Министерство образования и науки РФ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук
Кафедра «Вычислительная механика и математика»

Утверждено на заседании кафедры
«Вычислительная механика и математика»
«14» января 2021г., протокол № 5
Заведующий кафедрой
____________________ В.В.Глаголев

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по выполнению контрольно-курсовой работы заочника
по дисциплине (модулю)
«Математика»

Основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы бакалавриата

по направлению подготовки
23.03.02 Наземные транспортно-технологические комплексы

с направленностью (профилем)
Подъемно-транспортные, строительные, дорожные машины
и оборудование

Форма обучения: заочная

Идентификационный номер образовательной программы: 230302-01-21

Тула 2021 год

Разработчик методических указаний:

Кузнецова В.А, доцент, к.ф.-м.н. ____________________

(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание) (подпись)

Инструкция по выполнению ККР

1. Каждая работа должна выполняться в отдельной тетради (**в клетку**), на внешнюю обложку которой должен быть приклеен **титульный лист** (фамилия на титульном листе печатается или пишется заглавными печатными буквами, все подчеркнутые строки заполняются обязательно).
Образец титульного листа;

Министерство образования и науки РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук

КАФЕДРА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ И МАТЕМАТИКИ

Контрольно-курсовая работа №__
по дисциплине «Математика»

Группа __________

Фамилия И.О. __________________________

№ зачетной книжки ___________
№ варианта: _____

Преподаватель: доцент В.А. Кузнецова

Не зачтенные задания	

Дата сдачи работы	Отметка о зачете	Дата	Подпись

2. **Студент выполняет тот вариант контрольной работы, который совпадает с последней цифрой номера зачетной книжки.**

3. Задачи следует располагать в порядке возрастания номеров. Перед решением каждой задачи надо **полностью переписать условие**. Решение задач следует излагать подробно, с указанием необходимых формул.

4. Решение задач геометрического содержания должно сопровождаться чертежами, с указанием осей координат и единиц масштаба.

5. Контрольные работы должны выполняться самостоятельно. Несамостоятельно выполненная работа лишает студента возможности проверить степень своей подготовленности по теме.

6. Получив не зачтённую работу, студент должен исправить **все** отмеченные ошибки и недочеты. Неправильно выполненные задачи исправляются целиком в конце работы (работа над ошибками). Исправленная работа представляется на повторное рецензирование.

7. Студент допускается до экзамена (зачета) при наличии правильно оформленной зачтенной контрольной работы.

ЗАДАНИЯ
КОНТРОЛЬНО-КУРСОВОЙ РАБОТЫ №1

Задание 1. Даны координаты вершин ΔABC .

1) В декартовой прямоугольной системе координат построить треугольник ABC
2) Написать каноническое и общее уравнения прямой AB, найти ее угловой коэффициент.
3) Написать каноническое и общее уравнения прямой AC, найти ее угловой коэффициент
4) Найти внутренний угол A в градусах.
5) Написать общее уравнение высоты CD и найти ее длину.
6) Написать общее уравнение медианы CE.
7) Найти координаты точки пересечения высот треугольника ABC. На чертеже построить точку пересечения высот.

1. $A(-6;0)$, $B(-1;0)$, $C(-3;6)$
2. $A(2;5)$, $B(14;-4)$, $C(9;6)$
3. $A(4;0)$, $B(7;4)$, $C(8;2)$
4. $A(-1;1)$, $B(2;5)$, $C(3;3)$
5. $A(3;-3)$, $B(6;1)$, $C(7;-1)$
6. $A(3;-2)$, $B(6;2)$, $C(7;0)$
7. $A(0;1)$, $B(3;5)$, $C(4;3)$
8. $A(0;0)$, $B(3;4)$, $C(4;2)$
9. $A(2;-2)$, $B(5;2)$, $C(6;0)$

0. $A(1;-2)$, $B(4;2)$, $C(5;0)$

Задание 2. Даны координаты точек *A, B, C*. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку *C* перпендикулярно вектору $\overline{AB}$:

1. $A(7;-4;1)$, $B(12;-3;1)$, $C(10;1;5)$
2. $A(0;-3;1)3$, $B(5;-2;3)$, $C(3;2;7)$
3. $A(-2;-1;-2)$, $B(3;0;-2)$, $C(1;4;2)$
4. $A(-6;0;0)$, $B(-1;1;0)$, $C(-3;5;4)$

5. $A(-2;-3;-8)$, $B(3;-2;-8)$, $C(1;2;-4)$
6. $A(1;0;-1)$, $B(6;1;-1)$, $C(4;5;3)$
7. $A(-1;4;1)$, $B(4;5;1)$, $C(2;9;5)$
8. $A(3;-6;-3)$, $B(8;-5;-3)$, $C(6;-1;1)$
9. $A(1;0;0)$, $B(6;1;0)$, $C(4;5;4)$
0. $A(2;-8;-2)$, $B(7;-7;-2)$, $C(5;-3;2)$

Задание 3. Даны векторы $\overline{a}_1, \overline{a}_2, \overline{a}_3, \overline{b}$. Показать, что векторы $\overline{a}_1, \overline{a}_2, \overline{a}_3$ образуют базис трехмерного пространства и найти координаты вектора $\overline{b}$ в этом базисе:

1. $\overline{a}_1 = \{2;1;3\}$, $\overline{a}_2 = \{3;-1;1\}$, $\overline{a}_3 = \{1;-1;-2\}$, $\overline{b} = \{7;0;7\}$
2. $\overline{a}_1 = \{5;3;1\}$, $\overline{a}_2 = \{-2;-1;2\}$, $\overline{a}_3 = \{-2;1;4\}$, $\overline{b} = \{3;0;1\}$
3. $\overline{a}_1 = \{1;3;5\}$, $\overline{a}_2 = \{-2;-1;-1\}$, $\overline{a}_3 = \{4;-2;4\}$, $\overline{b} = \{-7;3;-1\}$
4. $\overline{a}_1 = \{3;1;6\}$, $\overline{a}_2 = \{-2;2;-3\}$, $\overline{a}_3 = \{-4;5;-1\}$, $\overline{b} = \{3;0;1\}$
5. $\overline{a}_1 = \{4;1;4\}$, $\overline{a}_2 = \{-2;-1;1\}$, $\overline{a}_3 = \{3;1;5\}$, $\overline{b} = \{-3;-2;1\}$
6. $\overline{a}_1 = \{1;2;5\}$, $\overline{a}_2 = \{2;-3;4\}$, $\overline{a}_3 = \{1;-1;-2\}$, $\overline{b} = \{3;0;1\}$
7. $\overline{a}_1 = \{5;1;2\}$, $\overline{a}_2 = \{3;4;-1\}$, $\overline{a}_3 = \{-4;2;1\}$, $\overline{b} = \{-3;5;4\}$
8. $\overline{a}_1 = \{2;1;5\}$, $\overline{a}_2 = \{-4;3;5\}$, $\overline{a}_3 = \{1;-1;-4\}$, $\overline{b} = \{4;-1;-3\}$
9. $\overline{a}_1 = \{3;1;4\}$, $\overline{a}_2 = \{-4;2;3\}$, $\overline{a}_3 = \{2;-1;-2\}$, $\overline{b} = \{7;-1;0\}$
0. $\overline{a}_1 = \{1;4;2\}$, $\overline{a}_2 = \{5;-2;-3\}$, $\overline{a}_3 = \{-2;-1;1\}$, $\overline{b} = \{-3;2;4\}$

Задание 4. Решить систему уравнений тремя способами: методом Крамера; с помощью обратной матрицы; методом Гаусса.

1. $\begin{cases} 2x + 3y + z = 1, \\ x + y - 4z = 0, \\ 4x + 5y - 3z = 1. \end{cases}$
2. $\begin{cases} 3x - y + 4z = 2, \\ x + 2y + 3z = 7, \\ 5x + 3y + 2z = 8. \end{cases}$
3. $\begin{cases} 2x - y + 3z = 1, \\ x - 2y - 5z = -9, \\ 4x + 3y - 2z = 4. \end{cases}$

4. $\begin{cases} 4x - y + 3z = 1, \\ 3x + 2y + 4z = 8, \\ 2x - 2y + 4z = 0. \end{cases}$

5. $\begin{cases} 3x + 4y + 2z = 8, \\ x + 5y + 2z = 5, \\ 2x + 3y + 4z = 3. \end{cases}$

6. $\begin{cases} x + 2y + 3z = -2, \\ 2x - 3y - z = 3, \\ 3x + 2y + 2z = 1. \end{cases}$

7. $\begin{cases} x + 2y + z = 1, \\ 2x - 3y - z = -4, \\ 3x + y + 2z = 1. \end{cases}$

8. $\begin{cases} x + 2y + 5z = -1, \\ x + y + 2z = 0, \\ 3x - y - 3z = 1. \end{cases}$

9. $\begin{cases} x - 2y + z = 6, \\ 2x + 2y - 3z = 0, \\ 2x + y + 2z = 2. \end{cases}$

0. $\begin{cases} 2x + y - z = 0, \\ x - y - 3z = 13, \\ 3x - 2y + 4z = -15. \end{cases}$

Задание 5. Найти пределы (не пользуясь правилом Лопиталя):

Вариант	Условие	Вариант	Условие
1	1. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\left(x^2 - 2x\right)^2}{x^4 - 5x^2 + 4}$; 2. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x + 4}$; 3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 5x}{tg\, 2x}$; 4. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x+1}{x-2}\right)^{2x+3}$	6	1. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3 - 8}{(x-2)^2 (x+5)}$; 2. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x^2 - 7x + 4}{x^3 - x + 3}$; 3. $\lim\limits_{x\to\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$; 4. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{3x+2}{3x+1}\right)^{6x-4}$
2	1. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{3x^2 - 5x - 2}{2x^2 - x - 6}$;	7	1. $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{4x^2 + 7x + 3}{2x^2 + x - 1}$;

2. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{5x^2-2x+1}{2x^2+x-3}$;

3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 6x}{3x}$;

4. $\lim\limits_{x\to 0} (1+x)^{\frac{2}{x}}$.

