

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Тульский государственный университет»

Институт высокоточных систем им. В.П. Грязева  
Кафедра систем автоматического управления

Утверждено на заседании кафедры  
«Системы автоматического управления»  
«13» января 2021 г., протокол № 8

Заведующий кафедрой



О.В.Горячев

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**  
**по проведению практических (семинарских) занятий**  
**по дисциплине (модулю)**

**«Математические основы теории управления»**

**основной профессиональной образовательной программы**  
**высшего образования – программы бакалавриата**

по направлению  
**15.03.06 Мехатроника и робототехника**

с направленностью (профилем)  
**Мехатроника**

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 150306-01-21

Тула 2021 год

## Разработчик(и) методических указаний

Морозова Е.В., доцент, к.т.н., доцент

(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)



(подпись)

## **СОДЕРЖАНИЕ**

**ЗАДАНИЯ ДЛЯ АУДИТОРНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ..... 4**

**БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК..... 37**

## ЗАДАНИЯ ДЛЯ АУДИТОРНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Доказать следующие соотношения:

$$1. \overline{z_1 - z_2} = \overline{z_1} - \overline{z_2}$$

$$2. \overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$$

$$3. \overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$$

$$4. \overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$$

Исходя из геометрической интерпретации комплексного числа, доказать неравенства:

$$5. |z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$$

$$6. |z_1 - z_2| \geq \left| |z_1| - |z_2| \right|$$

Доказать эти же неравенства алгебраическим путем. Выяснить в каком случае, когда имеет знак равенства.

Найти действительные решения уравнений:

$$7. (3x - j)(2x + j) + (x - jy)(1 + 2j) = 5 + 6j$$

$$8. (x - jy)(a - jy) = j^5, \text{ где } a \neq b \text{ а и } b \text{ – заданные действительные числа;}$$

$$9. (4 + 2j)x + (5 - 3j)y = 13 + j$$

Найти модуль и главное значение аргумента комплексных чисел:

$$10. z = 2 + j5 = \sqrt{29}e^{j \arctg \frac{5}{2}}$$

$$11. z = -2 + j2\sqrt{3} = 4e^{j \frac{2\pi}{3}}$$

$$12. z = -3 - j = \sqrt{10}e^{j \left(-\pi + \arctg \frac{1}{3}\right)}$$

$$13. z = -\cos \frac{\pi}{5} + j \sin \frac{\pi}{5} = e^{j \frac{4\pi}{5}}$$

$$14. z = 2 - j5 = \sqrt{29}e^{-j \arctg \frac{5}{2}}$$

$$15. z = \cos \alpha - j \sin \alpha$$

$$16. z = -1 - j = \sqrt{2}e^{j(-\pi + \arctg 1)}$$

$$17. z = -4 + j4 = 4\sqrt{2}e^{j\frac{3\pi}{4}}$$

$$18. z = 3j = 3e^{j\frac{\pi}{2}}$$

$$19. z = -2 = 2e^{j\pi}$$

$$20. z = 1 + j = \sqrt{2}e^{j\frac{\pi}{4}}$$

$$21. z = -j\pi = \pi e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

$$22. z = j3\pi = 3\pi e^{j\frac{\pi}{2}}$$

$$23. z = j = e^{j\frac{\pi}{2}}$$

Представить комплексные числа в тригонометрической форме:

$$24. z = -2 = 2(\cos \pi - j \sin \pi)$$

$$25. z = -\sqrt{2} + j\sqrt{2}$$

$$26. z = 2j = 2\left(\cos \frac{\pi}{2} + j \sin \frac{\pi}{2}\right)$$

$$27. z = 1 - \sin \alpha + j \cos \alpha$$

$$28. z = -j$$

$$29. z = -1 - j2$$

Представить комплексные числа в показательной форме:

$$30. z = 3 + j3$$

$$31. z = 7 - j7$$

$$32. z = -2$$

$$33. z = -j$$

$$34. z = -1 - j\sqrt{3}$$

$$35. z = 5 + j3$$

$$36. z = \sin \alpha - j \cos \alpha \left( \frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3}{2}\pi \right)$$

$$37. z = 8j$$

Выполнить указанные действия (представить в алгебраической форме):

$$38. \frac{1}{j}$$

39.  $\frac{1-j}{1+j}$

40.  $\frac{2}{1-j^3}$

41.  $\frac{1}{(a+jb)^2} + \frac{1}{(a-jb)^2}$

42.  $\frac{2-j}{3+j}$

43.  $\frac{8j}{4+j^3}$

Вычислить:

44.  $\left(\frac{1+j\sqrt{3}}{1-j}\right)^{40}$

45.  $(2-j2)^7$

46.  $(\sqrt{3}-j3)^6$

47.  $\left(\frac{1-j}{1+j}\right)^8$

48.  $(1+j\sqrt{3})^3$

49.  $(-\sqrt{2}-j\sqrt{2})^4$

Найти все значения корня и построить их:

50.  $\sqrt[4]{-j}$

51.  $\sqrt{j}$

52.  $\sqrt[4]{-1}$

53.  $\sqrt[4]{1}$

54.  $\sqrt[3]{-1+j}$

55.  $\sqrt{2-j2\sqrt{3}}$

56.  $\sqrt[5]{\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{6} + j\sin\frac{\pi}{6}\right)}$

57.  $\sqrt[3]{j}$

58.  $\sqrt[3]{1}$

59.  $\sqrt[6]{-8}$

60.  $\sqrt[8]{1}$

61.  $\sqrt{1-j}$

62.  $\sqrt[3]{-2+j2}$

63.  $\sqrt[5]{-4+j3}$

Пользуясь формулой Муавра, выразить через  $\sin \varphi$  и  $\cos \varphi$  следующие функции кратных углов:

64.  $\sin 3\varphi$

65.  $\cos 3\varphi$

66.  $\sin 4\varphi$

67.  $\cos 4\varphi$

68.  $\sin 5\varphi$

69.  $\cos 5\varphi$

Выяснить геометрический смысл указанных соотношений:

70.  $|z - z_0| < R$

71.  $|z - z_0| > R$

72.  $|z| = 3$

73.  $|z + j| = 4$

74.  $|z + 4| = 5$

75.  $|z + 1 - j| = 1$

76.  $\operatorname{Re} z \leq 4$

77.  $\operatorname{Im} z > -2$

78.  $|z - 2| + |z + 2| = 5$

79.  $0 < \operatorname{Re}(jz) < 1$

80.  $\left| \frac{z-1}{z+1} \right| \leq 1$

81.  $0 \leq \operatorname{Im} z \leq 1$

82.  $1 \leq |z + 2 + j| \leq 2$

83.  $|z - 1| < |z - j|$

84.  $1 < \operatorname{Re} z < 2$

85.  $\operatorname{Im} \left( \frac{1}{z} \right) < -\frac{1}{2}$

Указать какие линии определяются следующими соотношениями:

$$86. \operatorname{Im} z^2 = 2$$

$$87. \operatorname{Im} \left( \frac{1}{z} \right) = \frac{1}{2}$$

$$88. \operatorname{Im} \left( z^2 - \bar{z} \right) = 2 - \operatorname{Im} z$$

$$89. 2z\bar{z} + (2 + j)z + (2 - j)\bar{z} = 2$$

$$90. \operatorname{Re} z^{-2} = 1$$

$$91. \operatorname{Re} \left( \frac{1}{z} \right) = 1$$

$$92. z^2 + \bar{z}^2 = 1$$

$$93. |z - 2| = |1 - 2\bar{z}|$$

Решить обратную задачу, т.е. написать в комплексной форме уравнения следующих линий:

94. координатных осей  $OX$  и  $OY$

95. прямой  $y = x$ ,

96. прямой  $y = kx + b$ , где  $k, b$  - действительные

Найти логарифмы следующих чисел:

97.  $e$

98.  $j$

99.  $3 - 2j$

100.  $4$

101.  $j\sqrt{3} - \sqrt{3}$

102.  $(-j)$

103.  $(-1 - j)$

104.  $(-8)$

105.  $2 + j^2$

106.  $1 + j\sqrt{3}$

Выделить действительную и мнимую части для следующих функций:

107.  $\omega = z - jz^2$

108.  $\omega = z^2 + j$

109.  $\omega = j - z^3$

110.  $\omega = \frac{1}{z}$   
 111.  $\omega = \frac{jz+1}{1+z}$   
 112.  $\omega = \frac{z}{z}$   
 113.  $\omega = e^{-z}$   
 114.  $\omega = e^{z^2}$   
 115.  $\omega = \sin z$   
 116.  $\omega = \operatorname{sh} z$   
 117.  $\omega = \operatorname{ch}(z-j)$   
 118.  $\omega = \operatorname{tg} z$   
 119.  $\omega = \sin 2j$   
 120.  $\omega = \cos z$   
 121.  $\omega = \operatorname{ch} z$   
 122.  $\omega = 2^{z^2}$   
 123.  $\omega = \cos(2+j)$   
 124.  $\omega = e^z$

Найти значение модуля и главное значение аргумента данных функций в указанных точках:

125.  $\omega = \cos z, z_0 = \pi + j \ln 2$   
 126.  $\omega = \operatorname{sh} z, z_0 = 1 + j \frac{\pi}{2}$   
 127.  $\omega = ze^z, z_0 = j\pi$   
 128.  $\omega = \operatorname{ch}^2 z, z_0 = j \ln 3$

Вычислить:

129.  $j^j$   
 130.  $1^j$   
 131.  $\left(\frac{1+j}{\sqrt{2}}\right)^{2j}$   
 132.  $(1-j)^{3-3j}$   
 133.  $(3-j4)^{(1+j)}$   
 134.  $j^{\frac{1}{j}}$

135.  $(-1)^{\sqrt{2}}$

136.  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2}\right)^{1+j}$

137.  $(1-j)^{(1-j)}$

138.  $(-3 + j4)^{(1+j)}$

Найти модуль и аргумент комплексных чисел:

139.  $\text{th } j\tau$

140.  $3^{2-j}$

141.  $e^{2-j^3}$

142.  $10^j$

143.  $e^{2+j}$

144.  $e^{3+j^4}$

Доказать, что:

145.  $\sin jz = j\text{sh}z$

146.  $\cos jz = \text{ch}z$

147.  $\text{tg } jz = j\text{th}z$

148.  $\text{ctg } jz = -j\text{cth}z$

Записать в алгебраической форме следующие комплексные числа:

149.  $\sin j\pi$

150.  $\text{tg } j\frac{\pi}{2}$

151.  $\arcsin j$

152.  $\cos j\pi$

153.  $\text{ctg } j\pi$

154.  $\text{arctg } j\frac{1}{3}$

155.  $\text{sh } j\frac{\pi}{2}$

156.  $\text{th } j\pi$

Решить следующие уравнения:

157.  $e^z + 1 = 0$

158.  $4\cos z + 5 = 0$   
 159.  $\operatorname{sh} jz = -j$   
 160.  $\sin z = j\pi$   
 161.  $e^{jx} = \cos \pi x$   $x$ -действительное  
 162.  $e^{2x} + 2^z - 3 = 0$   
 163.  $\operatorname{ch} z = j$   
 164.  $\ln(z + j) = 0$   
 165.  $\ln(j - z) = 1$   
 166.  $\sin z + \cos z = 2$   
 167.  $\sin z - \cos z = 3$   
 168.  $\sin z - \cos z = j$   
 169.  $\operatorname{ch} z - \operatorname{sh} z = 1$   
 170.  $\operatorname{sh} z - \operatorname{ch} z = 2j$   
 171.  $2\operatorname{ch} z + \operatorname{sh} z = j$   
 172.  $\cos z = \operatorname{ch} z$   
 173.  $\sin z = j\operatorname{sh} z$   
 174.  $\cos z = j\operatorname{sh} 2z$

Пользуясь условием Коши-Римана, выяснить, какие из следующих функций являются аналитическими, а какие - нет:

175.  $w = z^2 \bar{z}$   
 176.  $w = ze^z$   
 177.  $w = |z| \bar{z}$   
 178.  $w = e^{z^2}$   
 179.  $w = |z| \operatorname{Re} \bar{z}$   
 180.  $w = \sin 3z - j$   
 181.  $w = \bar{z} \operatorname{Re} z$   
 182.  $w = \bar{z} \operatorname{Im} z$   
 183.  $w = |z| \operatorname{Im} z$   
 184.  $w = \operatorname{ch} z$   
 185.  $w = \cos z$   
 186.  $w = \ln z$

