

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
"Тульский государственный университет"

*Естественнонаучный институт*

Кафедра "Физика"

Утверждено на заседании кафедры "Физика"  
« 30 » августа 2019 г., протокол № 1

Заведующий кафедрой

 Р.Н. Ростовцев

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**  
по проведению практических занятий по дисциплине  
"Физика"

**основной профессиональной образовательной программы  
высшего образования – программы бакалавриата**

по направлению подготовки  
*01.03.03 Механика и математическое моделирование*

с направленностью (профилем)  
*Механика деформируемого твердого тела*

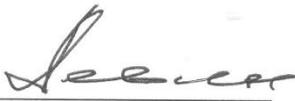
Форма обучения: *очная*

Идентификационный номер образовательной программы: 010303-01-18

Тула 2019 год

**Разработчик методических указаний**

Левин Д.М., профессор, д.ф.-м.н., профессор  
(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)

  
(подпись)

### 1. Цели и задачи практических занятий:

- 1.1. Усвоение и закрепление в памяти студентов основных теоретических положений и законов по соответствующему разделу физики.
- 1.2. Формирование практических умений и навыков применения теории для решения задач по физике.
- 1.3. Овладение различными математическими приемами и способами получения решения физической задачи в общем виде.
- 1.4. Привлечение для вычислений различных информационных технологий.

### 2. План занятий.

- 2.1. Разбор вопросов студентов по домашнему заданию.
- 2.2. Решение типовых задач на доске.
- 2.3. Самостоятельное решение студентами некоторых задач на занятии и подведение итогов.
- 2.4. Формулировка домашнего задания.

### 3. Методическое обеспечение

Для самостоятельной подготовки к практическим занятиям и решению домашних заданий можно использовать следующие пособия:

1. Колмаков Ю.Н., Кажарская С.Е., Якунова Е.В. Механика. Молекулярная физика: руководство к проведению самостоятельной работы студентов: учебн. пособие [Электронный ресурс]/ Электрон. текстовые данные. - Тула : Изд-во ТулГУ, 2020.- 222 с. . - ISBN 978–5–7679–4250–3.
2. Колмаков Ю.Н., Кажарская С.Е. Физика. Электромагнетизм: руководство к проведению самостоятельной работы студентов: учебн. пособие [Электронный ресурс]/ Электрон. текстовые данные. - Тула : Изд-во ТулГУ, 2017.- 156 с. – ISBN 978–5–7679–33915–2.
3. Колмаков Ю. Н., Кажарская С.Е., Якунова Е.В. Оптика. Основы квантовой физики: руководство к проведению самостоятельной работы студентов: учебн. пособие [Электронный ресурс]/ Электрон. текстовые данные. - Тула : Изд-во ТулГУ, 2019. - 208 с. - ISBN 978–5–7679–4250–3.

Примеры задач и их решений, рекомендуемые для проведения практических занятий и самостоятельной подготовки студентов, представлены также на сайте кафедры физики ТулГУ <http://physics.tsu.tula/ru/>.

### 4. Содержание практических занятий

#### Очная форма обучения

№ п/п	Темы практических занятий
<i>3 семестр</i>	
1	Кинематика материальной точки. Кинематические уравнения движения материальной точки. Скорость и ускорение материальной точки.
2	Кинематика движения твёрдого тела. Вращение твёрдого тела вокруг неподвижной оси. Связь между линейными и угловыми величинами.
3	Динамика материальной точки. Законы Ньютона. Центр масс механической системы. Уравнение движения центра масс. Уравнение моментов.
4	Основное уравнение динамики вращательного движения твёрдого тела. Движение материальной точки в поле центральных сил.
5	Закон сохранения импульса. Закон сохранения момента импульса. Работа переменной силы.
6	Потенциальная энергия материальной точки. Кинетическая энергия материальной точки. Закон сохранения полной механической энергии.

№ п/п	Темы практических занятий
7	Гармонические колебания и их сложение. Свободные колебания. Физический маятник.
8	Затухающие и вынужденные колебания в механике. Резонанс.
9	Методы решения термодинамических задач. Использование уравнения состояния системы, уравнений термодинамических процессов и первого начала термодинамики при расчете процессов в идеальном газе. Работа газа в различных процессах.
10	Число степеней свобод. Вычисление теплоемкости газов в различных термодинамических процессах.
11	Расчет изменения энтропии термодинамической системы в различных процессах. Второе начало термодинамики.
12	Циклические процессы и вычисление к.п.д. тепловых машин. Цикл Карно.
13	Функция распределения Максвелла молекул газа по величинам скоростей и её применение к расчету средних величин. Функция распределения Больцмана и барометрическая формула.
14	Частота столкновения молекул газа со стенкой. Средняя длина свободного пробега и число столкновений молекул газа.
15	Явления переноса (теплопроводность и вязкость).
<b>4 семестр</b>	
16	Закон Кулона. Напряжённость электростатического поля. Поток вектора напряжённости электростатического поля. Теорема Гаусса. Потенциал электростатического поля. Связь между напряжённостью электростатического поля и его потенциалом. Явление поляризованности диэлектрика. Вектор поляризованности. Электрическая ёмкость проводников. Энергия электрического поля.
17	Электрический ток. Электродвижущая сила. Законы Ома и Джоуля-Ленца. Правила Кирхгофа.
18	Расчет магнитных полей с помощью закона Био-Савара и с помощью теоремы о циркуляции. Силы Лоренца и Ампера. Движение заряженной частицы в стационарных электрическом и магнитном полях. Силы, действующие на электрический и магнитный диполь (контур с током).
19	Явление электромагнитной индукции. Закон Фарадея. Явления самоиндукции и взаимной индукции. Вычисление индуктивности. Энергия магнитного поля.
20	Собственные электрические колебания в цепях. Электрический колебательный контур и его параметры. Вынужденные электрические колебания.
21	Электромагнитные волны. Интерференция световых (электромагнитных) волн. Интерференционные схемы. Дифракция света (электромагнитных волн) на узкой щели и на круглом отверстии. Дифракционная решетка.
22	Законы теплового излучения. Внешний фотоэффект. Эффект Комптона. Давление света.
23	Волны де Бройля. Соотношения неопределённостей. Волновая функция. Уравнение Шрёдингера. Движение микрочастиц в потенциальных полях.
24	Атом водорода в квантовой механике. Сложные атомы.

#### 4. Типовые задачи для практических занятий

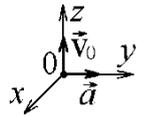
На каждом занятии необходимо разобрать решения 6 – 8 задач, 2 – 3 задачи следует задать студентам в виде домашнего задания.

#### 3 семестр

##### Занятие 1

Кинематика материальной точки. Кинематические уравнения движения материальной точки. Скорость и ускорение материальной точки.

**1.1.** Материальная точка движется так, что её радиус-вектор зависит от времени по закону  $\vec{r} = At^3\vec{i} + (Bt^2 - Ct^3)\vec{j}$ , где  $A = 1 \text{ м/с}^3$ ,  $B = 3 \text{ м/с}^2$ ,  $C = 2 \text{ м/с}^3$ . Определить ускорение точки в момент  $t = 0,5 \text{ с}$ . *Ответ: 3 м/с<sup>2</sup>.*



**1.2.** В начальный момент  $t_0 = 0$  материальная точка находилась в точке 0 начала координат и двигалась со скоростью  $v_0 = 4 \text{ м/с}$  вдоль оси  $z$ . Ускорение точки все время направлено вдоль оси  $y$  и возрастает со временем  $t$  по закону  $a = kt^4$ , где  $k = 1 \text{ м/с}^6$ . Найти величину скорости данной точки в момент времени  $t = 2 \text{ с}$ . *Ответ: 7,547 м/с.*

**1.3.** Начальная скорость точки  $\vec{v}_0 = A\vec{i} - B\vec{j}$ , где  $A = 4 \text{ м/с}$ ,  $B = 2 \text{ м/с}$ . Ускорение точки зависит от времени по закону  $\vec{a}(t) = Ct\vec{i} + Dt^2\vec{j}$ , где  $C = 2 \text{ м/с}^3$ ,  $D = 6 \text{ м/с}^4$ . На каком расстоянии от начала координат  $O$  окажется точка в момент времени  $t = 3 \text{ с}$ , если в начальный момент  $t_0 = 0$  она находилась в точке  $O$ ? Определить также тангенс угла наклона вектора скорости точки к оси  $y$  в момент времени  $t = 3 \text{ с}$ . *Ответ: 40,4 м, 0,25.*

**1.4.** Материальная точка движется так, что её радиус-вектор меняется по закону  $\vec{r} = A\sin(bt)\vec{i} + A\cos(bt)\vec{j}$ , где  $A = 2 \text{ м}$ ,  $b = 3 \text{ рад/с}$ . Определить путь, пройденный точкой за время  $t = 2 \text{ с}$ . *Ответ: 12 м.*

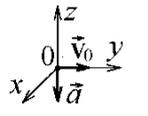
**1.5.** Точка движется по оси  $x$  так, что её координата меняется со временем по закону  $x(t) = A\sin(2\pi t/T)$ , где  $T = 6 \text{ с}$ ,  $A = 0,3 \text{ м}$ . Определить минимальное время, через которое ускорение точки достигнет максимального значения. *Ответ: 1,5 с*

**1.6.** Материальная точка движется так, что её координата зависит от времени по закону  $x(t) = At^4 - Bt^5$ , где  $A = 5 \text{ м/с}^4$ ,  $B = 2 \text{ м/с}^5$ . Определить координату точки, в которой изменится направление движения. *Ответ: 16 м*

**1.7.** Материальная точка движется так, что её радиус-вектор зависит от времени по закону  $\vec{r} = At^2\vec{i} + Bt^3\vec{j}$ , где  $A = 4 \text{ м/с}^2$ ,  $B = 2 \text{ м/с}^3$ . В какой момент времени  $t$  скорость точки будет направлена под углом  $\alpha = 45^\circ$  к оси  $x$ ? *Ответ: 1,33 с*

**1.8.** Начальная скорость точки  $\vec{v}_0 = A\vec{i} - B\vec{j}$ , где  $A = 4 \text{ м/с}$ ,  $B = 2 \text{ м/с}$ . Ускорение точки зависит от времени по закону  $\vec{a}(t) = Ct\vec{i} + Dt^2\vec{j}$ , где  $C = 2 \text{ м/с}^3$ ,  $D = 6 \text{ м/с}^4$ . Определить величину скорости точки в момент  $t = 2 \text{ с}$ . *Ответ: 16,1 м/с*

**1.9.** В начальный момент  $t_0 = 0$  материальная точка находилась в точке 0 начала координат и двигалась со скоростью  $v_0 = 3 \text{ м/с}$  вдоль оси  $y$ . Ускорение точки все время направлено вдоль оси  $z$  и возрастает со временем  $t$  по закону  $a = kt^2$ , где  $k = 1 \text{ м/с}^4$ . Найти расстояние от данной точки до начала координат  $O$  в момент времени  $t = 2 \text{ с}$ . *Ответ: 7,21 м*

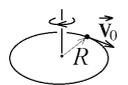


**1.10.** Начальная скорость точки  $\vec{v}_0 = A\vec{i} - B\vec{j}$ , где  $A = 4 \text{ м/с}$ ,  $B = 2 \text{ м/с}$ . Ускорение точки зависит от времени по закону  $\vec{a}(t) = Ct\vec{i} + Dt^2\vec{j}$ , где  $C = 2 \text{ м/с}^3$ ,  $D = 6 \text{ м/с}^4$ . В какой момент времени  $t$  скорость будет направлена перпендикулярно оси  $y$ ? *Ответ: 1 с*

## Занятие 2

Кинематика движения твёрдого тела. Вращение твёрдого тела вокруг неподвижной оси. Связь между линейными и угловыми величинами.

**2.1.** Точка равнозамедленно вращается по окружности радиусом  $R = 2 \text{ м}$  с постоянным угловым ускорением  $\varepsilon = 3 \text{ рад/с}^2$ . В начальный момент  $t_0 = 0$  величина её скорости  $v_0 = 2 \text{ м/с}$ . Во сколько раз полное ускорение этой точки будет больше её нормального ускорения в момент времени  $t = 1 \text{ с}$ ? Чему будет равен в этот момент угол между вектором скорости и вектором полного ускорения точки?

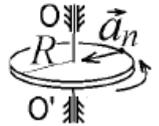


*Ответ: 1,25, 53,1°.*

**2.2.** В момент времени  $t_0 = 0$  диск радиусом  $R = 1$  м начинает так вращаться вокруг оси симметрии, что путь пройденный точкой на ободу диска, меняется со временем по закону  $s(t) = A(1 - \exp(-bt^2))$ , где  $A = 2$  м,  $b = 0,5$  с<sup>-2</sup>. Найти максимальную величину угловой скорости этой точки в последующий момент времени.

*Ответ:* 1,21 рад/с.

**2.3.** Первоначально покоившийся диск начал вращаться вокруг оси симметрии  $OO'$  так, что величина центростремительного ускорения точки на его ободу изменяется со временем  $t$  по закону  $a_n = kt^8$ , где  $k = 8$  м/с<sup>10</sup>. Найти радиус  $R$  диска, если в момент  $\tau = 1$  с тангенциальное ускорение этой точки  $a_\tau = 16$  м/с<sup>2</sup>. Найти также угол поворота диска к этому моменту времени.



*Ответ:* 2 м, 0,4 рад.

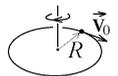
**2.4.** Под каким углом к горизонту надо бросить камень с ровной горизонтальной поверхности, чтобы радиус кривизны траектории в начальной точке траектории был в 8 раз больше, чем радиус кривизны в верхней точке траектории?

*Ответ:* 60°

**2.5.** Колесо радиусом  $R = 0,4$  м вращалось с угловой скоростью  $\omega_0 = 10$  рад/с. В момент  $t = 0$  на него начинает действовать тормозящий момент сил, и через некоторое время угловая скорость вращения уменьшается в 5 раз. Сколько оборотов сделает колесо за это время, если его угловое ускорение  $\varepsilon = 4$  рад/с<sup>2</sup>?

*Ответ:* 1,91

**2.6.** Частица вращается по окружности радиусом  $R = 2$  м равноускоренно с угловым ускорением  $\varepsilon = 3$  рад/с<sup>2</sup>. Найти величину начальной скорости  $v_0$  частицы в момент времени  $t_0 = 0$ , если момент  $t = 0,4$  с величина полного ускорения частицы больше величины её тангенциального ускорения в  $k = 1,25$  раз.



*Ответ:* 0,6 м/с

**2.7.** Колесо радиусом  $R = 20$  см начинает вращаться так, что угол его поворота зависит от времени по закону  $\varphi = At^3$ , где  $A = 18$  рад/с<sup>3</sup>. В какой момент времени угол между векторами скорости и полного ускорения точки на ободу колеса станет равным 45°?

*Ответ:* 0,333 с

**2.8.** Точка вращается по окружности радиусом  $R = 2$  м так, что угол поворота изменяется со временем  $t$  по закону  $\varphi(t) = \alpha t^4 - \beta t^3 + \gamma t^2$ , где  $\alpha = 0,1$  рад/с<sup>4</sup>,  $\beta = 0,1$  рад/с<sup>3</sup>,  $\gamma = 0,1$  рад/с<sup>2</sup>. Во сколько раз величина полного ускорения точки превышает величину её тангенциального ускорения в момент времени  $t = 2$  с?

*Ответ:* в 1,82 раз

**2.9.** Колесо радиусом  $R = 20$  см начинает вращаться так, что угол его поворота меняется со временем по закону  $\varphi = At^3 - Bt^2$ , где  $A = 0,5$  рад/с<sup>3</sup>,  $B = 2$  рад/с<sup>2</sup>. Найти величину полного ускорения точки на ободу колеса в тот момент, когда оно вернётся в исходное положение.

*Ответ:* 12,9 м/с<sup>2</sup>

**2.10.** Точка вращается по окружности так, что угол поворота изменяется со временем  $t$  по закону  $\varphi(t) = A \cos at$ , где  $a = \pi/4$  с<sup>-1</sup>,  $A = 2$  рад. Найти величину радиусом  $R$  окружности, если в момент времени  $t = 2$  с ускорение точки равно  $a = 3$  м/с<sup>2</sup>.

*Ответ:*  $R = 1,216$  м

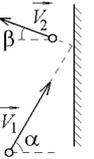
### Занятие 3

Динамика материальной точки. Законы Ньютона. Центр масс механической системы. Уравнение движения центра масс. Уравнение моментов.

**3.1.** Частица движется в плоскости так, что её импульс зависит от времени по закону  $\vec{p}(t) = A \frac{t}{\tau} \vec{i} + B \left( \frac{t}{\tau} \right)^4 \vec{j}$ , где  $A, B$  – постоянные величины. Найти модуль силы, действующей на частицу в момент времени  $t = 1$  с, если  $\tau = 1$  с.  $A = 5$  кг·м/с,  $B = 2$  кг·м/с.