3

1. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^3-27}{\left(x^2-9\right)^2}$;

2. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3-2x-x^2}{x^2+4x+1}$;

3. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{3x-2}-2}{x-2}$;

4. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{2x+3}{2x-1}\right)^{4x}$

4

1. $\lim\limits_{x\to -5} \dfrac{2x^2+15x+25}{5-4x-x^2}$;

2. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{5x^2-2x+1}{2x^3+3}$;

3. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x}-1}{x^2-1}$;

4. $\lim\limits_{x\to 0} (1+x)^{\frac{3}{x}}$.

5

1. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2-9}{x^2-x-6}$;

2. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3-4x^3+x^2}{x^3+4x+7}$;

3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$;

4. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{2x+1}{2x-1}\right)^{3x}$

2. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2+x-9}{3x^3+x^2+1}$;

3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 2x}{x^2}$;

4. $\lim\limits_{x\to 0} (1+4x)^{\frac{5}{x+1}}$

8

1. $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{x^2-10x+25}{x^3-125}$;

2. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^2+x-4}{3+3x-4x^2}$;

3. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{x}-2x}{3x+1}$;

4. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{3x+4}{3x+1}\right)^{2x-1}$

9

1. $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^2-2x-8}{2x^2+5x+2}$;

2. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2+4x-7}{7x^2-3x+9}$;

3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{tg 5x}{tg 3x}$;

4. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x+1}{x+2}\right)^{2x+1}$

0

1. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{3x^2-2x-1}{x^2-4x+3}$;

2. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^4+5x^3-1}{3+x^2-3x^3}$;

3. $\lim\limits_{x\to 0} tg 3x \cdot ctg 5x$;

4. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x-2}{x+3}\right)^{4-x}$

Задание 6. Найти производные функций:

	Условие		Условие
1	1. $y = tg^2 \dfrac{x}{2} \cdot \sin \dfrac{3}{x}$; 2. $y = \arccos \sqrt{x}$; 3. $y = \ln ctg \dfrac{x}{3}$; 4. $x = 2t^2 + t, \quad y = \ln t$.	6	1. $y = \sin 3x \cdot \cos^2 \dfrac{3}{x}$; 2. $y = e^{ctg\, 2x}$; 3. $y = \dfrac{x}{2}\sqrt{25 - x^2}$; 4. $x = \dfrac{1-t}{1+t^2}; \quad y = \dfrac{2+t^2}{t^2}$
2	1. $y = \left(2 + \sqrt[3]{3x+1}\right) e^{\sqrt{x}}$; 2. $y = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$; 3. $y = \dfrac{1-\cos 3x}{1+\cos 3x}$; 4. $x = t^4 + 2t, \quad y = t^2 + 5t$.	7	1. $y = e^{3x} \cdot arctg^2 \sqrt{x}$; 2. $y = \dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x}$; 3. $y = (x-1)e^{x^2}$; 4. $x = t - \ln \sin t, \quad y = t - \ln \cos t$.
3	1. $y = (5x+1) \cdot \sin^3 \dfrac{1}{x}$; 2. $y = \dfrac{1}{2} ctg^2 x + \ln \sin x$; 3. $y = e^{\cos 3x}$; 4. $x = tgt, \quad y = \dfrac{1}{\sin^2 t}$	8	1. $y = \dfrac{3}{x+1} \sin \sqrt{\dfrac{x+1}{3}}$; 2. $y = \ln\left(\sqrt{x} - \sqrt{x-2}\right)$; 3. $y = 3xe^{-x^2}$; 4. $x = t^2 - t^3, \quad y = 2t^3$.
4	1. $y = (5x+4)^2 \cdot tg\sqrt{x+5}$; 2. $y = \ln \cos 2x - \ln \sin 2x$; 3. $y = 2^{ctg^2 3x}$; 4. $x = \cos^3 t, \quad y = \sin^3 t$.	9	1. $y = ctg^2 \dfrac{x}{2} \cdot \sin^3 2x$; 2. $y = \arccos \dfrac{x-1}{x+1}$; 3. $y = \ln ctg \sqrt{x+2}$; 4. $x = 3\sin t, \quad y = 3\cos^2 t$.
5	1. $y = 8x^2 \cdot \cos \dfrac{8}{x-2}$; 2. $y = \dfrac{tg^3 x}{3} - \dfrac{ctg^2 x}{2}$; 3. $y = xe^{x^2+2x}$;	0	1. $y = (5x+4)^2 \cdot tg\sqrt{x+5}$; 2. $y = \dfrac{x^2 + 2tgx}{1+\cos x}$; 3. $y = \left(x^2 + 3x + 8\right)e^{arctgx}$;

4. $x = 2t - t^2$, $y = 2t^3$

4. $x = 2t^2 + 3t$, $y = t - \dfrac{1}{t^2}$

Задание 7. Исследовать функцию и построить график.

Вариант	Условие	Вариант	Условие
1	$y = \dfrac{2x-1}{(x-1)^2}$	6	$y = \dfrac{2x^2}{2x-1}$
2	$y = \dfrac{4x^3}{3(x^2+1)}$	7	$y = \dfrac{8x}{(x-2)^2}$
3	$y = \dfrac{x^2}{2(x-1)}$	8	$y = \dfrac{2(x-1)^2}{x^2}$
4	$y = \dfrac{16-x^2}{4x-5}$	9	$y = \dfrac{x^3}{2(x-1)^2}$
5	$y = \dfrac{2x}{x^2-1}$	0	$y = \dfrac{x^2}{x-4}$

ЗАДАНИЯ КОНТРОЛЬНО-КУРСОВОЙ РАБОТЫ №2

Задание 1. Даны комплексные числа. Требуется:
а) найти значение выражения;
б) найти все значения корня и представить ответ в алгебраической форме.