Восстановить аналитическую в окрестности точки  $z_0$  функцию  $f(z)$  по известной действительной  $U(x, y)$  или мнимой  $V(x, y)$  части и значению  $f(z_0)$ :

$$187. U = x^2 - y^2 + 2x, f(j) = 2j - 1$$

$$188. V = 2(\operatorname{ch} x \sin y - xy), f(0) = 0$$

$$189. U = 2 \sin x \operatorname{ch} y - x, f(0) = 0$$

$$190. V = 2(2 \operatorname{sh} x \sin y + xy), f(0) = 3$$

$$191. V = -2 \sin 2x \operatorname{sh} 2y + y, f(0) = 2$$

$$192. V = 2 \cos x \operatorname{ch} y - x^2 + y^2 - 2, f(0) = 2$$

Вычислить следующие интегралы:

$$193. \int_c \operatorname{Re} z dz, c\text{-прямая, соединяющая точки } z_0 = 0 \text{ и } z_1 = 1 + j$$

$$194. \int_c z \operatorname{Im} z^2 dz, c: |z| = 1$$

$$195. \int_c e^{|z|^2} \operatorname{Re} z dz, c\text{-прямая, соединяющая точки } z_0 = 0 \text{ и } z_1 = 1 + j$$

$$196. \int_c \ln z dz, c: |z| = 1, z_0 = 1 \text{ (обход против часовой стрелки);}$$

$$197. \int_c \ln z dz, c: |z| = 1, z_0 = -1 \text{ (обход против часовой стрелки);}$$

$$198. \int_c z \operatorname{Re} z dz, c: |z| = 1 \text{ (обход против часовой стрелки);}$$

$$199. \int_c z \overline{z} dz, c: |z| = 1 \text{ (обход против часовой стрелки);}$$

$$200. \int_j^1 z e^z dz$$

$$201. \int_{1+j}^{-1-j} (2z + 1) dz$$

$$202. \int_0^{1+j} z^3 dz$$

$$203. \int_1^j (3z^4 - 2z^3) dz$$

$$204. \int_c e^z dz, c\text{-дуга параболы } y = x^2, \text{ соединяющая точки } z_0 = 0 \text{ и } z_1 = 1 + j;$$

$$205. \int_c e^z dz, \text{ с-отрезок прямой, соединяющая точки } z_0 = 0 \text{ и } z_1 = 1 + j;$$

$$206. \int_c \cos z dz, \text{ с-отрезок прямой, соединяющая точки } z_0 = \frac{\pi}{2} \text{ и } z_1 = \pi + j;$$

$$207. \int_c \frac{dz}{\sqrt{z}}, \quad c: |z|=1, \quad \pi \leq \arg z \leq 0 \text{ (выбирается та ветвь функции } \sqrt{z}, \text{ для которой } \sqrt{1}=1 \text{ .); } \quad 2(j-1)$$

$$208. \int_{1+j}^{2j} (z^3 - z) e^{\frac{z^2}{2}} dz = -7e^{-2} + ej(3-2j)$$

$$209. \int_0^j z \cos z dz = e^{-1} - 1$$

Вычислить следующие интегралы:

$$210. \int_{|z-1|=0,5} \frac{e^{\frac{1}{z}}}{z^2 + z} dz$$

$$211. \int_{|z|=1} \frac{e^z \cos z \pi}{z^2 + 2z} dz$$

$$212. \int_{|z-2|=2} \frac{\operatorname{ch} z}{z^4 - 1} dz$$

$$213. \int_{|z-1-j|=1} \frac{\sin \pi(z-1)}{z^2 - 2z + 2} dz$$

$$214. \int_{|z|=1} \frac{\operatorname{tg} z}{ze^{\frac{1}{z+2}}} dz$$

$$215. \int_{|z|=3} \frac{\cos(z + j\pi)}{z(e^z + 2)} dz$$

$$216. \int_{|z|=5} \frac{dz}{z^2 + 16}$$

$$217. \int_{|z|=4} \frac{dz}{(z^2+9)(z+9)}$$

$$218. \int_{|z|=3} \frac{\operatorname{sh}(z+1)}{z^2+1} dz$$

$$219. \int_{|z|=2} \frac{\sin z \sin(z-1)}{z^2-z} dz$$

Вычислить следующие интегралы:

$$220. \int_{|z|=1} \frac{\cos z}{z^3} dz$$

$$221. \int_{|z|=1} \frac{\operatorname{sh}^2 z}{z^3} dz$$

$$222. \int_{|z|=1} \frac{\sin \frac{\pi}{4} z}{(z-1)^2(z-3)} dz$$

$$223. \int_{|z|=2} \frac{z \operatorname{sh} z}{(z^2-1)^2} dz$$

$$224. \int_{|z-3|=6} \frac{z dz}{(z-2)^3(z+4)}$$

$$225. \int_{|z-2|=3} \frac{\operatorname{che}^{j\pi z}}{z^3-4z^2} dz$$

$$226. \int_{|z|=0,5} \frac{1}{z^3} \cos \frac{\pi}{z+1} dz$$

$$227. \int_{|z-2|=1} \frac{e^{\frac{1}{z}}}{(z^2+4)^2} dz$$

$$228. \int_{|z|=0,5} \frac{1-\sin z}{z^2} dz$$

$$229. \int_{|z-1|=0,5} \frac{e^{jz}}{(z^2-1)^2} dz$$

Разложить данные функции в ряд Тейлора:

$$230. \sin z \quad \text{по степеням } z$$

$$231. \cos z \quad \text{по степеням } z$$

$$232. e^z \quad \text{по степеням } z$$

$$233. \sin(2z+1) \quad \text{по степеням } (z+1)$$

$$234. \cos z \quad \text{по степеням } \left(z + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$235. e^z \quad \text{по степеням } (2z-1)$$

$$236. z^5 \quad \text{по степеням } z-j$$

$$237. \operatorname{ch}(1-z) \quad \text{по степеням } \left(z-1 + j\frac{\pi}{2}\right)$$

$$238. \frac{1}{3z+1} \quad \text{по степеням } \left(z+1 + j\frac{\pi}{2}\right)$$

Разложить в ряд Лорана в окрестности точки  $z=0$  следующие функции:

$$240. \frac{\sin z}{z^2}$$

$$241. \frac{\sin^2 z}{z}$$

$$242. \frac{e^z}{z}$$

$$243. \frac{e^z}{z^3}$$

$$244. z^3 e^{\frac{1}{z}}$$

245.  $z^4 \cos \frac{1}{z}$

246.  $\frac{1}{z} \sin^2 \frac{2}{z}$

247.  $\frac{1 - \cos z}{z^2}$

248.  $\frac{e^z - 1}{z}$

249.  $\frac{1 + \cos z}{z^4}$

250.  $\frac{1 - e^{-z}}{z^3}$

У следующих функций найти нули и определить их порядки:

251.  $f(z) = z^4 + 4z^2 = z^2(z^2 + 4)$

252.  $f(z) = \frac{\sin z}{z}$

253.  $f(z) = z^2 \sin z$

254.  $f(z) = \frac{\operatorname{sh}^2 z}{z}$

255.  $f(z) = 1 + \operatorname{ch} z$

256.  $f(z) = \frac{(1 - \operatorname{sh} z)^2}{z}$

257.  $f(z) = (z + j\pi) \operatorname{sh} z$

258.  $f(z) = \cos z + \operatorname{ch} jz$

259.  $f(z) = (z^2 + \pi^2)(1 + e^{-z})$

260.  $f(z) = \cos z + \operatorname{ch} jz$

Найти порядок нуля  $z_0 = 0$  для следующих функций:

$$261. f(z) = \frac{z^6}{\left(\frac{z}{2}\right)^2 - \left(\sin \frac{z}{2}\right)^2}$$

$$262. f(z) = e^{\sin z} - e^{\operatorname{tg} z}$$

$$263. f(z) = \frac{z^3}{1+z-e^z}$$

$$264. f(z) = 2(\operatorname{ch} z - 1) - z^2$$

$$265. f(z) = \frac{(1 - \cos 2z)^2}{z - \operatorname{sh} z}$$

$$266. f(z) = (e^z - e^{z^2}) \ln(1+z)$$

$$267. f(z) = z^2 + z^3(e^{z^2} - 1)$$

$$268. f(z) = 6\sin z^3 + z^3(z^6 - 6)$$

Определить характер особой точки  $z_0 = 0$  для следующих функций:

$$269. \frac{1}{z - \sin z}$$

$$270. \frac{1}{\cos z - 1 + \frac{z^2}{2}}$$

$$271. \frac{1}{e^{-z} + z - 1}$$

$$272. \frac{\sin z}{e^{-z} + z - 1}$$

$$273. \frac{1}{1 - \cos z}$$

$$274. \frac{\operatorname{sh} z}{z - \operatorname{sh} z}$$

$$275. z - \sin z$$

Найти особые точки и определить их характер:

$$276. f(z) = \frac{1}{1 - \sin z}$$

$$277. f(z) = \frac{1 - \cos z}{z^2}$$

$$278. f(z) = e^{\frac{1}{z+2}}$$

$$279. f(z) = \cos \frac{1}{z}$$

$$280. f(z) = \frac{z}{z^5 + 2z^4 + z^3}$$

$$281. f(z) = \frac{1}{e^{-z} - 1} + \frac{1}{z^2}$$

$$282. f(z) = e^{\frac{1}{z^2}}$$

$$283. f(z) = \operatorname{th} z$$

$$284. f(z) = z \operatorname{ctg} z$$

Вычислить интегралы:

$$285. \oint_{|z|=5} \frac{\operatorname{tg} z dz}{z^2 - \frac{\pi}{4} z}$$

$$286. \oint_{|z|=1} z^3 e^{\frac{1}{z}} dz$$

$$287. \oint_{|z|=2} \frac{\operatorname{ch} z dz}{(z^2 + 1)(z - 2)}$$

$$288. \oint_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{e^z dz}{\frac{1}{4} - \sin^2 z}$$

$$289. \oint_{|z-j|=2} \frac{e^z dz}{z^3 (z - 1)}$$

$$290. \oint_{|z|=3} \frac{z dz}{(z + 1)^3 (z - 2)}$$

$$291. \oint_{|z|=\frac{1}{2}} z^2 \sin \frac{1}{z} dz$$

$$292. \oint_{|z|=6} \left( \cos \frac{1}{z} + z^3 \right) dz$$

$$293. \oint_{|z|=4} \frac{z dz}{(z - 1)(z - 3)}$$

$$294. \oint_{|z-2, j|=1} \frac{1}{z^2 + 4} dz$$

$$295. \oint_{|z-2|=0,1} \frac{z^2}{(z - 2)^3} dz$$

$$296. \oint_{|z-3, j|=4} \frac{dz}{e^z - 1}$$

$$297. \oint_{|z-j|=2} \frac{e^{\pi z}}{z - j} dz$$

$$298. \oint_{|z|=1} z \operatorname{tg} \pi z dz$$

$$299. \oint_{|z-j|=3} \frac{e^{z^2} - 1}{z^3 - jz^2} dz$$

Вычислить интегралы:

$$300. \oint_{|z|=\sqrt{3}} \frac{\sin \pi z}{z^2 - z} dz$$

$$301. \oint_{|z-1|=4} \frac{z dz}{e^z + 3}$$

$$302. \oint_{|z-j|=1} \frac{e^z dz}{z^4 + 2z^2 + 1}$$

$$303. \oint_c \frac{\cos \frac{z}{2}}{z^2 - 4} dz, \text{ где } c: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{2} = 1$$

$$304. \oint_{|z|=3} \frac{z dz}{(z-1)^2 (z+2)}$$

$$305. \oint_{|z|=2} \frac{e^z dz}{z^3 (z+1)}$$

$$306. \oint_{|z|=1} \frac{z^2 dz}{\sin^3 z \cos z}$$

$$307. \oint_{|z|=4} \frac{e^{jz} dz}{(z-\pi)^3}$$

$$308. \oint_{|z|=c} \frac{e^{2z} dz}{z^3 - 1}, \text{ где } c: x^2 + y^2 - 2x = 0$$

$$309. \oint_{|z|=2} \frac{z \sin z}{(z-1)^5} dz$$

$$310. \oint_c \frac{dz}{z^4 + 1}, \text{ где } c: x^2 + y^2 = 2x$$

$$311. \oint_{|z|=1} z^3 \sin \frac{1}{z} dz$$

$$312. \oint_{|z|=\frac{1}{3}} (z+1)e^{\frac{1}{z}} dz$$

$$313. \oint_{|z+2, j|=2} \frac{e^{jz} dz}{(z^2-1)(z+3)}$$

Вычислить следующие интегралы:

$$314. \int_0^{+\infty} \frac{x^2+1}{x^4+1} dx$$

$$315. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+a^2)(x^2+b^2)}, \quad a>0, b>0$$

$$316. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^3}$$

$$317. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{xdx}{x^2-2x+10}$$

$$318. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{xdx}{(x^2+4x+13)^2}$$

$$319. \int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^6}$$

$$320. \int_0^{+\infty} \frac{x^4+1}{x^6+1} dx$$

$$321. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+2x+2)^2}$$

Вычислить интегралы:

$$322. \int_0^{+\infty} \frac{x \cos x dx}{x^2 - 2x + 10}$$

$$323. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin x dx}{x^2 + 4x + 20}$$

$$324. \int_0^{+\infty} \frac{\cos x dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)}$$

