

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт высокоточных систем им. В.П. Грязева
Кафедра систем автоматического управления

Утверждено на заседании кафедры
«Системы автоматического управления»
«13» января 2021 г., протокол № 8

Заведующий кафедрой



О.В.Горячев

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по выполнению лабораторных работ
по дисциплине (модулю)**

«Статистическая динамика»

**основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы специалитета**

по специальности

24.05.06 Системы управления летательными аппаратами

со специализацией

Системы управления беспилотными летательными аппаратами

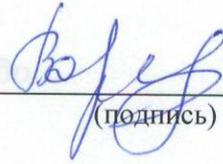
Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 240506-01-21

Тула 2021 год

Разработчик(и) методических указаний

Воробьев В.В., профессор, к.т.н., доцент
(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)


(подпись)

Институт высококоротколучевых систем им. В.П. Гурьева
Кафедра систем автоматического управления

Утверждено на заседании кафедры
«Системы автоматического управления»
«ЗВ» № 12 от 2017 г. протокол № 12


О.В.Т.орья

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по выполнению лабораторных работ
по дисциплине (модулю)

«Системы автоматического управления»

основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программа специализации

по специальности
Системы управления движением аппаратов

со специализацией
Системы управления движением аппаратов

Формат: электронный

Идентификационный номер образовательной программы: 240206-01-17

Тема 2017 год

ВВЕДЕНИЕ

Целью практикума является закрепление теоретических знаний, получаемых в процессе обучения, а также приобретение навыков решения практических задач, связанных с моделированием, анализом, синтезом и оптимизацией стохастических систем.

Достижение поставленной цели связано с решением следующих задач:

- моделирование функционирования системы в условиях регулярных и случайных внешних воздействий;
- анализ и синтез стохастической системы;
- оптимизация параметров стохастической системы по заданным критериям;
- экспериментальная отработка системы при случайных воздействиях с проверкой показателей динамики и точности.

Для лабораторного практикума используется пакет Simulink и другие пакеты расширения системы Matlab.

Объектом исследования практикума является линейная стационарная система с астатизмом первого или более высоких порядков, имеющая передаточную функцию $W_3(p)$ (см. рис.). На систему воздействуют случайный полезный сигнал $G(t)$, и аддитивная помеха (шум) $F(t)$. Информация о воздействиях задана их спектральными плотностями мощности.

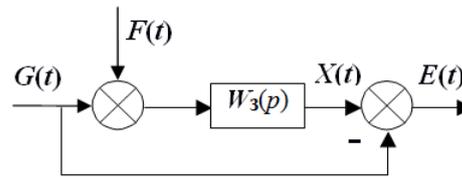


Рис. 1 Схема формирования ошибки

Предполагается, что внешние воздействия являются центрированными, $m_g = m_f = 0$, эргодическими стационарными случайными процессами (ССП), статистически не связанными (корреляция отсутствует).

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

Построение математической модели системы телеуправления в условиях регулярных и случайных воздействий

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Объектом исследования является система телеуправления (СТУ) ракеты, функционирующая в условиях шумов наземной и бортовой аппаратур управления и кинематических возмущений по ускорению, которые обусловлены силой тяжести (вертикальный канал) и разворотом линии прицеливания (горизонтальный канал) (рис. 1).



Рис. 1 Пуск ПТУР семейства «НОТ» (Франция)

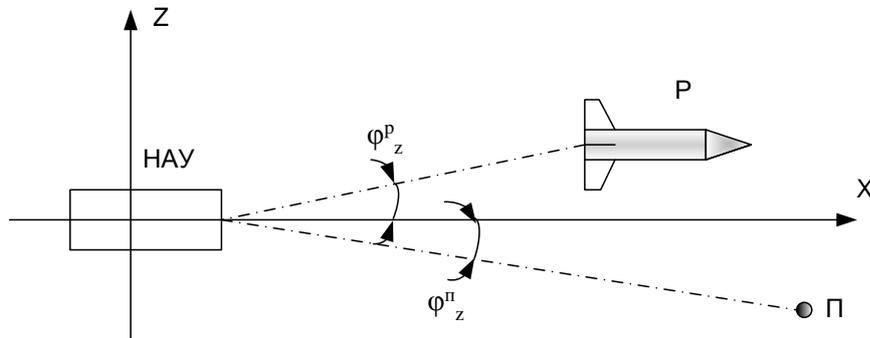


Рис. 2. Принципиальная схема системы: НАУ – наземная аппаратура управления; Р – ракета; П – помеха (световая)

Функциональная схема двумерной СТУ в векторной форме представлена на рис. 2.

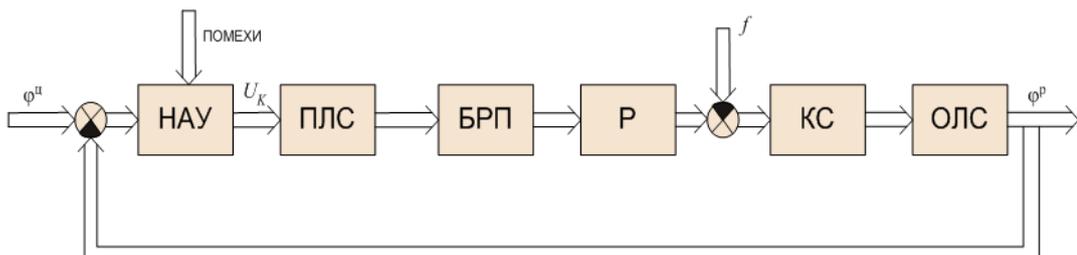


Рис. 3. Функциональная схема контура управления: НАУ – наземная аппаратура управления; ПЛС – проводная линия связи; БРП – блок рулевых приводов; Р – ракета; КС – кинематические соотношения; ОЛС – оптическая линия связи; f – вектор

кинематических возмущений

Структурная схема плоского контура управления представлена на рис. 3.

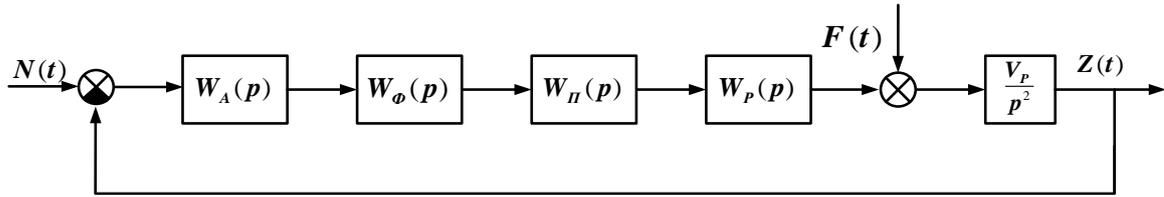


Рис. 4. Структурная схема СТУ

Здесь: $F(t)$ – кинематическое возмущение; $N(t)$ – эквивалентная помеха, приведенная к входу АВК; выход $Z(t)$ – отклонение ракеты в траекторной системе координат, т.е. ошибка наведения; V_p – скорость ракеты.

Передаточные функции звеньев СТУ имеют вид

$$W_A(p) = \frac{k_A}{T_A p + 1}; W_\phi(p) = k_\phi \frac{T_\phi p + 1}{T_\phi p + 1}; W_\pi(p) = \frac{k_{pm}}{T_{pm} p + 1}; W_p(p) = \frac{k_{oy}}{T_{oy}^2 p^2 + 2\xi_{oy} T_{oy} p + 1},$$

где $k_A, T_A, k_\phi, T_\phi, k_\pi, T_\pi, k_p, T_p$ – соответственно коэффициенты передачи и постоянные времени звеньев АВК, диффильтра, рулевого привода, ракеты; n – разнос диффильтра.

Рассматриваемая в работе идеализация в виде плоского контура предполагает отсутствие перекрёстных связей между каналами управления СТУ, линейность статических характеристик звеньев и стационарность (т.е. постоянство коэффициентов передачи и постоянных времени звеньев).

В ограниченном диапазоне дальности на участке атаки цели, который наиболее критичен для контура управления с точки зрения соотношения сигнал/шум, допущение о стационарности системы является приемлемым. Полагаем, что шумовая помеха $N(t)$ является центрированным эргодическим стационарным случайным процессом (ССП).

После переходного процесса в СТУ возникает установившаяся ошибка наведения $Z(t)$ (линейное отклонение ракеты от линии прицеливания), которая также представляет собой СПП. Ошибка обусловлена инерционностью звеньев СТУ, а также наличием помехи и возмущающего воздействия по ускорению.

Рассмотрим в качестве критерия точности стохастической СТУ суммарный средний квадрат ошибки $\overline{z^2}$. Необходимо отметить, что оптимизация по критерию минимума $\overline{z^2}$ обеспечивает близость мгновенной ошибки $Z(t)$ к нулю за время наблюдения (полета) лишь «в среднем». Причем даже при малом значении $\overline{z^2}$ критерий среднего квадрата ошибки не гарантирует отсутствие импульсных отклонений ракеты (кратковременных всплесков на кривой $Z(t)$). Таким образом, критерий среднего квадрата не контролирует диапазон мгновенной ошибки СТУ за время работы системы на классе сигналов (на множестве реализаций случайного процесса).

При синтезе высокоточных систем целесообразно использовать минимаксный модульный критерий, когда синтез производят из условия минимизации максимума модуля мгновенной ошибки за время работы системы на заданном классе сигналов. При этом контролируется диапазон мгновенной ошибки и гарантируется, что модуль текущей ошибки системы не превысит допуска ТЗ.

ЗАДАНИЕ НА ИССЛЕДОВАНИЕ

Исследовать вертикальный канал наведения на линию прицеливания. Кинематическим возмущением на систему – ускорение силы тяжести. Ошибка регулирования – выход системы, т.е. линейное отклонение ракеты по вертикали от линии прицеливания. В качестве возмущения $F(t)$ рассматривается эквивалентная шумовая помеха наземной и бортовой аппаратур управления, приведенная к входу СТУ.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Построить Simulink-схему СТУ при наличии детерминированного возмущения и шума.
2. Рассчитать по заданной спектральной плотности помехи формирующий фильтр для ее моделирования.
3. Построить Simulink-схему для вычисления дисперсии ошибки от помехи.
4. Определить аналитически и экспериментально составляющие установившейся ошибки от кинематического возмущения и шумовой помехи.
5. Выполнить однопараметрическую оптимизацию СТУ по коэффициенту усиления разомкнутой системы K графическим способом, исходя из условия минимума суммарного среднего квадрата ошибки.
6. Построить график зависимости критерия точности от коэффициента K , определить экстремум целевой функции и оптимальное значение коэффициента.
7. Оценить качество регулирования оптимизированной СТУ на основе анализа запасов устойчивости, времени регулирования, перерегулирования.
8. Выполнить коррекцию результата безусловной оптимизации СТУ применительно к задаче условной оптимизации при наличии ограничений.
9. Сформулировать выводы по работе.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2 Моделирование шумов и помех методом формирующего фильтра

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Рассмотрим задачу моделирования случайной помехи на входе СТУ методом формирующего фильтра и экспериментальной оценки с помощью виртуальной модели статистических характеристик системы, в том числе среднеквадратической ошибки $z_{\text{ск}} = \sqrt{z^2}$.

Полагаем, что помеха является эргодическим ССП с известной спектральной плотностью, помеха и кинематическое возмущение не коррелированы между собой.

Рассчитаем по заданной спектральной плотности помехи формирующий фильтр (ФФ) для ее моделирования. Функция спектральной плотности помехи задана в виде:

$$S_f(\omega) = \frac{2a_f D_f}{a_f^2 + \omega^2} = \frac{2T_f D_f}{1 + \omega^2 T_f^2}$$

где a_f – параметр, задающий ширину полосы частот; $T_f = 1/a_f$ – постоянный коэффициент; D_f – дисперсия.

График спектральной плотности помехи $F(t)$ имеет колоколообразный вид

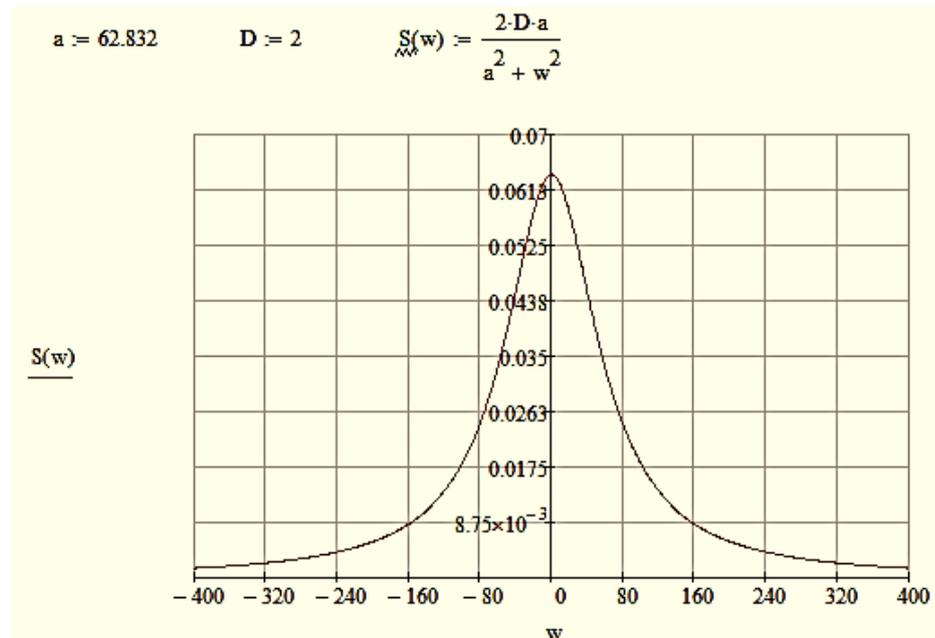


Рис. 1. Вид спектральной плотности мощности помехи

Рассмотрим линейный стационарный формирующий фильтр (ФФ), на вход которого подается сигнал белого шума $U(t)$ с единичной спектральной плотностью $S_u(\omega) = 1$. Тогда связь спектральных плотностей сигналов на входе и выходе ФФ определится выражениями.

$$S_f(\omega) = |W_{\Phi}(j\omega)|^2 S_u(\omega)$$

$$\frac{\sqrt{2T_f D_f}}{1 + j\omega T_f} \cdot \frac{\sqrt{2T_f D_f}}{1 - j\omega T_f} = W_{\Phi}(j\omega) W_{\Phi}(-j\omega)$$

Следовательно, передаточная функция ФФ, который преобразует сигнал белого шума единичной интенсивности в случайный процесс $F(t)$ с заданной спектральной плотностью $S_f(\omega)$, имеет вид

$$W_{\Phi\Phi}(p) = \frac{K_{\Phi\Phi}}{T_{\Phi\Phi} * p + 1},$$

$$K_{\Phi\Phi} = \sqrt{2T_f D_f} = \sqrt{\frac{2D_f}{a_f}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2}{62.832}} = 0.252,$$

$$T_{\Phi\Phi} = T_f = \frac{1}{62.832} = 0.0159 \text{ с}$$

Simulink-схема стохастической СТУ и полученная реализация случайного сигнала ошибки в условиях шума представлена на рис. 2-3. При этом на вход формирующего фильтра (апериодического звена) подается сигнал единичной интенсивности от генератора белого шума из библиотеки Simulink.

Примечание. Настройка генератора белого шума (ГБШ).

ГБШ с ограниченным спектром «*Band-Limited White Noise*» предназначен для воспроизведения реализации случайного процесса заданной мощности, равномерно распределенной в ограниченном диапазоне частот. Параметры ГБШ, которые настраиваются:

- Noise Power – интенсивность (мощность) шума.
- Sample Time – модельное время (шаг дискретизации), определяет спектр частот.
- Seed – число, необходимое для инициализации генератора случайных чисел.

Необходимо учитывать, что в процессе статистических испытаний СТУ, когда необходимо многократно запускать Simulink-схему системы ГБШ (в случае его неизменной настройки) будет воспроизводить одну и ту же реализацию белого шума на входе ФФ. Для адекватности испытаний и получения множества реализаций помехи (при фиксированных мощности и спектре) надо перед каждым пуском Simulink-схемы вручную изменять число «*Seed*» (зерно).