	а)	б)
1	$29i \cdot \dfrac{4+3i}{5-2i}$	$\sqrt[4]{-1}$
2	$\dfrac{1+i}{(\sqrt{3}+i)(1+i\sqrt{3})}$	$\sqrt[3]{i}$
3	$\dfrac{2i}{1+i} - \dfrac{3i}{1-i}$	$\sqrt[3]{-i}$
4	$\dfrac{1+i}{1-i} + i^7$	$\sqrt[4]{1-i}$
5	$i^5 + \dfrac{1-i}{1+i}$	$\sqrt{1+i\sqrt{3}}$

6	$(1-i\sqrt{3})^3+\dfrac{1}{i}$	$\sqrt[4]{-i}$
7	$(5-i)(i-3)^2$	$\sqrt[3]{1+i}$
8	$\left(\dfrac{2+i}{i-1}\right)^2$	$\sqrt{2-2i}$
9	$17\cdot\dfrac{(4+i)^3}{4-i}$	$\sqrt[3]{4(1+i)^2}$
0	$\left(\dfrac{1}{2+i}+\dfrac{1}{i-2}\right)^2$	$\sqrt[3]{i-\sqrt{3}}$

Задание 2. Найти неопределенные интегралы. Результаты проверить дифференцированием.

1. а) $\int\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}+x^4\right)dx$; б) $\int(2x+1)^{20}dx$;

   в) $\int(x-1)e^x dx$; г) $\int\sin^3 x\cdot\cos^5 x dx$.

2. а) $\int\left(x^2+\frac{1}{\cos^2 x}+2e^x\right)dx$; б) $\int\frac{x}{x^2+1}dx$;

   в) $\int(x+3)\cos x dx$; г) $\int\mathrm{tg}^4 x dx$.

3. а) $\int\left(e^x-\frac{1}{\sin^2 x}+5\right)dx$; б) $\int\sin(2-3x)dx$;

   в) $\int\ln 4x dx$; г) $\int\frac{x^4}{x^2+1}dx$.

4. а) $\int\left(3^x+\frac{1}{1+x^2}-\sin x\right)dx$; б) $\int\frac{x}{x^2-3}dx$;

   в) $\int x\sin x dx$; г) $\int\frac{dx}{(2-x)\sqrt{1-x}}$.

5. а) $\int\left(\cos x+\frac{1}{4+x^2}-x^3\right)dx$; б) $\int\sqrt{3x-2}dx$;

в) $\int (x+2)e^x dx$;   г) $\int \frac{\cos x}{1+\cos x} dx$.

6. а) $\int \left(\frac{1}{9-x^2} + e^x - 7 \right) dx$;   б) $\int \sin\left(\frac{x}{5} + 3 \right) dx$;

в) $\int x \cos 3x dx$;   г) $\int \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt{(x+1)^3}}$.

7. а) $\int \left(x + \frac{1}{\sqrt{x^2+9}} - \sin x \right) dx$;   б) $\int 2e^{1-2x} dx$;

в) $\int x \ln 4x dx$;   г) $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$.

8. а) $\int \left(\cos x + \frac{1}{\sin^2 x} + 6^x \right) dx$;   б) $\int \frac{e^x dx}{e^{2x}+1}$;

в) $\int (x-3) \sin x dx$;   г) $\int \frac{dx}{(x+1)(2x-3)}$.

9. а) $\int \left(3x^2 - 4 + \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \right) dx$;   б) $\int e^{4-8x} dx$;

в) $\int arctgx dx$;   г) $\int \frac{1}{x^2} \cdot \sqrt{\frac{1+x}{x}} dx$.

0. а) $\int \left(2 + \frac{1}{1-x^2} + \sin x \right) dx$;   б) $\int \frac{dx}{\cos^2(7x+5)}$;

в) $\int \ln x dx$;   г) $\int \frac{3x+5}{x^2+8x+15} dx$.

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями. Сделать чертеж.

1. $x^2 + 2y = 0, \quad 5x + 2y - 6 = 0$.
2. $x^2 - 2y = 0, \quad x - 2y + 6 = 0$.
3. $x^2 - 2y = 0, \quad x + 2y - 6 = 0$.
4. $x^2 - 6y = 0, \quad x + 6y - 12 = 0$.
5. $x^2 + 2y = 0, \quad 2x - y - 3 = 0$.

6. $2x+y^2=0$, $2x+5y-6=0$.

7. $2x-y^2=0$, $2x-y-6=0$.

8. $2x-y^2=0$, $2x+y-6=0$.

9. $6x-y^2=0$, $6x+y-12=0$.

0. $x+y^2=0$, $x-2y+3=0$.