$$325. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos x dx}{x^2 + 9}$$

$$326. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos ax}{x^2 + 1} dx, \quad a > 0$$

$$327. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos x dx}{x^2 + a^2}, \quad a > 0$$

$$328. \int_0^{+\infty} \frac{x^2 \cos x dx}{(x^2 + 1)^2}$$

Вычислить интегралы:

$$329. \int_{|z|=5} \frac{f'(z)}{f(z)} dz, \quad \text{где} \quad f(z) = \frac{\sin z}{z}$$

$$330. \int_{|z|=4} \frac{f'(z)}{f(z)} dz, \quad \text{где} \quad f(z) = \cos^3 z$$

$$331. \int_{|z|=7} \frac{f'(z)}{f(z)} dz, \quad \text{где} \quad f(z) = \frac{\cos z}{z}$$

$$332. \int_{|z|=10} \frac{f'(z)}{f(z)} dz, \quad \text{где} \quad f(z) = \sin z$$

$$333. \int_{|z|=2} \frac{f'(z)}{f(z)} dz, \quad \text{где} \quad f(z) = \frac{z}{z^3 + 1}$$

$$334. \int_{|z|=4} \frac{f'(z)}{f(z)} dz, \quad \text{где} \quad f(z) = \cos z + \sin z$$

$$335. \int_{|z|=8} \frac{f'(z)}{f(z)} dz, \quad \text{где} \quad f(z) = (e^z - 2)^2$$

$$336. \int_{|z|=8} \frac{f'(z)}{f(z)} dz, \quad \text{где} \quad f(z) = \operatorname{th} z$$

$$337. \int_{|z|=6} \frac{f'(z)}{f(z)} dz, \quad \text{где} \quad f(z) = \operatorname{tg}^3 z$$

$$338. \int_{|z|=2} \frac{f'(z)}{f(z)} dz, \quad \text{где} \quad f(z) = 1 - \operatorname{th}^2 z$$

Для следующих уравнений определить число корней в правой полуплоскости:

$$339. \quad z^4 + 2z^3 + 3z^2 + z + 2 = 0$$

$$340. \quad z^3 - 2z - 5 = 0$$

$$341. \quad z^3 - 4z^2 + 5 = 0$$

$$342. \quad 2z^3 - z^2 - 7z + 5 = 0$$

$$343. \quad z^5 + 5z^4 - 5 = 0$$

$$344. \quad z^{12} - z - 1 = 0$$

Проверить, какие из указанных функций являются функциями оригиналами:

$$345. \quad f(t) = b^t \cdot 1(t)$$

$$346. f(t) = e^{(2+j4)t} \cdot 1(t)$$

$$347. f(t) = \frac{1}{t-3} 1(t)$$

$$348. f(t) = t^2 \cdot 1(t)$$

$$349. f(t) = \operatorname{ch}(3-j)t \cdot 1(t)$$

$$350. f(t) = \operatorname{tg} t \cdot 1(t)$$

$$351. f(t) = t^t \cdot 1(t)$$

$$352. f(t) = e^{-t} \cdot \operatorname{cost} \cdot 1(t)$$

$$353. f(t) = e^{t^2} \cdot 1(t)$$

$$354. f(t) = e^{-t^2} \cdot 1(t)$$

$$355. f(t) = \frac{1}{t^2+2} \cdot 1(t)$$

$$356. f(t) = \begin{cases} e^{2t} \sin 3t, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

$$357. f(t) = e^t \cdot 1(t)$$

$$358. f(t) = t \cdot \operatorname{cost} \cdot 1(t)$$

$$359. f(t) = t \cdot e^{t^3} \cdot 1(t)$$

$$360. f(t) = \frac{2}{t-5} \cdot 1(t)$$

Найти изображения функций:

$$361. f(t) = t$$

$$362. f(t) = \sin 3t$$

$$363. f(t) = t \cdot e^t$$

$$364. f(t) = 1 + t$$

$$365. f(t) = 2 \sin t - \cos t$$

$$366. f(t) = t + \frac{1}{2} e^{-t}$$

$$367. f(t) = 1(t)$$

$$368. f(t) = e^{\alpha t}$$

$$369. f(t) = \sin(\omega t)$$

$$370. f(t) = \operatorname{ch}(\alpha t)$$

$$371. f(t) = t \sin(t)$$

$$372. f(t) = \operatorname{sh}(\alpha t)$$

$$373. f(t) = t^n$$

$$374. f(t) = e^{-\alpha t}$$

Найти изображение следующих функций:

$$375. f(t) = \cos^2(t)$$

$$376. f(t) = t \sin(\omega t)$$

$$377. f(t) = t \cos(\omega t)$$

$$378. f(t) = t e^4$$

$$379. f(t) = t^2 e^t$$

$$380. f(t) = \operatorname{ch}(t)$$

$$381. f(t) = \operatorname{sh}(t)$$

$$382. f(t) = \operatorname{tch}(\alpha t) \cos(\alpha t)$$

Найти изображение следующих функций:

$$383. f(t) = \int_0^t \sin(t) dt$$

$$384. f(t) = \int_0^t (t+1) \cos(\omega t) dt$$

$$385. f(t) = \int_0^t \operatorname{tsh}(2t) dt$$

$$386. f(t) = \int_0^t \cos^2(\omega t) dt$$

$$387. f(t) = \int_0^t \operatorname{ch}(\omega t) dt$$

$$388. f(t) = \int_0^t t^2 e^{-t} dt$$

$$389. f(t) = \int_0^t \frac{\sin(t)}{t} dt$$

$$390. f(t) = \int_0^t \frac{\cos(t)}{t} dt$$

Найти изображение следующих функций:

$$391. f(t) = te^{4t}$$

$$392. f(t) = t^2$$

$$393. f(t) = \frac{e^t - 1}{t}$$

$$394. f(t) = e^t t \cos(t)$$

$$395. f(t) = \cos(t-1)1(t-1)$$

$$396. f(t) = \cos^2(t-1)1(t-1)$$

$$397. f(t) = \frac{1-e^{-t}}{t}$$

$$398. f(t) = \frac{\sin^2(t)}{t}$$

$$399. f(t) = \frac{1-\cos(t)}{t}$$

$$400. f(t) = \frac{\cos(t)-\cos(2t)}{t}$$

$$401. f(t) = \frac{e^t-t-1}{t}$$

$$402. f(t) = \frac{e^t-e^{-t}}{t}$$

Найти изображение следующих функций:

$$403. f(t) = \sin(t-b)1(t-b)$$

$$404. f(t) = e^{t-2}1(t-2)$$

$$405. f(t) = \begin{cases} \sin\left(2t-\frac{\pi}{4}\right), & t > \frac{\pi}{8} \\ 0, & t < \frac{\pi}{8} \end{cases}$$

$$406. f(t) = \begin{cases} \cos\left(3t-\frac{\pi}{6}\right), & t > \frac{\pi}{18} \\ 0, & t < \frac{\pi}{18} \end{cases}$$

$$407. f(t) = \begin{cases} \text{sh}(3t-6), & t > 2 \\ 0, & t < 2 \end{cases}$$

Для данных изображений найти оригиналы:

$$408. F(p) = \frac{2e^{-p}}{p^3}$$

$$409. F(p) = \frac{e^{-2p}}{p^2}$$

$$410. F(p) = \frac{e^{-2p}}{p-1}$$

$$411. F(p) = \frac{e^{-3p}}{p+3}$$

$$412. F(p) = \frac{e^{-3p}}{(p+1)^2}$$

$$413. F(p) = \frac{e^{-p}}{p(p-1)}$$

$$414. F(p) = \frac{1}{p^2+1} \left( e^{-2p} + 2e^{-3p} + 3e^{-4p} \right)$$

$$415. F(p) = \frac{e^{-p}}{p^2-1} + \frac{pe^{-2p}}{p^2-4}$$

$$416. F(p) = \frac{e^{-p}}{p^2} + \frac{2e^{-2p}}{p^3} + \frac{6e^{-3p}}{p^4}$$

$$417. F(p) = \frac{e^{-\frac{p}{3}}}{p(p^2+1)}$$

Для данных изображений найти оригиналы:

$$418. F(p) = \frac{1}{p^2+4p+5}$$

$$419. F(p) = \frac{1}{p^2 + 4p + 3}$$

$$420. F(p) = \frac{1}{2p^2 + p + p^3}$$

$$421. F(p) = \frac{1}{p^2 - p + 7}$$

$$422. F(p) = \frac{2p^3 + p^2 + 2p + 2}{p^5 + 2p^4 + 2p^3}$$

$$423. F(p) = \frac{1}{p^2(p^2 + 1)}$$

$$424. F(p) = \frac{e^{-p}}{p^2 - 2p + 5} + \frac{pe^{-2p}}{p^2 + 9}$$

$$425. F(p) = \frac{p + 2}{(p + 1)(p - 2)(p^2 + 4)}$$

$$426. F(p) = \frac{p^2 + 2p - 1}{p^3 + 3p^2 + 3p + 1}$$

$$427. F(p) = \frac{1}{(p - 1)^2(p + 2)}$$

$$428. F(p) = \frac{\frac{-p}{e^2}}{p(p + 1)(p^2 + 1)}$$

$$429. F(p) = \frac{8p}{(p^2 + 3)^2}$$

$$430. F(p) = \frac{1}{(p^2 + 3)^2}$$

$$431. F(p) = \frac{2p}{p^2 + 4p + 13}$$

$$432. F(p) = \frac{3p + 4}{(p^2 - p + 1)^2}$$

$$433. F(p) = \frac{5p + 8}{(p^2 + 7p + 11)^2}$$

$$434. F(p) = \frac{1}{(p^2 + 1)^2}$$

Решить следующие дифференциальные уравнения при заданных начальных условиях:

$$435. x' + x = e^{-t}, x(0) = 1$$

$$436. x' - x = 1, x(0) = -1$$

$$437. x' + 2x = \sin(t), x(0) = 0$$

$$438. x'' = 1, x'(0) = 1$$

$$439. x'' + x' = 1, x'(0) = 1$$

$$440. x'' + x = 0, x'(0) = 0$$

$$441. x'' + 3x' = e^t, x'(0) = -1$$

$$442. x'' - 2x' = e^{2t}, x'(0) = 0$$

$$443. x'' + 2x' - 3x = e^{-t}, x'(0) = 1$$

Решить следующие дифференциальные уравнения при заданных начальных условиях:

$$444. x''' + x' = 1, x(0) = x'(0) = x''(0) = 0$$

$$445. x'' + 2x' = t \sin(t), x(0) = x'(0) = 0$$

$$446. x'' + 2x' + x = t^2, x(0) = 1, x'(0) = 0$$

$$447. x''' + x'' = \sin(t), x(0) = x'(0) = 1, x''(0) = 0$$

$$448. x'' + x = \cos(t), x(0) = -1, x'(0) = 1$$

$$449. x''' + x'' = t, x(0) = -3, x'(0) = 1, x''(0) = 0$$

$$450. x^{IV} - x'' = \cos(t), x(0) = 0, x'(0) = -1, x''(0) = x'''(0) = 0$$

$$451. x'' + 2x' + 2x = 1, x(0) = x'(0) = 0 \quad 452. x' + 2x = t^4 e^{-2t}, x(0) = 2$$

$$453. x'' + x = 1, x(0) = -1, x'(0) = 0 \quad 454. x'' + 4x = t, x(0) = 1, x'(0) = 0$$

$$455. x''' + x = 0, x(0) = 0, x'(0) = -1, x''(0) = 2 \quad 456. x'' - x' = te^t, x(0) = x'(0) = 0$$

$$457. x'' + x = te^t + 4\sin(t), x(0) = x'(0) = 0 \quad 458. x'' + x' + x = te^t, x(0) = x'(0) = 0$$

$$459. x'' - x = t \cos(t), x(0) = x'(0) = 0$$

$$460. x''' + 3x'' - 4x = 0, x(0) = x'(0) = 0, x''(0) = 2$$

$$461. x'' + x = 2\sin(t), x(0) = 1, x'(0) = -1$$

$$462. x'' - 2x' + x = t - \sin(t), x(0) = x'(0) = 0$$

$$463. x'' + x = e^t, x(0) = 0, x'(0) = 2$$

Решить систему уравнений:

$$464. \begin{cases} x' + y = 0 \\ x + y' = 0 \end{cases} \quad x(0) = 1, y(0) = -1$$