*Ответ:* 9,43 Н

**3.2.** Небольшой шарик массой  $m = 4$  кг летит со скоростью  $V_1 = 10$  м/с под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту и падает на вертикальную стену. После неупругого удара он отскакивает со скоростью  $V_2 = 6$  м/с под углом  $\beta = 30^\circ$  к горизонту. Время соударения  $\tau = 0,01$  с. Найти модуль средней силы трения шарика о стену.



Ответ: 2224 Н

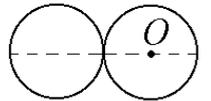
**3.3.** Частица с начальным импульсом  $\vec{p}_0 = A\vec{i}$  движется в плоскости под действием силы, которая зависит от времени по закону  $\vec{F}(t) = B\left(\frac{t}{\tau}\right)^3 \vec{j}$ . Найти модуль импульса через  $t = \tau = 1$  с, если  $A = 1$  кг·м/с,  $B = 1$  Н.

Ответ: 1,031 кг·м/с

**3.4.** Маленький шарик поместили в точку с радиусом-вектором  $\vec{r} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$ . В некоторый момент на шарик подействовали силой  $\vec{F} = D\vec{i} + E\vec{j} + G\vec{k}$ . Найти проекцию момента силы на ось  $y$  относительно начала координат.  $A, B, C, D, E$  и  $G$  – некоторые постоянные.  $A = 1$  м,  $B = 2$  м,  $C = 3$  м,  $D = 3$  Н,  $E = 4$  Н,  $G = 5$  Н.

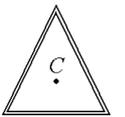
Ответ: 4 Н·м

**3.5.** Два одинаковых диска массой  $m = 1$  кг и радиусом  $R = 1$  м каждый положили на плоскость и приварили друг к другу. Найти момент инерции получившейся детали относительно оси, проходящей перпендикулярно плоскости дисков через центр масс одного из дисков  $O$ .



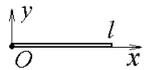
Ответ: 5 кг·м<sup>2</sup>

**3.6.** Деталь в виде равностороннего треугольника сварили из трех одинаковых однородных тонких стержней массой  $m = 1$  кг и длиной  $l = 1$  м каждый. Ось  $C$  проходит перпендикулярно плоскости детали через центр масс треугольника. Найти момент инерции детали относительно этой оси.



Ответ: 0,5 кг·м<sup>2</sup>

**3.7.** Тонкий стержень постоянного сечения длиной  $l = 1$  м лежит на оси  $x$  и его левый конец совпадает с началом координат  $O$ . Линейная плотность вещества, из которого сделан стержень, зависит от координаты  $x$  по закону  $\rho = \rho_0 \left(\frac{x}{l}\right)^5$ , где  $\rho_0 = 1$  кг/м. Найти координату центра масс стержня.

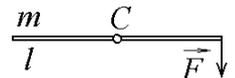


Ответ: 0,857 м

**3.8.** Некоторое тело вращается вокруг закрепленной оси без трения. Его момент импульса относительно оси вращения зависит от времени по закону  $L = A\left(\frac{t}{\tau}\right)^3$ , где  $A = 4$  кг·м<sup>2</sup>/с. Через время  $t = 1$  с тело имеет угловое ускорение  $\varepsilon = 5$  рад/с<sup>2</sup>. Найти момент инерции тела, если  $\tau = 1$  с.

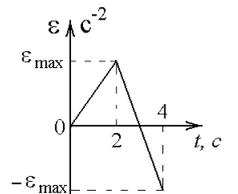
Ответ: 2,4 кг·м<sup>2</sup>

**3.9.** Тонкий однородный стержень массой  $m = 4$  кг и длиной  $l = 5$  м может вращаться в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси  $C$ , проходящей через середину стержня. В оси действует момент силы трения  $M_{тр} = 1$  Н·м. К концу стержня в плоскости вращения перпендикулярно стержню прикладывают силу  $F = 6$  Н. Найдите угловое ускорение стержня в начальный момент времени.



Ответ: 1,68 рад/с<sup>2</sup>

**3.10.** Тело вращается вокруг закрепленной оси с угловым ускорением, зависимость от времени которого задается графиком. Момент инерции тела относительно оси вращения равен  $I = 5$  кг·м<sup>2</sup>. Найти момент импульса тела в момент времени  $t = 4$  с, если  $\varepsilon_{\max} = 4$  с<sup>-2</sup>.



Ответ: 20 Н·м·с

Основное уравнение динамики вращательного движения твёрдого тела. Движение материальной точки в поле центральных сил.

4.1. Тонкую нить, намотанную на обод колеса массой  $m = 1,5$  кг и радиусом  $R = 10$  см, имеющего момент инерции  $I = 0,01$  кг·м<sup>2</sup> относительно оси симметрии, тянут с силой  $F = 9$  Н под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту. Колесо катится по горизонтальной поверхности без проскальзывания. Найти ускорение  $a$  колеса и величину постоянной силы трения в точке опоры.



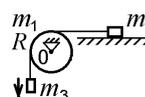
Ответ:  $6,72$  м/с<sup>2</sup>,  $2,28$  Н.

4.2. Сплошной шар с радиусом  $R$  катится без проскальзывания по наклонной плоскости, образующей угол  $\alpha = 30^\circ$  с горизонтом. В точке опоры на шар действует сила трения  $F_{\text{тр}} = 3$  Н, направленная вдоль плоскости. Принимая  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>, определите массу шара  $m$ .



Ответ:  $2,143$  кг.

4.3. Сплошной диск массой  $m_1 = 1$  кг и радиусом  $R$  вращается без трения вокруг горизонтальной закрепленной оси симметрии  $O$ . Через обод диска перекинута невесомая, не проскальзывающая по ободу нить, к концам которой прикреплены движущиеся с ускорением  $a = 2$  м/с<sup>2</sup> грузы. Правый груз с массой  $m_2 = 3$  кг скользит по горизонтальной поверхности и на него действует сила трения скольжения  $F_{\text{тр}} = 4,7$  Н. Принимая  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>, найти массу  $m_3$  левого груза, опускающегося вниз под действием силы тяжести.



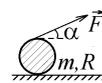
Ответ:  $1,5$  кг.

4.4. Тонкую нить, намотанную на обод цилиндра массой  $m = 2$  кг и радиусом  $R$ , тянут в горизонтальном направлении. Цилиндр катится по горизонтальной поверхности без проскальзывания с ускорением  $a = 8$  м/с<sup>2</sup>. Сила трения в точке опоры постоянна. Найти силу  $F$ , с которой тянут нить.



Ответ:  $12$  Н

4.5. Тонкую нить, намотанную на обод цилиндра радиусом  $R$ , тянут с силой  $F$  под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту. Цилиндр катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности с ускорением  $a = 4$  м/с<sup>2</sup>. Величина горизонтально направленной силы трения в точке опоры равна  $F_{\text{тр}} = 3$  Н. Найти массу  $m$  цилиндра.



Ответ:  $2,47$  кг

4.6. Колесо массой  $m = 2$  кг и радиусом  $R = 10$  см, имеющее момент инерции  $I = 0,015$  кг·м<sup>2</sup> относительно оси симметрии, катится без проскальзывания по наклонной плоскости, образующей угол  $\alpha = 30^\circ$  с горизонтом. Принимая  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>, определите величину действующей на него силы трения  $F_{\text{тр}}$ , направленной вдоль плоскости.



Ответ:  $4,2$  Н

4.7. Диск массой  $m_1$  и радиусом  $R$  вращается без трения вокруг горизонтальной закрепленной оси симметрии  $O$ . К намотанной на обод диска нити прикреплен груз массой  $m_2$ , падающий вниз с ускорением  $4,8$  м/с<sup>2</sup>. Принимая  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>, найти отношение  $m_2/m_1$  массой груза к массе диска.



Ответ:  $0,48$

4.8. Диск радиусом  $R = 8$  см вращается вокруг горизонтальной закрепленной оси симметрии  $O$ . К намотанной на его обод нити прикреплен падающий вниз груз массой  $m_2 = 1$  кг. При этом диск вращается с угловым ускорением  $30$  рад/с<sup>2</sup>, а из-за трения в его оси возникает постоянный тормозящий вращение момент сил  $M_{\text{тр}} = 0,2$  Н·м. Принимая  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>, найти массу диска  $m_1$ .



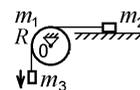
Ответ:  $4,08$  кг

4.9. Сплошной диск массой  $m_1 = 3$  кг и радиусом  $R = 10$  см вращается вокруг горизонтальной закрепленной оси симметрии  $O$ . Из-за трения в оси диска возникает постоянный тормозящий вращение момент сил  $M_{\text{тр}} = 0,28$  Н·м. Через обод диска перекинута невесомая, не проскальзывающая нить, к концам которой прикреплены движущиеся с ускорением  $3,6$  м/с<sup>2</sup> грузы с массами  $m_2$  и  $m_3 = 3$  кг. Принимая  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>, найти массу  $m_2$  левого груза.



Ответ:  $0,776$  кг

**4.10.** Цилиндр массой  $m_1 = 2$  кг и радиусом  $R = 10$  см вращается вокруг горизонтальной закрепленной оси симметрии  $O$ . В его оси возникает постоянный тормозящий момент сил  $M_{тр} = 1,3$  Н·м. Через обод диска перекинута невесомая нить с прикрепленными к её концам грузами. Груз с массой  $m_2 = 3$  кг скользит без трения по горизонтальной поверхности, а с массой  $m_3 = 2$  кг движется вертикально вниз под действием силы тяжести. Принимая  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>, найти величину силы натяжения правого конца нити, к которой привязан груз  $m_2$ .

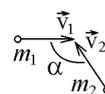


Ответ: 3,3 Н

### Занятие 5

Закон сохранения импульса. Закон сохранения момента импульса. Работа переменной силы.

**5.1.** Два тела с одинаковыми массами  $m_1 = m_2$ , летевшие со скоростями  $v_1 = 2$  м/с и  $v_2$  под углом  $\alpha = 120^\circ$  друг к другу, столкнулись и слиплись. Найти величину скорости  $v_2$  второго тела до удара, если после столкновения слипшиеся тела летят со скоростью  $v = 2$  м/с.



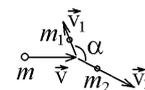
Ответ: 4,606 м/с

**5.2.** Два тела с импульсами  $p_1$  и  $p_2 = 6$  кг·м/с, летевшие под углом друг к другу, столкнулись и слиплись. Слипшиеся тела летят под углом  $\alpha = 60^\circ$  к направлению движения первого тела. Найти величину импульса  $p$  слипшихся тел, если она в два раза меньше величины импульса  $p_1$  первого тела до столкновения.



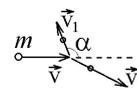
Ответ: 3,46 кг·м/с

**5.3.** Снаряд массой  $m$  разорвался на два осколка. Масса второго осколка в 2 раза больше массой первого осколка ( $m_2 = 2m_1$ ). Сразу после разрыва осколки разлетаются под углом  $\alpha = 150^\circ$  друг к другу с одинаковыми по величине скоростями  $v_1 = v_2 = 60$  м/с. Найти величину скорости  $v$  снаряда до разрыва.



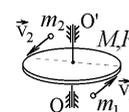
Ответ: 24,8 м/с

**5.4.** Летевший со скоростью  $v = 40$  м/с снаряд разорвался на два равных осколка, один из которых летит под углом  $\alpha = 150^\circ$  к первоначальному направлению движения снаряда со скоростью  $v_1 = 20$  м/с. Найти величину скорости  $v_2$  второго осколка.



Ответ: 97,8 м/с

**5.5.** Первоначально покоящийся диск радиусом  $R = 16$  см может вращаться без трения вокруг своей вертикальной закрепленной оси симметрии  $OO'$ . К ободу диска по касательным подлетают два пластилиновых шарика с массами  $m_1 = 8$  г и  $m_2 = 12$  г, размерами которых можно пренебречь, летевшие в противоположных направлениях с горизонтально направленными скоростями  $v_1 = 15$  м/с и  $v_2 = 10$  м/с. Шарики одновременно прилипают к ободу диска, после чего он начинает вращаться с угловой скоростью  $\omega = 15$  рад/с. Найти величину массы  $M$  диска.



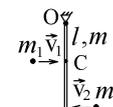
Ответ: 160 г

**5.6.** Тонкий стержень с массой  $m = 6$  кг может вращаться вокруг горизонтальной оси подвеса  $O$ , проходящей через его центр, и первоначально неподвижен в вертикальном положении. В его нижний конец врезается и застревает тяжёлая пуля с массой  $m' = 500$  г, размерами которой можно пренебречь, летевшая горизонтально со скоростью  $v = 15$  м/с. Найти длину стержня  $l$ , если сразу после удара стержень с застрявшей в нём пулей начинает вращаться с угловой скоростью  $\omega = 4$  рад/с.

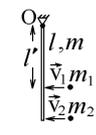


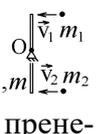
Ответ: 1,5 м

**5.7.** Два шарика, размерами которых можно пренебречь, летели горизонтально в противоположных направлениях перпендикулярно к горизонтальной оси подвеса  $O$  висевшего неподвижно тонкого стержня массой  $m = 3$  кг и длиной  $l = 2$  м (см. рисунок). Шарик с массой  $m_1 = 0,8$  кг и скоростью  $v_1 = 6$  м/с прилип к центру  $C$  стержня, а шарик с массой  $m_2 = 0,2$  кг одновременно прилип к его нижней точке. Найти скорость  $v_2$  нижнего шарика до удара, если сразу после удара стержень начал вращаться против часовой стрелки с угловой скоростью  $\omega = 0,6$  рад/с.



Ответ: 3,6 м/с

**5.8.** Две пули, размерами которых можно пренебречь, летели горизонтально в одном направлении перпендикулярно к горизонтальной оси подвеса  $O$  неподвижно висевшего тонкого стержня массой  $m = 3$  кг и длиной  $l = 2$  м, и одновременно врезались и застряли в стержне (см. рисунок). Пуля с массой  $m_1 = 0,4$  кг и скоростью  $v_1 = 2$  м/с застряла на расстоянии  $l' = 1,5$  м от оси подвеса, а пуля с массой  $m_2$  и скоростью  $v_2 = 4$  м/с – в нижней точке стержня. Найти массу  $m_2$  нижней пули, если после удара стержень начал вращаться с угловой скоростью  $\omega = 0,5$  рад/с.  *Ответ:* 0,208 кг

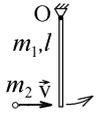
**5.9.** Тонкий стержень массой  $m = 3$  кг и длиной  $l = 2$  м может вращаться вокруг горизонтальной оси подвеса  $O$ , проходящей через его центр, и первоначально неподвижен в вертикальном положении. К его нижнему и верхнему краю одновременно прилипают два шарика с массами  $m_1 = 0,8$  кг и  $m_2 = 0,3$  кг, размерами которых можно пренебречь. Шарики летели горизонтально в одном направлении перпендикулярно к оси  $O$  со скоростями  $v_1 = 3$  м/с и  $v_2$  (см. рисунок). Найти скорость  $v_2$  нижнего шарика до удара, если сразу после удара стержень с прилипшими к нему шариками начал вращаться по часовой стрелке с угловой скоростью  $\omega = 0,6$  рад/с.  *Ответ:* 12,2 м/с

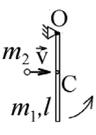
**5.10.** Массивный диск может вращаться вокруг закрепленной оси без трения. На диск начинает действовать момент сил, который зависит от угла поворота  $\varphi$  по закону

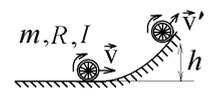
$M = F \left( \frac{\varphi}{\varphi_0} \right)^2$ , где  $A = 4$  Н·м. Найдите работу момента силы при повороте диска на угол  $\varphi_0 = 5$  рад. *Ответ:* 6,67 Дж

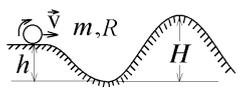
## Занятие 6

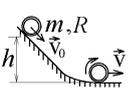
Потенциальная энергия материальной точки. Кинетическая энергия материальной точки. Закон сохранения полной механической энергии.