Задание 4. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной указанными линиями вокруг оси Ox (варианты 1-5) , вокруг оси Oy (варианты 6-0). Сделать чертеж:

1. $y^2 = x;\ y = x^2.$
2. $xy = 4;\ x = 1;\ x = 4;\ y = 0.$
3. $y = \sin x$ (*одна полуволна*); $y = 0.$
4. $y = x^2 + 1;\ y = 3x - 1.$
5. $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{9} = 1.$
6. $y^2 = 4 - x;\ x = 0.$
7. $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1.$
8. $x + y - 2 = 0;\ x = 0;\ y = 0.$
9. $xy = 2;\ x = 0;\ y = 1;\ y = 4.$
0. $y = -x^2 + 4;\ x = 0;\ y = 0;\ y = 3.$

Задание 5. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится.

	Условие		Условие
1	$\int\limits_0^{\infty} x^2 e^{-x^3}\,dx.$	6	$\int\limits_{-1}^{\infty} \dfrac{dx}{x^2+2x+2}.$

2	$\int\limits_{1}^{\infty} \frac{x^2 dx}{1+x^6}.$	7	$\int\limits_{0}^{1} \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}.$
3	$\int\limits_{-\infty}^{0} xe^x dx.$	8	$\int\limits_{-\infty}^{1} \frac{dx}{x^2+4x+13}.$
4	$\int\limits_{2}^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$	9	$\int\limits_{1}^{\infty} \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}.$
5	$\int\limits_{\sqrt{3}}^{\infty} \frac{xdx}{x^4+9}.$	0	$\int\limits_{2}^{\infty} \frac{dx}{x\ln^2 x}.$

Задание 6. Найти производные функции двух переменных $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$.

1. $z = \ln\left(x^2 + (y+1)^2\right) + 3^{\sqrt{\arcsin x}}$
2. $z = \sqrt[3]{x^2 + y^2} - \frac{1}{xy}$.
3. $z = \sqrt[5]{xy + y^3} - 2^{xy}$.
4. $z = \ln\left(x^4 + xy^3\right) - 3^{\sqrt{x}}$.
5. $z = 3x^2 y^4 - 3^{\sin(xy)}$.
6. $z = 5x^3 + y^4 + 5^{arctg\sqrt{x}}$.
7. $z = x^4 + y^5 - \sin^3(xy)$.
8. $z = 3x^4 y^5 + x^y$.
9. $z = 5x^2 + xy^6 + y^x$.
0. $z = 7x^3 y^2 + 3^{tgx}$.

Задание 7. Для заданной функция $z = f(x, y)$ найти:

a) градиент в точке $M_0(x_0, y_0)$;

b) экстремум функции.

1. $z = x^2 + y^2 + 4x + 4y, \quad M_0(2, 1),$
2. $z = x^2 + y^2 - 2x - 2y, \quad M_0(1,-1),$

3. $z = x^2 + y^2 + 2x - 2y, \quad M_0(1,1),$

4. $z = x^2 + y^2 + 2x + 2y, \quad M_0(1,3),$

5. $z = x^2 + y^2 - 4x - 4y, \quad M_0(3,1),$

6. $z = x^2 + y^2 - 6x - 6y, \quad M_0(2,0),$

7. $z = x^2 + y^2 - 8x - 8y, \quad M_0(2,-2),$

8. $z = x^2 + y^2 + 8x + 8y, \quad M_0(1,1),$

9. $z = x^2 + y^2 + 2x - 12y, \quad M_0(1,-1),$

0. $z = x^2 + y^2 + 12x + y, \quad M_0(3,5),$

ЗАДАНИЯ КОНТРОЛЬНО-КУРСОВОЙ РАБОТЫ №3

Задание 1. Найти общее решение дифференциальных уравнений первого порядка:

1.	$(e^{2x} + 1)dy + ye^{2x}dx = 0$ $xy' - y = x^3$	2.	$(2 + y)dx - (2 - x)dy = 0$ $y' - yctgx = 2x\sin^2 x$
3.	$x^2dy + (y - 1)dx = 0$ $y' + ytgx = \cos^2 x$	4.	$y(e^x + 1)dy - e^x dx = 0$ $xy' - y = -\ln x$
5.	$(e^x + 2)y' = ye^x$ $(x+1)y' - y = e^x(x+1)^3$	6.	$y' = e^{x-y}$ $y' - 4xy = -4x$
7.	$yy' = 3x^2$ $xy' - y = x^3 \sin x$	8.	$y'tgx - y = 0$ $xy' - y = x^3 \ln x$
9.	$(1 + x^2)y' = 1 + y^2$ $xy' - y = -\ln x$	0.	$y'\cos x - y\sin x = 0$ $xy' + y = x\sin x$

Задание 2. Найти частное решение дифференциального уравнения второго порядка, удовлетворяющее указанным начальным условиям:

1. $y'' + y' - 2y = 6x^2,\ \ y(0) = -4,\ y'(0) = -1.$
2. $y'' - 4y = 8x^3,\ \ y(0) = 2,\ y'(0) = -3.$
3. $y'' - 2y' + y = 8e^x,\ \ y(0) = 1,\ y'(0) = 3.$
4. $y'' + 2y' + 5y = 4e^{-x}, y(0) = 1, y'(0) = 1.$
5. $y'' + 6y' + 9y = 100\sin x,\ \ y(0) = 0,\ y'(0) = 1.$
6. $y'' + 9y = \cos 3x,\ \ y(0) = 1,\ y'(0) = 3.$
7. $y'' - 3y' + 2y = e^x,\ \ y(0) = 2,\ y'(0) = 2.$
8. $y'' - 5y' + 6y = 78\sin 3x,\ \ y(0) = 2,\ y'(0) = 2.$
9. $y'' - 2y' = 2x + 1,\ \ y(0) = 1,\ y'(0) = 1.$
1. $y'' + y' = 2x^3 - x + 2,\ \ y(0) = 3,\ y'(0) = -2.$

Задание 3. Исследовать на сходимость числовые ряды.