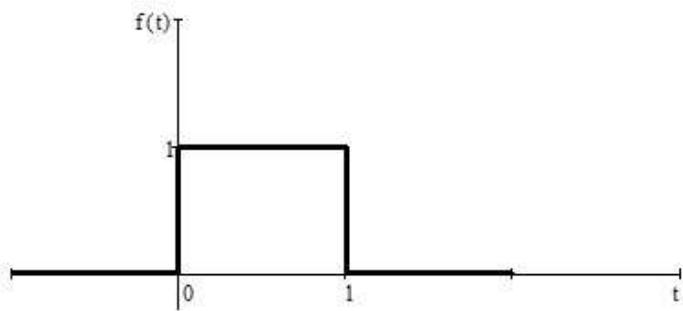
$$465. \begin{cases} x + x' = y - e^t \\ y + y' = x + e^t \end{cases} \quad x(0) = y(0) = 1$$

$$466. \begin{cases} x' = -y \\ y' = 2x + 2y \end{cases} \quad x(0) = y(0) = 1$$

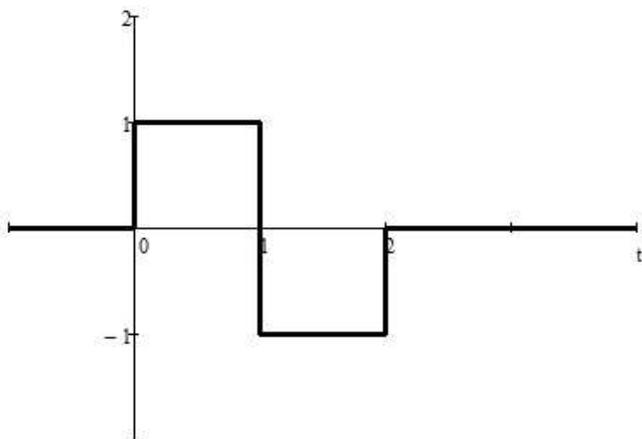
$$467. \begin{cases} x' = y + z \\ y' = 3x + z \\ z' = 3x + y \end{cases} \quad x(0) = 0, y(0) = 1, z(0) = 1$$

Найти изображения следующих функций, заданных графически:

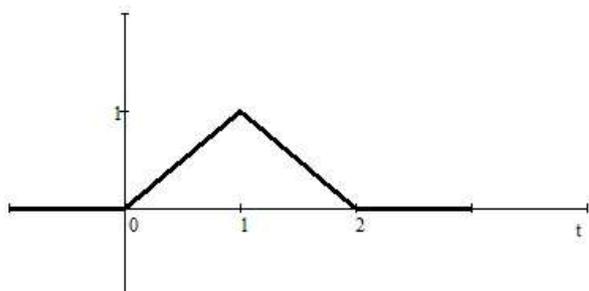
468.



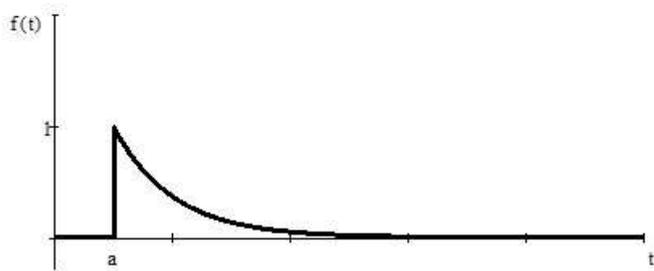
469.



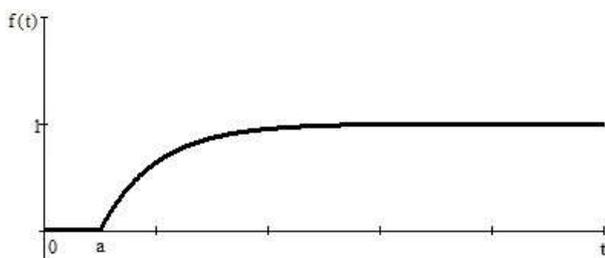
470.



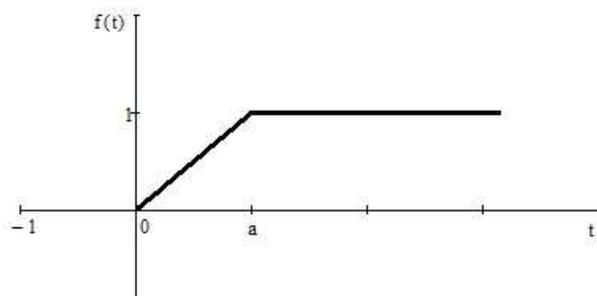
$$471. f(t) = \begin{cases} 0, & \text{при } 0 \leq t \leq a \\ e^{-b(t-a)}, & \text{при } t > a \end{cases}$$



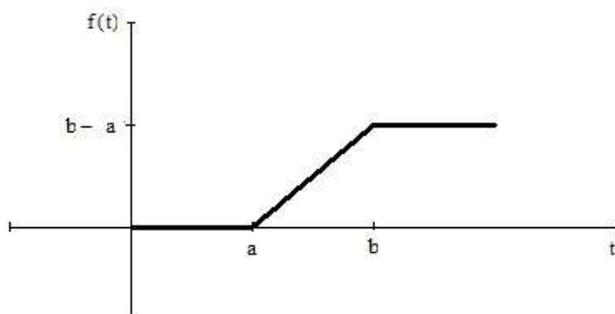
$$472. f(t) = \begin{cases} 0, & \text{при } 0 \leq t \leq a \\ 1 - e^{-b(t-a)}, & \text{при } t > a \end{cases}$$



473.

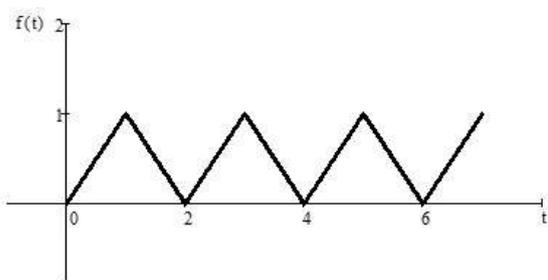


474.

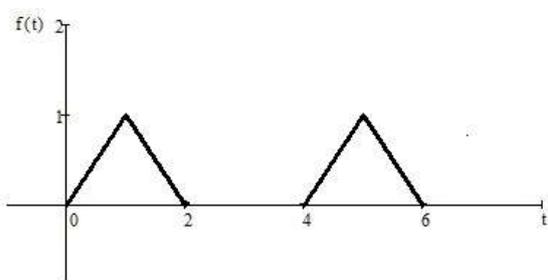


Найти изображение следующих периодических функций:

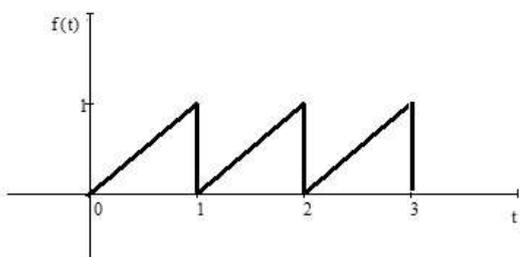
475.