**6.1.** Тонкий стержень массой  $m_1 = 45$  г и длиной  $l$ , висит неподвижно и может вращаться вокруг закрепленной горизонтальной оси подвеса  $O$ , проходящей через его край. В противоположный конец стержня врезается летящий горизонтально и перпендикулярно к оси  $O$  со скоростью  $v = 8$  м/с маленький стальной шарик той же массой  $m_2 = m_1$ . Удар абсолютно упругий. Какая часть кинетической энергии налетающего шарика (в %) превращается сразу после удара в кинетическую энергию стержня?  *Ответ:* 75 %

**6.2.** Тонкий стержень массой  $m_1 = 30$  г и длиной  $l$  висит неподвижно и может вращаться вокруг закрепленной горизонтальной оси подвеса  $O$ , проходящей через его край. В центр стержня  $C$  врезается летящий со скоростью  $v = 10$  м/с горизонтально и перпендикулярно к оси  $O$  маленький стальной шарик с массой  $m_2$ . Удар абсолютно упругий. При какой величине массой  $m_2$  скорость шарика после удара будет равна нулю?  *Ответ:* 40 г

**6.3.** Колесо радиусом  $R = 10$  см, момент инерции которого относительно горизонтальной оси симметрии равен  $I = 1$  кг·м<sup>2</sup>, катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности с первоначальной скоростью  $v = 2$  м/с. Закатившись на высоту  $h = 1$  м вверх по склону, оно имеет скорость  $v' = 1$  м/с. Чему равна масса  $m$  колеса? Принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.  *Ответ:* 17,6 кг

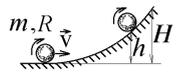
**6.4.** Цилиндр массой  $m$  и радиусом  $R$  катится без проскальзывания со скоростью  $v$ , скатывается в яму глубиной  $h = 2$  м и закатывается на её противоположный склон высоты  $H = 3$  м (см. рисунок). При какой наименьшей величине скорости  $v$  диск поднимется на вершину горба высоты  $H$ ? Принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.  *Ответ:* 3,65 м/с

**6.5.** Тонкий обруч массой  $m$  и радиусом  $R$  скатывается без проскальзывания с начальной скоростью  $v_0 = 3$  м/с по наклонной поверхности с высоты  $h = 2$  м и имеет внизу скорость  $v$ . Во сколько раз возросла бы эта скорость, если бы обруч 

соскальзывал с той же высоты  $h$  и с той же начальной скоростью  $v_0$  без трения, не вращаясь? Принять  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

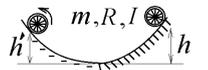
Ответ: в 1,30 раз

6.6. Шар массой  $m = 3 \text{ кг}$  и радиусом  $R$  катится без проскальзывания со скоростью  $v$  по горизонтальной поверхности, а затем закатывается вверх по склону. Поднявшись на высоту  $h = 2 \text{ м}$ , он имеет кинетическую энергию поступательного движения, равную  $E_{\text{кин}} = 15 \text{ Дж}$ . На какую максимальную высоту  $H$  может подняться шар по склону? Принять  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .



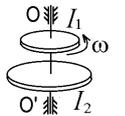
Ответ:  $H = 2,7 \text{ м}$

6.7. Колесо массой  $m = 2 \text{ кг}$  и радиуса  $R$ , момент инерции которого относительно горизонтальной оси симметрии равен  $I = mR^2/3$ , скатывается без проскальзывания и без начальной скорости с высоты  $h = 3 \text{ м}$  по правому шершавому склону ямы и продолжает скользить без трения по левому идеально гладкому склону ямы, вращаясь вокруг своей оси (см. рисунок). Чему равна величина кинетической энергии колеса в верхней точке подъёма  $h'$ ? Принять  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .



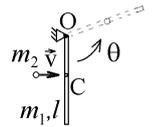
Ответ: 15 Дж.

6.8. Два диска могут вращаться без трения вокруг общей вертикальной оси симметрии  $OO'$ . Верхний диск с моментом инерции  $I_1 = 3 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$  относительно этой оси, вращавшийся с угловой скоростью  $\omega$ , упал на нижний покоившийся диск. Диски слиплись и вращаются вместе, а кинетическая энергия вращательного движения данной системы уменьшилась при этом в  $k = 4$  раза. Найти величину момента инерции  $I_2$  нижнего диска.



Ответ:  $9 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$

6.9. Тонкий стержень массой  $m_1$  и длиной  $l = 40 \text{ см}$ , висит неподвижно и может вращаться без трения вокруг закрепленной горизонтальной оси  $O$  подвеса, проходящей через его край. К центру стержня  $C$  прилипает летевший горизонтально и перпендикулярно к оси  $O$  маленький пластилиновый шарик той же массой  $m_2 = m_1$ . При какой величине скорости шарика  $v$  стержень с прилипшим к нему шариком отклонится от первоначального положения на максимальный угол  $\theta = 180^\circ$ ? Принять  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .



Ответ:  $6,11 \text{ м/с}$

6.10. Тонкий стержень массой  $m_1 = 160 \text{ г}$  и длиной  $l$  может вращаться вокруг закрепленной горизонтальной оси  $O$ , проходящей через его середину. Первоначально стержень расположен вертикально и неподвижен. В его нижний край врезается и прилипает летящий перпендикулярно к оси  $O$  горизонтально со скоростью  $v = 7 \text{ м/с}$  маленький пластилиновый шарик массой  $m_2 = 40 \text{ г}$ . Сколько тепла выделится при неупругом ударе?

Ответ:  $0,56 \text{ Дж}$

## Занятие 7

Гармонические колебания и их сложение. Свободные колебания. Физический маятник.

7.1. Грузик на пружинке с жёсткостью  $k = 0,8 \text{ Н/м}$  совершает вертикальные незатухающие колебания. В начальный момент  $t = 0$  смещение грузика относительно положения равновесия равно  $x_0 = 2 \text{ см}$ , а величина его скорости в этот момент времени  $v_0 = 0,1 \text{ м/с}$ . Найти массу грузика  $m$ , если максимальное смещение грузика относительно положения равновесия равно  $x_{\text{max}} = 3 \text{ см}$ .



Ответ:  $40 \text{ г}$ .

7.2. Тонкий стержень совершает незатухающие гармонические колебания вокруг горизонтальной оси подвеса  $O$ , проходящей через его край. В начальный момент времени  $t_0 = 0$  угловая скорость вращения стержня относительно оси  $O$  равна нулю. В момент времени  $t = 0,4 \text{ с}$  величина угла отклонения стержня  $\varphi$  от положения равновесия в первый раз уменьшилась в три раза. Найти длину стержня  $l$ . Принять  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ .



Ответ:  $1,55 \text{ м}$ .

7.3. Грузик на пружинке с жёсткостью  $k = 0,8 \text{ Н/м}$  совершает незатухающие колебания, скользя по абсолютно гладкой горизонтальной плоскости. В начальный момент  $t_0 = 0$  скорость грузика была максимальной и равной  $v_0 = 9 \text{ см/с}$ . За



последующий интервал времени  $t=T/3$ , где  $T$  – период колебаний, грузик проделал путь  $s = 1,8$  см. Найти массу  $m$  грузика (в г).

Ответ: 24,9 г.

7.4. Грузик массой  $m = 15$  г, подвешенный на пружинке с жёсткостью  $k = 0,96$  Н/м, совершает незатухающие колебания. В начальный момент  $t_0 = 0$  скорость грузика была равна нулю. За последующий интервал времени  $t = 3T/8$ , где  $T$  – период колебаний, грузик проделал путь  $s = 3$  см. Найти величину максимальной скорости, которую грузик может иметь в процессе движения.

Ответ: 0,141 м/с.

7.5. Тележка совершает колебания в горизонтальном направлении относительно неподвижного наблюдателя по закону  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \alpha_1)$ . Лежащий на тележке груз одновременно совершает колебания с той же частотой относительно горизонтальной поверхности тележки по закону  $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \alpha_2)$ . Относительно наблюдателя груз движется по закону  $x = A \cos(\omega t + \alpha)$ , где  $\alpha = \pi/4$ . Найдите величину амплитуды  $A$  результирующего колебания, если  $A_1 = 10$  см,  $\alpha_1 = \pi/6$ ,  $\alpha_2 = \pi/3$ .

Ответ: 19,3 см.

7.6. Чашка весов с гирей, подвешенная на пружине с коэффициентом жёсткости  $k = 20$  Н/м, совершала вертикальные незатухающие колебания с периодом  $T_0 = 2$  с. После того как на чашку добавили ещё одну гирию, период колебаний возрос на величину  $\Delta T = 0,5$  с. Найти массу  $\Delta m$  добавленной гири. Принять  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>.

Ответ: 1,14 кг

7.7. Грузик массой  $m = 40$  г на пружинке совершает вертикальные незатухающие колебания. В начальный момент времени  $t = 0$  смещение грузика относительно положения равновесия равно  $x_0 = 1,5$  см, а величина его скорости в этот момент времени равна  $v_0 = 0,2$  м/с. Найти коэффициент жёсткости пружинки, если максимальная величина скорости, которую будет иметь грузик, окажется равной  $v_{\max} = 0,25$  м/с.

Ответ: 4 Н/м

7.8. Тонкий стержень массой  $m$  совершает незатухающие гармонические колебания вокруг горизонтальной оси подвеса  $O$ , проходящей через его край. В начальный момент времени  $t = 0$  величина угловой скорости вращения стержня вокруг оси  $O$  равна  $\omega_0 = 0,3$  рад/с, а угол отклонения стержня от положения равновесия равен  $\varphi_0 = 0,05$  рад. В дальнейшем максимальная величина угла отклонения окажется равной  $\varphi_{\max} = 0,1$  рад. Найти длину стержня  $l$ . Принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

Ответ: 1,25 м

7.9. Тонкий стержень с массой  $m$  подвешен за край и совершает незатухающие гармонические колебания с периодом  $T = 2$  с, причем на его противоположном конце закреплен груз той же массы  $m$ , размером которого можно пренебречь. Найти длину  $l$  стержня. Принять  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>.

Ответ: 1,12 м

7.10. Два одинаковых тонких стержня длины  $l = 90$  см совершают незатухающие гармонические колебания. У одного из них горизонтальная ось подвеса  $O$  проходит через край, а у другого находится на расстоянии  $a$  от центра  $C$  стержня (см. рисунок). Определить расстояние  $a$ , если периоды колебаний обоих стержней одинаковы.

Ответ: 15 см

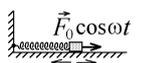
## Задание 8

Затухающие и вынужденные колебания в механике. Резонанс.

8.1. Грузик на пружинке совершает вертикальные колебания с постоянной амплитудой в вязкой жидкости под действием внешней силы  $F_0 \cos \omega t$ . При частоте внешней силы, равной  $\omega = \omega_1$ , максимальна амплитуда смещения грузика, а при частоте  $\omega = \omega_2$  максимальна амплитуда его скорости. Если действие внешней силы убрать, то грузик начнет совершать затухающие колебания с циклической частотой  $\omega_3$ . Найти величину отношения частот  $\omega_1/\omega_3$ , если  $\omega_2/\omega_1 = 3$ .

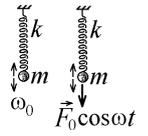
Ответ: 0,447.

8.2. Маленький грузик прикреплен за пружинку с жёсткостью  $k = 5$  Н/м к вертикальной стенке и совершает колебания по горизонтальной поверхности под действием



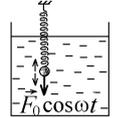
внешней силы  $F = F_0 \cos \omega t$ , меняющейся по гармоническому закону с циклической частотой  $\omega = 5 \text{ с}^{-1}$  и амплитудой  $F_0 = 0,08 \text{ Н}$ . Трение отсутствует. Найти массу  $m$  груза, если амплитуда его колебаний равна  $A = 2 \text{ см}$ . *Ответ:* 40 г.

**8.3.** Грузик массы  $m = 30 \text{ г}$  на пружинке совершал вертикальные незатухающие колебания с циклической частотой  $\omega_0 = 6 \text{ с}^{-1}$ . Когда на грузик начала действовать вертикально направленная внешняя сила  $F = F_0 \cos \omega t$  с амплитудой  $F_0 = 0,012 \text{ Н}$ , он стал колебаться относительно положения равновесия с амплитудой  $A = 2 \text{ см}$ .

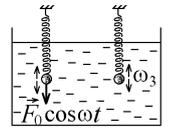


Вязкое трение отсутствует. Найти максимальную величину скорости вынужденных колебаний грузика. *Ответ:* 0,08 м/с.

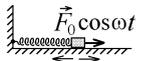
**8.4.** Шарик массы  $m = 60 \text{ г}$  на пружинке совершал вертикальные колебания в вязкой жидкости под действием внешней силы  $F_0 \cos \omega t$ , меняющейся по гармоническому закону с циклической частотой  $\omega$ , причем при частоте  $\omega = \omega_1 = 8 \text{ с}^{-1}$  наблюдалось максимальное увеличение амплитуды колебаний. Если вязкость жидкости увеличить в два раза, то амплитуда смещения шарика снова окажется максимальной при другом значении циклической частоты внешней силы  $\omega = \omega_2 = 6 \text{ с}^{-1}$ . Найти величину коэффициента жёсткости  $k$  пружинки. *Ответ:* 4,4 Н/м.



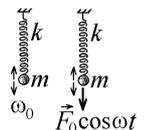
**8.5.** Два одинаковых грузика на одинаковых пружинках совершают вертикальные колебания в вязкой жидкости. Левый грузик колеблется с постоянной амплитудой под действием внешней силы  $F_0 \cos \omega t$ , меняющейся по гармоническому закону с циклической частотой  $\omega$ . При частоте внешней силы, равной  $\omega = \omega_1$  максимальна амплитуда смещения левого грузика, а при частоте  $\omega = \omega_2$  максимальна амплитуда его скорости. Правый грузик совершает свободные затухающие колебания с циклической частотой  $\omega_3$ . Найти величину отношения частот  $\omega_1/\omega_3$ , если  $\omega_2/\omega_3 = 1,4$ . *Ответ:* 0,2



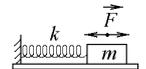
**8.6.** Один конец пружинки с жёсткостью  $k = 6 \text{ Н/м}$  прикреплен к стене, а на другом конце закреплен маленький грузик, который совершает незатухающие колебания по горизонтальной абсолютно гладкой поверхности с циклической частотой  $\omega_0 = 6 \text{ с}^{-1}$ . Когда на грузик начала действовать внешняя сила  $F = F_0 \cos \omega t$ , меняющаяся по гармоническому закону с циклической частотой  $\omega = 4 \text{ с}^{-1}$ , он стал колебаться с амплитудой  $A = 2,4 \text{ см}$ . Найти величину амплитуды  $F_0$  этой силы. *Ответ:* 0,08 Н



**8.7.** Грузик на пружинке с жёсткостью  $k = 5 \text{ Н/м}$  совершал вертикальные незатухающие колебания с циклической частотой  $\omega_0$ . Когда на грузик начала действовать вертикально направленная внешняя сила  $F = F_0 \cos \omega t$  с амплитудой  $F_0 = 0,084 \text{ Н}$ , меняющаяся по гармоническому закону с циклической частотой  $\omega$ , он стал колебаться относительно положения равновесия с амплитудой  $A = 2 \text{ см}$ . Вязкое трение отсутствует. Найти величину отношения частот  $\omega_0/\omega$ . *Ответ:* 2,5

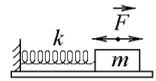


**8.8.** Шарик массы  $m = 40 \text{ г}$  на пружинке с жёсткостью  $k = 4,8 \text{ Н/м}$  совершает вертикальные колебания в вязкой жидкости под действием внешней силы  $F_0 \cos \omega t$ , меняющейся по гармоническому закону с циклической частотой  $\omega$ , причем при частоте  $\omega = \omega_1 = 6 \text{ с}^{-1}$  наблюдается максимальное увеличение амплитуды колебаний. Во сколько раз надо уменьшить коэффициент вязкости жидкости, чтобы максимум амплитуды смещения шарика наблюдался при новом значении частоты внешней силы  $\omega = \omega_2 = 10 \text{ с}^{-1}$ ? *Ответ:* в 2,05 раз



**8.9.** Невесомая пружинка жесткости  $k$  одним концом прикреплена к стене, а другим – к бруску массы  $m$ , лежащему на горизонтальной поверхности. Вдоль поверхности на брусок действует гармоническая сила  $F = F_0 \cos(\omega t)$ , которая вынуждает брусок колебаться с амплитудой  $A$ . Найдите жесткость пружины. Диссипативные силы в системе отсутствуют. Собственными колебаниями пренебречь.  $F_0 = 8 \text{ Н}$ ,  $m = 6 \text{ кг}$ ,  $A = 4 \text{ см}$ ,  $\omega = 2 \text{ с}^{-1}$ . *Ответ:* 224 Н/м

**8.10.** Невесомая пружинка жесткости  $k$  одним концом прикреплена к стене, а другим – к бруску массы  $m$ , лежащему на горизонтальной поверхности. Вдоль поверхности на брусок действует гармоническая сила  $F = F_0 \cos(\omega t)$ .



Найдите амплитуду вынужденных колебаний бруска (в см). Диссипативные силы в системе отсутствуют. Собственными колебаниями пренебречь.  $F_0 = 4$  Н,  $m = 5$  кг,  $k = 6$  Н/м,  $\omega = 7$  с<sup>-1</sup>.

*Ответ:* 1,67 см

### Занятие 9

Методы решения термодинамических задач. Использование уравнения состояния системы, уравнений термодинамических процессов и первого начала термодинамики при расчете процессов в идеальном газе. Работа газа в различных процессах.

**9.1.** Идеальный газ совершает процесс, при котором его давление растёт с изменением объёма по закону  $p = \alpha V^6$ , где  $\alpha = 1400$  Н·м<sup>-20</sup>. Объём газа возрастает от начального значения  $V_1 = 1$  м<sup>3</sup> до  $V_2 = 2$  м<sup>3</sup>. При этом газу сообщается теплота  $Q = 292,1$  кДж. Найти приращение внутренней энергии газа  $\Delta U$  (в кДж). *Ответ:* 266,7 кДж.