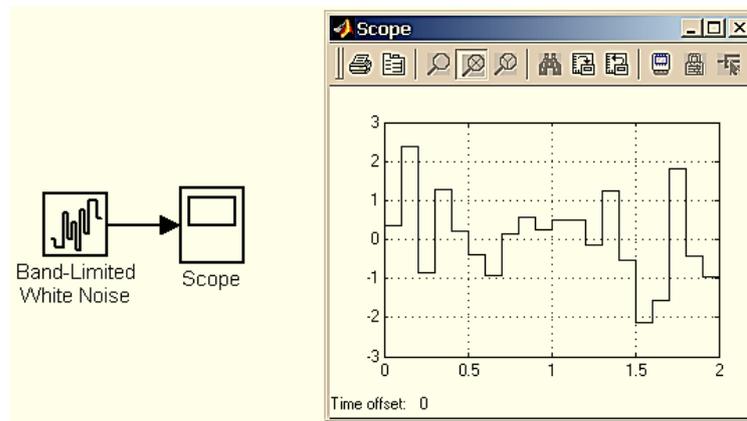


Рис. 2. Генератор белого шума из библиотеки Simulink и вид реализации белого шума

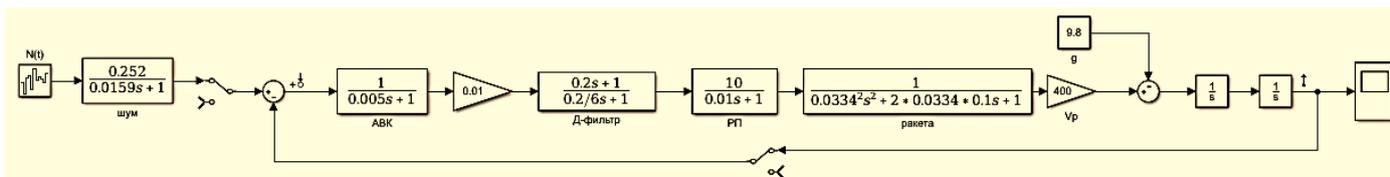


Рис. 3. Simulink-схема стохастической СТУ с моделированием помехи на ее входе

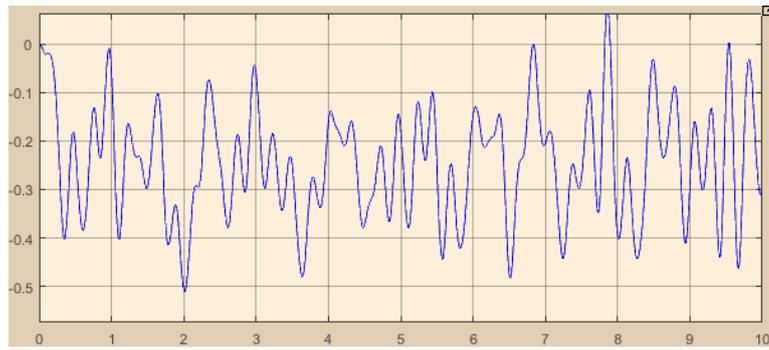


Рис. 4. Реализация сигнала ошибки

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

Оптимизация параметров стохастической системы по критерию минимума среднего квадрата ошибки

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Рассмотрим задачу однопараметрической безусловной оптимизации СТУ с «неограниченной линейной зоной» по коэффициенту усиления разомкнутой системы K [$1/(c^*m)$]. В качестве критерия оптимальности для стохастической СТУ будем использовать критерий минимума суммарного среднего квадрата ошибки.

Примечание.

Более корректно. Коэффициент усиления разомкнутой СТУ включает также скорость ракеты V_p . Этот коэффициент $K \cdot V_p$ имеет размерность [$1/(c^2)$] и называется добротностью по ускорению.

В области устойчивости системы построим графики зависимости от коэффициента K для двух составляющих критерия точности, которые в соответствии с принципом суперпозиции могут рассчитываться по отдельности.

1) *Расчет регулярной составляющей ошибки от кинематического возмущения*

Установившаяся ошибка СТУ от детерминированного возмущения по ускорению силы тяжести g согласно теории автоматического управления вычисляется аналитически методом коэффициентов ошибок

$$e_{уст} = \frac{g}{K \cdot V_p} = \frac{9.8}{(1 \cdot 0.01 \cdot 1 \cdot 10) \cdot 400} = 0.245 \text{ м}$$

Проверка расчета регулярной составляющей ошибки производится с помощью Simulink-схемы, моделирующей вертикальный канал СТУ при наличии возмущения по ускорению силы тяжести.

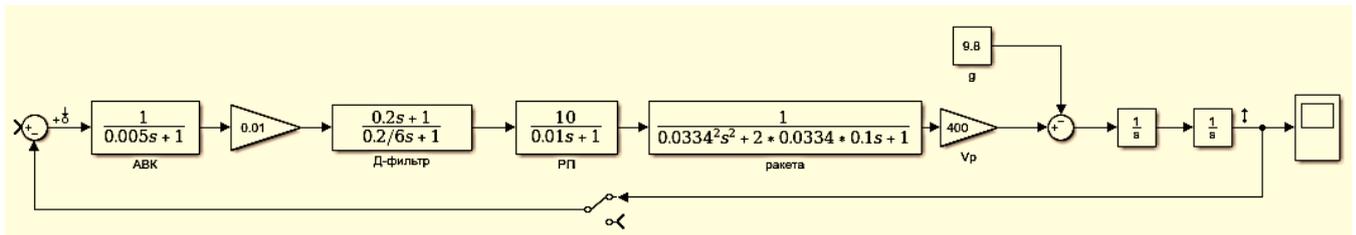


Рис. 1. Simulink-схема для вычисления регулярной составляющей ошибки

По осциллограмме выхода получаем значение установившейся ошибки (отклонение ракеты от линии прицеливания) $e_{уст} = -0.245 \text{ м}$.

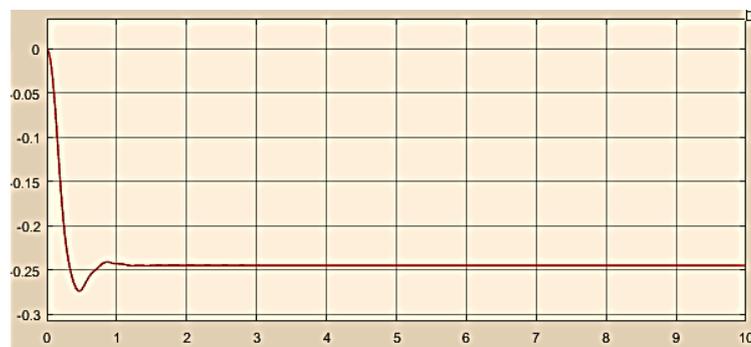


Рис. 2. Выходная координата СТУ при возмущении по ускорению

Расчитанное аналитически и полученное экспериментально значения ошибки совпадают.

2) *Расчет случайной составляющей ошибки от помехи.*

Дисперсия ошибки от прохождения центрированной помехи (с нулевым средним) вычисляется по зависимости

$$D = \int_0^T w^2(t) dt, \quad (1)$$

где $w(t)$ – импульсная переходная характеристика (ИПХ) *расширенной* системы от входа ФФ до выхода по ошибке (в данном случае выход СТУ); T – время затухания, т.е. время входа ИПХ устойчивой системы в 5-процентный коридор.

Из (1) следует, что для вычисления составляющей ошибки от помехи необходимо получить ИПХ. Для этого на вход ФФ надо подавать импульсное воздействие (дельта-функцию), которое невозможно смоделировать точно.

Однако известно, что воздействие дельта-функции эквивалентно заданию начального условия на интеграторе схемы моделирования ФФ. Например, если ФФ представляет собой апериодическое звено, то для получения ИПХ это звено надо моделировать на интеграторе, охваченном отрицательной обратной связью. При этом на интеграторе задается не единичное начальное условие, которое определяется из уравнения апериодического звена (коэффициент при входном сигнале).

Для расчета дисперсии по выражению (1) представим апериодическое звено ФФ в виде интегратора, охваченного отрицательной обратной связью.

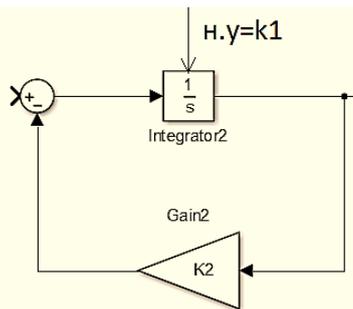


Рис. 3. Схема моделирования ФФ на интеграторе с начальным условием, равным $K1$

Здесь параметры

$$K1 = \frac{K_{\Phi}}{T_{\Phi}} = 15.85; K2 = \frac{1}{T_{\Phi}} = 62.832$$

Оптимизация СТУ по критерию минимума среднего квадрата ошибки

Рассмотрим оптимизацию СТУ по критерию минимума суммарного среднего квадрата ошибки. В процессе оптимизации дисперсия ошибки от помехи $D = D(K)$ определяется путем непосредственного моделирования Simulink-схемы вычисления критерия вида (1) (рис. 7). Значения коэффициента K выбираются из диапазона устойчивости системы. Simulink-схема вычисления дисперсии ошибки представлена на рисунке

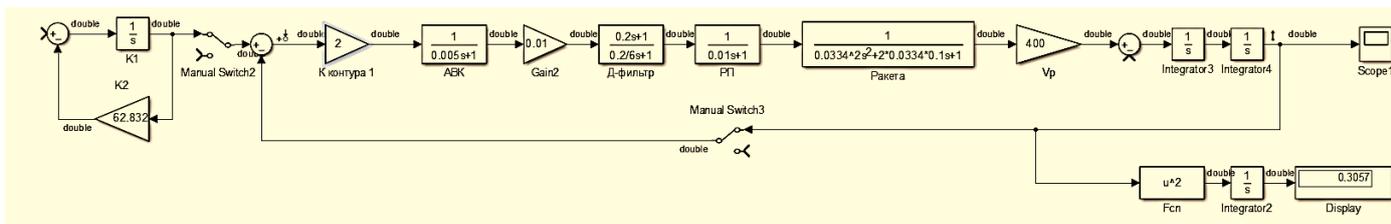


Рис. 4. Simulink-схема для вычисления дисперсии ошибки (начальное условие на интеграторе ФФ ненулевое!).

По графику суммарного среднего квадрата ошибки \tilde{e}_Σ^2 в функции от коэффициента K отыскивается минимум критерия точности стохастической системы

$$\tilde{e}_\Sigma^2 = \left(\frac{g}{K \cdot V_p} \right)^2 + D(K) = \min_K \rightarrow K^*$$

Для определения оптимума K^* графическим методом построим в системе Mathcad график зависимости суммарного среднего квадрата ошибки от коэффициента усиления K .

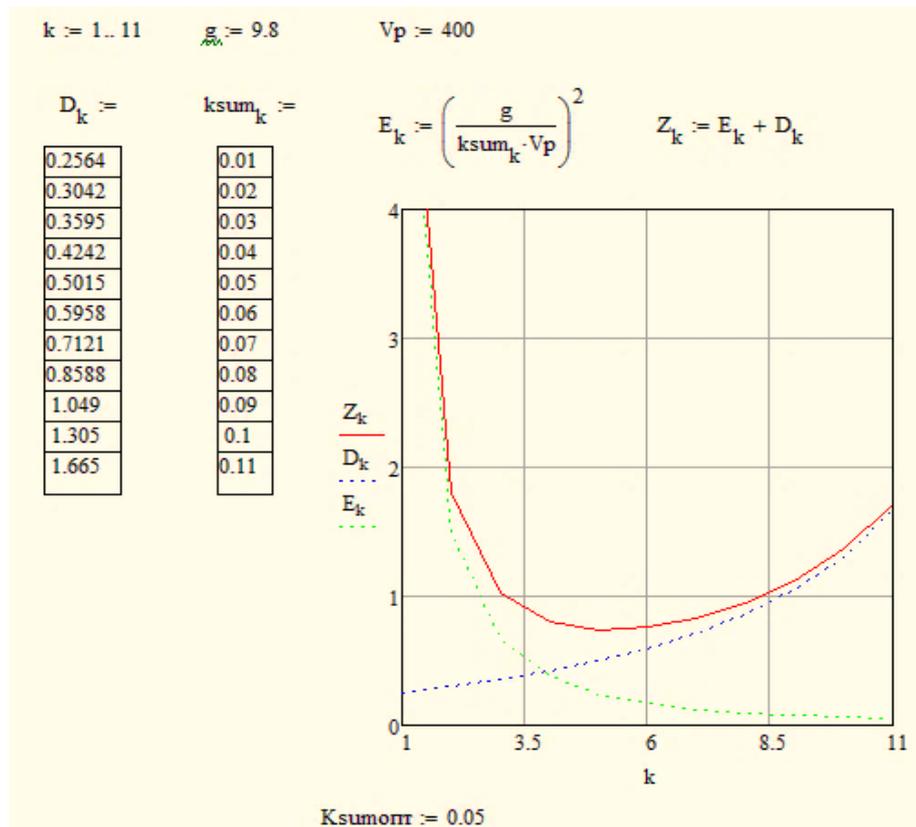


Рис. 5. Графики суммарного среднего квадрата ошибки и двух его составляющих в функции от коэффициента усиления по контуру

Оптимальным является коэффициент разомкнутой СТУ равный 0.05 [1/(с*м)]. Он доставляет минимум суммарному среднему квадрату ошибки, который равен 0.742 м².

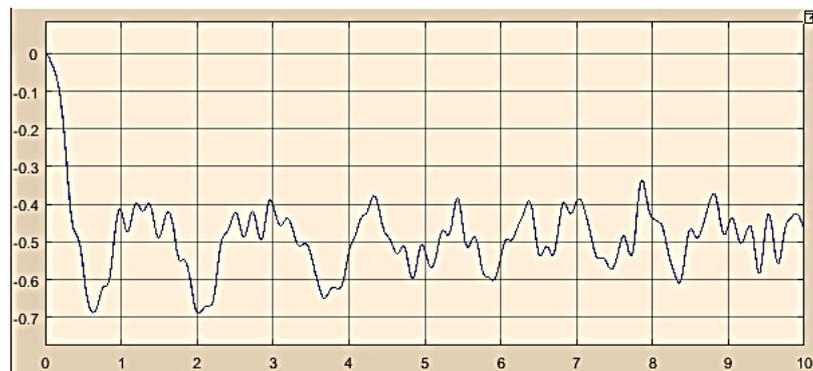


Рис. 6. Реализация ошибки наведения МГР

Оценим показатели динамики оптимизированной по точности СТУ.

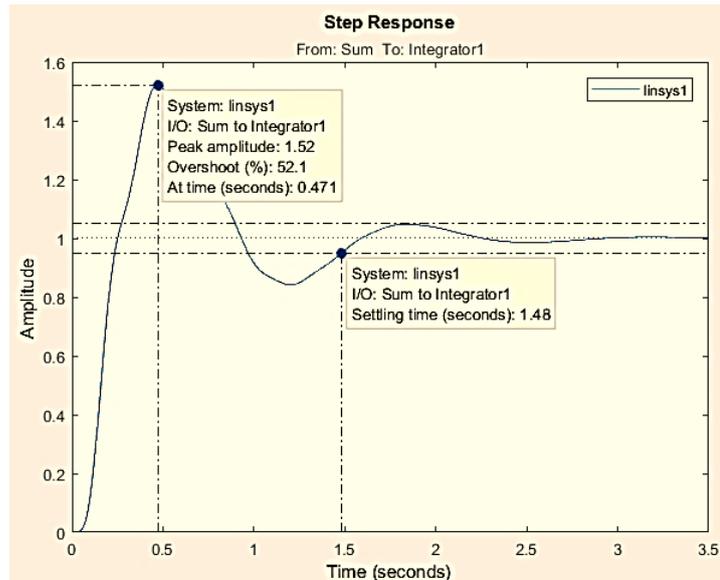


Рис. 7. Переходный процесс

Перерегулирование составляет 52%, время входа системы в 5% зону составляет 1.48 с.

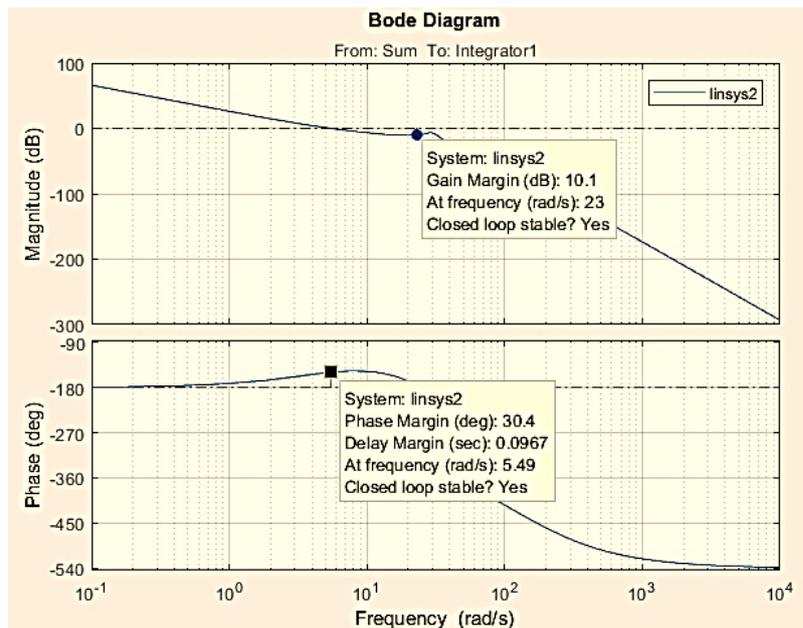


Рис. 8. ЛАФЧХ: запас устойчивости по фазе 30° , по амплитуде 10.1 дБ.

Из анализа запасов устойчивости, времени регулирования и перерегулирования можно заключить, что система отвечает заданным требованиям.

Исследование влияния помех и оценка помехозащищенности СТУ

Проанализируем зависимость точности СТУ от параметров шума (интенсивности и ширины полосы частот). С помощью *схемы вычисления дисперсии ошибки* от помехи (рис. 7) регистрируем ее значения при следующих факторах:

- 1) повышении интенсивности помехи (достигается увеличением K_1 в схеме ФФ) – дисперсия ошибки от помехи увеличивается.
- 2) увеличении полосы частот (расширении спектра) помехи (достигается увеличением K_1 и K_2 в схеме ФФ) – дисперсия ошибки увеличивается.

