МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Естественнонаучный институт

Кафедра «Начертательная геометрия, инженерная и компьютерная графика»

Утверждено на заседании кафедры
«Начертательная геометрия, инженерная и компьютерная графика»
«_29_» __01____ 2021г., протокол №_6_
Заведующий кафедрой
________________________Н.Н. Бородкин

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
самостоятельной работы
по дисциплине
«Начертательная геометрия и инженерная графика»
«Начертательная геометрия. Инженерная графика»
«Начертательная геометрия и компьютерная графика»
«Инженерная и компьютерная графика»
«Начертательная геометрия и строительное черчение»
«Инженерная графика»

Тема «Перпендикулярность геометрических элементов»

основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы бакалавриата, специалитета

по всем направлениям и специальностям подготовки

Форма(ы) обучения: *очная, очно-заочная, заочная*

Тула 2021 год

Разработчик(и) методических указаний

Васина Н.В., доцент, к.т.н.

(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание) *(подпись)*

Лобанова С.В., доцент, к.т.н., доцент

(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание) *(подпись)*

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение

Начертательная геометрия является одним из разделов геометрии, в котором пространственные объекты, представляющие собой совокупность точек, линий и поверхностей, изучаются по их проекционным отображениям. Решение задач способами начертательной геометрии осуществляется графическим путем.

Одной из основных задач начертательной геометрии является создание метода отображения пространственных фигур на плоскость и разработка способов решения позиционных и метрических задач, связанных с этими объектами, по их плоскостным отображениям.

Позиционными называются задачи на определение взаимного расположения фигур. **Метрическими** называются задачи, направленные на определение метрических характеристик геометрических объектов, а также характеристик их взаимного расположения (расстояний и углов между ними).

Любая метрическая задача на комплексном чертеже может быть решена с помощью двух основных (элементарных) метрических задач:

1. *Первая основная метрическая задача* – на определение натуральной величины отрезка. Один из способов ее решения – метод прямоугольного треугольника.

2. *Вторая основная метрическая задача* – на перпендикулярность прямой и плоскости.

Большинство позиционных и метрических задач решаются на двухплоскостном чертеже (горизонтальная и фронтальная плоскости проекций). И решения задач на перпендикулярность геометрических элементов рассмотрены на двухплоскостном чертеже.

1. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Теорема о проецировании прямого угла

Решение задач на перпендикулярность геометрических элементов основано на ***теореме о проецировании прямого угла:*** прямой угол спроецируется в натуральную величину на какую-либо плоскость проекций, если одна сторона прямого угла будет параллельной этой плоскости проекций, а вторая – не будет ей перпендикулярна [6].

1.1 Перпендикулярность прямой и плоскости

Признак перпендикулярности прямой и плоскости: если прямая, пересекающая плоскость, перпендикулярна двум прямым в этой плоскости, проходящим через точку пересечения данной прямой и плоскости, то она перпендикулярна плоскости.

Построение перпендикуляра к плоскости и восстановление перпендикуляра из плоскости называется ***прямой задачей***, а построение плоскости, перпендикулярной к прямой – ***обратной задачей***.

1.1.1 Построение прямой, перпендикулярной плоскости

Задача 1.1: Через точку K, принадлежащую плоскости Σ, построить прямую n, перпендикулярную этой плоскости. Плоскость Σ задана параллельными прямыми a и b. Анализ решения задачи проведём на пространственном чертеже (рисунок 1, *а*).

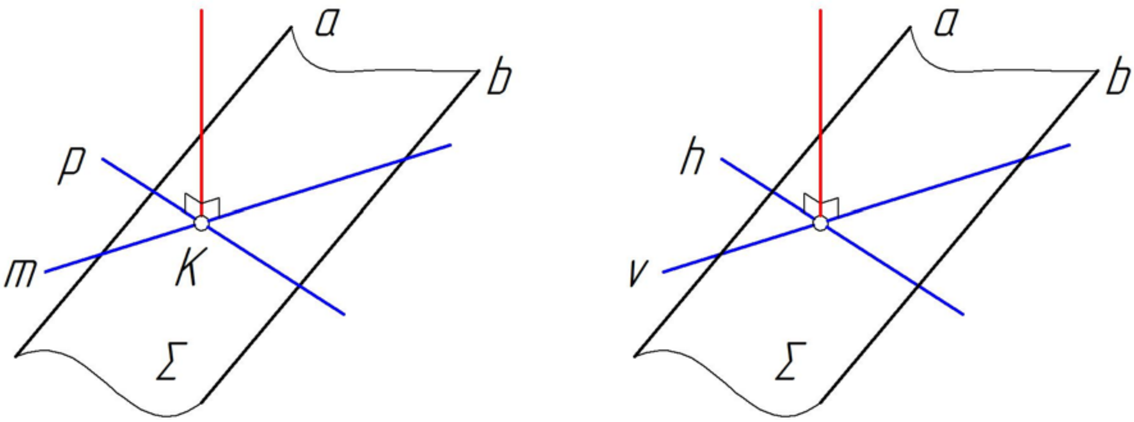
Решение:

