может характеризоваться максимальной допустимой ошибкой регулирования в установившемся режиме при условии, что отслеживаемая величина и возмущение, а также их младшие производные не превышают установленных величин, определяемых коэффициентами ошибок.

Если воздействия изменяются резко и на значительную величину, возникает **переходный процесс** со значительными ошибками регулирования, проявляющий инерционно-колебательные свойства САУ. В этом режиме САУ не справляется с возложенными на нее задачами.

Реальная САУ, подвергаясь воздействиям, просто реагирует на них. Выделение установившегося и переходного режимов вытекает из способа описания человеком модели САУ с помощью дифференциальных уравнений, принцип решения которых и позволяет выделить две компоненты решения: свободную и вынужденную. Эти компоненты и определяют общее решение.

САУ, как правило, работает в динамическом режиме, причем в ее ошибке присутствуют в том или ином соотношении и вынужденная, и свободная компоненты. Когда одна из них превалирует, то режим называют установившимся или переходным соответственно. Но при некотором изменении во времени воздействий соотношение между компонентами может быть и равное, в том смысле, что каждая из них может вносить соизмеримый вклад в ошибку регулирования. Такой режим тоже можно отнести к переходному.

## 3. Задания к работе

- [3.1. Исследование качества линейной САУ](#)
  - [3.1.1. Создание лабораторного стенда](#) и определение параметров качества



Проверить, что с увеличением времени регулирования коэффициент ошибки по положению  $c_0$  САУ 1 становится все меньше и стремится к нулю.

Что можно сказать о порядке астатизма САУ1 и САУ2?

### **3.1.2. Определение коэффициента ошибки по скорости $c_1$**

Изменить схему стенда в соответствии с рис. 2.17, подав на вход САУ вместо ступеньки линейно нарастающий сигнал  $x(t) = t \cdot 1(t)$ . Значение коэффициента ошибки по положению  $c_0$  взять из предыдущего пункта 3.1.1.

Определить коэффициент ошибки по скорости  $c_1$ .

Каков порядок астатизма САУ1 и САУ2?

### **3.1.3. Определение коэффициента ошибки по ускорению $c_2$**

Из формулы (2.1) следует, что при параболическом воздействии вида  $x(t) = t^2 \cdot 1(t)$ , имеющем производные при  $t > 0$ :

$$\dot{x}(t) = 2t, \quad \ddot{x}(t) = 2, \quad (3.1)$$

коэффициент ошибки по ускорению  $c_2$  равен:

$$c_2 = e(t) \Big|_{t \rightarrow \infty} - c_0 t^2 - c_1 \cdot 2t. \quad (3.2)$$

Изменить схему стенда в соответствии с формулой (3.2), а также подать на вход САУ параболу. Значение коэффициентов ошибок по положению  $c_0$  и скорости  $c_1$  взять из предыдущего пункта.

Определить коэффициент ошибки по ускорению  $c_2$ .

Провести анализ результатов, сделать выводы.

## **3.2. Исследование влияния постоянной времени форсирующего звена на качество САУ**

- [3.2.1. Лабораторный стенд](#)
- [3.2.2. Определение зависимости времени регулирования и перерегулирования от постоянной времени форсирующего звена](#)

Формальным способом повышения быстродействия САУ является последовательное включение на ее входе форсирующего звена.



Оценить возможности сокращения времени регулирования.

### 3.2.1. Лабораторный стенд

Построить модель виртуального стенда для оценки влияния постоянной времени форсирующего звена на качество САУ (см. рис.3.3).

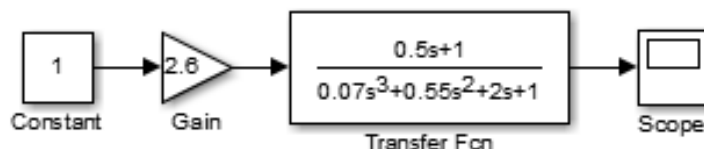


Рис. 3.3. Лабораторный стенд для оценки влияния постоянной времени форсирующего звена на качество САУ

### 3.2.2. Определение зависимости времени регулирования и перерегулирования от постоянной времени форсирующего звена

Изменяя постоянную времени  $T$  форсирующего звена от 0 до 2 сек (0.5 сек, 1.0 сек, 1.5 сек, 1.7 сек, 1.8 сек, 1.9 сек) определить значения времени регулирования  $t_p$  и перерегулирования  $\sigma$ .