Таким образом, увеличение интенсивности и/или расширение полосы частот шума сильно влияют и негативно сказываются на точности СТУ.

Оценка помехозащищенности СТУ при фиксированной добротности осуществляется по принятому в инженерно деле критерию – отношению «сигнал/шум» (сокращенно ОСШ, или в английской транскрипции SNR).

ОСШ автоматической системы определяют как отношение мощности полезного сигнала к мощности шума. Чем оно выше, тем система лучше. ОСШ обычно рассчитывают в децибелах (дБ), т.е. в виде десятичного логарифма отношения средних квадратов полезного сигнала и шума, умноженного на 10. При ОСШ более 20 дБ система считается рабочей.

В рассматриваемом случае синтеза СТУ ОСШ оценивается по отношению квадрата регулярной составляющей ошибки от ускорения силы тяжести и дисперсии ошибки от помехи.

ЗАДАНИЕ НА РАБОТУ.

Рассчитать ОСШ СТУ при найденной оптимальной добротности. При необходимости (ОСШ менее 20 дБ) согласовать параметры шума с возможностями СТУ. Для этого в схеме вычисления дисперсии ошибки варьировать коэффициенты ФФ (K_1 и K_2) в направлении уменьшения мощности помехи и пересчитывать ОСШ.

Найти параметры шумовой помехи (интенсивность и полосу частот), при которых ОСШ будет больше 30 дБ. В этом случае влиянием помехи на точность СТУ можно пренебречь и рассматривать задачу ее синтеза как детерминированную.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4

Анализ динамики и точности системы телеуправления в условиях возмущений и ограничения на развиваемое ускорение

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Выполним коррекцию результата проведенной выше безусловной оптимизации СТУ. Рассмотрим задачу условной оптимизации системы, в частности, задачу оптимизации СТУ при учете ограничения на развиваемое ускорение. Заметим, что ограничение по ускорению обусловлено наличием механических ограничителей хода аэродинамических рулей, что обеспечивает защиту бортовой аппаратуры и планера ракеты от избыточной перегрузки.

Проверим путем моделирования влияние ограничения ускорения на работу СТУ. Заметим, что в переходном режиме вывода МГР на линию прицеливания, при больших уровнях сигнала ошибки ограничение по ускорению, как правило, достигается. Однако в правильно спроектированной системе в установившемся режиме работы данное ограничение не должно достигаться.

При разработке высокоточных систем целенаправленно следуют принципу исключения ограничений в установившемся режиме, обеспечивая тем самым работу системы в линейной зоне и высокую точность. Обеспечивается это учетом ограничения на этапе постановки задачи оптимального синтеза управления.

Рассмотрим структурную схему линейной СТУ со статической нелинейностью типа ограничения (насыщения), на вход которой поступает сигнал ускорения. В нелинейной системе на выходе нелинейности процесс будет отличаться от нормального гауссовского. Однако объект управления (ракета) за счет своих инерционных (интегрирующих) свойств восстанавливает нормальное гауссовское распределение сигнала на входе нелинейного звена. Таким образом, в задаче расчета дисперсии ошибки от помехи на дисперсию ускорения следует наложить ограничение из условия

$$|\varepsilon(t)| \leq \varepsilon_{\max}$$

С учетом правила «трех сигм», справедливого для гауссовского процесса, получаем для дисперсии ускорения ограничение типа неравенства

$$D_{\varepsilon} = \sigma_{\varepsilon}^2 \leq \frac{(\varepsilon_{\max} - g)^2}{9}$$

Если в результате синтеза данное неравенство удовлетворяется, то с высокой вероятностью можно ожидать, что в установившемся режиме СТУ большую часть времени система будет работать в линейной зоне.

Введем ограничение по модулю ускорения в Simulink-схему СТУ, функционирующую в условиях помехи и кинематического возмущения. Пусть ограничение ускорения равно $3g$.

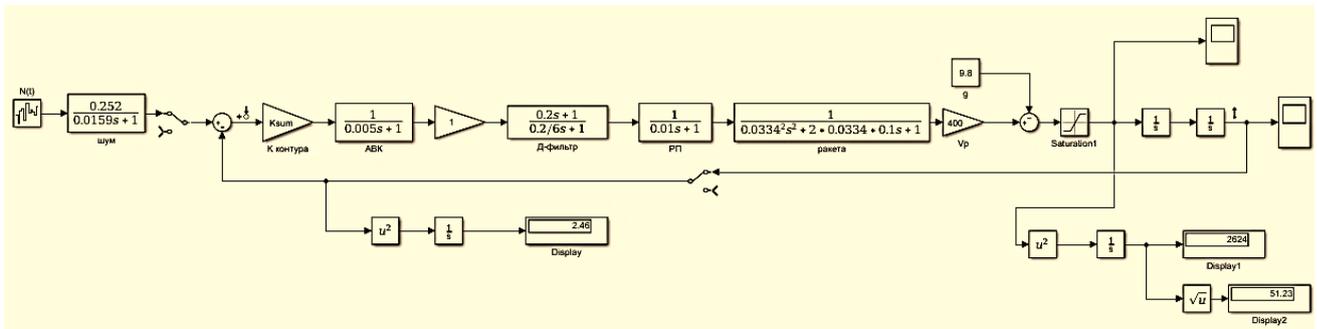


Рис. 1. Simulink-схема СТУ в условиях помехи, кинематического возмущения и ограничения ускорения

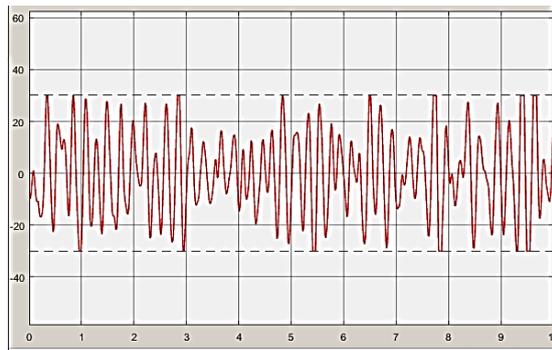


Рис. 2. Установившийся процесс по ускорению СТУ с ограничением

Видно, что система в условиях помехи и кинематического возмущения достигает заданного ограничения. Для того чтобы система работала в линейной зоне уменьшим коэффициент передачи разомкнутого контура до $0.03 [1/(с*м)]$. При этом СТУ не достигает ограничения по ускорению.

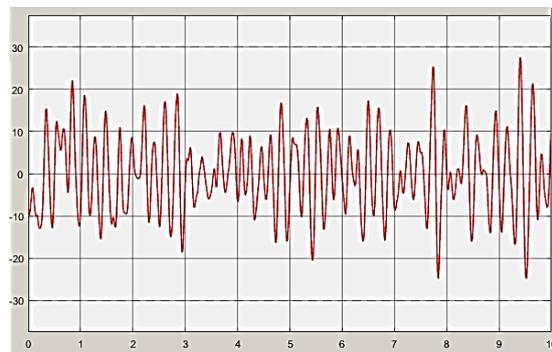


Рис. 3. Установившийся процесс по ускорению без срабатывания ограничения



Рис. 4. Реализация случайного сигнала ошибки

Проверим скорректированную СТУ на устойчивость и качество регулирования.

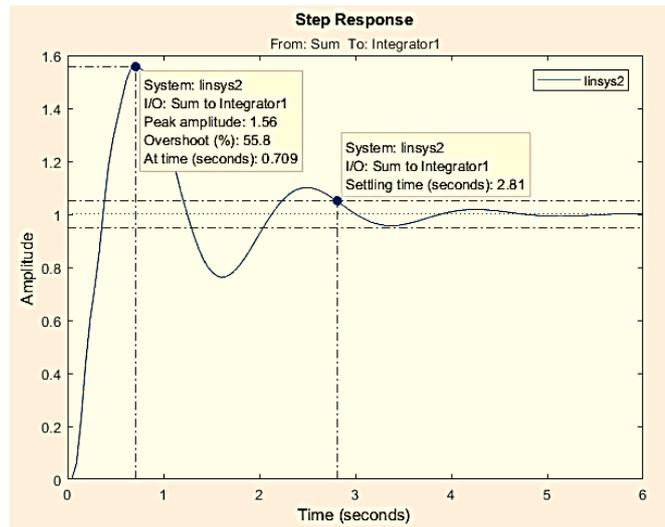


Рис. 5. Переходный процесс

Перерегулирование составляет 56%, время входа системы в 5% зону составляет 2.81с.

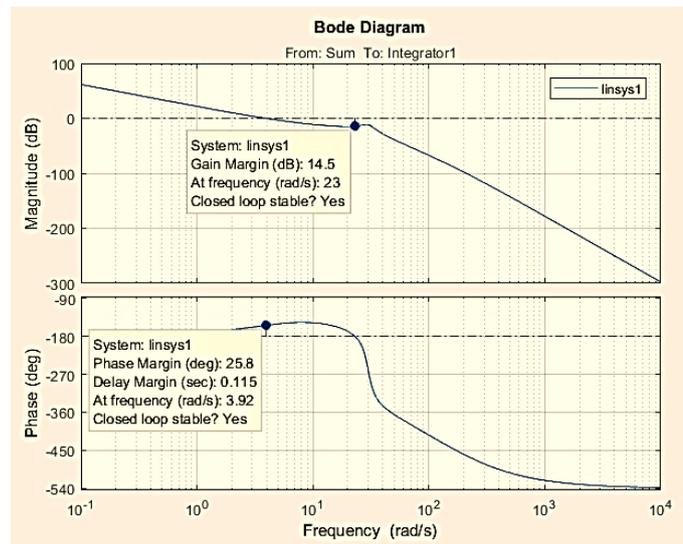


Рис. 6. ЛАФЧХ

Запас устойчивости по фазе 15.8° , по амплитуде 14.5 дБ.

ВЫВОДЫ

При уменьшенной добротности (т.е. коэффициенте передачи разомкнутой СТУ) развиваемое ускорение системы не превышает ограничения $3g$. Система устойчива и имеет запас устойчивости по амплитуде выше, чем до внесения коррекции. Однако снижение поправочного коэффициента до 0.03 имеет отрицательные последствия для динамики и точности СТУ: возросло перерегулирование, время переходного процесса увеличилось в 2 раза, увеличилась постоянная составляющая ошибки, вызванной возмущением от ускорения силы тяжести, дисперсия ошибки от помехи увеличилась с 2.326 м^2 до 6.366 м^2 .

Из проведенной неудачной ручной коррекции коэффициента передачи разомкнутого контура можно сделать следующие выводы.

1. Необходимо расширить возможности синтеза СТУ. Задачу оптимального синтеза следует ставить как многопараметрическую (по коэффициенту разомкнутой системы, по постоянной времени и разнесу диффильтра). Решать задачу автоматизированными методами,

т.е. поисковыми численными методами с использованием сетки начальных приближений по оптимизируемым параметрам (последнее – с целью исключения локальных минимумов целевой функции).

2. Задачу оптимизации рассматривать как условную, т.е. как задачу минимизации критерия точности (целевой функции) $\tilde{\epsilon}_\Sigma^2$ в условиях совокупности параметрических и функциональных ограничений на:

- принадлежность коэффициента K области устойчивости (причем с требуемыми запасами устойчивости);
- значение среднеквадратичной суммарной ошибки (не более допустимого по ТЗ СКО);
- развиваемую перегрузку.

В общем случае можно рекомендовать следующие мероприятия для повышения эффективности синтеза высокоточной СТУ в условиях помех.

1. Уменьшать интенсивность и/или ширину полосы частот шумов наземной и бортовой аппаратуры управления.
2. Повышать уровень допустимой перегрузки ракеты.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое случайный процесс? Определите понятия «реализация» и «сечение» случайного процесса.
2. Какой случайный процесс называется стационарным эргодическим? В каком случае при стационарных входных воздействиях ошибка системы также является стационарным процессом?
3. Каков содержательный смысл понятий корреляционная функция и спектральная плотность? Как характер реализаций случайного процесса связан с видом графиков этих функций?
4. Перечислите факторы, за счёт которых в СТУ возникает ошибка.
5. Какие критерии могут использоваться для оценки точности стохастической СТУ? Каковы их достоинства и недостатки?
6. Какой принцип положен в основу расчёта ошибки в линейной САУ с несколькими входами?
7. В чём суть метода формирующего фильтра?
8. Укажите статистические характеристики случайных сигналов. Как в системе MATLAB оцениваются эти характеристики?
9. Чем обусловлено наличие колебательной составляющей на графике функции спектральной плотности, полученном с помощью спектрографа в системе MATLAB?
10. Какой метод оптимизации СТУ применялся?
11. Какой вид имеют графики зависимостей среднего квадрата суммарной ошибки СТУ и его составляющих от коэффициента передачи разомкнутой системы?
12. Как увеличение добротности СТУ скажется на каждой из составляющих критерия точности?
13. Что такое экстремум критерия и оптимальное значение коэффициента?
14. Каковы параметры шумовой помехи? Как их можно изменять в Simulink-схеме СТУ? Как параметры помехи влияют на точность СТУ? Что такое отношение «сигнал/шум»?
15. Как влияет на точность стохастической СТУ учет ограничения по ускорению?
16. Что такое «правило трех сигм»? К какому случайному процессу оно применимо? Для чего оно может быть использовано при статистических испытаниях СТУ?
17. Как следует ставить и решать задачу оптимизации стохастической СТУ в условиях помех и ограничения хода рулей?
18. Каковы рекомендации по повышению эффективности синтеза высокоточной СТУ в условиях помех?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5

Построение математической модели привода наведения и стабилизации в условиях случайных воздействий

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Рассмотрим автономный оптический пост. Он содержит прецизионную оптико-электронную систему (ОЭС) наведения и стабилизации прицела, которая в вертикальном и горизонтальном каналах реализуется на базе приборных электроприводов типа ДБМ (требуемая точность – порядка долей мрад). Вид оптического поста дан на рис. 2.



Рис. 1 Вид автономного оптического поста

УК содержит силовую систему наведения вооружения, реализованную на базе гидро- и электроприводов большой мощности (требуемая точность – порядка единиц мрад).

Рассмотрим вертикальный канал наведения зенитного автомата, который реализован на базе силового следящего электропривода, постоянного тока, работающего на инерционную нагрузку. Полагаем, что привод наведения (ПН) охвачен обратной связью по углу поворота нагрузки и содержит последовательное корректирующее устройство пропорционально-дифференцирующего типа (ПД-регулятор).

ПН работает в условиях двух случайных воздействий:

- полезного сигнала с заданной спектральной плотностью;
- аддитивной широкополосной помехи с постоянной спектральной плотностью.

Рассмотрим линейную модель привода второго порядка (соединение апериодического звена и интегратора). Данное упрощение основано на часто имеющем место значительном разномасштабности электромагнитной и электромеханической постоянных времени привода.

В области устойчивости ошибка линейного ПН складывается из двух составляющих, которые в соответствии с принципом суперпозиции рассчитываются по отдельности, после чего суммируются.

ЗАДАНИЕ НА РАБОТУ

1. Рассчитать ФФ и построить Simulink-схему моделирования ПН, который работает в условиях двух случайных воздействий. Помеху моделировать с использованием «генератора белого шума» из библиотеки Simulink.

2. Настроить регулятор ПН по реакции на ступенчатый сигнал, исходя из обеспечения устойчивости и малой установившейся ошибки отработки полезного сигнала в условиях шума (проверять по вхождению множества реализаций сигнала ошибки в допуск ± 5 мрад).

3. Реализовать ограниченную выборку статистических испытаний ПН. Для этого многократно запускать Simulink-схему ПН и регистрировать множество реализации внешних воздействий и сигнала ошибки.

4. Оценить приближенно по полученному множеству реализаций ошибки ее диапазон. Рассчитать дисперсию ошибки на основе правила «трех сигм» в предположении, что внешние воздействия и сигнал ошибки – нормально распределенные случайные процессы.

5. Оценить помехозащищенность ПН.

6. Оформить отчет по лабораторной работе, в котором отразить постановку задачи, расчетные схемы и экспериментальные результаты.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Передаточная функция разомкнутого ПН имеет вид

$$W(p) = \frac{k(T_1 p + 1)}{(T_2 p + 1)p}, \text{ где } T_2 = 0.1 \text{ с} \quad (1)$$

Здесь параметры регулятора k , T_1 – настраиваемые величины.

