

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук
Кафедра вычислительной механики и математики

Утверждено на заседании кафедры
«Вычислительная механика и математика»
« 14 » января 2021 г., протокол № 5

Заведующий кафедрой



В.В. Глаголев

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ) ДЛЯ
ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
(МОДУЛЮ)**

"Математика"

**основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы бакалавриата**

по направлению подготовки
20.03.01 Техносферная безопасность

с направленностью (профилем)
Инженерная защита окружающей среды

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 200301-01-21

Тула 2021 год

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ
фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Разработчик:

Белая Л.А., доцент, к.т.н.

(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)



(подпись)

1. Описание фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Фонд оценочных средств (оценочные материалы) включает в себя контрольные задания и (или) вопросы, которые могут быть предложены обучающемуся в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю). Указанные контрольные задания и (или) вопросы позволяют оценить достижение обучающимся планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), установленных в соответствующей рабочей программе дисциплины (модуля), а также сформированность компетенций, установленных в соответствующей общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

Полные наименования компетенций и индикаторов их достижения представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

2. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

1 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

1. Вычислить смешанное произведение векторов $\vec{a}, 3\vec{b}, \vec{c}$, если $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = \vec{j} + 4\vec{k}, \vec{c} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$.

2. Решить систему методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x + y - 2z = 0 \\ x + y + z = 1 \\ -2x - y = 1 \end{cases}$$

3. Найти собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

4. Уравнение прямой привести к каноническому виду: $\begin{cases} x + y - z - 1 = 0 \\ x + 2y + z - 4 = 0 \end{cases}$.

5. Вычислить предел:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{\cos x - 1}$$

6. Вычислить предел:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{7n^2 + 18n - 15}{7n^2 + 11n + 15} \right)^{n+2}$$

7. Найти производную

$$y = \ln \arcsin \sqrt{1 - e^{2x}}$$

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

1. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку A перпендикулярно вектору \overrightarrow{BC} , если $A(4, -2, 0)$, $B(1, -1, -5)$, $C(-2, 1, -3)$.

2. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы.

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0. \end{cases}$$

3. Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 7,76.$$

4. Вычислить предел:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}$$

5. Вычислить пределы:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 5x^2 - x}$$

6. Найти производные функций:

$$y = \ln\left(2x - 3 + \sqrt{4x^2 - 12x + 10}\right) - \sqrt{4x^2 - 12x + 10} \operatorname{arctg}(2x - 3).$$

7. Найти производные функций:

$$y = x^{3^x} \cdot 2^x.$$

2 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)

1. Выполнить действия над комплексными числами и укажите $\operatorname{Im} z$,

$$z = \frac{1+4i}{-i} + \frac{i-1}{3+i} + i^{10}$$

2. Вычислить неопределённый интеграл $\int \sin x \cdot \cos^4 x dx$

3. Вычислить определённый интеграл $\int_0^1 x \arccos x dx$

4. Вычислить неопределённый интеграл $\int \frac{dx}{(x+1)(x^2+2)}$

5. Вычислить определённый интеграл $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{1 + \sin x - \cos x}$.

6. Вычислить площади плоских фигур, ограниченных линиями, заданными в декартовых координатах: $y = 2x - x^2$, $x + y = 0$

7. Найти частные производные первого порядка от функции $z = x\sqrt{y} + \frac{x}{\sqrt[3]{y}}$

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор компетенции ОПК-1.1) достижения

1. Вычислить неопределённый интеграл $\int \frac{xdx}{4 + x^2}$

2. Вычислить определённый интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin 2x dx$

3. Вычислить площади плоских фигур, ограниченных линиями, заданными в декартовых координатах: $y = x^2 - 3x + 2$, $y = 2 - x^2$

4. Найти частные производные первого порядка от функции $z = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{y}$

5. Найти экстремальное значение функции $z = 4x + 4y - x^2 - y^2$

6. Выполнить действия над комплексными числами и укажите $\operatorname{Re} z$,
 $z = \frac{3+i}{2+i} + \frac{3-2i}{-i} - i^8$

7. Вычислить неопределённый интеграл $\int \frac{xdx}{4 + x^2}$

3 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор компетенции ОПК-1.2) достижения

1. Определите тип дифференциального уравнения:

1. $xy' = \sqrt{x^2 + y^2} + y$;

2. $y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}$;

3. $2(y^3 - y + xy)dy = dx$;

4. $y' = e^{\frac{x}{2}} \sqrt{y}$.

2. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}.$$

3. Сформулировать необходимый признак сходимости числового ряда.

4. Исследуйте числовые ряды на сходимость:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+1)}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \dots (2n+1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \dots (3n-1)}.$$

5. Сформулировать условия абсолютной и условной сходимости знакочередующегося ряда.

6. Исследуйте ряды на абсолютную/условную сходимость:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n(3n-1)}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n-1}{3n}.$$

7. Записать разложение Тейлора по степеням x функций e^x ;

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y^4 \cos x + 3y' = 0.$$

2. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$2(y' + xy) = (x-1)e^x y^2.$$

3. Найдите общее решение однородного уравнения и укажите **вид** частного решения неоднородного уравнения:

$$y''' - 3y'' + 4y = (18x - 21)e^{-x}.$$

4. Найдите общее решение однородного уравнения и укажите **вид** частного решения неоднородного уравнения:

$$y'' + y = 2 \cos 3x - 3 \sin 3x.$$

5. Исследуйте числовые ряды на сходимость:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+2)!4^n}.$$

6. Исследуйте ряды на абсолютную/условную сходимость:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1) \cdot 2^{2n+1}}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n^2+n+1}.$$

7. Найдите область сходимости функционального ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^{2n+1}}{3n-8}.$$

8. Запишите разложение функции $f(x)$ в ряд Фурье (коэффициенты не находить):

$$f(x) = \begin{cases} 2-x; & 0 \leq x \leq 2 \\ 0; & 2 < x \leq 3 \end{cases}; f(x) - \text{нечетная}.$$

4 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

1. Изменить порядок интегрирования.

$$\int_{-2}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2+y}}^0 f dx + \int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{-y}}^0 f dx$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

$$x = 8 - y^2, x = -2y.$$

3. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

$$x^2 + y^2 = 4y,$$

$$z = 6 - x^2, z = 0.$$

4. Вычислить криволинейные интегралы 2-го рода:

$$\int_L (x^2 - y^2) dx + (x^2 + y^2) dy, \text{ где } L - \text{ эллипс } x = a \cos t, y = b \sin t, \text{ пробегаемый в}$$

положительном направлении.

5. Вычислить криволинейные интегралы I-го рода: $\int_L 5 \sin 2x dl$, где L – дуга кривой

$$y = 3 + \ln \sin x, \frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{3}.$$

6. Найти скорость изменения скалярного поля $u = xy^2 + z^2$ в точке $M_0(-1,1,0)$ в направлении вектора \vec{l} , образующего с координатными осями острые углы α, β, γ , причем $\alpha = \pi/3, \beta = \pi/3$.

7. Предприятие изготавливает 95% изделий стандартных, причем из них 86% - первого сорта. Найдите вероятность того, что: 1) взятое наудачу изделие первого сорта; 2) из двух взятых изделий хотя бы одно первого сорта.

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

1. Изменить порядок интегрирования.

$$\int_{-\sqrt{2}}^{-1} dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^0 f dy + \int_{-1}^0 dx \int_x^0 f dy$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

$$y = \sin x, y = \cos x, x = 0, (x \geq 0).$$

3. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

$$x^2 + y^2 = 4x,$$

$$z = 12 - y^2, z = 0.$$

4. Вычислить криволинейные интегралы I-го рода: $\int_L \sin^2 x \cos^3 x dl$, где L – дуга кривой $y = \ln \sin x$, $\pi/6 \leq x \leq \pi/4$

5. Вычислить криволинейные интегралы 2-го рода $\int_L ydx + 2zdy - 3xdz$, где L – виток винтовой линии $x = \cos t$, $y = \sin t$, $z = t$. $0 \leq t \leq 2\pi$

6. В читальном зале имеются шесть учебников по теории вероятностей, из которых три в переплёте. Библиотекарь наудачу берёт учебники один за другим до появления учебника в переплёте. Найти вероятность того, что он возьмет не более трёх учебников

7. Потребление электроэнергии предприятиями №1 и №2 в течении суток характеризуются следующими данными:

Для предприятия №1				
X_i	840	860	880	990
$p(X_i)$	0,1	0,3	0,5	0,1

Для предприятия №2			
Y_i	950	980	1000
$p(Y_i)$	0,3	0,5	0,2

Найдите ряды распределения количества электроэнергии, потребляемой в течении суток обоими предприятиями.

3. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

1 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

1. Доказать, что $A(1,0,7)$ $B(-1,-1,2)$ $C(2,-2,2)$ $D(0,1,9)$ лежат в одной плоскости.

2. Показать, что прямые $L_1: x+2y+4=0$ и $L_2: 2x+4y-3=0$ параллельны и найти расстояние между ними.

3. Составить уравнение плоскости проходящую через три точки $M_1(2;-1;3)$, $M_2(-1;-3;-5)$ и $M_3(7;3;7)$.

4. Доказать, что прямые $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{-2}$ и $\frac{x+1}{1} = \frac{y+11}{2} = \frac{z-6}{1}$ пересекаются и найти точку пересечения и угол между ними.

5. Вычислить предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8\sqrt{n^3} + 2\sqrt[3]{n}}{\sqrt{n^3} - \sqrt[3]{n^4}}$$

6. Вычислить предел последовательности.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1})$$

7. Вычислить предел последовательности.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2+4n-1}{2n^2+4n-5} \right)^{n^2+5n}$$

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор компетенции ОПК-1.2) достижения

1. Найти $y'(x)$, если $x = a \cos t$, $y = a \sin t$,

2. Найти пределы используя правило Лопиталя:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \quad 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$$

3. Вычислить модуль векторного произведения векторов $4\vec{b} \times 2\vec{c}$, если $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} - 6\vec{j} + 21\vec{k}$.

4. Решить систему методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 3 \\ x_2 - 2x_3 = 1 \\ 2x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

5. Одинаково ли удалены точки $P(1, -4, 2)$ и $Q(7, 1, -5)$ от плоскости $6x + 5y - 7z - 27 = 0$?

6. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $(1, -2)$ параллельно прямой $x + 2y - 6 = 0$.

7. Вычислить $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+12} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 2x - 8}$

2 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор компетенции ОПК-1.3) достижения

1. Вычислить

а. $\frac{2+3i}{4-2i} + \frac{1-3i}{2i}$ **б.** $i^2 + i^3 + i^4 + i^5$

2. Вычислить интеграл используя метод подведения под знак дифференциала.

1. $\int \sqrt[3]{3x+1} dx$ 2. $\int \frac{dx}{x+3}$ 3. $\int e^{3x+1} dx$ 4. $\int \frac{dx}{x^2-2x-3}$

3. Вычислить интеграл используя метод интегрирования по частям.

1. $\int (1-2x) \cdot \sin x dx$ 2. $\int \ln(x+1) dx$

4. Вычислить интеграл.

$$\int \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} dx$$

5. Вычислить интеграл.

$$\int \sqrt[3]{x} \sqrt{5x} \cdot \sqrt[3]{x+3} dx$$

6. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = 4x$

7. Вычислить объём тела полученного вращением кривой $y = x^3$ вокруг оси Ox при $0 \leq x \leq 1$.

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

1. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям, вычислить приближено $1,02^{3,01}$

2. Написать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z = x^2 + y^2$ в точке $M_0(1; -2)$

3. Выполнить действия над комплексными числами и укажите $\text{Im } z$,

$$z = \frac{-1-i}{2+i} + \frac{3-2i}{-i} - i^8$$

4. Вычислить неопределённый интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{3x+2}}$

5. Вычислить определённый интеграл $\int_1^2 x 2^{3x} dx$

6. Вычислить неопределённый интеграл $\int \frac{x dx}{(x-2)(1+x)^2}$

7. Вычислить определённый интеграл $\int_{2\arctg(1/3)}^{2\arctg(1/2)} \frac{dx}{\sin x (1 - \sin x)}$.

3 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

1. Найти решение задачи Коши $y' + \cos(x+2y) = \cos(x-2y)$ при $y(0) = \frac{\pi}{4}$.