Построить графики зависимости времени регулирования  $t_p$  и перерегулирования  $\sigma$  от постоянной времени форсирующего звена:  $t_p(T)$  и  $\sigma\%(T)$  (см. рис. 3.4).



Рис.3.4. Заготовка системы координат для построения графиков  $t_p(T)$  и  $\sigma\%(T)$

Определить оптимальное значение постоянной времени  $T$  форсирующего звена. Соотнести ее с главной постоянной времени САУ, равной в данном случае 2 сек (см. рис 3.3)

**Примечание.** Форсирующее звено не имеет реального (физического) аналога в чистом виде. Однако его можно с достаточной точностью реализовать как инерционно-форсирующее, выбрав постоянную времени знаменателя много меньшей постоянной времени форсирующего множителя (числителя передаточной функции)



Рис. 3.5. Нереализуемое форсирующее звено и его реализуемая модель – инерционно-форсирующее звено

### 3.3. Идентификация регулятора и объекта управления САУ

- [3.3.1. Идентификация регулятора](#)
- [3.3.2. Идентификация объекта управления](#)

Пусть имеется работающая САУ (см. рис. 3.6), но состав регулятора и объекта управления ее неизвестны. Необходимо исследовать названные элементы САУ, построить их модели и убедиться, что они соответствуют элементам исследуемой САУ.

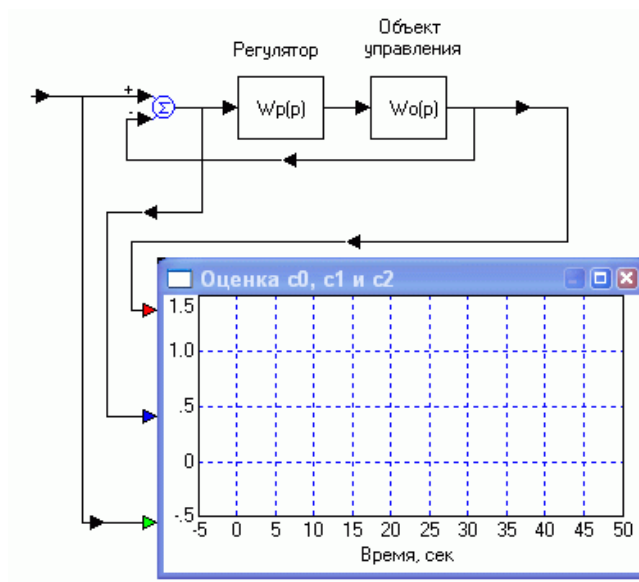


Рис. 3.6.

#### 3.3.1. Идентификация регулятора

Пусть регулятор исследуемой САУ имеет характеристики, показанные на рис. 3.7.