На входе ПН действует случайный полезный сигнал $G(t)$, реализации которого отвечают маневрам цели. Задана спектральная плотность полезного сигнала:

$$S_g(\omega) = \frac{2T_g D_g}{1 + \omega^2 T_g^2},$$

где $D_g = 100 \text{ град}^2$, $T_g = 20 \text{ с}$

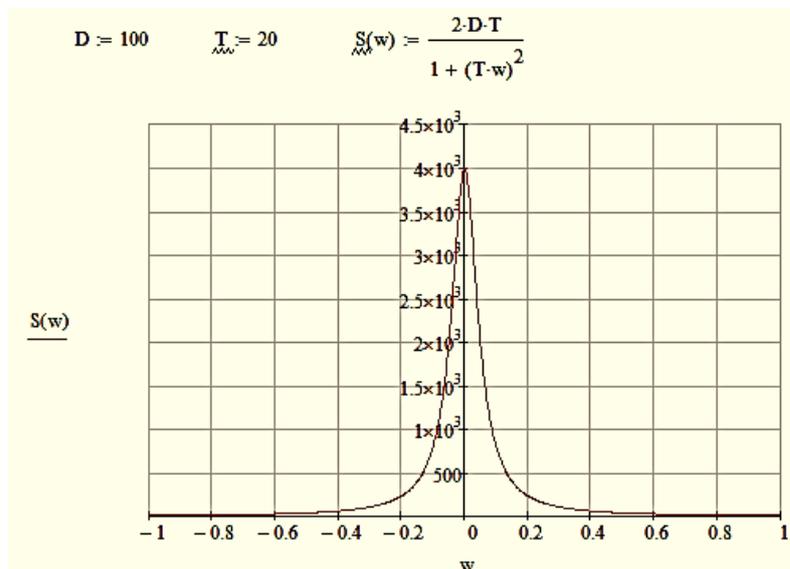


Рис. 2. Спектральная плотность полезного сигнала

В общем случае источниками широкополосных шумов в ПН являются датчики, такие как сельсины, СКВТ, ФИД и др. Как правило, ко входу системы приводится эквивалентная помеха типа «белый шум», которая имеет постоянную интенсивность

$$S_f(\omega) = N,$$

где $N = 0.01 \text{ град}^2 \cdot \text{Гц}^{-1}$

Таким образом, рассмотренная модель замкнутого ПН – это звено с ПФ вида (1), которое охвачено единичной отрицательной обратной связью. Причем на сумматор элемента сравнения подаются два сигнала:

- полезный случайный сигнал $G(t)$;
- аддитивная помеха $F(t)$ типа «белый шум».

Для моделирования случайных сигналов воспользуемся методом формирующего фильтра. Передаточная функция ПФ, который преобразует сигнал белого шума единичной интенсивности в случайный процесс $G(t)$ со спектральной плотностью $S_g(\omega)$, определяется выражением

$$W_{\Phi\Phi}(p) = \frac{K_{\Phi\Phi}}{T_{\Phi\Phi} p + 1},$$

где $K_{\Phi\Phi} = \sqrt{2T_f D_f} = 63.245, T_{\Phi\Phi} = T_g = 20 \text{ с}$

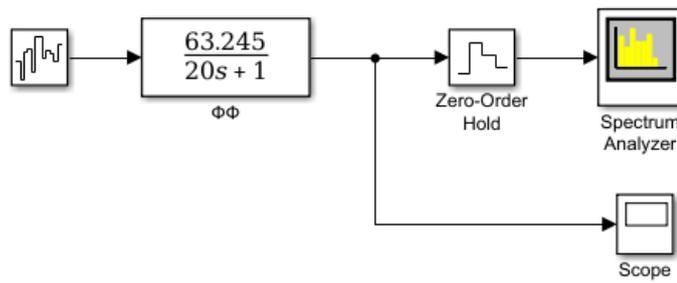


Рис. 3. Simulink-схема моделирования и регистрации спектральной плотности полезного сигнала

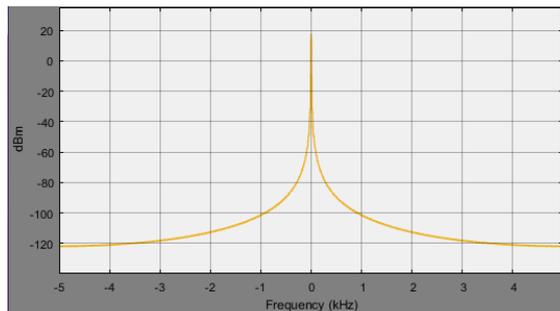


Рис. 4. Вид спектральной плотности сигнала на экране спектрографа



Рис. 5. Вид реализации случайного процесса на выходе фильтра

Построим Simulink-схему моделирования ПН, который работает в условиях двух случайных воздействий (полезного сигнала и помехи).

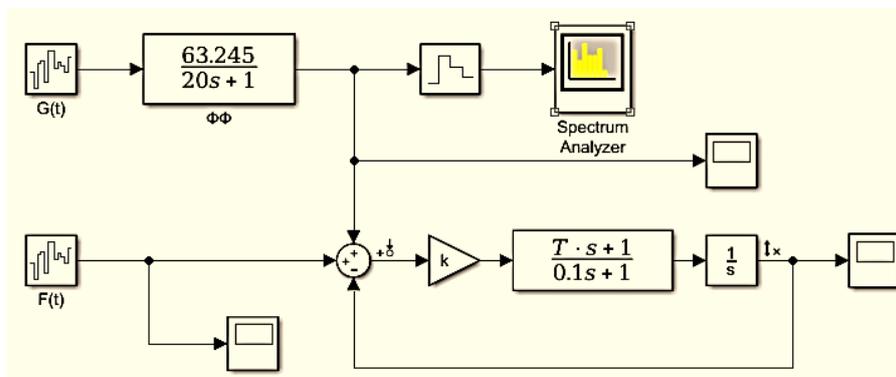


Рис. 6. Simulink-схема ПН в условиях случайных воздействий

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №6

Исследование функционирования привода наведения и стабилизации в условиях случайных воздействий

Simulink-схема ПН, который работает в условиях двух случайных воздействий (полезного сигнала и помехи) имеет вид

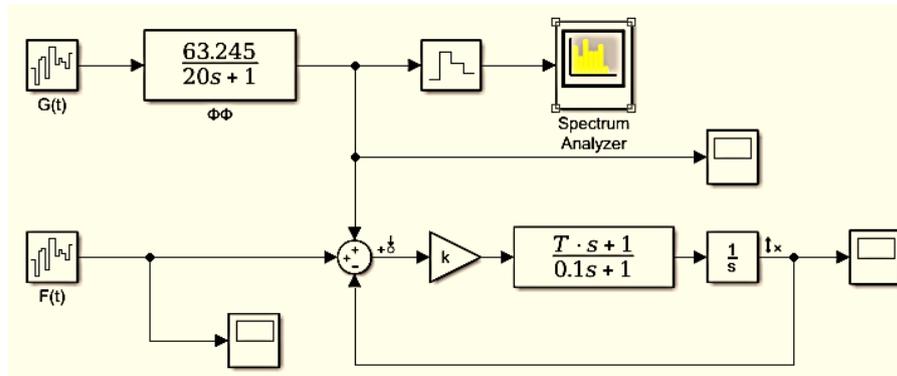


Рис. 1. Simulink-схема ПН в условиях случайных воздействий

Настроим ручную регулятор, исходя из обеспечения устойчивости и малой установившейся ошибки отработки полезного сигнала в условиях шума. Настройку будем производить из условия вхождения ограниченной выборки реализаций ошибки в допуск ± 5 мрад.

Пример параметров ПН: добротность по скорости и постоянная времени ПД-регулятора имеют вид $k = 50 \frac{1}{с}$; $T_1 = 0.2$ с.

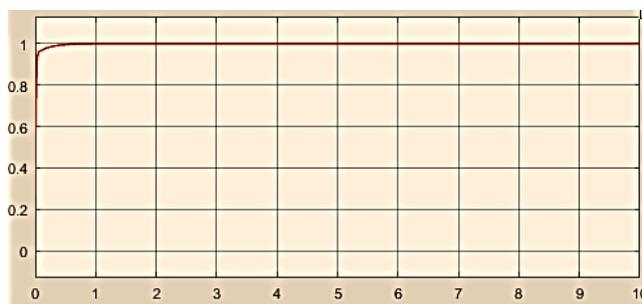


Рис. 2. Реакция системы на ступенчатый входной сигнал 1 рад

Выполним моделирование ПН при различных реализациях случайных внешних воздействий. Регистрируем множество реализации входных сигналов и сигнала ошибки.

Анализ точности ПН по данным статистических испытаний

Приблизительно оценим по ограниченной выборке реализаций ошибки ее диапазон

$$|e_{max}| = 0.428 \text{ рад}$$

Рассчитаем среднеквадратичную ошибку на основе правила «трех сигм» для нормального гауссовского случайного процесса

$$e_{max} = 3\sigma_e$$

$$D = \sigma_e^2 = \left(\frac{e_{max}}{3}\right)^2$$

$$\overline{e^2} = D = 0.0028 \text{ рад}^2$$

Значение среднеквадратичной ошибки

$$e_{ск} = \sqrt{D} = 0.0533 \text{ рад}$$

Скорректированная система в условиях шума воспроизводит случайный задающий (полезный) сигнал с ошибкой, не превышающей 5%-допуск от максимального уровня входа, за исключением воздействий с малой амплитудой.

Оценка помехозащищенности ПН

Оценим помехозащищенность ПН при фиксированных параметрах регулятора по отношению «сигнал/шум» (сокращенно ОСШ).

ОСШ определим как отношение мощностей составляющих ошибки от полезного сигнала и шума в децибелах (дБ), т.е. в виде десятичного логарифма отношения средних квадратов составляющих ошибки от полезного сигнала и шума, умноженного на 10.

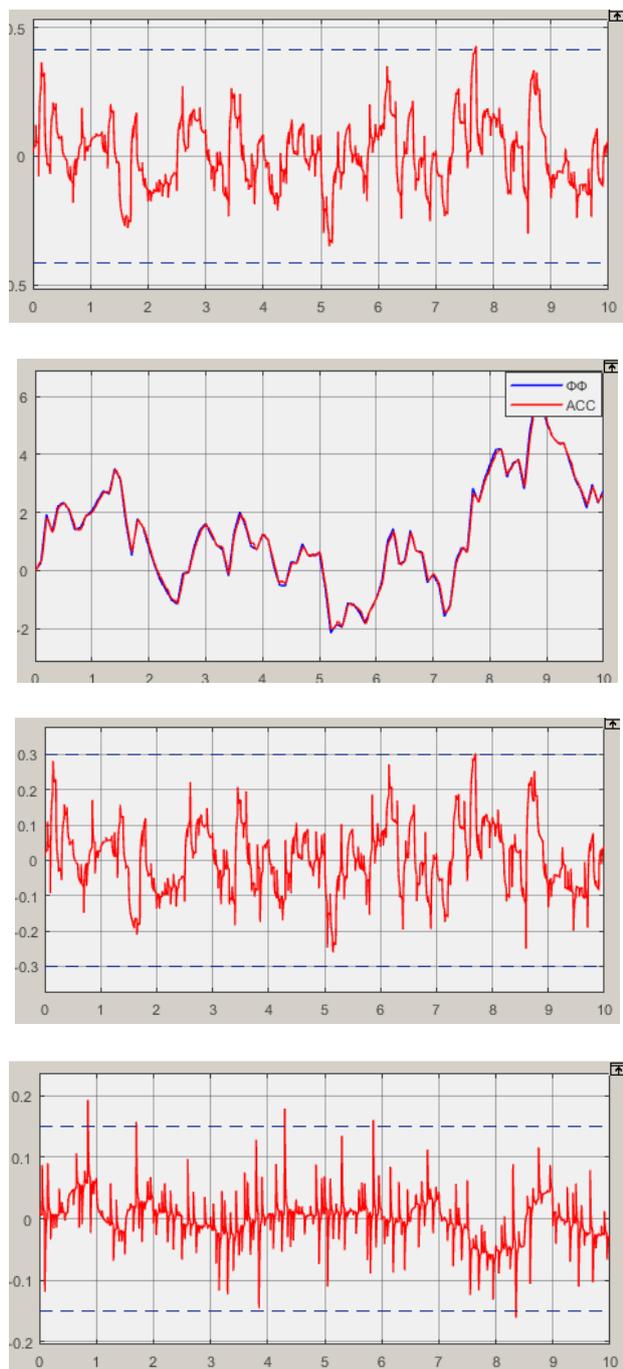


Рис. 3. Моделирование ПН при случайных воздействиях. Реализации сигнала ошибки

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №7

Оптимизация привода наведения и стабилизации при случайных воздействиях аналитическим методом в системе MathCad

ЗАДАНИЕ НА ИССЛЕДОВАНИЕ

1. Рассчитать в системе MathCad оптимальные значения постоянной времени корректирующего устройства T_1^* и коэффициента преобразования k_ω^* , при которых средний квадрат суммарной ошибки достигает минимума e_{min}^2 , а также найти соответствующее ему значение среднеквадратичной ошибки (СКО).

2. Выполнить многократное моделирование оптимизированной ПН при случайных воздействиях и получить набор реализаций ошибки. По этому набору оценить диапазон мгновенной ошибки и СКО (применив правило «трех сигм»). Сравнить эту оценку с рассчитанным суммарным СКО в п.1.

3. Исследовать зависимость среднего квадрата суммарной ошибки от изменения параметров регулятора $\bar{e}^2 = F(k_\omega, T_1)$. Построить 3D-график этой зависимости. Указать координаты минимума СКО.

4. Исследовать влияние уровня помехи N на оптимальные значения параметров регулятора и критерий СКО. Построить графики зависимостей:

$$T_1^* = f_1(N), k_\omega^* = f_2(N), e_{ск}^* = f_3(N).$$

5. Определить уровень помехи, при котором её влияние на точность ПН минимально и суммарная СКО слабо изменяется при изменении интенсивности N . Выявить случай, когда влиянием помехи можно пренебречь.

6. Оформить отчет по лабораторной работе, в котором отразить теоретические положения, постановку задачи, расчетные зависимости, экспериментальные результаты, выводы.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Определим суммарный средний квадрат ошибки АСС аналитическим методом

1. Определяем для АСС ПФ замкнутой системы по ошибке и главную ПФ системы.

Передаточная функция замкнутой системы по ошибке:

$$W_{ge}(p) = \frac{1}{1 + W(p)} = \frac{1}{1 + \frac{k_\omega(T_1p + 1)}{(T_2p + 1)p}} = \frac{(T_2p + 1)p}{(T_2p + 1)p + k_\omega(T_1p + 1)} =$$

$$= \frac{(T_2p + 1)p}{T_2p^2 + p + k_\omega T_1p + k_\omega}$$

Главная передаточная функция замкнутой системы:

$$W_{gx}(p) = W_{f\varepsilon}(p) = \frac{W(p)}{1 + W(p)} = \frac{k_\omega(T_1p + 1)}{(T_2p + 1)p + k_\omega(T_1p + 1)} = \frac{k_\omega(T_1p + 1)}{T_2p^2 + p + k_\omega T_1p + k_\omega}$$

2. Находим выражение для спектральной плотности ошибки

$$S_e(\omega) = \left| \frac{(T_2(j\omega) + 1)(j\omega)}{T_2(j\omega)^2 + (j\omega) + k_\omega T_1(j\omega) + k_\omega} \right|^2 S_g(\omega)$$

$$+ \left| \frac{k_\omega(T_1(j\omega) + 1)}{T_2(j\omega)^2 + (j\omega) + k_\omega T_1(j\omega) + k_\omega} \right|^2 S_f(\omega)$$

3. Находим составляющую \bar{e}_g^2 среднего квадрата ошибки от прохождения полезного сигнала:

$$\bar{e}_g^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{(T_2(j\omega) + 1)(j\omega)}{T_2(j\omega)^2 + (j\omega) + k_\omega T_1(j\omega) + k_\omega} \right|^2 \frac{2T_g D_g}{1 + \omega^2 T_g^2} d\omega =$$

$$\begin{aligned}
&= 2T_g D_g \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{w^2(T_2^2 w^2 + 1)dw}{|T_2(jw)^2 + (jw) + k_\omega T_1(jw) + k_\omega|^2 |1 + jwT_g|^2} = \\
&= 2T_g D_g \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[T_2^2(jw)^4 - (jw)^2]dw}{|T_g T_2(jw)^3 + (jw)^2(T_2 + k_\omega T_1 T_g + T_g) + (jw)(1 + k_\omega T_1 + T_g k_\omega) + k_\omega|^2} = \\
&= 2T_g D_g J_3
\end{aligned}$$

Применим аналитический метод определения полученного интеграла.