1. *а*) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(n+1)!}{3^n},$ *б*) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n+5}.$
2. *а*) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(n+3)2^n}{5^n},$ *б*) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{(n+2)!}.$
3. *а*) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{n!},$ *б*) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n^2+2n}.$
4. *а*) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!}{2^n},$ *б*) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n^2+3n}.$
5. *а*) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{3^n}{n\cdot 2^n},$ *б*) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{\sqrt{n+5}}.$
6. *а*) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n}}{2^n},$ *б*) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n^3+2}.$
7. *а*) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{n},$ *б*) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{\sqrt{n+2}}.$
8. *а*) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(n+1)2^n}{3^n},$ *б*) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{(n+1)!}.$
9. *а*) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{3^n}{n!},$ *б*) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{2n+1}.$

0. $a)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{2^n}$, $\quad$ $б)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{3n+5}$.

Задание 4. Определить интервал сходимости степенного ряда и исследовать поведение ряда на границах интервала сходимости.

1. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x+4)^n}{\sqrt{n}+1}$	2. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x-3)^n}{3n-1}$
3. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x+3)^n}{\sqrt{3n+2}}$	4. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x+2)^n}{\sqrt{n}+3}$
5. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{2^n\sqrt{1+n}}$	6. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{\sqrt{2n+1}}$
7. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x-4)^n}{n+3}$	8. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x+3)^n}{(2n-1)^2}$
9. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x+5)^n}{2n+1}$	0. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x+5)^n}{(2n+3)^2}$

Задание 5. Вычислить определенный интеграл с точностью до 0,001 путем разложения подынтегральной функции в ряд и почленного интегрирования ряда:

1. $\int_0^1 x\sin\sqrt{x}dx$	2. $\int_0^1 \cos\sqrt{x}dx$
3. $\int_0^{0,5} e^{-4x^2}dx$	4. $\int_0^{0,5}\frac{\sin 4x}{x}dx$
5. $\int_0^{0,1}\frac{\ln(1+x)}{x}dx$	6. $\int_0^{0.3} e^{-2x^2}dx$
7. $\int_0^1\frac{\sin x}{\sqrt{x}}dx$	8. $\int_0^{0,1}\cos(10x^2)dx$
9. $\int_0^{0,2}\sin(x^2)dx$	0. $\int_0^1 x\sin\sqrt{x}dx$

ЗАДАНИЯ
КОНТРОЛЬНО-КУРСОВОЙ РАБОТЫ №4

Задание 1. Расставить пределы интегрирования в повторном интеграле для двойного интеграла $\iint_D f(x,y)dxdy$ и изменить порядок интегрирования.

1. $D: \ y=0; \ y=x^2; \ y=2-x$.
2. $D: \ y=2x; \ y=2(x-2)^2; \ y=0$.
3. $D: \ y=2-(x-1)^2; \ y=1-x$.
4. $D: \ y^2=x; \ x+y-2=0$.
5. $D: \ y=0; \ y=(x+1)^2; \ y=(x-1)^2$.
6. $D: \ y^2=x; \ x=(y-2)^2; \ x=0$.
7. $D: \ y^2=x; \ x=(y-2)^2; \ y=0$.
8. $D: \ y=1-x^2; \ y=1-(x-2)^2; \ y=1$.
9. $D: y=1-x^2; y=1-(x-4)^2; \ y=0.5$.
10. $D: \ y=(x+2)^2; \ y=\frac{1}{2}-\frac{x}{2}; \ y=0$.

Задание 2. Вычислить криволинейный интеграл. Сделать чертеж дуги кривой L.

1. $\int_L \frac{x^2+1}{y+1}dx+\frac{x-y}{x+1}dy$, где L – отрезок прямой от точки (1; 0) до точки (2;1).
2. $\int_L \frac{x^2}{y+2}dx+\frac{x+2y}{3x+1}dy$, где L – отрезок прямой от точки (1;1) до точки (2;2).
3. $\int_L \frac{y^2+1}{x+1}dx+\frac{x+1-y}{2}dy$, где L – дуга кривой $y = \ln(x+1)$ от точки (0; 0) до точки (e–1; 1).

4. $\int\limits_L \frac{y^2-1}{x+1}dx+\frac{1}{x}dy$, где L – дуга кривой $y=x^2$ от точки (1;1) до точки (2;4).

5. $\int\limits_L (y^2-x)dx+(x^2-y)dy$, где L – верхняя половина окружности $x = \sin 2t$, $y = \cos 2t$. Интегрировать против часовой стрелки.