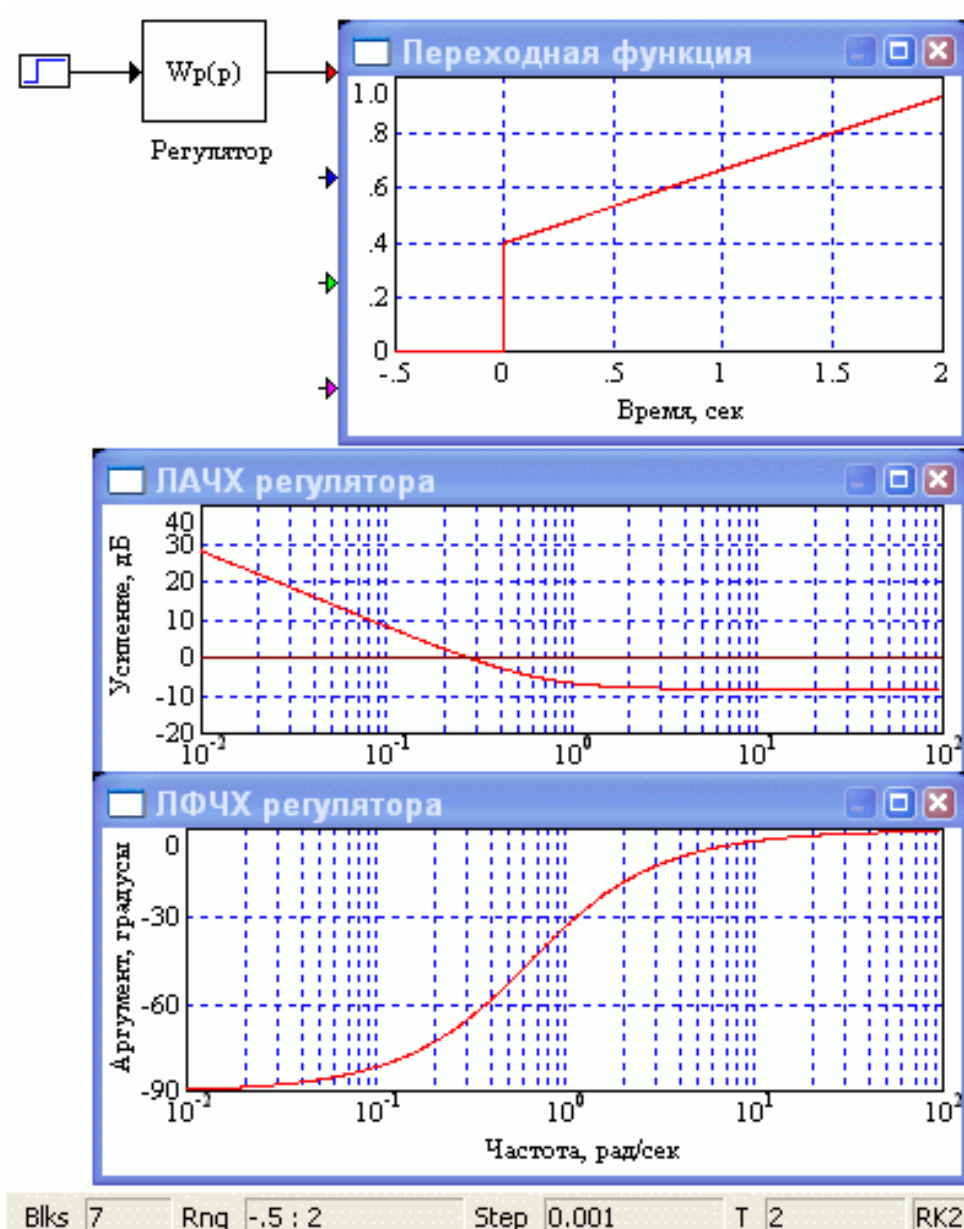


Рис. 3.7. Характеристики для идентификации регулятора САУ

По приведенным характеристикам построить модель регулятора (записать его передаточную функцию).

Наводящие вопросы:

Сколько звеньев в регуляторе, какие они? Есть там интегратор, апериодическое звено, форсирующее звено?

Какие коэффициенты усиления и постоянные времени у отдельных звеньев?

**Подсказка.** По переходной функции в данном случае целесообразно построить модель, состоящую из параллельного соединения звеньев:

$$W_p(p) = k_n + \frac{k_n}{p}, \quad (3.3)$$

а по частотным характеристикам – из последовательно соединенных звеньев:

$$W_p(p) = k_p \frac{T_\phi p + 1}{p}. \quad (3.4)$$

Установить в схеме рис.3.7 модель регулятора, построить переходный процесс и частотные характеристики.

Сравнить полученные характеристики с заданными на рис. 3.7. Какова точность полученной модели?