**9.2.** Один моль идеального газа совершает процесс, при котором его температура (в К) изменяется с изменением объёма по закону  $T = \frac{\alpha}{R} V^{1/4}$ , где  $\alpha = 100$  Н·м<sup>1/4</sup>/моль,  $R$  – универсальная газовая постоянная, а объём газа увеличивается от начального значения  $V_1 = 1$  м<sup>3</sup> до  $V_2 = 16$  м<sup>3</sup>. При этом газу сообщается теплота  $Q = 700$  Дж. Найти приращение внутренней энергии газа  $\Delta U$  (в Дж). *Ответ:* 300 Дж.

**9.3.** Один моль идеального газа совершает процесс, при котором его давление изменяется с ростом температуры по закону  $p = \alpha R^3 T^3$ , где  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $\alpha = 10^{-6}$  Н<sup>-2</sup>·м<sup>-5</sup>, а объём газа увеличивается от начального значения  $V_1 = 1$  м<sup>3</sup> до  $V_2 = 16$  м<sup>3</sup>. При этом газ отдаёт теплоту  $Q = 500$  Дж. На какую величину  $\Delta U$  изменится внутренняя энергия газа? *Ответ:* – 2 кДж.

**9.4.** Один моль идеального газа совершает процесс, при котором его объём уменьшается с ростом давления по закону  $V = \alpha p^{-1}$ , где  $\alpha = 4$  кДж/моль. Начальное давление газа  $p_1 = 25$  кПа. Найти величину конечного давления после того, как газ отдаст теплоту  $Q = 6$  кДж. *Ответ:* 112 кПа.

**9.5.** Один моль идеального газа совершает процесс, при котором его давление уменьшается с увеличением объёма по закону  $p = \alpha/V^5$ , где  $\alpha = 6400$  Н·м<sup>13</sup>, а объём газа увеличивается от начального значения  $V_1 = 1$  м<sup>3</sup> до  $V_2 = 2$  м<sup>3</sup>. При этом газ отдаёт теплоту  $Q = 7,5$  кДж. На какую величину  $\Delta U$  (в кДж) изменится внутренняя энергия газа? *Ответ:* уменьшится на 9 кДж

**9.6.** Один моль идеального газа совершает процесс, при котором его объём изменяется с изменением давления по закону  $V = \alpha p^4$ , где  $\alpha = 6,25 \cdot 10^{-10}$  Н<sup>-4</sup>·м<sup>11</sup>, а давление газа увеличивается от начального значения  $p_1 = 200$  Па до  $p_2 = 400$  Па. При этом газу сообщается теплота  $Q = 14,26$  кДж. Найти приращение внутренней энергии газа  $\Delta U$ . *Ответ:* 9,3 кДж

**9.7.** Один моль идеального газа совершает процесс, при котором его температура (в К) изменяется с изменением объёма по закону  $T = \alpha V^4$ , где  $\alpha \cdot R = 4000$  Н·м<sup>-11</sup>,  $R$  – универсальная газовая постоянная, а объём газа увеличивается от начального значения  $V_1 = 1$  м<sup>3</sup> до  $V_2 = 2$  м<sup>3</sup>. Какое тепло (в кДж) получает при этом газ, если его внутренняя энергия возрастает на величину  $\Delta U = 90$  кДж? *Ответ:* 105 кДж

**9.8.** Один моль идеального газа совершает процесс, при котором его температура (в К) уменьшается с увеличением объёма по закону  $T = \alpha V^{-5}$ , где  $\alpha \cdot R = 8000$  Н·м<sup>16</sup>,  $R$  – универсальная газовая постоянная, а объём газа увеличивается от начального значения  $V_1 = 1$  м<sup>3</sup> до  $V_2 = 2$  м<sup>3</sup>.

Какую теплоту (в кДж) отдает при этом газ, если его внутренняя энергия уменьшается на величину  $\Delta U = 23,25$  кДж?

*Ответ:* 21,7 кДж

**9.9.** Один моль идеального газа совершает процесс, при котором его температура (в К) изменяется с изменением давления по закону  $T = \frac{\alpha}{R} p^4$ , где  $\alpha = 10^{-6} \text{ м}^9 / (\text{Н}^3 \cdot \text{моль})$ ,  $R$  – универсальная газовая постоянная, а объём газа увеличивается от начального значения  $V_1 = 1 \text{ м}^3$  до  $V_2 = 8 \text{ м}^3$ . При этом газу сообщается теплота  $Q = 5625$  Дж. Найти приращение внутренней энергии газа  $\Delta U$ .

*Ответ:* 4,5 кДж

**9.10.** Один моль идеального трехатомного газа совершает политропический процесс с теплоемкостью  $C$ . При этом его температура увеличивается на  $\Delta T$ , и газ совершает работу  $A$ . Найти  $\Delta T$ . Универсальная газовая постоянная  $R = 8,31 \text{ Дж/моль} \cdot \text{К}$ .  $C = 30 \text{ Дж/К}$ ;  $A = 400$  Дж.

*Ответ:* 78,9 К

## Занятие 10

Число степеней свобод. Вычисление теплоемкости газов в различных термодинамических процессах.

**10.1.** Метан  $\text{CH}_4$ , который можно считать идеальным газом, совершает процесс, при котором его давление возрастает с ростом температуры по закону  $p = \alpha T^3$ , где  $\alpha = \text{const}$ . Найти величину молярной теплоемкости  $C$  этого процесса.  $R = 8,31 \text{ Дж/К} \cdot \text{моль}$ .

*Ответ:* 8,31 Дж/К·моль

**10.2.** Водород  $\text{H}_2$ , который можно считать идеальным газом, совершает процесс, при котором его температура возрастает с ростом давления по закону  $T = (\alpha \cdot p)^4$ , где  $\alpha = \text{const}$ . Найти величину молярной теплоемкости этого процесса.  $R = 8,31 \text{ Дж/К} \cdot \text{моль}$ .

*Ответ:* 27 Дж/К·моль

**10.3.** Три моля идеального газа совершают политропический процесс, молярная теплоемкость которого в четыре раза больше молярной теплоемкости этого газа при постоянном давлении. Если газ отдаст 99,7 кДж тепла, то его термодинамическая температура уменьшится в два раза. Определить число степеней свободы молекул газа. Начальная температура газа  $t^\circ\text{C} = 227^\circ\text{C}$ .  $R = 8,31 \text{ Дж/К} \cdot \text{моль}$ .

*Ответ:* 6

**10.4.** Один моль кислорода  $\text{O}_2$ , который можно считать идеальным газом, совершает процесс, при котором молярная теплоемкость меняется с температурой газа по закону  $C = C_0 (T/T_0)^8$ , где  $T_0 = 250 \text{ К}$  – начальная температура газа,  $C_0 = 8,31 \text{ Дж/К} \cdot \text{моль}$ . Какую работу совершит газ, нагреваясь до температуры  $T = 500 \text{ К}$ ?  $R = 8,31 \text{ Дж/К} \cdot \text{моль}$ .

*Ответ:* 112,8 кДж.

**10.5.** Кислород  $\text{O}_2$ , который можно считать идеальным газом, совершает процесс, при котором его объём возрастает с ростом температуры по закону  $V = \alpha T^4$ , где  $\alpha = \text{const}$ . Найти величину молярной теплоемкости этого процесса.  $R = 8,31 \text{ Дж/К} \cdot \text{моль}$ .

*Ответ:* 54,0 Дж/К·моль

**10.6.** Метан  $\text{CH}_4$ , который можно считать идеальным газом, совершает процесс, при котором его объём уменьшается с ростом температуры по закону  $V = \alpha T^{-2}$ , где  $\alpha = \text{const}$ . Найти величину молярной теплоемкости этого процесса.  $R = 8,31 \text{ Дж/К} \cdot \text{моль}$ .

*Ответ:* 8,31 Дж/К·моль

**10.7.** Азот  $\text{N}_2$ , который можно считать идеальным газом, совершает процесс, при котором его давление уменьшается с ростом температуры по закону  $p = \alpha T^{-4}$ , где  $\alpha = \text{const}$ . Найти величину молярной теплоемкости этого процесса.  $R = 8,31 \text{ Дж/К} \cdot \text{моль}$ .

*Ответ:* 62,3 Дж/К·моль

**10.8.** Аммиак  $\text{NH}_3$ , который можно считать идеальным газом, совершает процесс, при котором его температура уменьшается с ростом давления по закону  $T = (\alpha \cdot p)^{-4}$ , где  $\alpha = \text{const}$ .

Найти величину молярной теплоёмкости этого процесса.  $R = 8,31$  Дж/К·моль.

*Ответ:* 35,3 Дж/К·моль

**10.9.** Гелий He, который можно считать идеальным газом, совершает политропический процесс, молярная теплоёмкость которого в три раза меньше молярной теплоёмкости этого газа при постоянном давлении. Отдавая 3 кДж тепла, газ охлаждается от температуры 27 °С до температуры -27 °С. Определить количество гелия (в молях). Универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/К·моль.

*Ответ:* 8,02 моля

**10.10.** Один моль углекислого газа CO<sub>2</sub>, который можно считать идеальным, совершает процесс, при котором молярная теплоёмкость меняется с температурой газа по закону  $C = C_0 \cdot (T/T_0)^3$ , где  $T_0 = 300$  К – начальная температура газа,  $C_0 = 8,31$  Дж/К·моль. Какую работу совершит газ, нагреваясь до температуры  $T = 600$  К?  $R = 8,31$  Дж/К·моль.

*Ответ:* 1,87 кДж

### Занятие 11

Расчет изменения энтропии термодинамической системы в различных процессах. Второе начало термодинамики.

**11.1.** Неидеальная термодинамическая система, сжимаясь, нагревается до температуры  $T_1 = 480$  К, совершая процесс, при котором её энтропия изменяется с температурой по закону  $S = S_0 \cdot (T/T_0)^3$ , где  $S_0 = 100$  Дж/К,  $T_0 = 240$  К – начальная температура системы. Найти величину изменения внутренней энергии системы, если внешние силы совершают над ней работу  $A = 100$  кДж.

*Ответ:* 370 кДж.

**11.2.** Термодинамическая система совершает процесс, при котором величина её теплоёмкости убывает с ростом температуры  $T$  по закону  $C = C_0 \sqrt{T_0/T}$ , где  $C_0 = 100$  Дж/К,  $T_0 = 200$  К – начальная температура системы. На какую величину увеличится энтропия системы при возрастании её температуры до  $T_1 = 400$  К?

*Ответ:* 58,6 Дж/К.

**11.3.** Два моля гелия He, который можно считать идеальным газом, совершают политропический процесс, молярная теплоёмкость которого в три раза больше молярной теплоёмкости этого газа при постоянном объёме. Найти приращение энтропии газа, если его температура  $T$  возрастает в четыре раза.  $R = 8,31$  Дж/К·моль.

*Ответ:* 103,7 Дж/К.

**11.4.** Четыре моля водорода H<sub>2</sub>, который можно считать идеальным газом, совершают политропический процесс, молярная теплоёмкость которого в два раза больше молярной теплоёмкости этого газа при постоянном давлении. Начальная температура газа  $T_0 = 300$  К. Найти конечную температуру этого газа после того, как его энтропия уменьшится на величину  $\Delta S = 100$  Дж/К.  $R = 8,31$  Дж/К·моль.

*Ответ:* 195,2 К.

**11.5.** Неидеальная термодинамическая система совершает процесс, при котором её энтропия убывает с ростом температуры по закону  $S = S_0 \cdot (T/T_0)^{-5}$ , где  $S_0 = 100$  Дж/К,  $T_0 = 320$  К – начальная температура системы. Какую работу совершат над системой внешние силы, если она нагревается до температуры  $T_1 = 640$  К, а её внутренняя энергия возрастает при этом на величину  $\Delta U = 22,5$  кДж?

*Ответ:* 60 кДж

**11.6.** Термодинамическая система совершает процесс, при котором её теплоёмкость возрастает с ростом температуры  $T$  по закону  $C = C_0 \cdot (T/T_0)^7$ , где  $C_0 = 10$  Дж/К,  $T_0 = 250$  К – начальная температура системы. На какую величину увеличится энтропия системы при возрастании её температуры до  $T_1 = 500$  К?

*Ответ:* на 181,4 Дж/К

**11.7.** Термодинамическая система совершает процесс, при котором её теплоёмкость убывает с ростом температуры  $T$  по закону  $C = C_0 \cdot (T_0/T)^2$ , где  $C_0 = 100$  Дж/К,  $T_0 = 300$  К – начальная температура системы. На какую величину изменится энтропия системы при возрастании её температуры в четыре раза?

*Ответ:* увеличится на 46,9 Дж/К

**11.8.** Два моля углекислого газа  $\text{CO}_2$ , который можно считать идеальным газом, совершают политропический процесс, молярная теплоёмкость которого в четыре раза больше молярной теплоёмкости этого газа при постоянном давлении. Найти приращение энтропии газа, если его температура  $T$  возрастает в два раза?  $R = 8,31$  Дж/К·моль.

*Ответ:* 184,3 Дж/К

**11.9.** Два моля азота  $\text{N}_2$ , который можно считать идеальным газом, совершают политропический процесс, молярная теплоёмкость которого в шесть раз меньше молярной теплоёмкости этого газа при постоянном объёме. Начальная температура газа  $T_0 = 200$  К. Найти конечную температуру этого газа после того, как его энтропия возрастёт на величину  $\Delta S = 10$  Дж/К.  $R = 8,31$  Дж/К·моль.

*Ответ:* 847,6 К

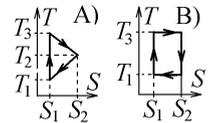
**11.10.** Шесть молей идеального газа совершают политропический процесс, молярная теплоёмкость которого в восемь раз меньше молярной теплоёмкости этого газа при постоянном давлении. Газ нагревается от температуры  $T_0 = 300$  К до температуры  $T_1 = 600$  К, причем его энтропия возрастает на  $\Delta S = 15,1$  Дж/К. Найти число степеней свободы молекул этого газа.  $R = 8,31$  Дж/К·моль.

*Ответ:* 5

## Занятие 12

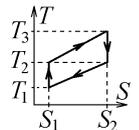
Циклические процессы и вычисление к.п.д. тепловых машин. Цикл Карно.

**12.1.** На диаграмме  $T$ - $S$  (температура-энтропия), где  $T_1 = 300$  К,  $T_2 = 400$  К,  $T_3 = 500$  К,  $S_1 = 5$  Дж/К,  $S_2 = 10$  Дж/К, изображены два циклических процесса, совершаемых идеальным газом. Во сколько раз КПД правого процесса  $\eta_B$  больше КПД левого процесса  $\eta_A$ ?



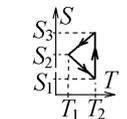
*Ответ:* 1,8.

**12.2.** Идеальный газ совершает циклический процесс с КПД  $\eta = 50\%$ , изображенный на диаграмме  $T$ - $S$  (температура-энтропия), где  $T_2 = 300$  К,  $T_3 = 700$  К,  $S_1 = 4$  Дж/К,  $S_2 = 8$  Дж/К. Определить температуру  $T_1$ .



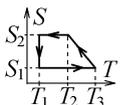
*Ответ:* 200 К.

**12.3.** Вычислить в % КПД циклического процесса идеального газа, изображенного на диаграмме  $S$ - $T$  (энтропия- температура), где  $T_1 = 300$  К,  $T_2 = 450$  К,  $S_1 = 10$  Дж/К,  $S_2 = 20$  Дж/К,  $S_3 = 30$  Дж/К.



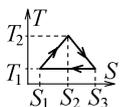
*Ответ:* 16,67%.

**12.4.** Идеальный газ совершает циклический процесс с КПД  $\eta = 40\%$ , изображенный на диаграмме  $S$ - $T$  (энтропия- температура), где  $T_1 = 350$  К,  $T_2 = 500$  К,  $S_1 = 3$  Дж/К,  $S_2 = 6$  Дж/К. Определить температуру  $T_3$ .



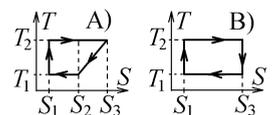
*Ответ:* 666,7 К.

**12.5.** Идеальный газ совершает циклический процесс с КПД  $\eta = 20\%$ , изображенный на диаграмме  $T$ - $S$  (температура-энтропия), где  $T_1 = 250$  К,  $S_1 = 2$  Дж/К,  $S_2 = 4$  Дж/К,  $S_3 = 6$  Дж/К. Определить температуру  $T_2$ .



*Ответ:* 375 К

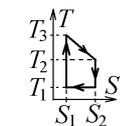
**12.6.** На диаграмме  $T$ - $S$ , где  $T_1 = 200$  К,  $T_2 = 500$  К,  $S_1 = 2$  Дж/К,  $S_2 = 4$  Дж/К,  $S_3 = 6$  Дж/К, изображены два циклических процесса, совершаемых идеальным газом. Найти разность  $\eta_B - \eta_A$  КПД правого и левого процессов (в %).



