

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук  
Кафедра вычислительной механики и математики

Утверждено на заседании кафедры  
«Вычислительная механика и математика»  
« 14 » января 2021 г., протокол № 5  
с учетом изменений и дополнений,  
утвержденных на заседании кафедры  
«Вычислительная механика и математика»  
« 17 » июня 2021г., протокол №10,  
вступающих в силу с 1 сентября 2021 года  
Заведующий кафедрой

 В.В. Глаголев

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ) ДЛЯ  
ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И  
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО  
ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**"Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Векторный  
анализ и элементы теории поля." ( Математика-4)**

**основной профессиональной образовательной программы  
высшего образования – программы бакалавриата**

по направлению подготовки  
**12.03.02 Опотехника**

с направленностью (профилем)  
**Оптико-электронные приборы и системы**

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 120302-01-21

**Тула 2021 год**

**ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ**  
**фонда оценочных средств(оценочных материалов)**

**Разработчик:**

Кузнецов А.В., доцент, к.ф.-м.н.  
(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)



\_\_\_\_\_  
(подпись)

## 1. Описание фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Фонд оценочных средств (оценочные материалы) включает в себя контрольные задания и (или) вопросы, которые могут быть предложены обучающемуся в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю). Указанные контрольные задания и (или) вопросы позволяют оценить достижение обучающимся планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), установленных в соответствующей рабочей программе дисциплины (модуля), а также сформированность компетенций, установленных в соответствующей общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

Полные наименования компетенций и индикаторов их достижения представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

## 2. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

### 3 семестр

**Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)**

1. Вычислить  $\iint_D \frac{3y^2}{1+x^2} dx dy$ , где  $D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$

2. Вычислить

$$\int_2^4 dx \int_{\frac{4}{x}}^x f(x, y) dy$$

3. Вычислить интеграл  $\int_L \frac{x}{y} dl$ , где  $L$  - дуга параболы  $y^2 = 2x$ , заключенная между точками  $A(2,2)$  и  $B(8,4)$

4. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (x^2 - y^2) dx$ , если  $L$  - дуга параболы  $y = x^2$  от точки  $(0;0)$  до точки  $(2;4)$ .

5. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_L (8x + 4y + 2) dx + (8y + 2) dy$ , если  $L$  - дуга параболы  $y = \frac{2}{3}x^2$  от точки  $(0;0)$  до точки  $(3;6)$ .

6. Вычислить поверхностный интеграл первого рода  $\iint_{\sigma} 2z^2 dS$  по части поверхности  $\sigma: x^2 + y^2 + z^2 = 9$ , отсекаемой плоскостью  $XOY$  ( $z \geq 0$ ).

7. Вычислить поверхностный интеграл второго рода  $\iint_{\sigma} 3xdydz - ydxdz - zdx dy$ , где  $\sigma$  – часть поверхности параболоида  $9 - z = x^2 + y^2$  (нормальный вектор  $\vec{n}$  которой образует острый угол с ортом  $\vec{k}$ ), отсекаемая плоскостью  $z = 0$ .

**Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)**

1. Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле  $\iint_D (x + 2y) dx dy$ , где

$$D: \{y = 1 - x^2, y = 0, y = x - x^2\}$$

2. Вычислить

$$\iint_D (12x^2 y^2 + 16x^3 y^3) dx dy;$$

$$D: x = 1, y = x^2, y = -\sqrt{x}.$$

3. Расставить пределы, перейдя к цилиндрическим координатам в  $\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz$ , если  $V: x^2 + y^2 = 1; x^2 + y^2 = 3z; x = 0; y = 0; z = 0 (x \leq 0; y \leq 0)$ .

4. Расставить пределы, перейдя к сферическим координатам в  $\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz$ ,

$$\text{если } V: z = -\sqrt{36 - x^2 - y^2}; z = -\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}}.$$

5. Вычислить поверхностный интеграл второго рода  $\iint_{\sigma} (x + z) dy dz + (z + y) dx dy$ ,

где  $\sigma$  – внешняя сторона цилиндра  $x^2 + y^2 = 1$ , отсекаемая плоскостями  $z = 0$  и  $z = 2$

6. Найти точку, в которой градиент функции  $z = \ln \frac{y}{x} - xy$  равен  $2\vec{i}$ .

7. В каких точках пространства градиент поля  $u = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$  перпендикулярен оси  $Oz$ ?

**Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)**

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f(x, y) dy$

2. Изменить порядок интегрирования:  $\int_2^4 dx \int_{\frac{4}{x}}^x f(x, y) dy$

3. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

$$y = 5x^2 + 2, \quad y = 7,$$

$$z = 3y^2 - 7x^2 - 2,$$

$$z = 3y^2 - 7x^2 - 5.$$

4. Найти объём тела, ограниченный поверхностями:  $z = x^2 + y^2$ ,  $y = x^2$ ,  $y = 1$ ,  $z = 0$

5. Найти работу силы  $\mathbf{F}$  при перемещении вдоль линии  $L$  от точки  $M$  к точке  $N$ .

$$\mathbf{F} = (x^2 - 2y)\mathbf{i} + (y^2 - 2x)\mathbf{j},$$

$L$ : отрезок  $MN$ ,

$$M(-4, 0), N(0, 2).$$

6. Найти поток векторного поля  $\vec{a} = x\vec{i} + z\vec{j} - y\vec{k}$  через замкнутую поверхность

$$S: \begin{cases} z = 4 - 2(x^2 + y^2), \\ z = 2(x^2 + y^2) \end{cases} \quad (\text{нормаль внешняя}).$$

7. Найти циркуляцию векторного поля  $\vec{a} = xz\vec{i} - \vec{j} + y\vec{k}$  вдоль контура

$$\Gamma: \begin{cases} z = 5(x^2 + y^2) - 1; \\ z = 4 \end{cases} \quad \text{в направлении, соответствующем движению против часовой}$$

стрелки, если смотреть из начала координат.

### 3. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

#### 3 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

1. Вычислить  $\iint_D (3yx^2 - 2x^3) dx dy$ , где  $D$ :  $0 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 2$

2. Вычислить  $\iint_D (2x + 3y) dx dy$ , где  $D: 0 \leq x \leq 10, \frac{x}{5} \leq y \leq 2$

4. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_L y \sqrt{x^2 + y^2} dl$ , если  $L: \begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 2 \sin t \end{cases}, t \in [0, \pi]$ .

5. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_L \frac{y}{x} dx + x dy$ ,  $L: y = \ln x$  от точки  $A(1; 0)$  до точки  $B(e; 1)$ .

6. Вычислить поверхностный интеграл первого рода  $\iint_{\sigma} \sqrt{1 + 4x^2 + 4y^2} dS$  по части поверхности  $\sigma: z = 2 - x^2 - y^2$ , отсекаемой плоскостью  $XOY$  ( $z \geq 0$ ).

7. Вычислить поверхностный интеграл второго рода  $\iint_{\sigma} x^2 dy dz - z^2 dx dz + z dx dy$ , где  $\sigma$  – часть поверхности параболоида  $z = 3 - x^2 - y^2$  (нормальный вектор  $\bar{n}$  которой образует острый угол с ортом  $\bar{k}$ ), отсекаемая плоскостью  $z = 0$ .

**Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)**

1. Вычислить  $\iint_D (x + 2y) dx dy$ , где  $D: \{y = 1 - x^2, y = 0, y = x - x^2\}$ .

2. Найти площадь, ограниченную линиями:  $x + 3y = 0, 4 + x = y^2$

3. Пластинка  $D$  задана ограничивающими ее кривыми,  $\mu$  – поверхностная плотность. Найти массу пластинки.

$D: x = 1, y = 0, y^2 = 4x \ (y \geq 0);$

$$\mu = 7x^2 + y.$$

4. Расставить пределы, перейдя к цилиндрическим координатам в  $\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz$ , если  $V: z = -\sqrt{x^2 + y^2}; x^2 + y^2 = 4; y = 0; z = 0 \ (y \geq 0)$ .

5. Расставить пределы, перейдя к сферическим координатам в  $\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz$ ,

если  $V: z = \sqrt{x^2 + y^2}; z = 2$ .

6. Найти угол между градиентами функции  $u = x^2 + y^2 - z^2$  в точках  $A(1; 0; 0)$  и  $B(0; 1; 0)$ .

7. Найти величину и направление наибольшего изменения функции  $u = x^2(y^2 + z)$  в точке  $M(4;1;-3)$ .

**Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)**

1. Изменить порядок интегрирования:  $\int_1^2 dx \int_x^{2x} f(x, y) dy$
2. Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле  $\iint_D x dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями  $y = 4, y = x^2$ . Изменить порядок интегрирования
3. Найти массу пластинки, ограниченной линиями  $x = 5y, x = 0, y = 2$  и имеющей переменную поверхностную плотность  $\rho = 2x + 3y$ .
4. Найти объём тела, ограниченный поверхностями:  $z = x^2 + y^2, y = x^2, y = 1, z = 0$
5. Найти массу однородной дуги циклоиды  
$$L: \begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}, t \in [0, 2\pi]$$
6. Найти поток векторного поля  $\vec{a} = 2x\vec{i} + z\vec{k}$  через замкнутую поверхность  $S: \begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ z = 2x^2 + 2y^2 + 1, z = 0 \end{cases}$  (нормаль внешняя).
7. Найти работу силы  $\vec{F} = (x^2 + 2y)\vec{i} + (y^2 + 2x)\vec{j}$  при перемещении вдоль линии  $L: 2 - \frac{x^2}{8} = y$  от точки  $M(-4,0)$  к точке  $N(0,2)$ .