Сравнивая полученное выше выражение с видом подынтегральной функции табличного интеграла выписываем полиномы $H(j\omega)$ и $M(j\omega)$:

$$\begin{aligned}
H(j\omega) &= a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \dots + a_n = \\
&= T_g T_2(j\omega)^3 + (j\omega)^2(T_2 + k_\omega T_1 T_g + T_g) + (j\omega)(1 + k_\omega T_1 + T_g k_\omega) + k_\omega
\end{aligned}$$

Следовательно, коэффициенты полинома $H(j\omega)$ равны:

$$a_0 = T_g T_2; \quad a_1 = (T_2 + k_\omega T_1 T_g + T_g); \quad a_2 = (1 + k_\omega T_1 + T_g k_\omega); \quad a_3 = k_\omega$$

Полином $M(j\omega)$ должен быть записан в виде

$$M(j\omega) = b_0(j\omega)^{2(n-1)} + b_1(j\omega)^{2(n-2)} + \dots + b_{n-1}$$

В данном случае $n = 3$, поэтому

$$M(j\omega) = b_0(j\omega)^4 + b_1(j\omega)^2 + b_2 = T_2^2(j\omega)^4 - (j\omega)^2$$

Следовательно, коэффициенты полинома $M(j\omega)$ равны:

$$b_0 = T_2^2; \quad b_1 = -1; \quad b_2 = 0$$

Из справочной литературы для $n = 3$ находим значение табличного интеграла J_3 :

$$\begin{aligned}
J_3 &= \frac{-a_2 b_0 + a_0 b_1 - \frac{(a_0 a_1 b_2)}{a_3}}{2 a_0 (a_0 a_3 - a_1 a_2)} = \\
&= \frac{1}{2 T_g T_2} \frac{-(1 + k_\omega T_1 + T_g k_\omega) T_2^2 + T_g T_2 (-1)}{(T_g T_2 k_\omega - (T_2 + k_\omega T_1 T_g + T_g)(1 + k_\omega T_1 + T_g k_\omega))} = \\
&= \frac{1}{2 T_g T_2} \frac{-T_2 (T_2 + T_2 k_\omega T_1 + T_g k_\omega T_2 + T_g)}{-T_g T_2 k_\omega + (T_2 + k_\omega T_1 T_g + T_g)(1 + k_\omega T_1 + T_g k_\omega)} = \\
&= \frac{1}{2 T_g T_2} \frac{-T_2 (T_2 + T_2 k_\omega T_1 + T_g k_\omega T_2 + T_g)}{-T_g T_2 k_\omega + (T_2 + k_\omega T_1 T_g + T_g)(1 + k_\omega T_1 + T_g k_\omega)} = \\
&= \frac{1}{2 T_g T_2} \frac{T_2 + T_2 k_\omega T_1 + T_g k_\omega T_2 + T_g}{T_2 + T_2 k_\omega T_1 + T_g k_\omega T_2 + T_g}
\end{aligned}$$

Получаем составляющую среднего квадрата ошибки, от полезного сигнала:

$$\overline{e_g^2} = 2T_g D_g J_3 = D_g \frac{T_2 + T_2 k_\omega T_1 + T_g k_\omega T_2 + T_g}{T_2 + k_\omega T_1 T_g + T_g + T_2 k_\omega T_1 + k_\omega^2 T_1^2 T_g + T_g k_\omega T_1 + k_\omega^2 T_1 T_g^2 + T_g^2 k_\omega}$$

4. Находим составляющую $\overline{e_f^2}$ среднего квадрата ошибки, обусловленную прохождением помехи

$$\begin{aligned}
\overline{e_f^2} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{k_\omega (T_1(j\omega) + 1)}{T_2(j\omega)^2 + (j\omega) + k_\omega T_1(j\omega) + k_\omega} \right|^2 N dw = \\
&= k_\omega^2 \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(T_1^2 w^2 + 1)N}{|T_2(j\omega)^2 + (j\omega)(1 + k_\omega T_1) + k_\omega|^2} dw = \\
&= k_\omega^2 \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[-T_1^2(j\omega)^2 + 1]}{|T_2(j\omega)^2 + (j\omega)(1 + k_\omega T_1) + k_\omega|^2} N dw = k_\omega^2 N J_2
\end{aligned}$$

Выписываем полиномы $H(j\omega)$ и $M(j\omega)$, т.е.

$$H(j\omega) = a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \dots + a_n =$$

$$= T_2(j\omega)^2 + (j\omega)(1 + k_\omega T_1) + k_\omega$$

и, следовательно, коэффициенты полинома $H(j\omega)$ равны:

$$a_0 = T_2; \quad a_1 = (1 + k_\omega T_1); \quad a_2 = k_\omega;$$

Полином $M(j\omega)$ должен быть записан в виде

$$M(j\omega) = b_0(j\omega)^{2(n-1)} + b_1(j\omega)^{2(n-2)} + \dots + b_{n-1}$$

В данном случае $n=2$, поэтому:

$$M(j\omega) = b_0(j\omega)^2 + b_1$$

и, следовательно, коэффициенты полинома $M(j\omega)$ равны:

$$b_0 = -T_1^2; \quad b_1 = 1;$$

Из справочной литературы для $n = 2$ находим значение табличного интеграла J_2 :

$$J_2 = \frac{-b_0 + \frac{a_0 b_1}{a_2}}{2a_0 a_1} = \frac{T_1^2 + \frac{T_2}{k_\omega}}{2T_2(1 + k_\omega T_1)} = \frac{T_1^2 k_\omega + T_2}{2k_\omega T_2(1 + k_\omega T_1)}$$

Получаем составляющую среднего квадрата ошибки, обусловленную помехой

$$\overline{e_f^2} = k_\omega^2 N J_2 = k_\omega^2 N \frac{T_1^2 k_\omega + T_2}{2k_\omega T_2(1 + k_\omega T_1)} = k_\omega N \frac{T_2 + T_1^2 k_\omega}{2T_2(1 + k_\omega T_1)}$$

5. Определим суммарный средний квадрат ошибки:

$$\overline{e^2} = \overline{e_g^2} + \overline{e_f^2} = D_g \frac{T_2 + T_2 k_\omega T_1 + T_g k_\omega T_2 + T_g}{T_2 + k_\omega T_1 T_g + T_g + T_2 k_\omega T_1 + k_\omega^2 T_1^2 T_g + T_g k_\omega T_1 + k_\omega^2 T_1 T_g^2 + T_g^2 k_\omega} + k_\omega N \frac{T_2 + T_1^2 k_\omega}{2T_2(1 + k_\omega T_1)}$$

Определяем среднеквадратичное значение ошибки

$$e_{ск} = \sqrt{\overline{e^2}}$$

6. Критерием точности является функция от параметров полезного и помехового сигналов, а также параметров регулятора и объекта управления:

$$\overline{e^2} = f(D_g, T_g, N, k_\omega, T_1)$$

Задача синтеза параметров при выбранной структуре регулятора ставится как задача нахождения минимума критерия по двум параметрам

$$\overline{e^2} = f(D_g, T_g, N, k_\omega, T_1) \rightarrow \min_{k_\omega, T_1} \rightarrow k_\omega^*, T_1^*$$

Для нахождения k_ω^* и T_1^* воспользуемся необходимым условием существования экстремума. Для этого находим производные от выражения среднего квадрата ошибки по k_ω и по T_1 и приравниваем их к нулю.

Для нахождения k_ω^* и T_1^* воспользуемся системой MathCad. Текст программы для определения как аналитических выражений, так и численных значений оптимальных параметров, а также достигнутого минимума СКО (среднеквадратичной ошибки) представлен на рис. 1.

Оптимальные значения постоянной времени корректирующего устройства $T_1^* = 0.100664$ и коэффициента преобразования $k_\omega^* = 31.414018$, при которых средний квадрат суммарной ошибки достигает минимума $\overline{e_{min}^2} = 0.31597652$, а среднеквадратичное значение ошибки

$$e_{ск} = \sqrt{\overline{e_{min}^2}} = 0.56211788$$

$$\begin{aligned}
 & D_g := 100 \quad T_2 := 0.1 \quad T_g := 20 \quad N := 0.01 \\
 & e(K, T1) := D_g \cdot \frac{T_2 + K \cdot T_1 \cdot T_2 + T_2 \cdot T_g \cdot K + T_g}{T_2 + K \cdot T_1 \cdot T_g + T_g + T_2 \cdot K \cdot T_1 + K^2 \cdot T_1^2 \cdot T_g + K \cdot T_1 \cdot T_g + K^2 \cdot T_1 \cdot T_g^2 + T_g^2 \cdot K} + K \cdot N \cdot \frac{(T_2 + T_1^2 \cdot K)}{2 \cdot T_2 \cdot (1 + K \cdot T_1)} \\
 & \frac{d}{dK} e(K, T1) \rightarrow \frac{10.0 \cdot T_1 + 200.0}{400 \cdot K + 400 \cdot K^2 \cdot T_1 + 20 \cdot K^2 \cdot T_1^2 + 40.1 \cdot K \cdot T_1 + 20.1} + \frac{0.01 \cdot (K \cdot T_1^2 + 0.1)}{0.2 \cdot K \cdot T_1 + 0.2} - \frac{(200.0 \cdot K + 10.0 \cdot K \cdot T_1 + 2010.0) \cdot (40 \cdot K \cdot T_1^2 + 800 \cdot K \cdot T_1 + 40.1 \cdot T_1 + 400)}{(400 \cdot K + 400 \cdot K^2 \cdot T_1 + 20 \cdot K^2 \cdot T_1^2 + 40.1 \cdot K \cdot T_1 + 20.1)^2} + \frac{0.01 \cdot K \cdot T_1^2}{0.2 \cdot K \cdot T_1 + 0.2} - \frac{0.002 \cdot K \cdot T_1 \cdot (K \cdot T_1^2 + 0.1)}{(0.2 \cdot K \cdot T_1 + 0.2)^2} \\
 & \frac{d}{dT_1} e(K, T1) \rightarrow \frac{10.0 \cdot K}{400 \cdot K + 400 \cdot K^2 \cdot T_1 + 20 \cdot K^2 \cdot T_1^2 + 40.1 \cdot K \cdot T_1 + 20.1} - \frac{(40 \cdot K^2 \cdot T_1 + 400 \cdot K^2 + 40.1 \cdot K) \cdot (200.0 \cdot K + 10.0 \cdot K \cdot T_1 + 2010.0)}{(400 \cdot K + 400 \cdot K^2 \cdot T_1 + 20 \cdot K^2 \cdot T_1^2 + 40.1 \cdot K \cdot T_1 + 20.1)^2} + \frac{0.02 \cdot K^2 \cdot T_1}{0.2 \cdot K \cdot T_1 + 0.2} - \frac{0.002 \cdot K^2 \cdot (K \cdot T_1^2 + 0.1)}{(0.2 \cdot K \cdot T_1 + 0.2)^2} \\
 & \underline{K} := 1 \quad T_1 := 1 \\
 & \text{Given} \\
 & \frac{d}{dK} e(K, T1) = 0 \\
 & \frac{d}{dT_1} e(K, T1) = 0 \\
 & y := \text{Find}(K, T1) \\
 & y = \begin{pmatrix} 31.414018 \\ 0.100664 \end{pmatrix} \\
 & \underline{K} := 31.414018 \\
 & \underline{T_1} := 0.100664 \\
 & e(K, T1) \rightarrow 0.31597651600926344871 \\
 & \text{еск} := \sqrt{e(K, T1)} \rightarrow 0.562117884441745411995
 \end{aligned}$$

Рис. 1. Расчет оптимальных значений параметров с помощью системы Mathcad

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №8

Исследование зависимости показателей динамики и точности привода наведения и стабилизации от параметров

Построим для полученного в аналитическом виде критерия точности (суммарного среднего квадрата ошибки) графики его зависимостей от двух настраиваемых (оптимизируемых) параметров k_ω и T_1 .

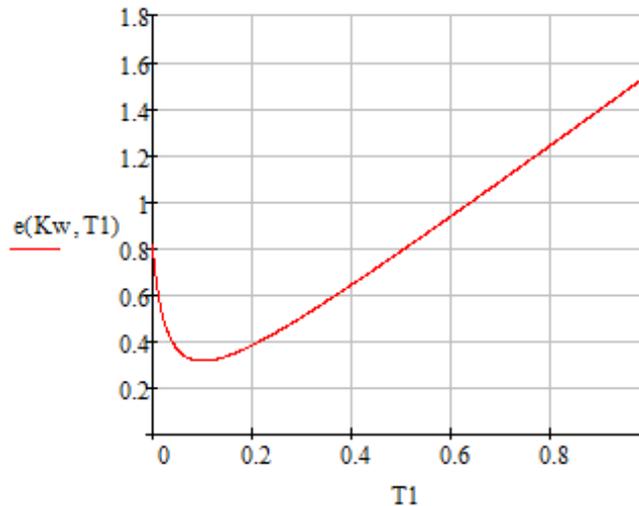


Рис. 1. График зависимости среднего квадрата ошибки от параметра T_1 при фиксированном значении $k_\omega^* = 31.4 \text{ 1/c}$.

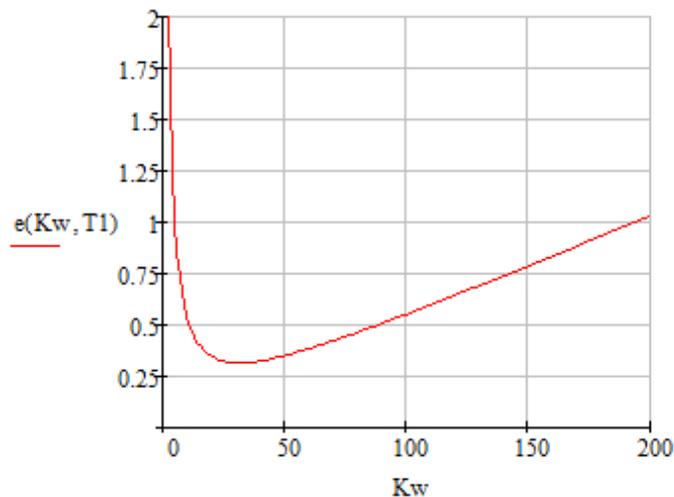


Рис. 2. График зависимости среднего квадрата ошибки от параметра k_ω при фиксированном значении $T_1^* = 0.101 \text{ c}$.

Определим по графикам координаты минимума критерия:

$$k^* = 31.4 \frac{1}{c}; \quad T^* = 0.101 \text{ c}.$$

Совпадение результатов оптимизации в MathCad и графическим способом подтверждает правильность выполненного аналитическим методом расчета оптимальных параметров.

Исследуем зависимости результатов оптимизации от интенсивности помехи. Построим графики зависимостей оптимальных значений параметров регулятора в функции от интенсивности помехи

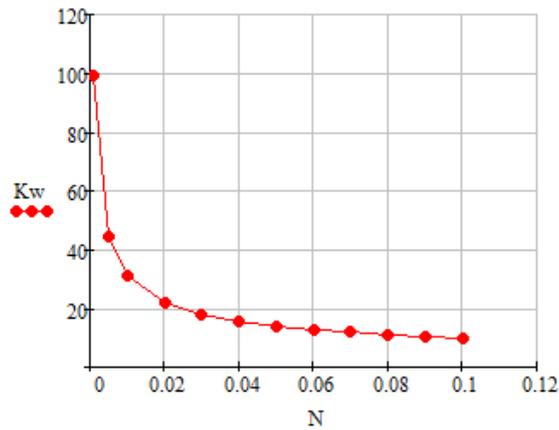
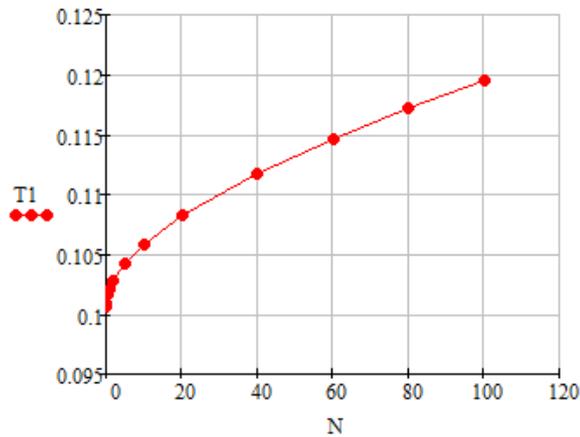
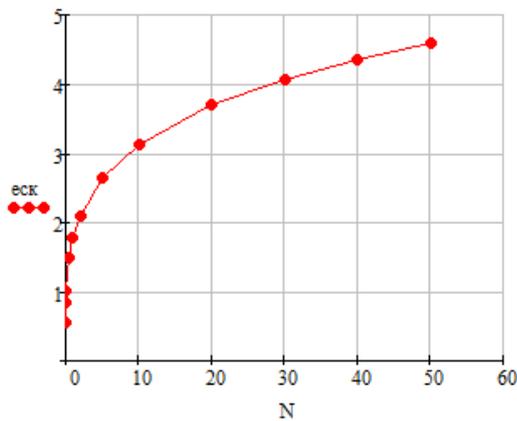
Рис. 3. График зависимости параметра k_{ω}^* от интенсивности помехиРис. 4. График зависимости параметра T_1^* от интенсивности помехи

Рис. 5. График зависимости СКО от интенсивности помехи

Из графиков видно, что при увеличении интенсивности помехи N оптимальные значения параметров имеют противоположные тенденции:

- k_{ω}^* уменьшается, причем наибольшая чувствительность к изменению помехи наблюдается в диапазоне $N = 0, \dots, 0.02$ град²/Гц.
- T_1^* увеличивается, причем наибольшая чувствительность к изменению помехи наблюдается в диапазоне $N = 0, \dots, 5$ град²/Гц.

ДОПОЛНИТЕЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ

Определить достигаемый минимум СКО и соответствующие оптимальные параметры регулятора при уменьшении исходной постоянной времени двигателя T_2 , т.е. решить задачу оптимизации ПН с менее инерционной силовой системой.

В результате для обеспечения высокой точности ПН может быть согласован заданный класс входных воздействий и силовая система привода.