*Ответ:*  $\eta_B - \eta_A = 15\%$

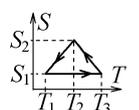
**12.7.** Идеальный газ совершает циклический процесс с КПД  $\eta = 50\%$ , изображенный на диаграмме  $T$ - $S$ , где  $T_1 = 400$  К,  $T_2 = 600$  К,  $S_1 = 2$  Дж/К,  $S_2 = 4$  Дж/К. Определить температуру  $T_3$ .

*Ответ:* 1000 К



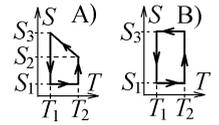
**12.8.** Идеальный газ совершает циклический процесс с КПД  $\eta = 30\%$ , изображенный на диаграмме  $S$ - $T$  (энтропия- температура), где  $T_2 = 600$  К,  $T_3 = 800$  К,  $S_1 = 3$  Дж/К,  $S_2 = 6$  Дж/К. Определить температуру  $T_1$ .

*Ответ:* 380 К



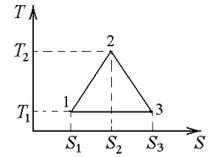
**12.9.** На диаграмме  $S-T$  (энтропия- температура), где  $T_1=300\text{ К}$ ,  $T_2=400\text{ К}$ ,  $S_1=4\text{ Дж/К}$ ,  $S_2=6\text{ Дж/К}$ ,  $S_3=8\text{ Дж/К}$  изображены два циклических процесса, совершаемых идеальным газом. Найти разность  $\eta_B-\eta_A$  КПД правого и левого процессов (в %).

Ответ:  $\eta_B-\eta_A=5\%$



**12.10.** Тепловая машина совершает циклический процесс 1–2–3–1, изображенный на графике в координатах  $T-S$ . Найти коэффициент полезного действия тепловой машины.  $T_1=600\text{ К}$ ;  $T_2=1200\text{ К}$ ;  $S_1=2\text{ Дж/К}$ ;  $S_2=4\text{ Дж/К}$ ;  $S_3=6\text{ Дж/К}$ .

Ответ: 33,3%



### Занятие 13

Функция распределения Максвелла молекул газа по величинам скоростей и её применение к расчету средних величин. Функция распределения Больцмана и барометрическая формула.

**13.1.** Аммиак  $\text{NH}_3$ , который можно считать идеальным газом с молярной массой  $\mu=17\text{ г/моль}$ , имеет температуру  $27^\circ\text{C}$ . Найти вероятность (в %) того, что молекулы этого газа имеют величины скоростей в интервале  $v_1 \leq v \leq v_1 + \Delta v$ , где  $v_1$  – средняя скорость молекул газа, а  $\Delta v = 0,1\text{ м/с}$ . Универсальная газовая постоянная  $R = 8,31\text{ Дж/К}\cdot\text{моль}$ .

Ответ: 0,01485 %.

**13.2.** Определите величину молярной массы идеального газа, если известно, что при температуре  $T = 600\text{ К}$  в каждом моле этого газа величины скоростей от  $v_1$  до  $v_1 + \Delta v$  имеют  $\Delta N = 10^{20}$  молекул. Здесь  $v_1$  – величина средней квадратичной скорости молекул газа;  $\Delta v = 0,1\text{ м/с}$ ;  $R = 8,31\text{ Дж/К}\cdot\text{моль}$ ;  $N_{\text{Авогадро}} = 6,023 \cdot 10^{23}\text{ моль}^{-1}$ .

Ответ: 48,18 г/моль.

**13.3.** Гелий, который является идеальным газом с молярной массой  $\mu=4\text{ г/моль}$ , находится в закрытом сосуде с объёмом  $V = 30\text{ литров}$ . Найти давление газа, если сумма квадратов скоростей всех его молекул  $\sum v_i^2 = 4 \cdot 10^{29}\text{ м}^2/\text{с}^2$ . Число Авогадро  $N_{\text{Авогадро}} = 6,023 \cdot 10^{23}\text{ моль}^{-1}$ .

Ответ: 29,5 кПа.

**13.4.** В сосуде с объёмом  $V = 40\text{ литров}$  находятся  $N = 5 \cdot 10^{22}$  молекул идеального газа. Давление газа  $p = 90\text{ кПа}$ , а величина средней скорости его молекул равна  $800\text{ м/с}$ . Найти массу одной молекулы данного газа.

Ответ:  $2,86 \cdot 10^{-25}\text{ кг}$ .

**13.5.** В закрытом сосуде под давлением  $p = 162\text{ кПа}$  находится идеальный газ. Величина скорости, которой обладает наибольшая доля молекул этого газа, равна  $450\text{ м/с}$ . Найти величину плотности газа  $\rho$ .

Ответ:  $1,6\text{ кг/м}^3$ .

**13.6.** В первом сосуде с объёмом  $V = 20\text{ литров}$  находятся  $N = 4 \cdot 10^{22}$  молекул азота  $\text{N}_2$ , у которого средняя энергия одной молекулы равна  $\langle E_N \rangle = 5 \cdot 10^{-20}\text{ Дж}$ , а во втором таком же сосуде находится такое же количество молекул кислорода  $\text{O}_2$ . Давление азота больше давления кислорода на величину  $\Delta p = 24\text{ кПа}$ . Считая оба газа идеальными, найти величину средней энергии  $\langle E_O \rangle$  одной молекулы кислорода.

Ответ:  $2 \cdot 10^{-20}\text{ Дж}$ .

**13.7.**  $\Delta N_1$  и  $\Delta N_2$  – число молекул идеального газа со скоростями от  $v_1$  до  $v_1 + \Delta v$  и от  $v_2$  до  $v_2 + \Delta v$  соответственно. Найти величину отношения  $\Delta N_1/\Delta N_2$ , если  $v_1$  – средняя квадратичная, а  $v_2$  – наиболее вероятная скорость молекул этого газа, а  $\Delta v = 0,1\text{ м/с}$ .

Ответ: 0,9098

**13.8.** Метан, имеющий молярную массу  $\mu=16\text{ г/моль}$ , можно считать идеальным газом. Найти температуру этого газа, если вероятность того, что его молекулы имеют величину скорости в пределах от  $v_1$  до  $v_1 + \Delta v$ , где  $v_1$  – наиболее вероятная скорость молекул, а  $\Delta v = 0,1\text{ м/с}$ , равна  $P = 0,01\%$ .  $R = 8,31\text{ Дж/К}\cdot\text{моль}$ .

Ответ: 663,5 К

**13.9.** Атмосфера планеты имела во всех точках температуру  $T_1 = 400\text{ К}$ . После того, как температура атмосферы увеличилась на  $\Delta T = 100\text{ К}$ , давление атмосферы вблизи поверхности планеты (на высоте  $h = 0$ ) уменьшилось в 1,24 раза. На какой высоте  $h$  над поверхностью

планеты давление атмосферы уменьшилось в 1,2 раза? Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ ; молярная масса образующей атмосферу смеси газов  $\mu = 30 \text{ г/моль}$ ;  $R = 8,31 \text{ Дж/К}\cdot\text{моль}$ .

*Ответ:* 1817 м

**13.10.** На высоте  $h = 500 \text{ м}$  над поверхностью планеты плотность газа, образующего её атмосферу, составляет 95% от величины плотности газа вблизи поверхности планеты. Определить температуру атмосферы, считая её постоянной и одинаковой во всех точках. Ускорение свободного падения  $g = 12 \text{ м/с}^2$ ; молярная масса газа, который можно считать идеальным,  $\mu = 20 \text{ г/моль}$ ;  $R = 8,31 \text{ Дж/К}\cdot\text{моль}$ .

*Ответ:* 281,5 К

#### Занятие 14

Частота столкновения молекул газа со стенкой. Средняя длина свободного пробега и число столкновений молекул газа.

**14.1.** Один моль идеального газа находится в сосуде, объём и температуру которого меняют так, что давление газа возрастает с ростом объёма по закону  $p = \alpha \cdot \sqrt{V}$ , где  $\alpha = \text{const}$ . Во сколько раз изменится число соударений молекул газа с участком площади  $S = 1 \text{ см}^2$  на стенке сосуда за единицу времени, если давление газа возрастёт в 4 раза?

*Ответ:* в 2 раза.

**14.2.** Один моль идеального газа находится в сосуде, объём и температуру которого меняют так, что давление газа растёт с ростом его температуры по закону  $p = \alpha \cdot T^{3/2}$ , где  $\alpha = \text{const}$ . Во сколько раз изменится число соударений молекул газа с участком площади  $S = 1 \text{ см}^2$  на стенке сосуда за  $\Delta t = 1 \text{ с}$ , если температура газа возрастёт в 4 раза?

*Ответ:* возрастёт в 4 раза.

**14.3.** Идеальный газ совершает процесс, при котором его температура растёт с увеличением объёма по закону  $T = \alpha V^3$ , где  $\alpha = \text{const}$ . Чему равна средняя длина свободного пробега молекул газа при температуре  $T_2 = 600 \text{ К}$ , если при температуре  $T_1 = 300 \text{ К}$  она равна  $\lambda_1 = 300 \text{ нм}$ ?

*Ответ:* 378 нм.

**14.4.** Идеальный газ совершает процесс, при котором его давление уменьшается с увеличением объёма по закону  $p = \alpha \cdot V^{-1/3}$ , где  $\alpha = \text{const}$ . Чему равна средняя длина свободного пробега молекул газа при температуре  $T_2 = 600 \text{ К}$ , если при температуре  $T_1 = 300 \text{ К}$  она равна  $\lambda_1 = 200 \text{ нм}$ ?

*Ответ:* 565,6 нм.

**14.5.** В сосуде, заполненном идеальным газом, имеющем температуру  $t^0 = 75^\circ\text{C}$ , проделано маленькое отверстие с площадью  $S = 1 \text{ мм}^2$ . Известно, что средняя длина свободного пробега молекул газа в сосуде равна  $\lambda = 1 \text{ мкм}$ , эффективный диаметр молекулы  $d = 0,3 \text{ нм}$ , а за секунду из отверстия в окружающий сосуд вакуум вылетает  $N = 4 \cdot 10^{20}$  молекул. Найти величину молярной массы этого газа. Универсальная газовая постоянная  $R = 8,31 \text{ Дж/К}\cdot\text{моль}$ .

*Ответ:* 18 г/моль.

**14.6.** Один моль идеального газа находится в сосуде, объём и температуру которого меняют так, что давление газа возрастает с ростом объёма по закону  $p = \alpha V^2$ , где  $\alpha = \text{const}$ . Во сколько раз изменится число соударений молекул газа с участком площади  $S = 1 \text{ см}^2$  на стенке сосуда за одну секунду, если объём сосуда возрастёт в 4 раза?

*Ответ:* увеличится в 2 раза

**14.7.** Один моль идеального газа находится в сосуде, объём и температуру которого меняют так, что объём газа возрастает с ростом его давления по закону  $V = \alpha p^3$ , где  $\alpha = \text{const}$ . Во сколько раз изменится число соударений молекул газа с участком площади  $S = 1 \text{ см}^2$  на стенке сосуда за одну секунду, если объём сосуда возрастёт в 4 раза?

*Ответ:* уменьшится в 1,587 раз

**14.8.** Один моль идеального газа находится в сосуде, объём и температуру которого меняют так, что температура газа возрастает с ростом его давления по закону  $T = \alpha p^6$ , где  $\alpha =$

const. Во сколько раз изменится число соударений молекул газа с участком площади  $S = 1 \text{ см}^2$  на стенке сосуда за одну секунду, если давление возрастёт в 4 раза?

*Ответ:* уменьшится в 16 раз

**14.9.** Один моль идеального газа находится в сосуде, объём и температуру которого меняют так, что температура газа уменьшается с ростом его объёма по закону  $T = \alpha/V^2$ , где  $\alpha = \text{const}$ . Во сколько раз изменится частота соударений молекул газа со стенкой, если давление газа возрастёт в 8 раз?

*Ответ:* увеличится в 4 раза

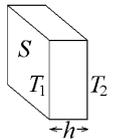
**14.10.** В закрытом сосуде с объёмом  $V = 100$  литров находится  $N = 2,4 \cdot 10^{24}$  молекул углекислого газа, который можно считать идеальным газом. Масса этого газа  $m = 176$  г. За промежуток времени  $\Delta t = 3$  сек из маленького отверстия с площадью  $S = 3 \text{ мм}^2$  в стенке сосуда должно вылетать наружу  $\Delta N = 2 \cdot 10^{22}$  молекул. Найти величину давления газа в сосуде.

*Ответ:* 94,8 кПа

### Занятие 15

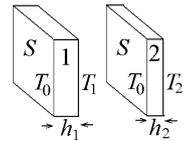
Явления переноса (теплопроводность и вязкость).

**15.1.** Кирпичная стена толщиной в два кирпича ( $h = 50$  см) имеет площадь  $S = 15 \text{ м}^2$ . Коэффициент теплопроводности кирпича  $\kappa = 0,7 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$ . Какое количество теплоты переносится сквозь стену из отапливаемой комнаты на улицу за сутки? Температуру воздуха в комнате  $t_1^\circ = 27^\circ\text{C}$  и на улице  $t_2^\circ = -10^\circ\text{C}$  считать неизменными.



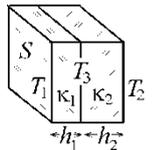
*Ответ:* 67,13 МДж.

**15.2.** Два плоских слоя с одинаковой поперечной площадью  $S$  сделаны из разных металлов. Слой “1” с толщиной  $h_1 = 4$  см – из стали, а слой “2” с толщиной  $h_2 = 8$  см – из меди. Температура  $T_0 = 300 \text{ К}$  по левую сторону этих слоёв одинакова. По их правую сторону температуры равны  $T_1 = 450 \text{ К}$  и  $T_2 = 400 \text{ К}$ . За 3 минуты через стальной слой переносится 5,2 МДж теплоты. За какое время через медный слой будет перенесено 19 МДж теплоты? Коэффициенты теплопроводности стали и меди равны  $\kappa_1 = 52 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$  и  $\kappa_2 = 380 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$ .



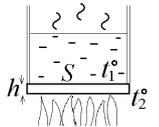
*Ответ:* 4,5 мин.

**15.3.** Два плотно прижатых друг к другу плоских слоя с поперечной площадью  $S = 16 \text{ м}^2$  изготовлены из разных материалов с коэффициентами теплопроводности  $\kappa_1 = 3 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$  и  $\kappa_2 = 4 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$  и имеют толщину  $h_1 = 20$  см и  $h_2 = 40$  см соответственно. Найти промежуток времени, за который через слои переносится количество теплоты, равное 360 кДж? Температуры слева и справа от слоёв неизменны и равны  $T_1 = 300 \text{ К}$  и  $T_2 = 360 \text{ К}$ .



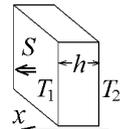
*Ответ:* 62,5 с.

**15.4.** Вода кипит в стальном сосуде при температуре  $t_1^\circ = 100^\circ\text{C}$ . Температура противоположной стороны плоского дна сосуда с площадью  $S = 500 \text{ см}^2$  равна  $t_2^\circ = 100,3^\circ\text{C}$ . Определить толщину  $h$  дна сосуда, если за две минуты из сосуда выкипает, превращаясь в пар, масса воды, равная  $\Delta m = 8$  г. Удельная теплота парообразования воды  $q = 2250 \text{ кДж/кг}$ , коэффициент теплопроводности стали  $\kappa = 52 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$ .



*Ответ:* 5,2 мм.

**15.5.** Поток тепла направлен вдоль оси  $x$  и одинаков во всех точках плоского слоя с поперечной площадью  $S = 1 \text{ м}^2$  с толщиной  $h = 50$  см. Температуры по обе стороны слоя неизменны и равны  $T_1 = 300 \text{ К}$  и  $T_2 = 600 \text{ К}$ . Коэффициент теплопроводности материала этого слоя зависит от температуры  $T$  по закону  $\kappa = \alpha \cdot \sqrt{T/T_1}$ , где  $\alpha = 10 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$ . Какое количество теплоты будет перенесено через слой за одну минуту?



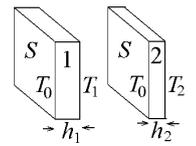
*Ответ:* 438,8 кДж.

**15.6.** Бетонная стена здания толщиной 20 см за счет теплопроводности пропускала за сутки количество теплоты, равное 240 МДж. Какой должна быть толщина деревянной стены с той же поперечной площадью, чтобы она за неделю пропускала вдвое меньшее количество теплоты при условии, что разность температур по обе стороны бетонной и деревянной стен

одинакова? Коэффициенты теплопроводности бетона и древесины равны  $\kappa_B = 1,7 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$  и  $\kappa_D = 0,15 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$ .