2. Решить дифференциальное уравнение $xy' \sin \frac{y}{x} + x = y \sin \frac{y}{x}$

3. Решить задачу Коши $y' - 4xy = -4x^3$ при условии $y(0) = -\frac{1}{2}$.

4: Решить задачу Коши: $y'' = \frac{1}{\cos^2 x}$, при $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\ln 2}{2}$, $y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$.

5: Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' x \ln x = y'$

6: Найти общее решение дифференциального уравнения $y' y''' - 3(y'')^2 = 0$

7: Найти общее решение уравнение $y^{IV} + y'' = 0$

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)

1. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n-1)}}$

2. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\arctg^2 n}{n(n-1)}$

3. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$\sqrt{5+y^2} dx + 4(x^2 y + y) dy = 0.$$

4. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$xy' + y = xy^2.$$

5. Найдите общее решение однородного уравнения и укажите **вид** частного решения неоднородного уравнения:

$$y''' + 2y'' + y' = (18x + 21)e^{2x}.$$

6. Найдите общее решение однородного уравнения и укажите **вид** частного решения неоднородного уравнения:

$$y'' + 2y' + 5y = -17 \sin 2x.$$

7. Исследуйте числовые ряды на сходимость:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n-1} \right)^{2n}; \quad 2. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}.$$

4 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

1. Изменить порядок интегрирования.

$$\int_{-2}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2+y}}^0 f dx + \int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{-y}}^0 f dx.$$

2. Вычислить.

$$\iint_D (12x^2 y^2 + 16x^3 y^3) dx dy;$$

$$D: x = 1, y = x^2, y = -\sqrt{x}.$$

3. Вычислить.

$$\iiint_V x \, dx \, dy \, dz;$$

$$V : y = 10x, y = 0, x = 1,$$

$$z = xy, z = 0.$$

4. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

$$y^2 - 2y + x^2 = 0,$$

$$y^2 - 4y + x^2 = 0,$$

$$y = x/\sqrt{3}, y = \sqrt{3}x.$$

5. Пластинка D задана ограничивающими ее кривыми, μ - поверхностная плотность. Найти массу пластинки.

$$D : x = 1, y = 0, y^2 = 4x \quad (y \geq 0);$$

$$\mu = 7x^2 + y.$$

6. Вероятность наступления некоторого события при одном испытании равна 0,4. Найти вероятность того, что при 1000 испытаниях частота наступления этого события отклонится от вероятности 0,4 не более чем на 0,05.

7. Дискретная случайная величина X может принимать три возможных значения: $X_1 = 4$ с вероятностью $P_1 = 0,5$; $X_2 = 6$ с вероятностью $P_2 = 0,3$ и X_3 с вероятностью P_3 . Найти X_3 и P_3 если $M(X) = 8$. Найти дисперсию $D(X)$.

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

1. При отклонении от нормального режима работы автомата срабатывает сигнализатор С – I с вероятностью 0,8, а сигнализатор С – II срабатывает с вероятностью 1. Вероятности того, что автомат снабжён сигнализатором С – I или С – II соответственно равны 0,6 и 0,4. Получен сигнал о разладки автомата. Найти вероятность того, что автомат снабжён сигнализатором С – I.

2. Найти векторные линии в векторном поле \mathbf{a} .

$$\mathbf{a} = 4y\mathbf{i} - 9x\mathbf{j}.$$

3. Изменить порядок интегрирования.

$$\int_{-2}^{-1} dy \int_0^{\sqrt{2+y}} f \, dx + \int_{-1}^0 dy \int_0^{\sqrt{-y}} f \, dx$$

4. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

$$y = 2/x, y = 5e^x, y = 2, y = 5.$$

5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

$$x^2 + y^2 = 2y,$$

$$z = 13/4 - x^2, \quad z = 0.$$

6. Вычислить криволинейные интегралы I-го рода: $\int_L (x^2 y + 1) dl$, где L – отрезок прямой, соединяющей точки $A(1, -3)$ и $B(2, -1)$

7. Вычислить поверхностные интегралы по площади поверхности (I рода) $\iint_{\sigma} y dx dz$,

где σ – верхняя сторона части плоскости $x + y + z = a$, лежащей в первом октанте;