Промоделировав оптимизированную ПН при случайных воздействиях получим набор реализаций ошибки. По этому набору оценим диапазон мгновенной ошибки и СКО, применив правило «трех сигм»

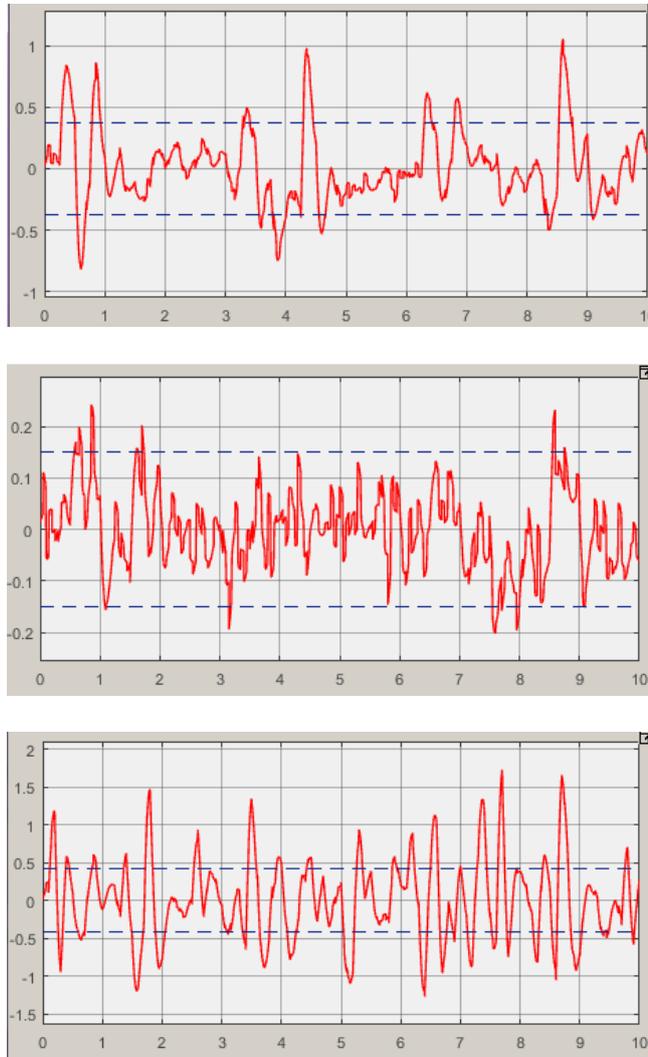


Рис. 6. Моделирование оптимизированной ПН при случайных воздействиях, Реализации сигнала ошибки.

Увеличение диапазона ошибки и выход ее из 5%-ого допуска связан с возникшим в системе перерегулированием.

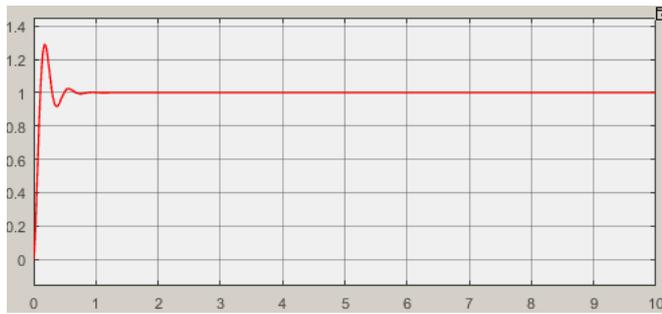


Рис. 7. Переходный процесс

Приблизительно оценим по ограниченному множеству реализаций ошибки ее диапазон.

$$e_{max} = 1.73$$

Рассчитаем дисперсию ошибки на основе правила «трех сигм».

$$e_{max} = 3\sigma_e$$

$$D = \sigma_e^2 = \left(\frac{e_{max}}{3}\right)^2 = 0.33254$$

Дисперсия приблизительно равна среднему квадрату суммарной ошибки

$$\overline{e^2} = D = 0.33254$$

Значение среднеквадратичной ошибки

$$e_{ск} = \sqrt{D} = 0.5767$$

Средний квадрат суммарной ошибки и СКО приблизительно совпадают с рассчитанными значениями в Mathcad.

Укажем достоинства *аналитического метода* определения СКО в сравнении с методом компьютерного моделирования:

- 1) результат получается в общем символьном виде, при этом с любой степенью точности в числе;
- 2) возможность получить зависимости СКО в функции от параметров:
 - объекта управления;
 - регулятора;
 - спектральных плотностей внешних воздействий;
- 3) возможность получить зависимости оптимальных параметров регулятора в функции от параметров спектральных плотностей внешних воздействий, в частности, от интенсивности помехи.

Полученные зависимости позволяют наглядно анализировать влияние на точность системы флуктуаций параметров, имеющих место в процессе эксплуатации. Графики позволяют количественно оценить такое свойство ПН как робастность (грубость) на основе расчета функций чувствительности СКО к изменениям параметров: интенсивности шума; спектральной плотности полезного сигнала; объекта управления; регулятора.

Недостатком аналитического метода является ограниченность области применения задачами невысокого порядка, как правило, когда объект имеет порядок не выше четвертого. От указанного недостатка свободен метод компьютерного моделирования. Однако укажем недостатки этого метода:

- 1) приближенность численного интегрирования (точность зависит от метода интегрирования, шага, времени счета);
- 2) результат анализа точности имеет локальное значение, т.к. справедлив для фиксированного вектора параметров;
- 3) трудоемкость и приближенность построения графиков зависимостей по массивам экспериментальных данных.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №9

Вычисление критериев качества стохастического привода наведения и стабилизации в системе Matlab

ЗАДАНИЕ НА ИССЛЕДОВАНИЕ.

1. Выполнить численную оптимизацию ПН с помощью *Matlab*-функции и найти оптимальные значения постоянной времени корректирующего устройства и коэффициента преобразования, при которых средний квадрат суммарной ошибки достигает минимума, и найти соответствующее ему значение СКО.
2. Выполнить серию испытаний оптимизированной ПН при случайных воздействиях. Получить множество реализаций ошибки и оценить диапазон мгновенной ошибки и СКО, применив правило «трех сигм». Сравнить полученную оценку с рассчитанным в п.1 СКО.
3. Оформить отчет по лабораторной работе №3, в котором отразить теоретические положения, постановку задачи, тексты (листинги) программ, результаты, выводы.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ.

1. Анализ точности ПН методом моделирования.

На основе метода формирующего фильтра построим схему вычисления составляющей среднего квадрата ошибки по полезному сигналу $\overline{e_g^2}$, используя схему формирующего фильтра и передаточную функцию по ошибке.

Схема вычисления составляющей средней квадратичной ошибки по полезному сигналу, имеет вид

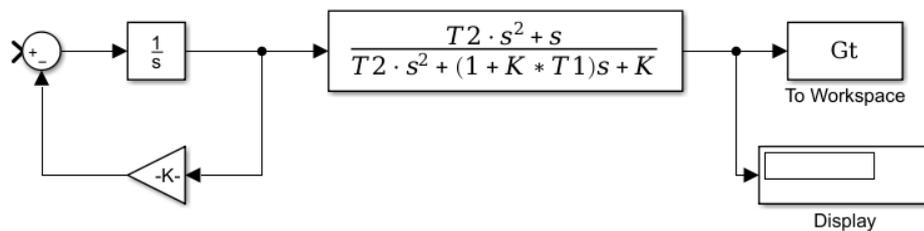


Рис. 1. Схема для вычисления составляющей СКО от полезного сигнала

На основе метода формирующего фильтра построим схему вычисления составляющей среднего квадрата ошибки по помехе.

Главная ПФ замкнутой системы, которая связывает помеху и соответствующую составляющую ошибки имеет вид

$$W_{gx}(p) = W_{f\varepsilon}(p) = \frac{W(p)}{1 + W(p)} = \frac{k_{\omega}(T_1 p + 1)}{(T_2 p + 1)p + k_{\omega}(T_1 p + 1)} = \frac{k_{\omega} T_1 p + k_{\omega}}{T_2 p^2 + p(1 + k_{\omega} T_1) + k_{\omega}}$$

Особенностью этой ПФ является то, что она содержит операцию дифференцирования в числителе. Для того чтобы построить схему вычисления составляющей ошибки от помехи, аналогичную схеме получения СКО по полезному сигналу (а именно с ненулевым начальным условием на интеграторе), необходимо применить метод моделирования главной ПФ на интеграторах.

Главная ПФ есть отношение выхода y к входу x , поэтому запишем:

$$\frac{y}{x} = \frac{k_{\omega} T_1 p + k_{\omega}}{T_2 p^2 + p(1 + k_{\omega} T_1) + k_{\omega}}$$

Преобразуем это выражение к операторному уравнению:

$$T_2 p^2 y + p y (1 + k_{\omega} T_1) + k_{\omega} y = k_{\omega} T_1 p x + k_{\omega} x$$

Произведём замену обозначений коэффициентов:

$$a_2 = T_2; \quad a_1 = 1 + k_\omega T_1; \quad a_0 = k_\omega; \quad b_1 = k_\omega T_1; \quad b_0 = k_\omega$$

Тогда уравнение примет вид:

$$a_2 \ddot{y} + a_1 \dot{y} + a_0 y = b_0 x + b_1 \dot{x}$$

Используя формулы

$$y = b_0 z + b_1 \dot{z} + \dots + b_m z^{(m)}$$

$$x = a_0 z + a_1 \dot{z} + \dots + a_n z^{(n)}$$

Запишем значения x и y в нашем случае:

$$y = b_0 z + b_1 \dot{z}$$

$$x = a_0 z + a_1 \dot{z} + a_2 \ddot{z}$$

Из выражения для x выделим высшую производную:

$$\ddot{z} = \frac{x}{a_2} - \frac{a_0}{a_2} z - \frac{a_1}{a_2} \dot{z}$$

Проведём замену коэффициентов:

$$J_1 = \frac{1}{a_2}; \quad J_2 = \frac{a_0}{a_2}; \quad J_3 = \frac{a_1}{a_2};$$

$$\ddot{z} = J_1 x - J_2 z - J_3 \dot{z}$$

Рассчитаем параметры:

$$a_2 = T_2 = 0.1;$$

$$a_1 = 1 + k_\omega T_1 = 1 + 31.42 * 0.1007 = 4.164$$

$$a_0 = k_\omega = 31.42;$$

$$b_1 = k_\omega T_1 = 31.42 * 0.1007 = 3.164;$$

$$b_0 = k_\omega = 31.42;$$

$$J_1 = \frac{1}{a_2} = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{0.1} = 10;$$

$$J_2 = \frac{a_0}{a_2} = \frac{k_\omega}{T_2} = \frac{31.42}{0.1} = 314.2;$$

$$J_3 = \frac{a_1}{a_2} = \frac{1 + k_\omega T_1}{T_2} = \frac{4.164}{0.1} = 41.64;$$

Таким образом, для вычисления составляющей ошибки от помехи строим схему на двух интеграторах, которая отвечает полученным выше выражениям

$$\ddot{z} = \frac{x}{a_2} - \frac{a_0}{a_2} z - \frac{a_1}{a_2} \dot{z}, \quad y = b_0 z + b_1 \dot{z}$$

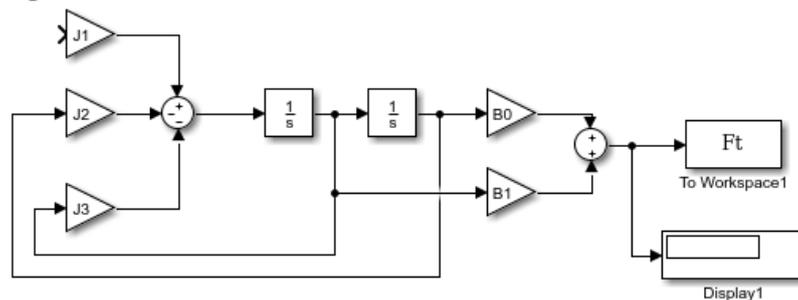


Рис. 2. Схема вычисления составляющей СКО от помехи

Вычислим суммарный средний квадрат ошибки.

Для проверки найденных выше аналитическим методом значений составляющих среднего квадрата ошибки по полезному сигналу, сигналу помехи и суммарного квадрата ошибки построим схему

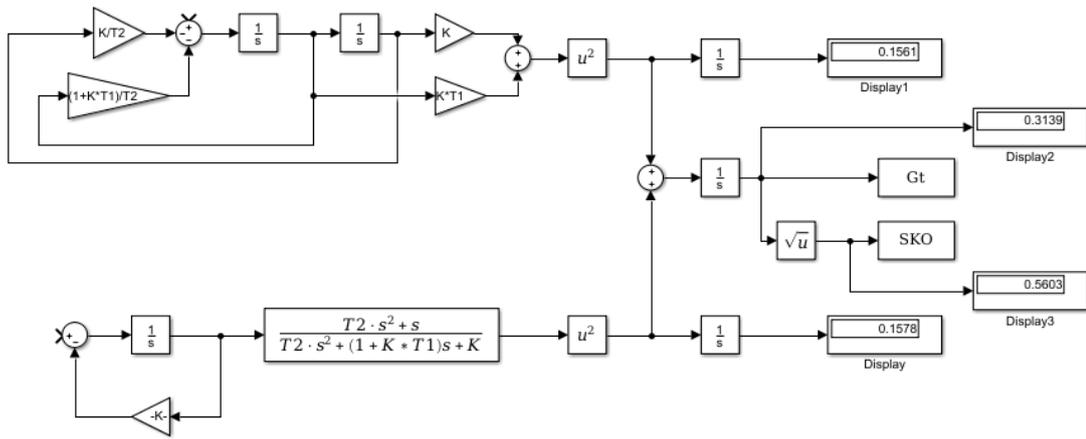


Рис. 3. Схема вычисления суммарного среднего квадрата ошибки

Промоделировав получим показания среднеквадратических оценок точности

$$\overline{e_g^2} = 0.1578; \quad \overline{e_f^2} = 0.1561$$

$$\overline{e^2} = 0.3139; \quad e_{СК} = 0.5603$$

Значения среднего квадрата ошибки по полезному сигналу, по сигналу помехи, суммарного квадрата ошибки и СКО, найденные аналитическим методом, совпали с полученными методом моделирования.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №10

Оптимальный синтез стохастического привода наведения и стабилизации численным методом в системе Matlab

Оптимизация ПН по точности с помощью стандартной Matlab-функции.

Алгоритм оптимизации на каждом шаге работы (при каждом новом значении вектора параметров регулятора) в схеме на рис. 3 вычисляет критерий (средний квадрат ошибки), который поступает в рабочее пространство Matlab посредством блока To Workspace.

Зададим начальные приближения параметрам регулятора и выполним оптимизацию АСС.

Листинги программ:

m-файл «optimiz.m»

```
model_init;          %Загрузка параметров
```

```
Kkp0 = [0.1 31.4];  %Начальные приближения параметров для оптимизации
```

```
run('Sxema_SKO');
```

```
fminsearch(@cget, Kkp0); %Запуск функции минимизации среднего квадрата
```

m-файл «cget.m»

```
function Cget = cget(Kkp)
```

```
global T1 Kw Gt
```

```
T1 = Kkp(1); %оптимизируемый параметр
```

```
Kw = Kkp(2); %оптимизируемый параметр
```

```
sim('Sxema_SKO');
```

```
Cget = Gt
```

```
Kkp
```

Данные файлы запускают стандартную Matlab-функцию минимизации, реализующую метод деформируемого многогранника в модификации Нельдера-Мида

fminsearch(@cget, Kkp0),

Эта программа на каждом шаге поиска запускает Simulink-схему и с ее помощью вычисляет критерий (целевую функцию) Gt , под которым понимается суммарный средний квадрат ошибки ПН. Поисковый алгоритм варьирует параметры k_{ω} и T_1 так, чтобы критерий уменьшался.

Результаты оптимизации появляются в командном окне Matlab, а именно: достигнутое значение критерия точности и значения корректируемых параметров регулятора.

Следует учесть, что описанная процедура выполняет безусловную оптимизацию. При этом в процессе поиска минимума критерия не оцениваются показатели устойчивости и динамики системы.

Минимальное значение среднего квадрата ошибки достигается при

$$k_{\omega} = 5219 \text{ и } T_1 = 566.6.$$

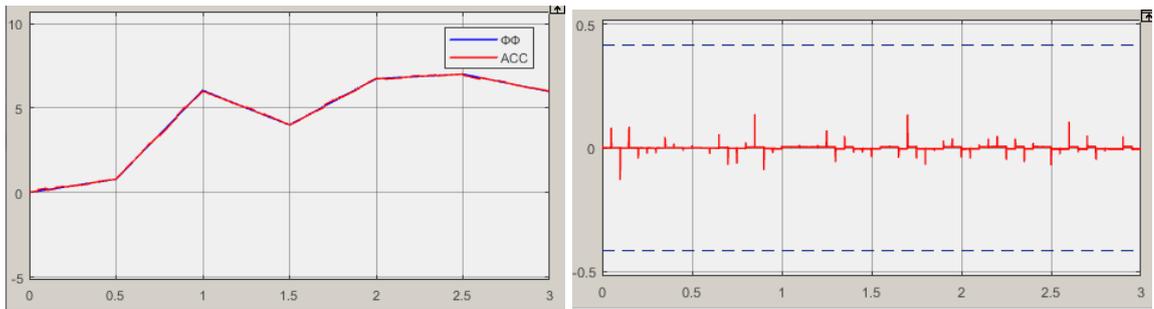


Рис. 1. Моделирование оптимизированной АС при случайных воздействиях и реализация ошибки

Данные коэффициенты регулятора позволяют обрабатывать полезный сигнал практически без ошибки. Однако полученные параметры слишком велики и не могут отображать работу реального объекта.