6. $\int\limits_L (\frac{y}{x}-1)dx+\frac{1}{y}dy$, где L – дуга кривой $y=x^2$ от точки (–1;1) до точки (–2; 4).

7. $\int\limits_L y^2dx+x^2dy$, где L – верхняя четверть окружности $x = 2\sin t$, $y = 2\cos t$. Интегрировать против часовой стрелки.

8. $\int\limits_L \frac{x^2+1}{y+1}dx+\frac{x-y}{x+1}dy$, где L – отрезок прямой от точки (1; 0) до точки (2; 1).

9. $\int\limits_L \frac{y-1}{x}dx+\frac{x-1}{y}dy$, где L – дуга кривой $y=x^2$ от точки (1; 1) до точки (2; 4).

10. $\int\limits_L (y-x)dx+(x-y)dy$, где L – верхняя половина эллипса $x=3\sin 2t$, $y=4\cos 2t$. Интегрировать против часовой стрелки.

Задание 3.

1. В читальном зале имеется 6 учебников по теории вероятностей, из которых три в мягком переплете. Библиотекарь взял два учебника. Найти вероятность того, что оба учебника окажутся в мягком переплете.
2. Студент знает ответы на 20 из 25 вопросов программы. Найти вероятность того, что он знает ответы на предложенные ему экзаменатором три вопроса.
3. Для некоторой местности в июле шесть пасмурных дней. Найти вероятность того, что первого и второго июля будет ясная погода.
4. Из 200 рабочих норму выработки не выполняют 15 человек. Найти вероятность того, что два случайно выбранных рабочих не выполняют норму.

5. Три стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в цель первым стрелком равна 0,6, вторым — 0,7, третьим — 0,8. Найти вероятность того, что при одном выстреле попадут в цель: а) все три стрелка; б) попадет хотя бы один из них.
6. В ящике лежат 20 электрических лампочек, из которых две нестандартные. Найти вероятность того, что взятые одна за другой две лампочки окажутся стандартными.
7. Одновременно бросаются две игральные кости. Найти вероятность того, что на каждой кости появится нечетное число очков.
8. Из заготовленной для посева пшеницы зерно первого сорта составляет 40%, второго сорта — 50%, третьего сорта — 10%. Вероятность того, что взойдет зерно первого сорта, равна 0,8, второго — 0,5, третьего — 0,3. Найти вероятность того, что взойдет наугад взятое зерно.
9. В магазин поступили телевизоры из трех заводов. Вероятность того, что телевизор изготовлен на первом заводе, равна 0,3, на втором — 0,2, на третьем — 0,5. Вероятность того, что телевизор окажется бракованным, для первого завода равна 0,2, для второго — 0,1, для третьего — 0,3. Найти вероятность того, что наугад взятый телевизор окажется не бракованным.
10. В мастерской на трех станках изготавливаются однотипные детали. Вероятность безотказной работы первого станка равна 0,3, второго — 0,4, третьего — 0,3. Вероятность изготовления бракованной детали на первом станке равна 0,2, на втором — 0,3, на третьем — 0,1. Найти вероятность того, что наугад выбранная деталь окажется стандартной.

Задание 4. Дана вероятность p появления события А в каждом из n независимых испытаний. Найти вероятность того, что в этих испытаниях событие А появится не менее k_1 и не более k_2 раз.

1. $n = 360$, $p = 0{,}8$, $k_1 = 280$, $k_2 = 300$.
2. $n = 490$, $p = 0{,}6$, $k_1 = 320$, $k_2 = 350$.
3. $n = 640$, $p = 0{,}9$, $k_1 = 500$, $k_2 = 540$.
4. $n = 225$, $p = 0{,}2$, $k_1 = 50$, $k_2 = 60$.
5. $n = 810$, $p = 0{,}4$, $k_1 = 340$, $k_2 = 400$.
6. $n = 250$, $p = 0{,}7$, $k_1 = 150$, $k_2 = 180$.
7. $n = 300$, $p = 0{,}3$, $k_1 = 110$, $k_2 = 130$.
8. $n = 625$, $p = 0{,}8$, $k_1 = 480$, $k_2 = 500$.
9. $n = 100$, $p = 0{,}5$, $k_1 = 60$, $k_2 = 80$.
10. $n = 256$, $p = 0{,}9$, $k_1 = 200$, $k_2 = 220$.

Задание 5. Задан закон распределения дискретной случайной величины X (в первой строке указаны возможные значения величины X, во второй строке даны вероятности P этих значений). Найти: 1) математическое ожидание MX; 2) дисперсию DX; 3) среднее квадратическое отклонение σ:

1.

X	4	5	6	8
P	0,3	0,4	0,2	0,1

2.

X	23	25	27	29
P	0,2	0,1	0,3	0,4

3.

X	6	8	9	10
P	0,3	0,1	0,2	0,4

4.

X	32	35	37	40
P	0,1	0,2	0,4	0,3

5.

X	41	42	43	45
P	0,3	0,3	0,2	0,2

6.

X	11	12	13	15
P	0,5	0,1	0,2	0,2

7.

X	51	52	54	57
P	0,2	0,1	0,4	0,3

8.

X	20	21	22	26
P	0,2	0,5	0,2	0,1

9.