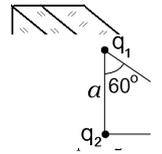
*Ответ:* 24,7 см

**15.7.** Две стены с одинаковой поперечной площадью  $S$  сделаны из разных материалов. Стена “1” толщиной  $h_1 = 25 \text{ см}$  – из кирпича, а стена “2” толщиной  $h_2 = 20 \text{ см}$  – из бетона. Температура  $T_0 = 300 \text{ К}$  по одну сторону этих стен одинакова. По другую сторону стен температуры равны  $T_1 = 250 \text{ К}$  и  $T_2 = 260 \text{ К}$ . Через кирпичную стену за пять минут переносится 60 кДж теплоты. Какое количество теплоты переносится за две минуты через бетонную стену? Коэффициенты теплопроводности кирпича и бетона равны  $\kappa_1 = 0,8 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$  и  $\kappa_2 = 1,6 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$  соответственно.



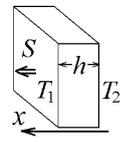
*Ответ:* 48 кДж

**15.8.** Стена с площадью  $S$  состоит из двух плотно прижатых плоских слоёв. Материалы этих слоёв имеют разные коэффициенты теплопроводности  $\kappa_1 = 4 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$  и  $\kappa_2 = 5 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$ . Температуры слева и справа от слоёв, а также в точке их соприкосновения, равны  $T_1 = 300 \text{ К}$ ,  $T_2 = 400 \text{ К}$  и  $T_3 = 360 \text{ К}$  соответственно. Чему равна толщина  $h_1$  левого слоя, если толщина правого слоя  $h_2 = 30 \text{ см}$ ?



*Ответ:* 36 см

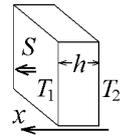
**15.9.** Поток тепла направлен вдоль оси  $x$  и одинаков во всех точках плоского слоя с толщиной  $h = 21 \text{ см}$ . Температуры по обе стороны слоя неизменны и равны  $T_1 = 300 \text{ К}$  и  $T_2 = 600 \text{ К}$ . Коэффициент теплопроводности материала из которого изготовлен слой, зависит от температуры  $T$  по закону  $\kappa = \alpha \cdot (T/T_1)^5$ , где  $\alpha = 10 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$ .



Найти площадь  $S$  поперечного сечения слоя, если за одну минуту через это сечение переносится количество теплоты, равное 27 МДж.

*Ответ:* 3 м<sup>2</sup>

**15.10.** Поток тепла направлен вдоль оси  $x$  и одинаков во всех точках плоского слоя с поперечной площадью  $S = 16 \text{ м}^2$ . Температуры по обе стороны слоя неизменны и равны  $T_1 = 300 \text{ К}$  и  $T_2 = 600 \text{ К}$ . Коэффициент теплопроводности материала этого слоя зависит от температуры  $T$  по закону  $\kappa = \alpha \cdot (T_1/T)^6$ , где  $\alpha = 10 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$ . Через слой за один час переносится количество теплоты, равное 210 МДж. Найти толщину слоя  $h$ .



*Ответ:* 16,2 см

#### 4 семестр

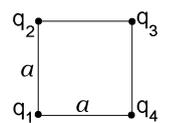
##### Занятие 16

Закон Кулона. Напряжённость электростатического поля. Поток вектора напряжённости электростатического поля. Теорема Гаусса. Потенциал электростатического поля. Связь между напряжённостью электростатического поля и его потенциалом. Явление поляризованности диэлектрика. Вектор поляризованности. Электрическая ёмкость проводников. Энергия электрического поля.

**16.1.** Точечные заряды одного знака  $q_1 = 1 \text{ мкКл}$ ,  $q_2 = 2 \text{ мкКл}$  и  $q_3$  находятся в вершинах прямоугольного треугольника с углом  $60^\circ$  и с прилежащим катетом  $a = 1 \text{ м}$ . Определить величину заряда  $q_3$ , если величина электрической силы, действующей на него со стороны двух других зарядов  $q_1$  и  $q_2$ , равна  $F = 6 \text{ мН}$ . Определить величину энергии заряда  $q_3$ .

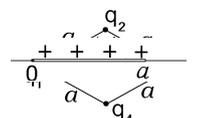
*Ответ:* 0,747 мкКл; 11,1 мВ.

**16.2.** Точечные заряды разного знака  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$  и  $q_4$  находятся в вершинах квадрата со стороной  $a = 2 \text{ м}$ . Определить величину положительного заряда  $q_1$ , если модуль электрической силы, действующей на него со стороны трёх других зарядов  $q_2$ ,  $q_3$  и  $q_4$ , равен  $F = 0,2 \text{ мН}$ . Найти потенциал, созданный зарядами  $q_2$ ,  $q_3$  и  $q_4$  в точке, где находится заряд  $q_1$ . Учтеть, что  $q_2 = q_4 = -2 \text{ мкКл}$ ,  $q_3 = +6 \text{ мкКл}$ .



*Ответ:* 0,518 мкКл, 1092 В.

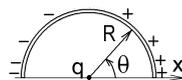
**16.3.** Тонкий стержень длины  $a$  направлен вдоль оси  $x$ . По стержню равномерно с линейной плотностью  $\rho = 0,2 \text{ мкКл/м}$  распределен положительный электрический заряд. На расстоянии  $a$  от правого конца стержня на



оси  $x$  находится точечный заряд  $q = 0,5$  мкКл того же знака (см. рисунок). Заряд на стержне действует на заряд  $q$  с силой  $F = 0,9$  Н. Найти длину  $a$  стержня, а также энергию заряда  $q$ .

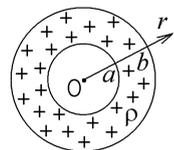
Ответ: 0,5 м, 0,624 Дж.

16.4. Положительный точечный заряд  $q = 7$  мкКл находится в центре тонкого полукольца, по которому неравномерно, с линейной плотностью  $\rho = \rho_0 \cdot \cos\theta$ , где  $\rho_0 = 1,77$  мкКл/м, распределен другой электрический заряд (угол  $\theta$  указан на рисунке). Найти радиус  $R$  полукольца, если заряд на нём действует на заряд  $q$  с силой, величина проекции которой на ось  $x$  равна  $|F_x| = 0,5$  Н.



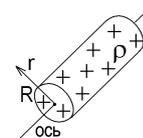
Ответ: 0,35 м.

16.5. Заряд с плотностью  $\rho = 3,75$  мкКл/м<sup>3</sup> равномерно распределён по шаровому слою, ограниченному двумя сферическими поверхностями с общим центром  $O$  и с радиусами  $a$  и  $b$ . Чему равен радиус  $a$ , если  $b = 9$  м, а на расстоянии  $r = 5$  м от центра  $O$  величина вектора электрической индукции поля, созданного этим зарядом, равна  $D = 6,2$  мКл/м<sup>2</sup>?



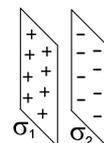
Ответ: 1 м.

16.6. Очень длинный цилиндр радиуса  $R = 4$  см равномерно с плотностью  $\rho = \text{const}$  заряжен по объёму. На расстоянии  $r_1 = 3$  см от оси цилиндра напряжённость электрического поля, имеет величину  $E_1 = 24$  В/м, а на расстоянии  $r_2 > r_1$  от оси  $E_2 = 16$  В/м. Найти расстояние  $r_2$ .



Ответ: 8 см.

16.7. По двум параллельным бесконечным плоскостям равномерно распределены электрические заряды с поверхностными плотностями  $\sigma_1 = +8$  мкКл/м<sup>2</sup> и  $\sigma_2 = -4$  мкКл/м<sup>2</sup> разного знака. Во сколько раз величина вектора электрической индукции  $D$  между заряженными плоскостями больше величины вектора  $D$  слева от обеих плоскостей?



Ответ: в 3 раза.

16.8. Потенциал электростатического поля зависит от координат по закону  $\varphi = \alpha \cdot xyz$ , где  $\alpha = \text{const}$ . Величина напряжённости такого поля в точке с координатами  $x_1 = y_1 = z_1 = 1$  м равна  $E_1 = 30$  В/м. Найти величину напряжённости этого поля в точке с координатами  $x_2 = 1$  м,  $y_2 = 2$  м,  $z_2 = 3$  м.

Ответ: 121 В/м.

16.9. Заряженный плоский конденсатор, имеющий энергию  $W = 0,004$  Дж, заполнен диэлектриком и отключен от источника напряжения. Чтобы вынуть диэлектрик, надо совершить работу  $A = 0,003$  Дж. Чему равна диэлектрическая проницаемость диэлектрика?

Ответ: 1,75.

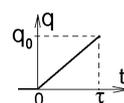
16.10. Расстояние между горизонтально расположенными пластинами плоского воздушного конденсатора  $d = 1$  см. Между пластин неподвижно висит заряженная пылинка с массой  $m = 0,05$  г. Ёмкость конденсатора  $C = 0,03$  мкФ, заряд на его пластинах  $q = 6$  мкКл. Найти величину заряда пылинки. Принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

Ответ: 25 нКл.

## Занятие 17

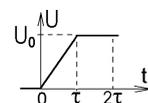
Электрический ток. Электродвижущая сила. Законы Ома и Джоуля-Ленца. Правила Кирхгофа.

17.1. В начальный момент  $t = 0$  по проводнику с сопротивлением  $R = 8$  Ом начинает течь ток, причем величина протекшего через поперечное сечение проводника заряда  $q$  линейно растёт со временем  $t$  (см. рисунок). Найти величину заряда  $q_0$  протекшего к моменту времени  $\tau = 3$  с, если за промежуток времени  $0 \leq t \leq \tau$  в проводнике выделится джоулево тепло  $Q = 24$  Дж?



Ответ: 3 Кл.

17.2. Падение напряжения на участке проводника с сопротивлением  $R = 24$  Ом вначале линейно возрастает со временем  $t$ , а потом постоянно и равно  $U_0 = 12$  В (см. рисунок, где  $\tau = 1$  мин). Какое джоулево тепло выделится в проводнике за промежуток времени  $0 \leq t \leq 2\tau$ ?



Ответ: 480 Дж.

17.3. К клеммам источника постоянного тока подключена нагрузка с сопротивлением  $R = 30 \text{ Ом}$ . За какой промежуток времени  $\Delta t$  в нагрузке выделится джоулево тепло  $Q = 15 \text{ Дж}$ , если за это же время по цепи протечёт заряд  $q = 5 \text{ Кл}$ ?



Ответ: 50 с.

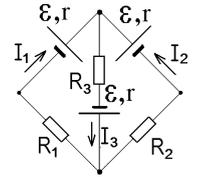
17.4. Найти удельную проводимость  $\sigma$  однородного материала, из которого изготовлен цилиндрический проводник радиуса  $r_0 = 5 \text{ мм}$ , если во всех точках проводника напряженность стороннего электрического поля равна  $E = 0,004 \text{ В/м}$ , а по проводнику течет ток  $I = 10 \text{ А}$ .

Ответ:  $3,18 \cdot 10^7 \text{ (Ом}\cdot\text{м)}^{-1}$ .

17.5. Однородный проводник с удельным сопротивлением  $\rho = 5 \cdot 10^{-6} \text{ Ом}\cdot\text{м}$  имеет поперечное сечение в форме квадрата со стороной  $a = 5 \text{ мм}$ . Величина напряженности квазистационарного стороннего электрического поля, направленного вдоль проводника, меняется со временем  $t$  по линейному закону:  $E = At + B$ , где  $A = 5 \text{ В/м}\cdot\text{с}$ ,  $B = 3 \text{ В/м}$ . Какой заряд протечет через поперечное сечение проводника за промежуток времени  $0 \leq t \leq 2 \text{ с}$ ?

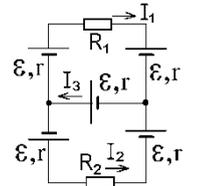
Ответ: 80 Кл.

17.6. Три одинаковых источника тока с внутренним сопротивлением  $r = 1 \text{ Ом}$  каждый включены в разветвленную цепь, изображённую на рисунке справа. Найти величину ЭДС  $\varepsilon$  каждого из источников тока, если  $R_1 = 1 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 2 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 3 \text{ Ом}$ ;  $I_3 = 5 \text{ А}$ .



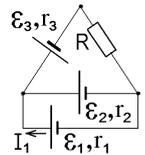
Ответ: 13 В.

17.7. Пять одинаковых источников тока с ЭДС  $\varepsilon = 11 \text{ В}$  каждый включены в разветвленную цепь, показанную на рисунке слева. Найти величину внутреннего сопротивления  $r$  источника тока, если  $R_1 = 2 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 6 \text{ Ом}$ ;  $I_1 = 1 \text{ А}$ .



Ответ: 1,5 Ом

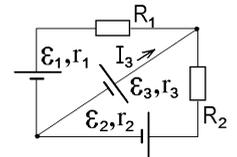
17.8. Внутренние сопротивления всех источников тока, приведенных на рисунке справа одинаковы:  $r_1 = r_2 = r_3 = 1 \text{ Ом}$ . Найти величину тока  $I_1$ , текущего через источник  $\varepsilon_1$ , если известно, что  $R = 5 \text{ Ом}$ ;  $\varepsilon_1 = 8 \text{ В}$ ;  $\varepsilon_2 = 4 \text{ В}$ ;  $\varepsilon_3 = 32 \text{ В}$ .



Ответ: 0 А.

17.9. Внутренние сопротивления всех источников тока, приведенных на рисунке слева одинаковы:

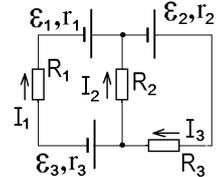
$r_1 = r_2 = r_3 = 1 \text{ Ом}$ . Найти величину ЭДС  $\varepsilon_3$ , если известно, что  $R_1 = 3 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 4 \text{ Ом}$ ;  $\varepsilon_1 = 2 \text{ В}$ ;  $\varepsilon_2 = 10 \text{ В}$ ;  $I_3 = 2 \text{ А}$ .



Ответ: 12 В.

17.10. Внутренние сопротивления всех источников тока, приведенных на рисунке справа одинаковы:  $r_1 = r_2 = r_3 = 1 \text{ Ом}$ . Найти величину тока  $I_2$ , текущего через сопротивление  $R_2$ , если известно, что

$R_1 = R_3 = 3 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 2 \text{ Ом}$ ;  $\varepsilon_1 = 12 \text{ В}$ ;  $\varepsilon_2 = 14 \text{ В}$ ;  $\varepsilon_3 = 4 \text{ В}$ .

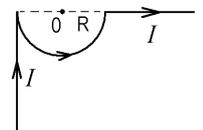


Ответ: 1 А

## Занятие 18

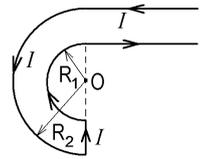
Расчет магнитных полей с помощью закона Био-Савара и с помощью теоремы о циркуляции. Силы Лоренца и Ампера. Движение заряженной частицы в стационарных электрическом и магнитном полях. Силы, действующие на электрический и магнитный диполь (контур с током).

18.1. По бесконечному проводнику, согнутому, как показано на рисунке, течет ток  $I = 3 \text{ А}$ . Найти величину индукции магнитного поля, создаваемого этим током в центре  $O$  дуги с радиусом  $R = 20 \text{ см}$ .



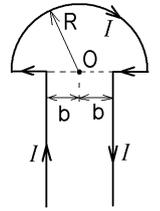
Ответ: 3,21 мкТл.

**18.2.** По бесконечному проводнику, согнутому в виде двух параллельных прямых линий, двух полуокружностей с радиусами  $R_1 = 50$  см и  $R_2 = 1$  м и соединяющего их отрезка, как показано на рисунке, течет ток  $I = 5$  А. Найти величину напряженности магнитного поля, создаваемого этим током в центре  $O$  полуокружностей.



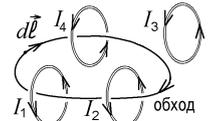
*Ответ:* 1,648 А/м.

**18.3.** По замкнутому проводнику, согнутому в виде дуги с радиусом  $R = 20$  см и соединяющей её концы хорды (см. рисунок), течет ток  $I = 3$  А. Найти величину напряженности магнитного поля в центре  $O$  дуги, если угол  $\alpha = 90^\circ$ .



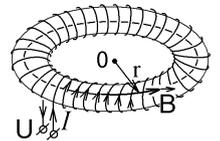
*Ответ:* 8,01 А/м.

**18.4.** Замкнутый контур проходит по оси нескольких замкнутых круговых проводников с токами  $I_1 = 1$  А,  $I_2 = 2$  А,  $I_3 = 3$  А и  $I_4$  (см. рисунок). Циркуляция вектора индукции магнитного поля по этому контуру отрицательна и равна  $\oint \vec{B} d\vec{l} = -2$  мкТл·м. Найти величину тока  $I_4$ .



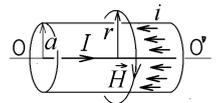
*Ответ:* 1,41 А.

**18.5.** Провод с сопротивлением  $R = 30$  Ом равномерно навит на тороидальный сердечник из материала с магнитной проницаемостью  $\mu = 25$ . Ток  $I$ , текущий по виткам получившейся катушки, имеющей  $N = 600$  витков, создаёт в сердечнике на удалении  $r = 9$  см от центра катушки  $O$  магнитное поле с индукцией  $B = 0,05$  Тл. Чему равно напряжение  $U$ , приложенное к концам провода?