Рассмотрим несколько оптимизированных значений параметров регулятора.

$$1) \quad k_{\omega} = 17.1105 \text{ и } T_1 = 0.7386 \text{ при этом } \overline{e^2} = 0.0736$$

Диапазон мгновенной ошибки и СКО.

$$e_{max} = 0.42$$

Рассчитаем дисперсию ошибки на основе правила «трех сигм».

$$e_{max} = 3\sigma_e$$

$$D = \sigma_e^2 = \left(\frac{e_{max}}{3}\right)^2 = 0.0196$$

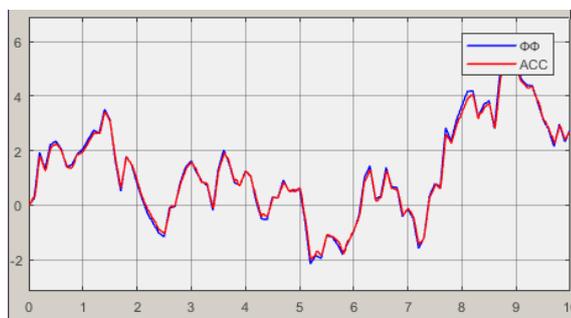
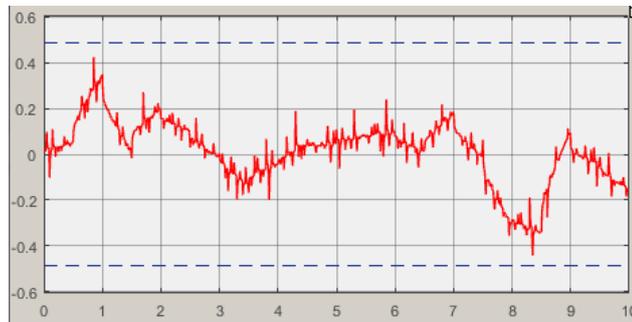
Дисперсия приблизительно равна среднему квадрату суммарной ошибки

$$\overline{e^2} = D = 0.0196$$

Значение среднеквадратичной ошибки

$$e_{ск} = \sqrt{D} = 0.14$$

$$2) \quad k_{\omega} = 45.0455 \text{ и } T_1 = 1.8648 \text{ при этом } \overline{e^2} = 0.0213$$



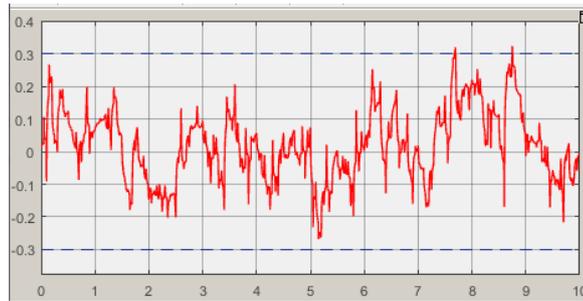


Рис. 2. Моделирование оптимизированной ПН при случайных воздействиях и реализации ошибок

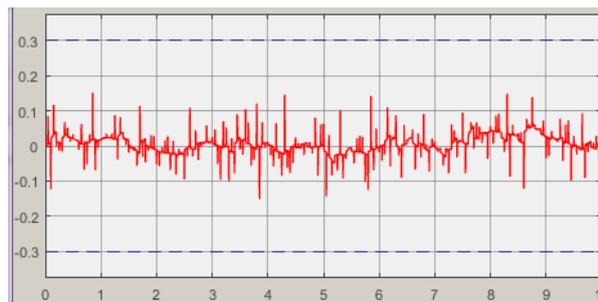
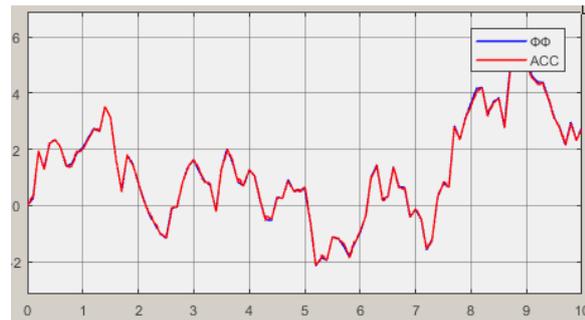


Рис. 3. Моделирование оптимизированной ПН при случайных воздействиях и реализации ошибок

Оценим диапазон мгновенной ошибки и СКО.

$$e_{max} = 0.2$$

Рассчитаем дисперсию ошибки на основе правила «трех сигм».

$$e_{max} = 3\sigma_e$$

$$D = \sigma_e^2 = \left(\frac{e_{max}}{3}\right)^2 = 0.004$$

Дисперсия приблизительно равна среднему квадрату суммарной ошибки

$$\overline{e^2} = D = 0.004$$

Значение среднеквадратичной ошибки

$$e_{ск} = \sqrt{D} = 0.0667$$

$$3) \quad k_\omega = 55.0880 \text{ и } T_1 = 4.3379 \text{ при этом } \overline{e^2} = 0.0094$$

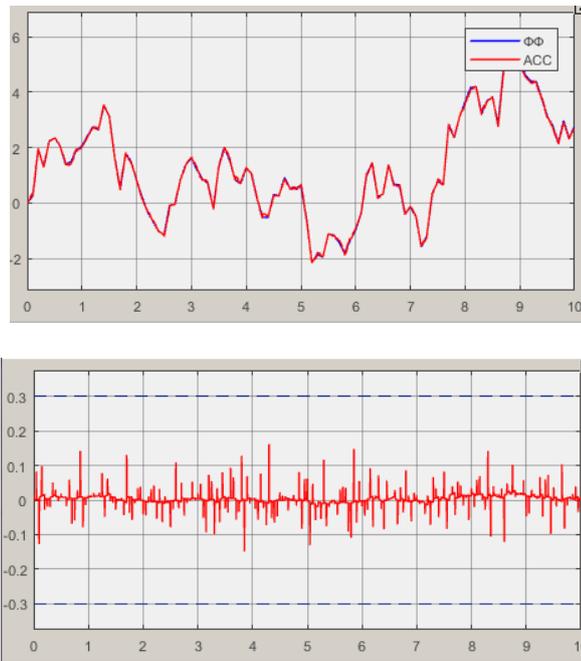


Рис. 4. Моделирование оптимизированной АСС при случайных воздействиях и реализации ошибок

Оценим диапазон мгновенной ошибки и СКО.

$$e_{max} = 0.16$$

Рассчитаем дисперсию ошибки на основе правила «трех сигм».

$$e_{max} = 3\sigma_e$$

$$D_\varepsilon = \sigma_e^2 = \left(\frac{e_{max}}{3}\right)^2 = 0.0028$$

Дисперсия приблизительно равна среднему квадрату суммарной ошибки

$$\overline{e^2} = D = 0.0028$$

Значение среднеквадратичной ошибки

$$e_{ск} = \sqrt{D} = 0.0533$$

Рассчитанные значения среднего квадрата ошибки не совпадают с полученными при оптимизации системы. Это связано с тем, что ошибка оценивалась при малом объеме экспериментов.

Параметры корректирующего устройства, полученные с помощью стандартной Matlab-функции, дают наименьшие значения среднего квадрата ошибки и среднеквадратичного отклонения по сравнению с аналитическим методом и методом подбора коэффициентов. Однако в процессе оптимизации программа не учитывает возможности реальных систем.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №11

Построение математической модели автоколебательного электропривода в условиях помех

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ РАБОТЫ.

Цель работы – экспериментальное исследование влияния случайных помех на динамику и точность релейного автоколебательного электрического следящего привода (ЭСП).

Достижение поставленной цели связано с решением следующих задач:

- построение схемы моделирования помехи методом формирующего фильтра;
- экспериментальное определение зависимости амплитуды автоколебательной составляющей выходного сигнала от параметров спектральной плотности помехи;
- экспериментальное построение частотных характеристик ЭСП по первой гармонике выходного сигнала в условиях помехи.

2. ЗАДАНИЕ НА РАБОТУ.

Провести моделирование испытаний ЭСП при случайных воздействиях с помощью виртуального стенда и оценить влияния помехи на динамику и точность функционирования системы.

Разработать практические рекомендации по анализу и синтезу ЭСП в условиях помех.

3. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ.

Автоколебания, сопровождающие процесс управления, свойственны многим нелинейным системам, в частности, релейным, с логическим управлением и др.

Автоколебания обеспечивают вибрационное сглаживание и вибрационную линеаризацию привода по медленно изменяющемуся полезному сигналу таких нелинейностей привода, как гистерезиса, сухого трения, люфта. Кроме того, в гидравлических и газовых приводах автоколебания давления рабочего тела препятствуют засорению дросселей смолами и продуктами сгорания пороха.

Рассмотрим ЭСП с релейным усилителем. Привод содержит релейный элемент в прямой цепи и главную отрицательную обратную связь. На управляющий полезный сигнал накладывается шумовая помеха. Кроме того, сам полезный случайный сигнал на входе привода, может представлять собой сумму математического ожидания (регулярной составляющей) и центрированного стационарного случайного процесса (случайной составляющей).

Наличие случайной составляющей на входе ЭСП влияет на амплитуду автоколебаний и, соответственно, приводит к изменению динамических свойств привода по полезному сигналу. При этом, чем выше уровень шума и шире полоса частот его спектра, тем значительнее уменьшение амплитуды автоколебаний. При определенном критическом уровне случайной составляющей автоколебания прекращаются (срываются шумовой помехой) и точность отработки полезного сигнала резко падает.

Исследуем влияние случайной составляющей входного сигнала на динамику ЭСП в случае, когда на входе привода действуют детерминированный гармонический сигнал и аддитивная шумовая помеха $F(t)$.

Наличие случайной составляющей на входе ЭСП влияет на динамику и точность слежения по полезному сигналу и соответственно влияет на вид его АЧХ и ФЧХ по первой гармонике выходного сигнала.

Примем допущения:

- регулярный полезный сигнал и шумовая помеха статистически не связаны (не коррелированы между собой);
- помеха является стационарным эргодическим случайным процессом и имеет близкий к нормальному закон распределения вероятности;
- помеха $F(t)$ представляет собой центрированный случайный процесс типа белого шума с ограниченным спектром:

$$m_F = 0; S_F(\omega) = 2T_F D_F / (1 + \omega^2 T_F^2).$$

Передаточная функция формирующего фильтра (ФФ), преобразующего белый шум с интенсивностью L в случайный процесс $F(t)$ с заданной спектральной плотностью $S_F(\omega)$ определяется выражением:

$$W_\phi(p) = \sqrt{\frac{2T_F D_F}{L}} \frac{1}{T_F p + 1} \quad (1)$$

Схема моделирования помехи:

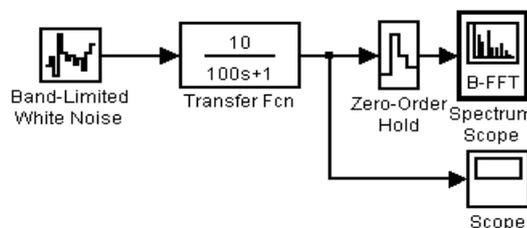


Рис. 1. SimuLink-схема моделирования помехи методом ФФ

Параметры блоков:

Блока Band-Limited White Noise: интенсивность шума 1; время выборки 0,001 с.

Блока Zero-Order Hold: время выборки 0,001 с.

Блока Spectrum Scope: размер буфера 128

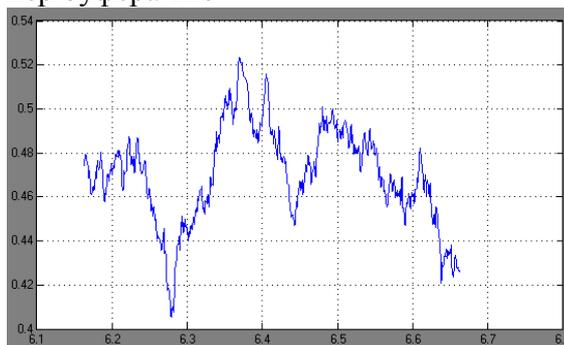


Рис. 2. Реализация случайного процесса $F(t)$ на выходе фильтра

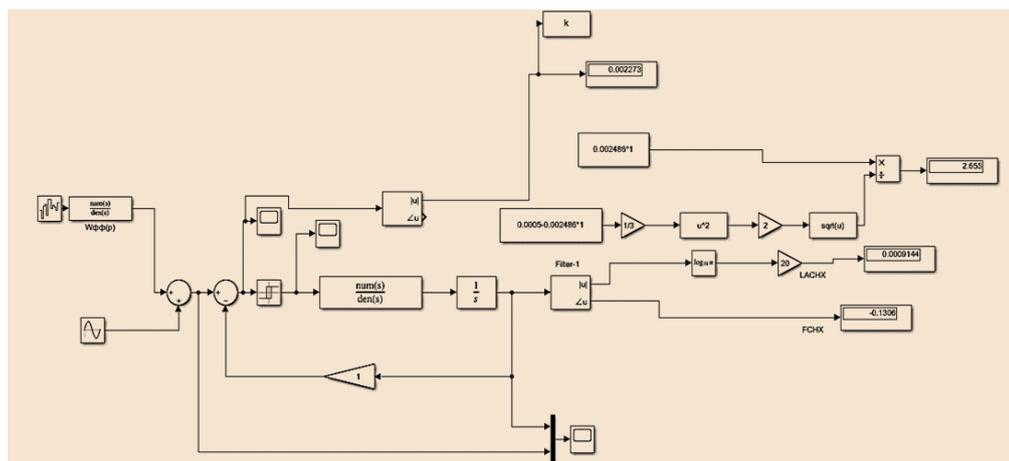


Рис. 3. Simulink-схема ЭСП с блоком вычисления ЛАЧХ и ФЧХ

4. ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ.

Проведем экспериментальное исследование автоколебательного ЭСП в условиях аддитивной помехи на входе:

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №12

Исследование влияния помех на динамику и точность автоколебательного следящего электропривода

Рассмотрим автоколебательный ЭСП третьего порядка с идеальным релейным элементом.

1) Построим исходную модель ЭСП (рис. 1):

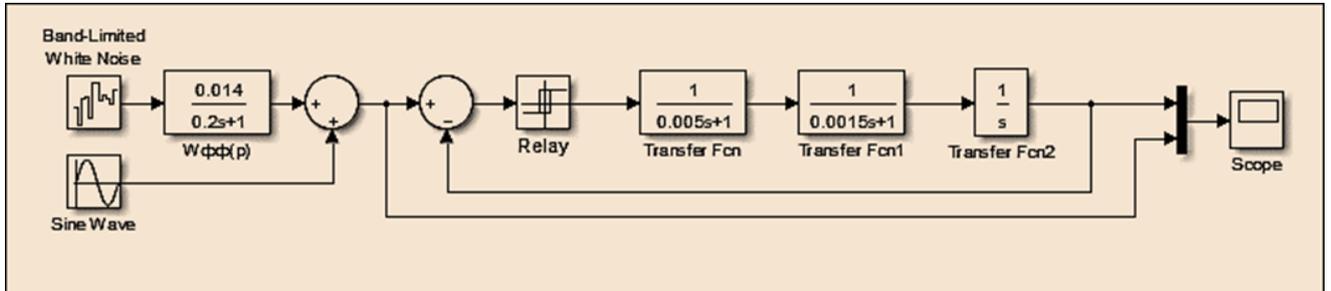


Рис. 1. Simulink-схема релейного ЭСП при наличии помехи типа белый шум.

2) Проведем динамические и точностные испытания автоколебательного электрического следящего привода (АЭСП) в режиме отработки синусоидального сигнала в условиях помех при различных значениях постоянных времени ФФ и интенсивности помехи. Результаты приведены в виде осциллограмм

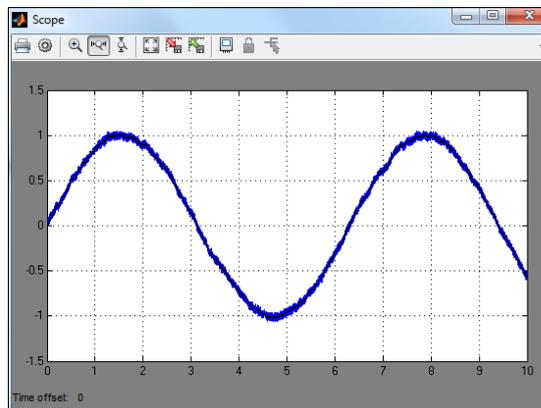
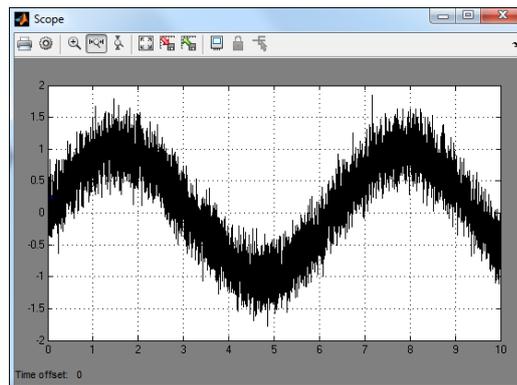


Рис. 2. Выходной сигнал АЭСП при наличии узкополосной помехи ($T_F = 0.002$ с) и при наличии широкополосной помехи ($T_F = 0.2$ с) соответственно.