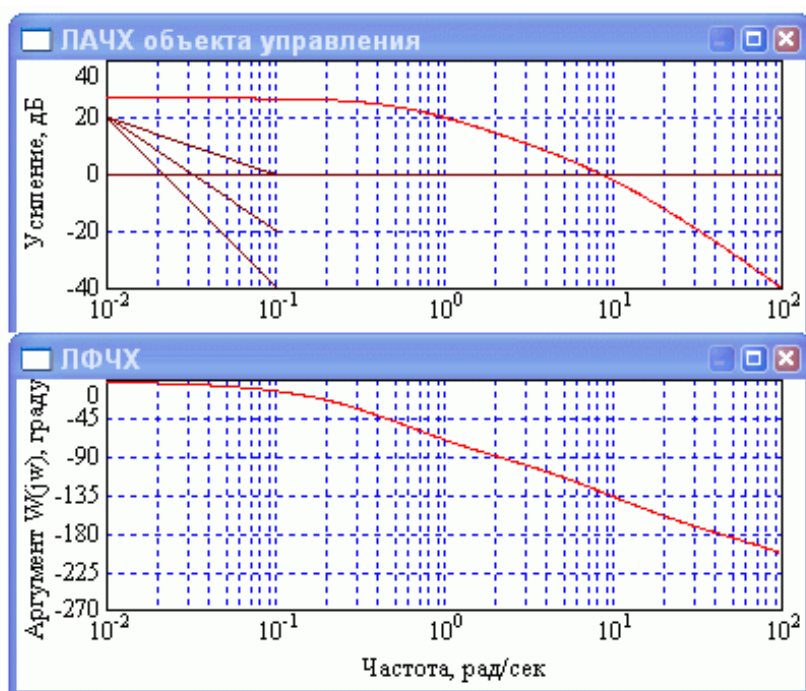
Сделать выводы.

### 3.3.2. Идентификация объекта управления

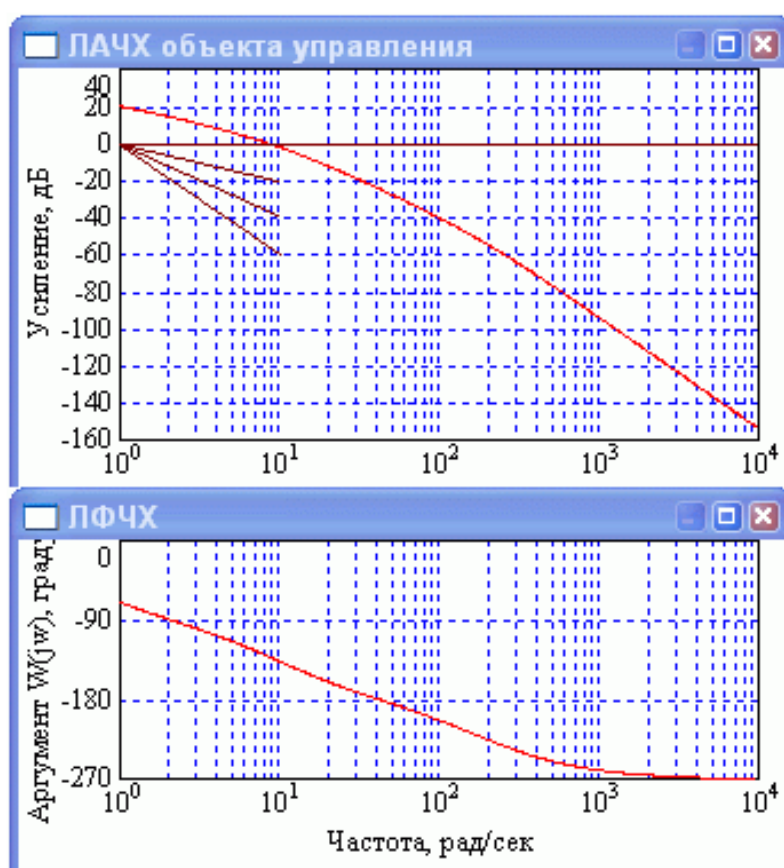
Пусть объект управления исследуемой САУ имеет характеристики, показанные на рис. 3.8.



а)



б)



в)

Рис. 3.8. Характеристики для идентификации объекта управления САУ:  
а) переходная характеристика; б) ЛАФЧХ; в) ЛАФЧХ на высоких частотах

Из каких последовательно включенных типовых звеньев можно построить модель объекта управления?

Каков коэффициент усиления объекта управления? Каковы постоянные времени звеньев, составляющих модель объекта управления?

Установить полученную модель объекта управления, построить переходный процесс и частотные характеристики.

Сравнить полученные характеристики с заданными на рис. 3.8. Какова точность полученной модели?

Сделать выводы.

#### ***4. Отчет о выполненной работе***

Отчет должен содержать:

- наименование лабораторной работы;
- цель и задачи работы;
- краткие теоретические сведения по теме исследований;
- вид лабораторных стендов для проведенных исследований;
- результаты исследований в виде таблиц и графиков;
- выводы.