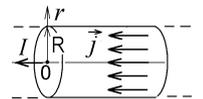
*Ответ:* 45 В.

**18.6.** По осевому тонкому проводнику-жиле длинного прямого коаксиального кабеля течёт ток  $I = 3$  А. По второму тонкому цилиндрическому проводнику с радиусом  $a = 4$  мм протекает встречный ток с поверхностной плотностью  $i = 100$  А/м. На каком расстоянии  $r$  от оси кабеля  $OO'$  напряженность магнитного поля равна  $H = 3$  А/м?



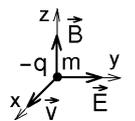
*Ответ:* 2,58 см

**18.7.** Ток  $I = 1$  А протекает по длинному цилиндрическому проводнику радиуса  $R = 1$  см и имеет однородную плотность  $\vec{j} = \text{const}$ . Чему равна величина индукции  $\vec{B}$  магнитного поля на расстоянии  $r = 5$  мм от оси проводника?



*Ответ:* 10 мкТл.

**18.8.** Отрицательно заряженная частица с массой  $m = 0,4$  мг двигалась с постоянной скоростью  $v = 300$  м/с вдоль оси  $x$  в электрическом поле с напряженностью  $E = 600$  В/м, направленной вдоль оси  $y$ , и в магнитном поле с индукцией  $B$ , направленной вдоль оси  $z$ . После выключения электрического поля частица продолжила вращение по окружности радиуса  $R = 2$  м. Чему равна величина заряда частицы?

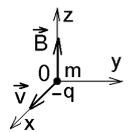


*Ответ:* 30 мкКл.

**18.9.** Ускоренная разностью потенциалов  $\Delta\phi = 18$  кВ заряженная частица движется по окружности радиуса  $R = 25$  мм в однородном постоянном магнитном поле с индукцией  $B = 0,3$  Тл. Чему равна величина  $q/m$  удельного заряда частицы?

*Ответ:*  $6,4 \cdot 10^8$  Кл/кг.

**18.10.** Частица с удельным зарядом  $q/m = -4 \cdot 10^9$  Кл/кг была ускорена разностью потенциалов  $\Delta\phi$  и оказалась в магнитном поле с индукцией  $B = 5$  мТл, направленной вдоль оси  $z$ . В начальный момент  $t_0 = 0$  частица находилась в точке  $O$  и двигалась со скоростью  $v$ , направленной вдоль оси  $x$  (см. рисунок). В дальнейшем наибольшее удаление частицы от точки  $O$  равно 20 см. Чему равна величина ускоряющей разности потенциалов  $\Delta\phi$ ?



*Ответ:* 500 В.

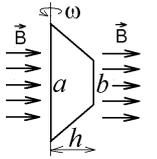
## Занятие 19

Явление электромагнитной индукции. Закон Фарадея. Явления самоиндукции и

взаимной индукции. Вычисление индуктивности. Энергия магнитного поля.

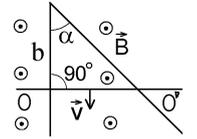
**19.1.** Замкнутый проводящий контур из тонкого провода с сопротивлением  $R = 9 \text{ Ом}$  имеет вид равнобедренной трапеции с основаниями  $a = 12 \text{ см}$ ,  $b = 6 \text{ см}$  и с высотой  $h = 8 \text{ см}$ . Контур вращается в магнитном поле с индукцией  $B = 0,2 \text{ Тл}$  вокруг оси, проходящей через большее основание трапеции и перпендикулярной к линиям  $\vec{B}$ . Найти величину угловой скорости вращения  $\omega$ , если максимальная величина индукционного тока в контуре  $I_{\text{max}} = 4 \text{ мА}$ .

Ответ: 25 рад/с.



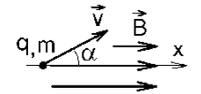
**19.2.** Замкнутый проводящий контур образован двумя прямыми проводниками, согнутыми под углом  $\alpha = 45^\circ$  и проводником-перемычкой, скользящим со скоростью  $v = 0,8 \text{ м/с}$  (см. рисунок). Перпендикулярно к его плоскости создано магнитное поле. Единица длины каждого из проводников, образующих прямоугольный треугольник, имеет сопротивление  $R_1 = 2 \text{ Ом/м}$ . Чему равна величина индукции магнитного поля  $B$ , если в контуре создаётся индукционный ток  $I = 0,2 \text{ А}$ ?

Ответ: 1,71 Тл.



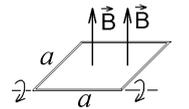
**19.3.** Угол между линиями индукции магнитного поля  $B = 0,2 \text{ Тл}$  и нормалью к плоскости не имеющей сопротивления проводящей П-образной рамки равен  $\alpha = 30^\circ$ . По рамке без трения со скоростью  $v = 9 \text{ м/с}$  скользит проводящая перемычка с сопротивлением  $R = 20 \text{ Ом}$ . В ней возникает индукционный ток  $I = 60 \text{ мА}$ . Найти длину перемычки  $l$ , а также величину силы, с которой тянут перемычку.

Ответ: 0,77 м, 9,24 мН.



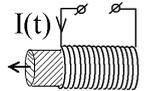
**19.4.** Вначале замкнутая проводящая рамка, сделанная в виде квадрата из четырёх одинаковых тонких проводников с сопротивлением  $R = 3 \text{ Ом}$  и длиной  $a = 15 \text{ см}$  каждый, располагалась в магнитном поле так, что линии его индукции  $\vec{B}$  были перпендикулярны плоскости рамки. При повороте рамки на угол  $180^\circ$  вокруг одной из её сторон, по рамке протёк заряд  $q = 6 \text{ мкКл}$ . Найти величину индукции магнитного поля  $B$ .

Ответ: 1,6 Тл.



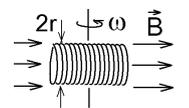
**19.5.** Ферромагнитный сердечник извлекают из катушки таким образом, что её индуктивность уменьшается со временем  $t$  по закону  $L(t) = \alpha/t$ , где  $\alpha = 4 \text{ Гн}\cdot\text{с}$ . При этом ток, текущий по катушке, возрастает со временем:  $I(t) = \beta \cdot t^3$ , где  $\beta = 3 \text{ А/с}^3$ . Найти величину индуктивности катушки в тот момент времени, когда возникающая в ней ЭДС самоиндукции  $\varepsilon = 8 \text{ В}$ .

Ответ: 12 Гн.



**19.6.** Виток из тонкого провода с радиусом  $r = 5 \text{ см}$  вращается с угловой скоростью  $\omega = 20 \text{ рад/с}$  в магнитном поле с индукцией  $B = 2 \text{ Тл}$ . Чему равна величина сопротивления  $R$  витка, если ось вращения перпендикулярна к линиям индукции, а в витке создаётся индукционный ток с максимальной величиной  $I_{\text{max}} = 4 \text{ мА}$ ?

Ответ: 78,5 Ом.

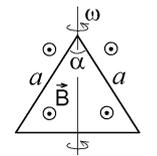


**19.7.** Короткозамкнутая катушка из  $N = 20$  витков вращается с угловой скоростью  $\omega = 15 \text{ рад/с}$  в магнитном поле с индукцией  $B = 4 \text{ мТл}$ . Ось вращения перпендикулярна как к линиям индукции, так и к оси катушки. Чему равен радиус витков катушки, если максимальная величина ЭДС электромагнитной индукции в ней  $\varepsilon_{\text{max}} = 4 \text{ мВ}$ ?

Ответ: 3,26 см.

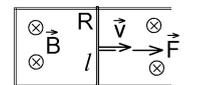
**19.8.** В магнитном поле с индукцией  $B = 0,25 \text{ Тл}$  вращается замкнутый проводящий контур с сопротивлением  $R = 6 \text{ Ом}$  имеющий вид равнобедренного треугольника со стороной  $a = 8 \text{ см}$  и с углом  $\alpha = 30^\circ$  (см. рисунок). Ось вращения совпадает с биссектрисой угла  $\alpha$  и перпендикулярна к линиям индукции  $\vec{B}$ . Индукционный ток в контуре имеет амплитуду  $I_{\text{max}} = 5 \text{ мА}$ . Найти величину угловой скорости вращения  $\omega$ .

Ответ: 75 рад/с.

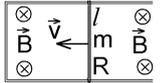


**28.9.** Линии индукции магнитного поля с величиной  $B = 2 \text{ Тл}$  перпендикулярны плоскости П-образной проводящей рамки, не имеющей сопротивления. По рамке с постоянной скоростью без трения скользит проводящая перемычка длины  $l = 60 \text{ см}$  с сопротивлением  $R = 8 \text{ Ом}$ . Для этого перемычку тянут с силой  $F = 0,9 \text{ Н}$ . Чему равна скорость перемычки?

Ответ: 5 м/с.



**19.10.** Магнитное поле с индукцией  $B = 1,5$  Тл приложено к П-образной проводящей рамке, не имеющей сопротивления. Линии индукции перпендикулярны к плоскости рамки. По рамке без трения скользит проводящая перемычка длины  $l = 40$  см с сопротивлением  $R = 15$  Ом. Чему равна масса  $m$  перемычки, если в тот момент, когда её скорость равна  $v = 3$  м/с, она движется с ускорением  $a = 4$  м/с<sup>2</sup>?

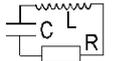


*Ответ:* 18 г.

### Занятие 20

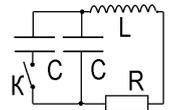
Собственные электрические колебания в цепях. Электрический колебательный контур и его параметры. Вынужденные электрические колебания

**20.1.** Напряжение на конденсаторе в колебательном контуре меняется со временем  $t$  по закону  $U_C = U_0 \cdot \exp(-at) \cos(bt)$ , где  $U_0 = \text{const}$ ;  $a = 10^4$  с<sup>-1</sup>;  $b = 3 \cdot 10^4$  рад/с. Ёмкость конденсатора  $C = 4$  мкФ. Найти сопротивление  $R$  контура.



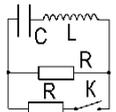
*Ответ:* 5 Ом.

**20.2.** В колебательном контуре, изображённом на рисунке, замкнули ключ К. Во сколько раз уменьшился при этом период собственных электрических колебаний?  $L = 100$  Гн;  $C = 50$  мкФ;  $R = 1$  кОм.



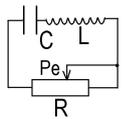
*Ответ:* в 1,53 раза.

**20.3.** В колебательном контуре, изображённом на рисунке, замкнули ключ К. При этом логарифмический декремент затухания собственных электрических колебаний увеличился в два раза. Чему равна индуктивность  $L$  контура?  $C = 0,8$  мкФ;  $R = 5$  кОм.

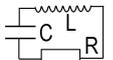


*Ответ:* 1 Гн.

**20.4.** Движок реостата “Ре” перемещают слева направо, увеличивая сопротивление  $R$ . При нулевом сопротивлении,  $R = R_1 = 0$  Ом, циклическая частота собственных электрических колебаний в контуре была равна  $\omega_1$ . При сопротивлении  $R = R_2 = 15$  кОм частота колебаний уменьшилась в два раза:  $\omega_2 = \omega_1/2$ . При какой величине сопротивления реостата  $R_3$  колебания прекратятся? *Ответ:* 17,3 кОм.

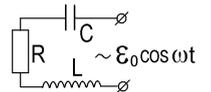


**20.5.** В колебательном контуре заряд конденсатора меняется со временем  $t$  по закону  $q = q_0 \cdot \exp(-bt) \sin(at)$ , где  $q_0$ ,  $a$ ,  $b$  – постоянные. Найти величину отношения  $b/a$ , если  $R = 2$  кОм;  $L = 30$  Гн;  $C = 6$  мкФ.



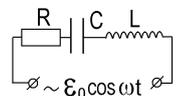
*Ответ:* 0,5.

**20.6.** В колебательный контур включен источник внешней ЭДС с амплитудой  $\varepsilon_0$  и с циклической частотой  $\omega$ . Наибольшая величина амплитуды вынужденных колебаний напряжения на конденсаторе наблюдается при  $\omega = \omega_1 = 1000$  с<sup>-1</sup>. При каком значении частоты  $\omega$  достигается наибольшая величина амплитуды вынужденных колебаний тока в цепи? Активное сопротивление контура  $R = 8$  кОм, его индуктивность  $L = 2$  Гн.



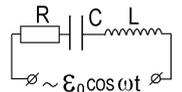
*Ответ:* 3000 с<sup>-1</sup>.

**20.7.** Амплитуда тока в электрическом колебательном контуре оказывается одинаковой при двух значениях циклической частоты внешней ЭДС:  $\omega_1 = 3000$  рад/с и  $\omega_2 = 4000$  рад/с. Чему равна ёмкость  $C$  контура, если его индуктивность  $L = 1$  Гн?



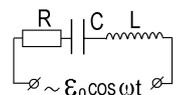
*Ответ:* 83,3 нФ.

**20.8.** В цепи, изображённой на рисунке, максимальная амплитуда тока наблюдается при циклической частоте внешней ЭДС  $\omega = \omega_1 = 2000$  рад/с, а при частоте  $\omega = \omega_2 = 3000$  рад/с амплитуда тока уменьшается в три раза. Чему равно сопротивление  $R$  контура, если  $C = 2$  мкФ?



*Ответ:* 49,1 Ом.

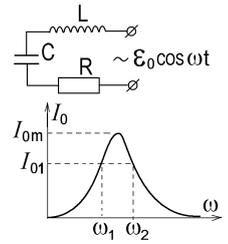
**20.9.** В цепи, изображённой на рисунке, максимальная амплитуда тока наблюдается при циклической частоте внешней ЭДС  $\omega = \omega_1 = 4000$  рад/с, а при частоте  $\omega = \omega_2 = 5000$  рад/с амплитуда тока уменьшается в два раза. Чему равна ёмкость  $C$  контура, если  $R = 15$  кОм?



*Ответ:* 4,33 нФ.

**20.10.** На рисунке представлен график зависимости амплитуды тока  $I_0$  от циклической частоты  $\omega$  внешней ЭДС. Эта амплитуда имеет одинаковую величину  $I_{01} = 3I_{0m}/5$  при двух значениях  $\omega_1$  и  $\omega_2$  частоты, где  $I_{0m}$  – максимальное возможное значение амплитуды тока при вынужденных колебаниях. Найти величину разности частот  $\omega_2 - \omega_1$ . Параметры контура:  $\beta = R/2L = \omega_0 = 1/\sqrt{LC} = 9000 \text{ с}^{-1}$ .

Ответ:  $24000 \text{ с}^{-1}$ .



### Занятие 21

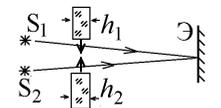
Электромагнитные волны. Интерференция световых (электромагнитных) волн. Интерференционные схемы. Дифракция света (электромагнитных волн) на узкой щели и на круглом отверстии. Дифракционная решетка.

**21.1.** Два когерентных источника света находятся на малом расстоянии  $2d = 1,5 \text{ мм}$  друг от друга и испускают световые волны с частотой  $\nu = 5,4 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$  в одной фазе. Ширина центральной полосы интерференционной картины, созданной на удалённом на большое расстояние экране, равна  $0,5 \text{ мм}$ . Найти расстояние  $l$  от щелей до экрана.

Ответ:  $1,35 \text{ м}$ .

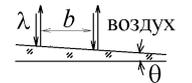
**21.2.** На пути лучей в интерференционном опыте Юнга помещают тонкие прозрачные пленки с одинаковым показателем преломления  $n = 1,7$ . При этом интерференционная картина на экране Э сдвигается на  $N = 35$  полос. Какой может быть толщина  $h_2$  нижней пленки, если толщина верхней пленки  $h_1 = 0,1 \text{ мм}$ , а когерентные источники  $S_1$  и  $S_2$  испускают свет длиной волны  $\lambda = 600 \text{ нм}$ ?

Ответ:  $0,13 \text{ мм}$  или  $0,07 \text{ мм}$ .



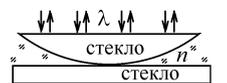
**21.3.** Две плоские поверхности тонкой пленки образуют очень малый угол  $\theta = 8 \cdot 10^{-6} \text{ рад}$  (см. рисунок). При нормальном отражении от пленки монохроматического света с длиной волны  $\lambda = 560 \text{ нм}$  на поверхности пленки видны интерференционные полосы. Расстояние между центрами соседних полос равно  $b = 25 \text{ мм}$ . Определить величину показателя преломления  $n$  пленки.

Ответ:  $1,4$



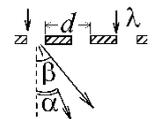
**21.4.** Плоско-выпуклая стеклянная линза с радиусом сферической поверхности  $R = 126 \text{ см}$  освещается падающей сверху нормально плоской световой волной с длиной волны  $\lambda = 560 \text{ нм}$ . Четвертое светлое кольцо Ньютона имеет радиус  $r_4 = 1,4 \text{ мм}$ . Определить показатель преломления  $n$  жидкости, находящейся между линзой и стеклянной опорой.

Ответ:  $1,26$ .