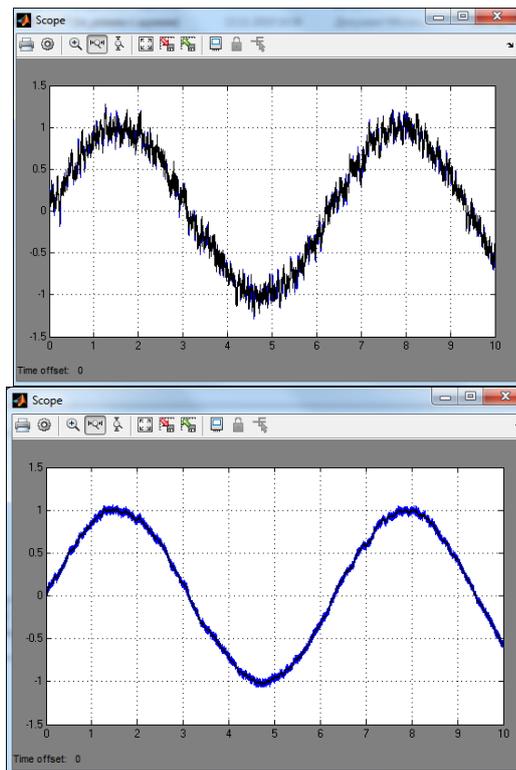


Рис. 3. Выходной сигнал АЭСП при наличии помехи ($L = 2 \text{ м}^2/\text{Гц}$, $T_F = 0.02 \text{ с}$) и ($L = 2 \text{ м}^2/\text{Гц}$, $T_F = 0.2 \text{ с}$) соответственно.

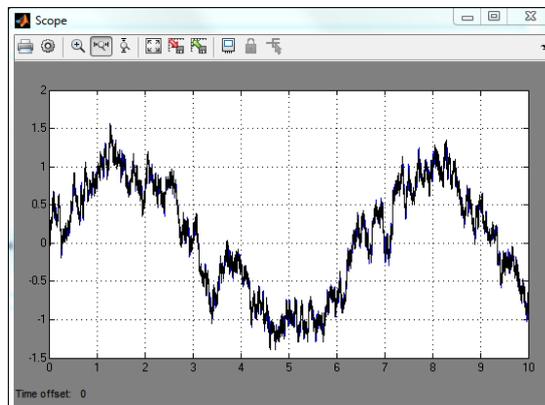


Рис. 4. Срыв автоколебаний при $T_F = 0.2 \text{ с}$ и $L = 200 \text{ м}^2/\text{Гц}$.

Рассмотрим автоколебательный ЭСП третьего порядка с ФФ в виде колебательного звена.

3) Построим исходную модель ЭСП (Рис. 7):

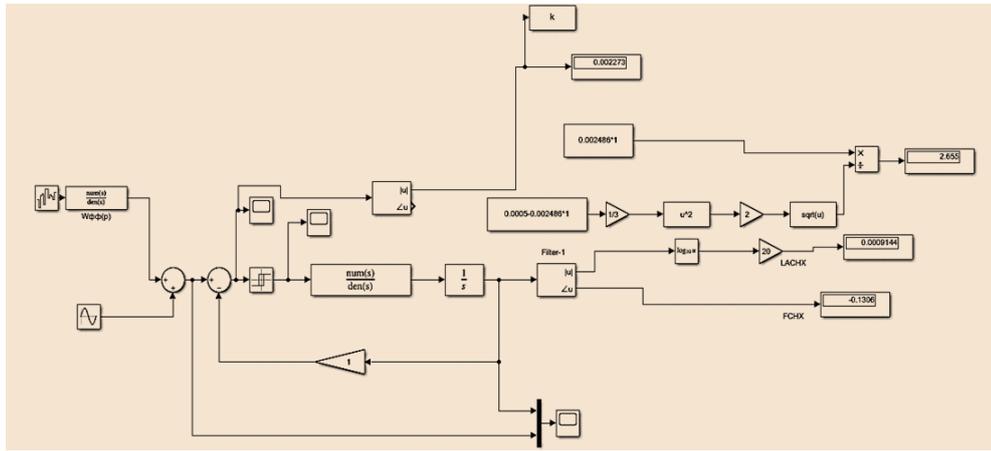


Рис. 5. Simulink-схема ЭСП с блоком вычисления ЛАЧХ и ФЧХ

4) Проведем динамические и точностные испытания автоколебательного электрического следящего привода (АЭСП) в режиме отработки синусоидального сигнала в условиях помех при различных значениях постоянных времени ФФ и интенсивности помехи. Результаты приведены в виде осциллограмм (Рис.8-):

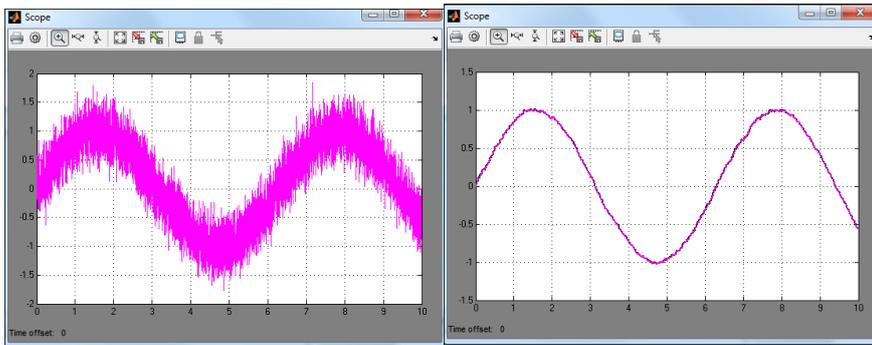


Рис. 6. Выходной сигнал АЭСП при $T_f = 0.002\text{c}$ и $T_f=0.2\text{c}$ соответственно

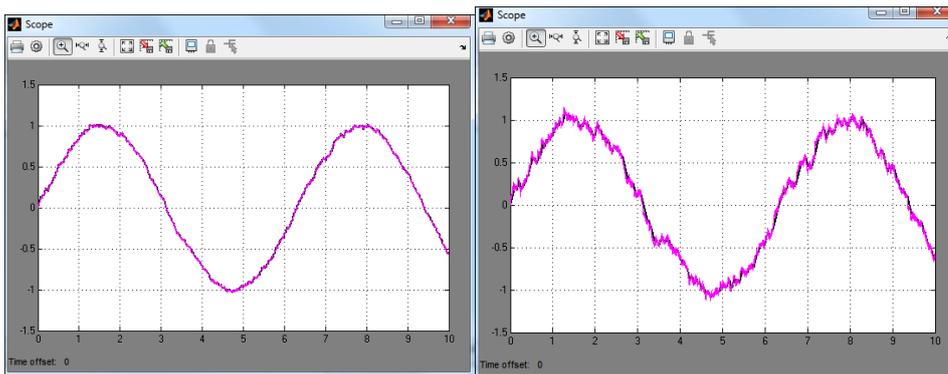


Рис. 7. Выходной сигнал АЭСП при интенсивности шума $L=2\text{ м}^2/\text{Гц}$ и $L=20\text{ м}^2/\text{Гц}$ соответственно.

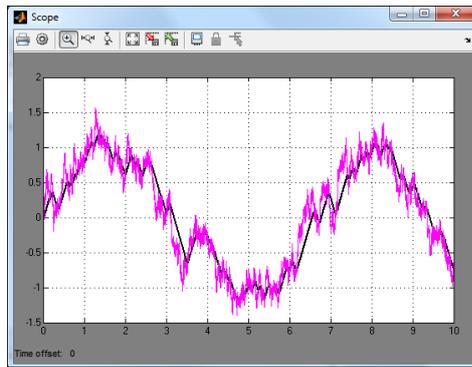


Рис. 8. Срыв автоколебаний при $TF = 0.2$ с и $L = 200$ м²/Гц.

4) Построим ЛАЧХ и ФЧХ релейного ЭСП по первой гармонике выхода

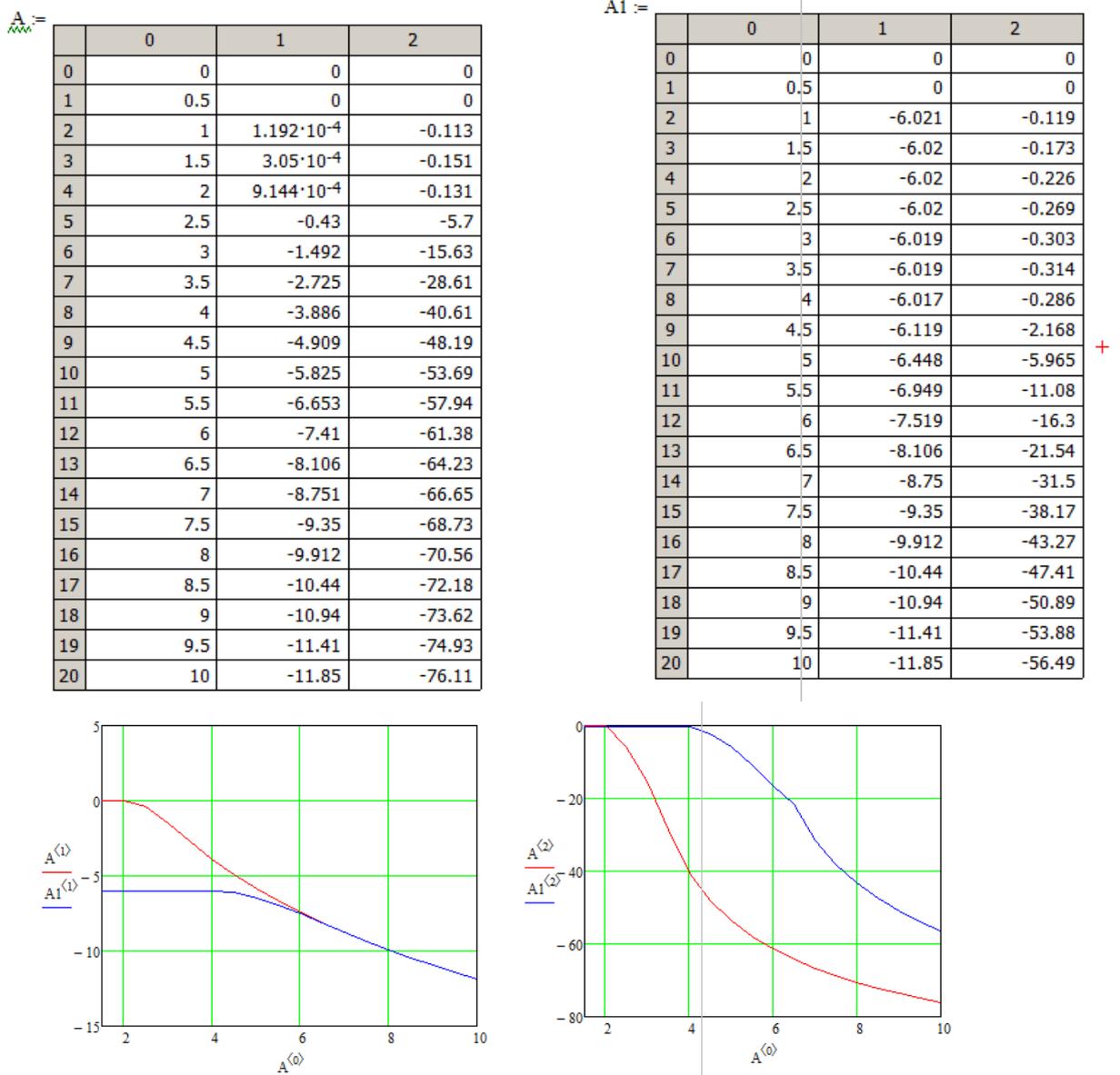


Рис. 9. Частотные характеристики при разных значениях амплитуды ($A1=0.5$ и $A=1$).

Выводы

Проведя экспериментальное исследование ЭСП можно сделать следующие выводы:

1. Наличие случайной составляющей на входе ЭСП, в частности, шумовой помехи, приводит к уменьшению амплитуды автоколебаний, причем, чем выше уровень шума на входе и шире частотная полоса его спектра, тем значительнее уменьшение амплитуды автоколебаний.

2. При определенном критическом уровне случайной помехи на входе рабочий режим автоколебаний в ЭСП срывается шумовой помехой.

Величина критического уровня случайной помехи зависит от ширины полосы частот: чем шире полоса частот спектральной плотности помехи по сравнению с полосой пропускания линейной части ЭСП – тем ниже уровень случайной помехи, вызывающий срыв автоколебаний.

3. Чем шире полоса частот спектральной плотности помехи по сравнению с полосой пропускания ЭСП, тем больше отношение амплитуды полезного гармонического сигнала к уровню шума на выходе ЭСП по сравнению с отношением сигнал/шум на его входе.

4. Наличие шумовых помех оказывает отрицательное влияние на частотные характеристики ЭСП по первой гармонике выходного сигнала, а, следовательно, на динамическую точность привода:

- увеличиваются фазовые отставания первой гармонике выходного сигнала по отношению к входному сигналу в рабочей полосе частот;

- уменьшается отношение амплитуды первой гармонике выходного сигнала к величине амплитуды входного сигнала.

Степень указанного влияния шумовых помех на частотные характеристики ЭСП зависит от отношения

$$\alpha = \frac{A\sigma}{\sqrt{2D_F}},$$

где $A\sigma$ – амплитуда вынужденной составляющей на входе релейного элемента;

D_F – дисперсия помехи.

Чем больше отношение α , тем меньше влияние, оказываемое шумовыми помехами, на частотные характеристики ЭСП.

Если $\alpha > 3$, то влияние случайных помех на частотные характеристики незначительно и при анализе и синтезе ЭСП ими можно пренебречь.

С увеличением дисперсии помехи и с уменьшением α влияние шумовых помех на частотные характеристики ЭСП существенно возрастает.

В данной работе был получен результат, в котором $\alpha < 3$, что означает о невозможности пренебрежения случайной помехи.

Библиографический список

1. Бесекерский В.А. Теория систем автоматического управления: [Учебное издание] / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. – 4-е изд., перераб. и доп. — СПб: Профессия, 2004. – 752с.
2. Пупков К.А. Методы классической и современной теории автоматического управления. Т.5, Методы современной теории автоматического управления / К.А.Пупков [и др.]; под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова: учебник для вузов: в 5 т. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: МГТУ им. Баумана, 2004. –784с.
3. Гудвиц Г.К. Проектирование систем управления / Г.К. Гудвиц, С.Ф. Гребен, М.Э. Сальгадо – М.: Изд-во БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. – 911 с.
4. Лебедев А.А., Бобронников В.Т., Красильщиков М.Н. Статистическая динамика и оптимизация управления летательными аппаратами. Изд. моск. гос. универ. печати, 2005.– 456 с.
5. Шалыгин А.С., Кукушкин М.П., Палагин Ю.И. Восстановление плотности распределения вероятностей при статистическом моделировании систем управления. — Л.: ЛМИ, 2004.
6. Росин М.Ф., Булыгин В.С. Статистическая динамика и теория эффективности систем управления. — М.: Машиностроение, 2001.
7. Санковский Е.А. Теория автоматического управления: учеб. пособие для вузов/ Е.А. Санковский, А.С. Шаталов; - под ред. А.С. Шаталова. – М.: Высш. шк., 1977. – 448 с.
8. Боднер В.А. Системы управления летательными аппаратами. М., «Машиностроение», 1973 – 506 с.
9. Алексеев В.М. Оптимальное управление: уч. для вузов/ В.М. Алексеев, В.М. Тихомиров, С.В. Фомин. – М.: Физматлит, 2007. – 408 с.
10. Макаров Н.Н. Анализ и синтез систем автоматического управления с использованием системы MATLAB / Н.Н. Макаров, С.В. Феофилов. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2010. – 68 с.
11. Макаров Н.Н. Применение пакета MATHCAD в анализе и синтезе систем автоматического управления: учеб. пособие / Н.Н. Макаров, С.В. Феофилов; ТулГУ. — Тула: Изд-во ТулГУ, 2007. — 169 с.
12. Макаров Н.Н., Семашкин В.Е. Численные методы в анализе и синтезе систем управления: учеб. Пособие. Тула: Изд-во ТулГУ, 2014. – 121 с.
13. Панова В.И. Приборы и системы управления подвижными объектами: учеб. пособие / В. И. Панова, В.А. Смирнов; ТулГУ. - Тула: Изд-во ТулГУ, 2009. - 148 с.
14. Фатуев В.А., Каргин А.В., Понятский В.М. Структурно-параметрическая идентификация динамических систем: Учеб. пособие / В.А. Фатуев, А.В. Каргин, В.М. Понятский, ТулГУ — Тула, 2010. — 156 с.
15. Коновалов В.И. Идентификация и диагностика систем: учебное пособие. – Томск, изд-во. ТПУ, 2010. – 155 с.