#### ***6. Контрольные вопросы и задачи***

- [6.1. Вопросы и задания](#)
- [6.2. Задачи](#)

##### **6.1. Вопросы и задания**

1. Какие свойства охватывает понятие "качество САУ"?
2. Дать классификацию режимов и подрежимов работы САУ.
3. Какие задачи решают САУ?
4. Какие виды САУ существуют?
5. Каковы причины возникновения переходного режима работы САУ?
6. В чем заключается принцип работы разомкнутых САУ?
7. В чем заключается принцип работы замкнутых САУ?
8. Что такое статика и динамика применительно к САУ?

9. Что такое установившийся и переходный режимы работы САУ? Чем они обусловлены? В каком режиме САУ выполняет возложенные на нее задачи?

10. Какими показателями характеризуется качество переходного режима?

11. Какими показателями характеризуется качество установившегося режима?

12. В чем состоит принцип определения параметров качества переходного режима?

13. В чем состоит принцип определения коэффициентов ошибок САУ?

14. Каковы косвенные показатели качества САУ в переходном и установившемся режимах?

## 6.2. Задачи

1. Определить время регулирования и перерегулирования для САУ, переходные функции которых имеют вид:



Рис. 6.1. Переходные функции САУ

Указать, статические или астатические те САУ, переходные функции которых приведены на рис. 6.1.

2. Чему равен коэффициент ошибки по положению системы автоматического регулирования, показанной на рис. 6.2, и как он связан с коэффициентом усиления контура?

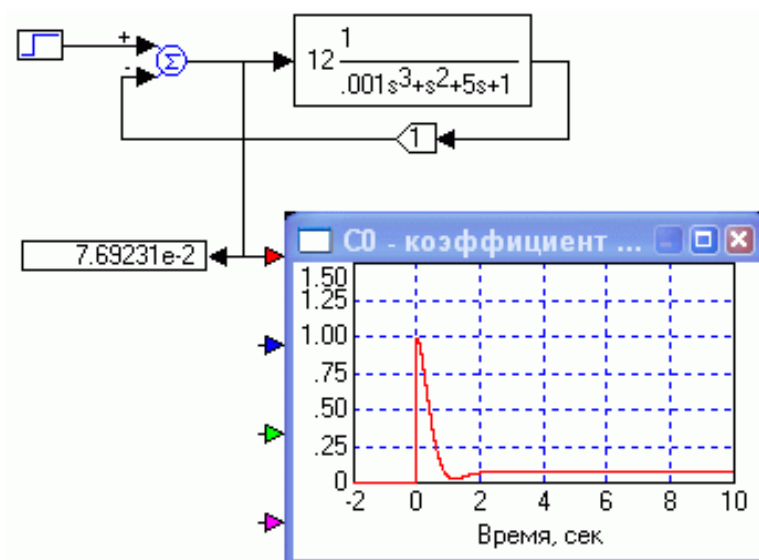


Рис. 6.2. САУ и зависимость ее ошибки регулирования от времени при ступенчатом единичном воздействии на входе

3. Вычислить коэффициенты ошибок по скорости и ускорению для САУ, схема которой приведена на рис. 6.2.
4. Определить типы регуляторов, параметры и записать их переходные функции:

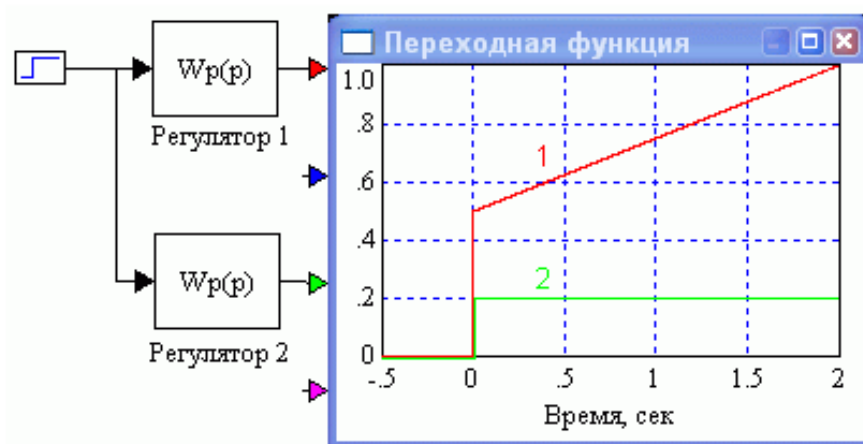


Рис. 6.3. Переходные функции регуляторов



## Библиографический список

### Основная литература

1. [Бесекерский, В.А.](#) Теория систем автоматического управления : [Учебное издание] / В.А.Бесекерский, Е.П.Попов .— 4-е изд., перераб. и доп. — СПб. : Профессия, 2004 .— 752 с. : ил. — (Специалист) .— Библиогр. в конце кн. — ISBN 5-93913-035-6 /в пер./ : 176.00.
2. Коновалов Б.И., Лебедев Ю.М. Теория автоматического управления: учебное пособие / Б.И. Коновалов, Ю.М. Лебедев – 3-е изд. доп. и переработ. – СПб.: Лань, 2010. – 224 с. – ISBN 978-5-8114-1034-7. – Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=538](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=538). – ЭБС Biblio online (Издательство «Лань») по паролю
3. Первозванский А.А. Курс теории автоматического управления: учебное пособие / А.А. Первозванский. – 3-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2015. – 624 с. – ISBN 978-5-8114-0995-2. Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=68460](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=68460). – ЭБС Biblio online (Издательство «Лань») по паролю

### Дополнительная литература

1. Горячев О.В. Основы теории компьютерного управления : учеб. пособие / О. В. Горячев, С. А. Руднев; ТулГУ .— Тула: Изд-во ТулГУ, 2008. — 220 с.: ил. — Библиогр. в конце кн. — ISBN 978-5-7679-1194-3. — <URL: <https://tsutula.bibliotech.ru/Reader/Book/2013040914342128499900001265>
2. Макаров Н.Н., Феофилов С.В. Анализ и синтез систем автоматического управления с использованием системы MATLAB: учеб. пособие / Н. Н. Макаров, С. В. Феофилов; ТулГУ .— Тула: Изд-во ТулГУ, 2010 .— 68 с.: ил. — Библиогр. в конце кн. — ISBN 978-5-7679-1805-8
3. Макаров Н.Н., Феофилов С.В. Применение пакета Mathcad в анализе и синтезе систем автоматического управления: учебное пособие / Н.Н. Макаров, С.В. Феофилов. – Тула: ТулГУ, 2007. – 169 с.: ил. — Библиогр. в конце кн. — ISBN 978-5-7679-1109-7
4. [Мирошник И.В.](#) Теория автоматического управления. Нелинейные и оптимальные системы : учебное пособие для вузов / И.В. Мирошник .— М. и др. : Питер, 2006 .— 272 с. (23 экз.)
5. Теория автоматического управления : учебник для вузов. Ч.2. Теория нелинейных и специальных систем автоматического управления / А.А.Воронов [и др.]; под ред. А.А. Воронова .— 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Высш.шк., 1986 .— 504 с. : ил. — Библиогр. в конце кн. — ISBN /В пер./ : 1,10.
6. Фалдин Н.В., Морозова Е.В. Специальные разделы математики (для специалистов по автоматическому управлению) : учебное пособие / Н.В. Фалдин, Е.В. Морозова; ТулГУ .— 2-е изд., перераб. и доп. — Тула : Изд-во ТулГУ, 2018 .— 174 с. : ил. — Библиогр.: 173 с. — ISBN 978-5-7679-4175-9 .— <URL: <https://tsutula.bibliotech.ru/Reader/Book/2018092709244937540700003076>

### Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. <http://www.exponenta.ru> - Образовательный математический сайт
2. <http://www.elibrary.ru> - Научная электронная библиотека в области науки, технологии
3. <https://tsutula.bibliotech.ru/> - Электронный читальный зал “БИБЛИОТЕХ” : учебники авторов ТулГУ по всем дисциплинам.

4. <http://www.iprbookshop.ru/> - ЭБС IPRBooks универсальная базовая коллекция изданий.
5. <http://cyberleninka.ru/> - НЭБ КиберЛенинка научная электронная библиотека открытого доступа
6. [http: //window.edu.ru](http://window.edu.ru) - Единое окно доступа к образовательным ресурсам: портал [Электронный ресурс]