X	30	32	34	36
P	0,4	0,3	0,2	0,1

10.

X	48	50	51	53
P	0,2	0,3	0,2	0,3

Задание 6. Случайная величина X задана интегральной функцией распределения $F(x)$. Найти: 1) дифференциальную функцию распределения $f(x)$; 2) математическое ожидание MX; 3) дисперсию DX:

1. $$F(x)=\begin{cases}0 \;\; при \;\; x<0,\\ x^2 \;\; при \;\; 0\le x\le 1,\\ 1 \;\; при \;\; x>1.\end{cases}$$

2. $$F(x)=\begin{cases}0 \;\; при \;\; x<0,\\ \dfrac{x^3}{8} \;\; при \;\; 0\le x\le 2,\\ 1 \;\; при \;\; x>2.\end{cases}$$

3. $$F(x)=\begin{cases}0 \;\; при \;\; x<0,\\ \dfrac{x^2}{16} \;\; при \;\; 0\le x\le 4,\\ 1 \;\; при \;\; x>4.\end{cases}$$

4. $$F(x)=\begin{cases}0 \;\; при \;\; x<0,\\ \dfrac{x^2}{9} \;\; при \;\; 0\le x\le 3,\\ 1 \;\; при \;\; x>3.\end{cases}$$

5. $$F(x)=\begin{cases}0 \;\; при \;\; x<2,\\ x-2 \;\; при \;\; 2\le x\le 3,\\ 1 \;\; при \;\; x>3.\end{cases}$$

6. $$F(x)=\begin{cases}0 \;\; при \;\; x<0,\\ \dfrac{x^2}{4} \;\; при \;\; 0\le x\le 2,\\ 1 \;\; при \;\; x>2.\end{cases}$$

7. $$F(x)=\begin{cases}0 \;\; при \;\; x<0,\\ x \;\; при \;\; 0\le x\le 1,\\ 1 \;\; при \;\; x>1.\end{cases}$$

8. $$F(x)=\begin{cases}0 \;\; при \;\; x<4,\\ x-4 \;\; при \;\; 4\le x\le 5,\\ 1 \;\; при \;\; x>5.\end{cases}$$

9. $$F(x) = \begin{cases} 0 \;\; при \;\; x < 0, \\ \dfrac{x^3}{27} \; при \;\; 0 \le x \le 3, \\ 1 \; при \;\; x > 3. \end{cases}$$

10. $$F(x) = \begin{cases} 0 \;\; при \;\; x < 1, \\ x - 1 \; при \; 1 \le x \le 2, \\ 1 \; при \;\; x > 2. \end{cases}$$

Учебно-методическое обеспечение дисциплины
Основная литература

1. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. – М.: Наука, 1985. – Т. 1 – 432 с. – Т. 2 – 429 с.
2. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.1,2. – М.: Высшая школа, 1986.
3. Сборник задач по курсу высшей математики /Под ред. П.Е. Дюбюка и Г.М. Кручковича. – М.: Высшая школа, 1965. – 592 с.
4. Колмогоров А.Н. Математика. Алгебра. 10-11 класс. Учебник. 17-е изд. - М.: Просвещение, 2008. - 384 с.
5. Рябушко А.П., Бархатов В.В. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике, ч.2 – Минск: Вышэйшая школа –., 2005, 200с
6. Шипачев В.С.Высшая математика. М.: Высшая школа, - 1996, 479с
7. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2017. — 448 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/book/91080 — Загл. с экрана.
8. Лакерник А.Р. Высшая математика. Краткий курс [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Лакерник А.Р.— Электрон. текстовые данные.— М.: Логос, 2008.— 528 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/9112.html.— ЭБС «IPRbooks»
9. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие для вузов / В. Е. Гмурман .— 12-е изд., перераб. и доп .— М. : Юрайт, 2011 .— 480 с. : ил. — (Основы наук). — Предм. указ.: с. 474-479 .— ISBN 978-5-9916-

1163-3 (Изд-во Юрайт) .— ISBN 978-5-9692-1122-3 (ИД Юрайт).

10. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2017. — 224 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/book/92615 — Загл. с экрана.

Дополнительная литература

1. Инченко О.В. Математика для заочников: учеб. пособие / О.В. Инченко, В. А. Кузнецова . - Тула: Изд. ТулГУ, 2019. .— 168 с.

2. Аверин, В. В. Математика. Ч. 1 [электронный ресурс] : курс лекций: учебное пособие/ В. В. Аверин, М. Ю. Соколова, Д. В. Христич; ТулГУ. - Тула: Изд-во ТулГУ, 2010. - 254 с. : ил.- ISBN 978-5-7679-1748-8. – Режим доступа : https://tsutula.bibliotech.ru/Reader/Book/2014100214370663049600009433, по паролю

3. Аверин, В. В. Математика. Ч. 2 [электронный ресурс] : курс лекций: учебное пособие/ В. В. Аверин, М. Ю. Соколова, Д. В. Христич; ТулГУ. - Тула: Изд-во ТулГУ, 2010. - 275 с. : ил. - ISBN 978-5-7679-1749-5. – Режим доступа по паролю : https://tsutula.bibliotech.ru/Reader/Book/20141002144129431551000 8498, по паролю