476.



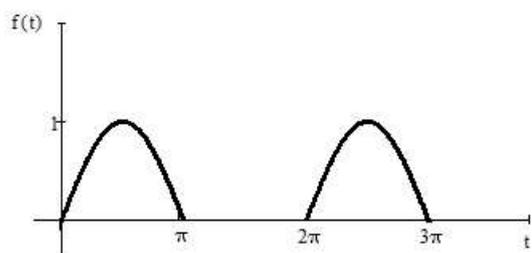
477.



478.  $f(t) = |\sin t|$

479.  $f(t) = |\cos t|$

480. 
$$f(t) = \begin{cases} \sin t & \text{при } 2k\pi < t < (2k+1)\pi; \\ 0 & \text{при } (2k+1)\pi < t < (2k+2)\pi; \end{cases}$$
$$k = 0, 1, 2, \dots$$



Решить следующие интегральные уравнения:

$$481. \varphi(t) = \sin(t) + \int_0^t (t-\tau)\varphi(\tau) d\tau$$

$$482. \varphi(t) = t + \int_0^t \sin(t-\tau)\varphi(\tau) d\tau$$

$$483. \varphi(t) = \cos(t) + \int_0^t e^{(t-\tau)}\varphi(\tau) d\tau$$

$$484. \varphi(t) = 1 + t + \int_0^t \cos(t-\tau)\varphi(\tau) d\tau$$

$$485. \varphi(t) = e^{-t} + \frac{1}{2} \int_0^t (t-\tau)^2 \varphi(\tau) d\tau$$

$$486. \varphi(t) = t + 2 \int_0^t [(t-\tau) - \sin(t-\tau)]\varphi(\tau) d\tau$$

$$487. \varphi(t) = \sin(t) + 2 \int_0^t \cos(t-\tau)\varphi(\tau) d\tau$$

$$488. \varphi(t) = 1 - 2t - 4t^2 + \int_0^t [3 + 6(t-\tau) - 4(t-\tau)^2]\varphi(\tau) d\tau$$

$$489. \varphi(t) = 1 + \frac{1}{2} \int_0^t \sin 2(t-\tau)\varphi(\tau) d\tau$$

$$490. \varphi(t) = e^t - 2 \int_0^t \cos(t-\tau)\varphi(\tau) d\tau$$

$$491. \varphi(t) = t - \int_0^t \operatorname{sh}(t-\tau)\varphi(\tau) d\tau$$

$$492. \varphi(t) = \operatorname{sh}(t) - \int_0^t \operatorname{ch}(t-\tau)\varphi(\tau) d\tau$$

Решить интегральные уравнения:

$$493. \int_0^t e^{(t-\tau)} \varphi(\tau) d\tau = t \quad 494. \int_0^t \cos(t-\tau) \varphi(\tau) d\tau = \sin(t)$$

$$495. \int_0^t e^{(t-\tau)} \varphi(\tau) d\tau = \sin(t)$$

$$496. \int_0^t \cos(t-\tau) \varphi(\tau) d\tau = t + t^2$$

$$497. \int_0^t \operatorname{ch}(t-\tau) \varphi(\tau) d\tau = \operatorname{sh}(t)$$

$$498. \int_0^t \operatorname{ch}(t-\tau) \varphi(\tau) d\tau = t$$

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

### Основная литература

1. Фалдин Н.В., Морозова Е.В. Специальные разделы математики (для специалистов по автоматическому управлению) : учебное пособие / Н.В. Фалдин, Е.В. Морозова; ТулГУ . — 2-е изд., перераб. и доп. — Тула : Изд-во ТулГУ, 2018 .— 174 с. : ил. — Библиогр.: 173 с. — ISBN 978-5-7679-4175-9 .— <URL:<https://tsutula.bibliotech.ru/Reader/Book/2018092709244937540700003076>>
2. Пантелеев А.В., Якимова А.С. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах: учебное пособие / А.В. Пантелеев, А.С. Якимова. — 3-е изд., испр. — М.: Лань, 2015. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-1921-0. — Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=67463](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=67463). — ЭБС Biblio online (Издательство «Лань») по паролю
3. Гусак А.А. Теория функций комплексной переменной и операционное исчисление [Электронный ресурс] / Гусак А.А., Бричикова Е.А., Гусак Г.М.— Электрон. текстовые данные. — Минск: ТетраСистемс, 2002. — 208 с. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/28246.html>.

### Дополнительная литература

1. Курс высшей математики. Теория функций комплексной переменной: учебное пособие / И.М. Петрушко [и др.]; под общ.ред. И.М. Петрушко. — 1-е изд. — СПб.: Лань, 2010. — 368 с. — ISBN 978-5-8114-1064-4. Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=526](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=526). — ЭБС Biblio online (Издательство «Лань») по паролю
2. Макаров Н.Н., Феофилов С.В. Применение пакета Mathcad в анализе и синтезе систем автоматического управления: учебное пособие / Н.Н. Макаров, С.В. Феофилов. — Тула: ТулГУ, 2007. — 169 с.: ил. — Библиогр. в конце кн. — ISBN 978-5-7679-1109-7
3. Петрушко И.М. Курс высшей математики. Интегральное исчисление. Функции нескольких переменных. Дифференциальные уравнения. Лекции и практикум: учебное пособие / И.М. Петрушко. — 2-е изд., стер. — СПб. и др.: Лань, 2008. — 608 с.: ил. — (Учебники для вузов. Спецлит.). — Библиогр. в конце кн. — ISBN 978-5-8114-0633-3. — Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=306](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=306). — ЭБС Biblio online (Издательство «Лань») по паролю
4. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного: учебник / И.И. Привалов. — 15-е изд., стер. — М.: Лань, 2009. — 432 с. — ISBN 978-5-8114-0913-6. — Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=322](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=322). — ЭБС Biblio online (Издательство «Лань») по паролю

### Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. <http://www.exponenta.ru> - Образовательный математический сайт
2. <http://www.elibrary.ru> - Научная электронная библиотека в области науки, технологии
3. <https://tsutula.bibliotech.ru/> - Электронный читальный зал “БИБЛИОТЕХ” : учебники авторов ТулГУ по всем дисциплинам.
4. <http://www.iprbookshop.ru/> - ЭБС IPRBooks универсальная базовая коллекция изданий.
5. <http://cyberleninka.ru/> - НЭБ КиберЛенинка научная электронная библиотека открытого доступа

6. <http://window.edu.ru> - Единое окно доступа к образовательным ресурсам: портал  
[Электронный ресурс]