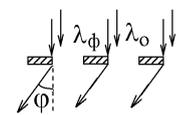
**21.5.** На дифракционную решетку падает нормально плоская монохроматическая световая волна с длиной  $\lambda$ . Два соседних главных интерференционных максимума света наблюдаются за решеткой под углами  $\alpha = \arcsin(0,6)$  и  $\beta = \arcsin(0,8)$  к направлению падения света (см. рисунок). Найти порядок главного максимума, наблюдаемого под углом  $\alpha$ .

Ответ:  $m = 3$ .



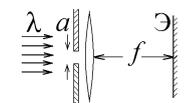
**21.6.** Лучи фиолетового и оранжевого света с длинами волн  $\lambda_\phi = 450 \text{ нм}$  и  $\lambda_o = 600 \text{ нм}$  падают нормально на дифракционную решетку. Какое наибольшее число щелей (штрихов) должно приходиться на один сантиметр ширины решетки, чтобы главные интерференционные максимумы данных цветов наблюдались за решеткой под одним и тем же углом  $\phi = 30^\circ$  к направлению падающего света?

Ответ:  $2778$ .



**21.7.** Плоская световая волна с  $\lambda = 480 \text{ нм}$  падает нормально на узкую щель ширины  $a = 1,6 \text{ мм}$  в непрозрачной преграде. За щелью установлена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием  $f = 2 \text{ м}$ , оптическая ось которой перпендикулярна к преграде (см. рисунок). В фокальной плоскости линзы размещен экран "Э". Найти ширину дифракционного изображения щели на экране.

Ответ:  $1,2 \text{ мм}$ .

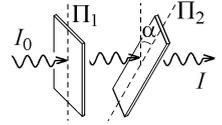


**21.8.** За щелью ширины  $a = 0,4 \text{ мм}$ , сделанной в непрозрачной плоской преграде, установлена тонкая собирающая линза, а в ее фокальной плоскости – экран "Э". Чему равно

фокусное расстояние  $f$  линзы, если при нормальном падении света с длиной волны  $\lambda = 600$  нм наименьшее расстояние между соседними минимумами освещенности на экране  $\Delta x = 3,6$  мм?

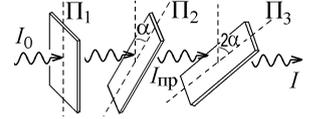
*Ответ:* 2,4 м.

**21.9.** Естественный свет с интенсивностью  $I_0$  проходит через систему из двух поляризаторов, у которых оси пропускания  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  повернуты на угол  $\alpha = 15^\circ$ . Чему равна при этом интенсивность  $I$  света, вышедшего из системы? Если угол  $\alpha$  между осями  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  увеличить в 2 раза то интенсивность света, вышедшего из системы окажется равной  $I' = 4$  Вт/м<sup>2</sup>.



*Ответ:* 4,976 Вт/м<sup>2</sup>.

**21.10.** Естественный свет с интенсивностью  $I_0$  проходит через систему из трёх поляризаторов, оси пропускания которых повернуты на углы  $\alpha$  и  $2\alpha$  (см. рисунок). Из последнего поляризатора  $\Pi_3$  выходит свет с интенсивностью  $I = 2$  Вт/м<sup>2</sup>, а после поляризатора  $\Pi_2$  интенсивность света равна  $I_{\text{пр}} = 3$  Вт/м<sup>2</sup>. Найти интенсивность  $I_0$  падающего света.

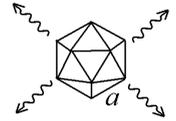


*Ответ:* 9 Вт/м<sup>2</sup>.

## Занятие 22

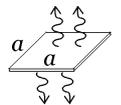
Законы теплового излучения. Внешний фотоэффект. Эффект Комптона. Давление света.

**22.1.** Икосаэдр – правильный многогранник, имеющий двадцать одинаковых граней в виде равносторонних треугольников – изготовлен из материала, который можно считать абсолютно черным телом. Температура икосаэдра поддерживается постоянной и равной  $227^\circ\text{C}$ . Чему равна величина ребра  $a$  икосаэдра, если каждый час он излучает в окружающий вакуум тепловую энергию  $W = 4$  МДж?



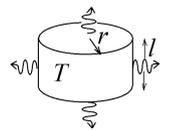
*Ответ:* 0,19 м.

**22.2.** Тонкая квадратная пластинка находится в вакууме и была нагрета до температуры  $T = 1000$  К. Верхнюю плоскость пластинки нагрели до температуры  $T_1 = 1050$  К. До какой температуры  $T_2$  надо нагреть нижнюю плоскость пластинки, чтобы мощность испускаемого всей пластинкой теплового излучения увеличилась в полтора раза?



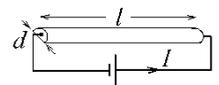
*Ответ:* 1156 К.

**22.3.** Цилиндр длиной  $l = 20$  см излучает как тело с коэффициентом поглощения  $A = 0,6$ . Радиус цилиндра  $r = 20$  см, а его температура поддерживается постоянной. За какое время  $\Delta t$  цилиндр испустит тепловую энергию  $W = 4$  МДж, если максимум его спектральной излучательной способности приходится на длину волны  $\lambda_m = 1,61$  мкм?



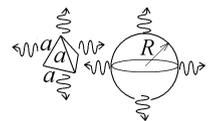
*Ответ:* 22,3 с.

**22.4.** Постоянный ток  $I = 0,3$  А протекает по прямому тонкому длинному проводнику, имеющему вид половины тонкого цилиндра, разрезанного по диаметру, равному  $d = 1,2$  мм, и нагревает его до температуры  $t^\circ = 727^\circ\text{C}$ . Найти длину  $l$  этого проводника, если его материал имеет коэффициент поглощения  $A = 0,7$ , а сопротивление проводника при данной температуре равно  $R = 6$  кОм.



*Ответ:* 4,41 м.

**22.5.** Правильный тетраэдр и шар изготовлены из материала, который можно считать абсолютно черным телом. Ребра тетраэдра  $a$  равны радиусу шара. Температура тетраэдра в два раза больше температуры шара. Во сколько раз мощность теплового излучения, испускаемого тетраэдром больше тепловой мощности, испускаемой шаром?



*Ответ:* в 2,205 раз.

**22.6.** Найти работу выхода (в эВ) для металла, из которого фотоны с импульсами  $p = 4 \cdot 10^{-27}$  кг·м/с выбивают электроны, вылетающие с максимальной скоростью  $v = 9 \cdot 10^5$  м/с.

*Ответ:* 5,20 эВ.

**22.7.** Максимальная кинетическая энергия электронов, выбиваемых фотонами с частотой  $\nu_1 = 6 \cdot 10^{15}$  Гц из металла с работой выхода  $A = 4$  эВ, в 3 раза больше максимальной кинетической энергии электронов, выбиваемых из того же металла фотонами с другой частотой  $\nu_2$ .

Чему равна частота  $\nu_2$  ?

*Ответ:*  $2,64 \cdot 10^{15}$  Гц.

**22.8.** Фотоны с импульсами  $p_1 = 3 \cdot 10^{-27}$  кг·м/с и с импульсами  $p_2$  выбивают электроны из металла с работой выхода  $A = 3$  эВ. В первом случае максимальная кинетическая энергия выбитых электронов в 4 раза меньше, чем во втором. Найти отношение импульсов  $p_2/p_1$ .

*Ответ:* 2,4.

**22.9.** Максимальная скорость вылета электронов, выбиваемых из металла с работой выхода  $A = 4$  эВ фотонами с энергией  $E_1$  в  $n = 2,5$  раза меньше максимальной скорости вылета электронов, выбиваемых из того же металла фотонами с другой энергией  $E_2 = 36$  эВ. Чему равна энергия фотона  $E_1$ ?

*Ответ:* 9,12 эВ.

**22.10.** Фотоны с энергией 3,9 эВ выбивали из металла с работой выхода 2,6 эВ электроны. Длину волны фотонов уменьшили в 6 раз. Во сколько раз увеличилась максимальная скорость выбиваемых электронов?

*Ответ:* в 4 раза.

### Занятие 23

Волны де Бройля. Соотношения неопределённостей. Волновая функция. Уравнение Шрёдингера. Движение микрочастиц в потенциальных полях.

**23.1.** Нерелятивистский электрон имел кинетическую энергию  $E_k = 36$  эВ. Величина этой энергии увеличилась на  $\Delta E_k = 64$  эВ. Во сколько раз изменилась при этом длина волны де Бройля электрона?

*Ответ:* уменьшилась в 1,667 раз.

**23.2.** Покоившаяся частица с зарядом  $q = 1,3 \cdot 10^{-16}$  Кл начинает ускоряться в постоянном электрическом поле. Чему равна величина напряженности  $E$  этого поля, если спустя промежуток времени  $t = 3$  с после начала ускорения длина волны де Бройля частицы станет равной  $\lambda_B = 4 \cdot 10^{-20}$  м?

*Ответ:* 42,5 В/м.

**23.3.** Фотоны с импульсом  $p = 4 \cdot 10^{-27}$  кг·м/с выбивают из металла электроны, наименьшая возможная длина волны де Бройля которых равна  $\lambda_B = 0,51$  нм. Чему равна величина работы выхода  $A$  электрона из этого металла (в эВ)?

*Ответ:* 1,70 эВ.

**23.4.** Состояние микрочастицы, совершающей одномерное движение, описывается волновой функцией  $\psi = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0; \\ A\sqrt{x} \cdot \exp(-\alpha x) & \text{при } x \geq 0, \end{cases}$  где  $A = 2\alpha$ ,  $\alpha = 2 \cdot 10^9$  м<sup>-1</sup>. Чему равна координата  $x$  точки, в которой плотность вероятности обнаружения частицы  $dP/dx$  максимальна?

*Ответ:* 0,25 нм

**23.5.** Волновая функция микрочастицы, зависит от единственной координаты  $x$  и имеет вид  $\psi = \begin{cases} A \cdot \exp(-\alpha x) & \text{при } x \geq 0, \\ A \cdot \exp(+\alpha x) & \text{при } x < 0, \end{cases}$  где  $A = 4 \cdot 10^5$  м<sup>-1/2</sup>. Чему равна постоянная величина  $\alpha$  (в м<sup>-1</sup>)?

*Ответ:*  $1,6 \cdot 10^{11}$  м<sup>-1</sup>.

**23.6.** Вначале состояние микрочастицы с массой  $m = 4 \cdot 10^{-29}$  кг описывалось волновой функцией  $\psi_1 = A_1 \cdot \sin(\alpha x) \cdot \exp(-\beta y)$ , а затем она поглотила фотон с энергией  $E_\phi = 5$  эВ и перешла в новое состояние, которое описывается волновой функцией  $\psi_2 = A_2 \cdot \sin(\alpha x)$ , где  $x, y$  – координаты ( $x, y \geq 0$ ),  $A_1, A_2$  – постоянные нормировочные множители,  $\alpha = 6 \cdot 10^{10}$  м<sup>-1</sup>. Принимая постоянную Планка равной  $\hbar = 10^{-34}$  Дж·с и считая потенциальную энергию микрочастицы равной нулю, найти величину постоянной  $\beta$  (в м<sup>-1</sup>). *Ответ:*  $8 \cdot 10^{10}$  м<sup>-1</sup>.

**23.7.** Первоначально состояние микрочастицы описывалось волновой функцией  $\psi = A \cdot \sin(\alpha x) \cdot \cos(\beta y) \cdot \exp(-\gamma z)$ , а затем она перешла в состояние с волновой функцией  $\psi' = A' \cdot \sin(\alpha' x) \cdot \cos(\beta y) \cdot \exp(-\gamma z)$ , где  $x, y, z$  – координаты ( $x, y, z \geq 0$ ),  $A, A'$  – постоянные нормировочные множители,  $\alpha = 5 \cdot 10^{10}$  м<sup>-1</sup>,  $\beta = 4 \cdot 10^{10}$  м<sup>-1</sup>,  $\gamma = 3 \cdot 10^{10}$  м<sup>-1</sup>. Величина энергии частицы при таком переходе увеличилась в 4 раза. Во сколько раз новая постоянная  $\alpha'$  больше постоянной  $\alpha$  (потенциальную энергию микрочастицы принять равной нулю)?

*Ответ:* в 2,2 раз.

**23.8.** Известно, что первый одномерный квантовый гармонический осциллятор

переходит из основного в третье возбужденное состояние, поглощая фотон с длиной волны  $\lambda_1 = 560$  нм, а второй одномерный квантовый гармонический осциллятор переходит из основного в четвертое возбужденное состояние, поглощая фотон с длиной волны  $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$ . Чему равна величина  $\Delta\lambda$  (в нм), если известно, что энергия первого осциллятора в третьем возбужденном состоянии в три раза больше энергии второго осциллятора в четвертом возбужденном состоянии?

*Ответ:* 1060 нм.

**23.9.** Поглотив фотон с длиной волны  $\lambda = 180$  нм, микрочастица, находящаяся в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечными стенками, перешла из второго возбужденного в четвертое возбужденное состояние. Чему равна энергия микрочастицы (в эВ) в основном состоянии?

*Ответ:* 0,431 эВ.

**23.10.** Испустив фотон с импульсом  $p = 6,4 \cdot 10^{-27}$  кг·м/с, микрочастица, находящаяся в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечными стенками, перешла из четвертого возбужденного во второе возбужденное состояние. Чему стала равной энергия микрочастицы (в эВ)?

*Ответ:* 6,75 эВ.

#### Занятие 24

Атом водорода в квантовой механике. Сложные атомы.

**24.1.** Электрон в одноэлектронном ионе находится на боровской орбите с радиусом  $r_n = 0,07963$  нм. Заряд ядра иона равен  $+6e$ . Чему равен номер  $n$  данной орбиты?

*Ответ:* 3.

**24.2.** В боровском одноэлектронном атоме электрон переходит с одной боровской орбиты на другую, радиус которой в  $36/25$  раз меньше радиуса первой орбиты. Во сколько раз при этом уменьшится величина момента импульса электрона?

*Ответ:* в 1,2 раза.

**24.3.** Электрон в атоме водорода перешел с 1-й на 6-ю боровскую орбиту, а затем, испустив фотон с **минимальной возможной** частотой, оказался в возбужденном состоянии. Фотон с какой циклической частотой  $\omega$ , соответствующей спектральной серии Лаймана, испускает затем такой возбужденный атом?

*Ответ:*  $1,982 \cdot 10^{16}$  с<sup>-1</sup>.

**24.4.** Электрон в атоме водорода перешел с 1-й на 5-ю боровскую орбиту, а потом совершил второй переход, испустив фотон с **максимальной возможной** длиной волны  $\lambda_1$ . Затем электрон совершает третий переход, испуская второй фотон с длиной волны  $\lambda_2$ , соответствующий спектральной серии Бальмера. Найти отношение  $\lambda_1/\lambda_2$  длин волн испущенных фотонов.

*Ответ:* 8,333.

**24.5.** Известно, что оболочка многоэлектронного атома полностью заполнена, а наибольшая величина орбитального магнитного момента электрона из этой оболочки равна  $p_{m \max} = 3,21261 \cdot 10^{-23}$  А·м<sup>2</sup>. Сколько электронов заполняют эту оболочку?

*Ответ:* 32.

**24.6.** Некоторая оболочка многоэлектронного атома полностью заполнена электронами, и в ней находится в  $k=16/7=2,285$  раз больше электронов, чем в последней подоболочке из этой оболочки. Какую максимальную величину орбитального момента импульса может иметь электрон из данной оболочки?

*Ответ:*  $3,651 \cdot 10^{-34}$  Дж·с.

**24.7.** В полностью заполненной оболочке многоэлектронного атома находится в  $k = 25/9=2,778$  раз больше электронов, чем в последней подоболочке А из этой оболочки. Найти отношение максимальной величины орбитального магнитного момента к максимальной величине проекции орбитального магнитного момента на выделенную ось  $z$  для электрона из этой оболочки.

*Ответ:* 1,118.

**24.8.** В полностью заполненной оболочке многоэлектронного атома находится в  $k = 16/7=2,286$  раз больше электронов, чем в последней подоболочке А из этой оболочки. Найти отношение максимальных величин орбитального магнитного момента электрона из последней подоболочки А электрона из предпоследней подоболочки В этой оболочки.

*Ответ:* 1,414.

**24.9.** В некоторой полностью заполненной электронами оболочке многоэлектронного атома находится 32 электрона. Чему равна сумма  $\Sigma|L_z|$  модулей проекций на выделенную ось  $z$  орбитальных моментов импульса всех электронов из последней, самой большой подоболочки этой оболочки?

*Ответ:*  $2,53 \cdot 10^{-33}$  Дж·с.

**24.10.** Максимальное возможное значение величины орбитального магнитного момента электрона в некоторой полностью заполненной электронами оболочке атома равно  $p_{m \max} = 2,27166 \cdot 10^{-23}$  А·м<sup>2</sup>. Чему равна сумма  $\Sigma|p_{msz}|$  модулей проекций на выделенную ось  $z$  собственных (спиновых) магнитных моментов всех электронов из последней, самой большой подоболочки этой оболочки?

*Ответ:*  $9,274 \cdot 10^{-23}$  А·м<sup>2</sup>.