Чтобы провести прямую $n \perp \Sigma(a \| b)$, нужно в этой плоскости взять две пересекающиеся прямые (на рисунке 1, *а* это $p \cap m = K$). Прямую n нужно строить перпендикулярно одновременно двум этим прямым.

Однако, если прямые p и m не будут прямыми общего положения, то прямой угол к ним ни на одной плоскости проекций не спроецируется в натуральную величину.

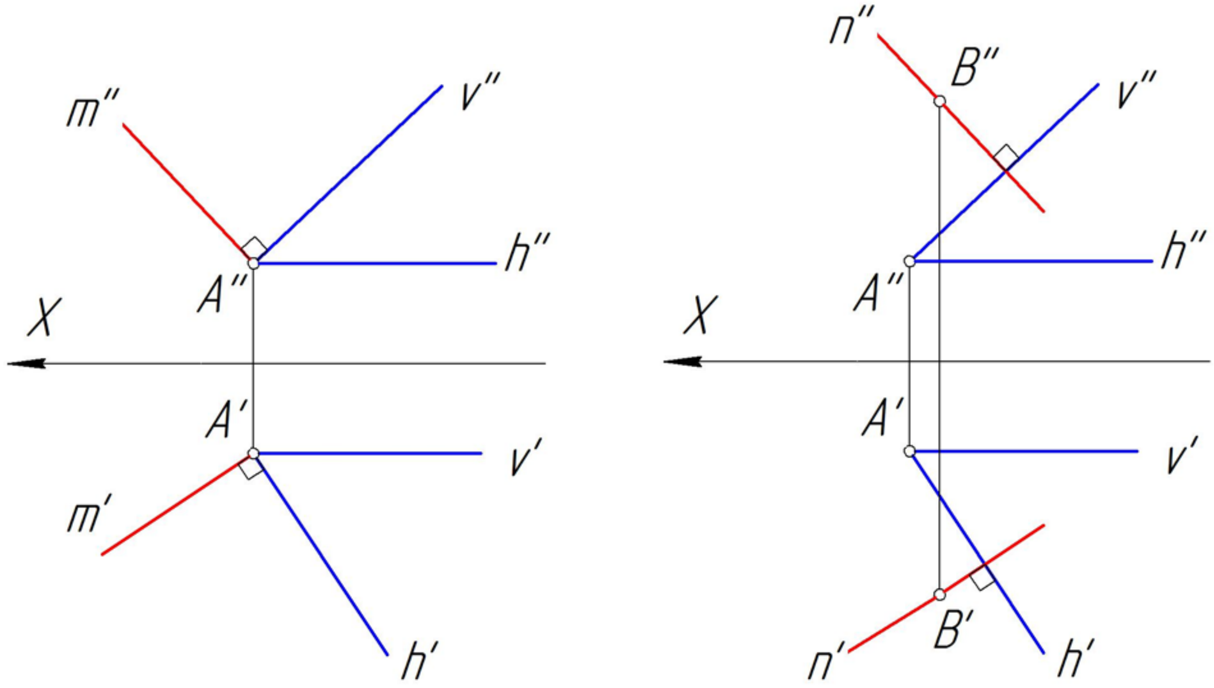
Согласно теореме о проецировании прямого угла в качестве прямых p и m выгодно взять горизонталь h и фронталь v (рисунок 1, *б*). Тогда прямой угол между прямой n и горизонталью h проецируется в натуральную величину на H (горизонтальную плоскость проекций), а прямой угол между прямой n и фронталью v – на V (фронтальную плоскость проекций).

Проекции прямой, перпендикулярной к плоскости, на комплексном чертеже перпендикулярны к соответствующим проекциям линий уровня плоскости. При построении ***прямой линии, перпендикулярной плоскости***, ее горизонтальная проекция должна быть перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали, а ее фронтальная проекция — фронтальной проекции фронтали. Это правило применяется и в случае, когда точка принадлежит плоскости (рисунок 2, *а*), и когда не принадлежит (рисунок 2, *б*). При этом плоскость может быть задана как пересекающимися горизонталью и фронталью (рисунок 2, *а, б*), так и следами (рисунок 3).



а *б*

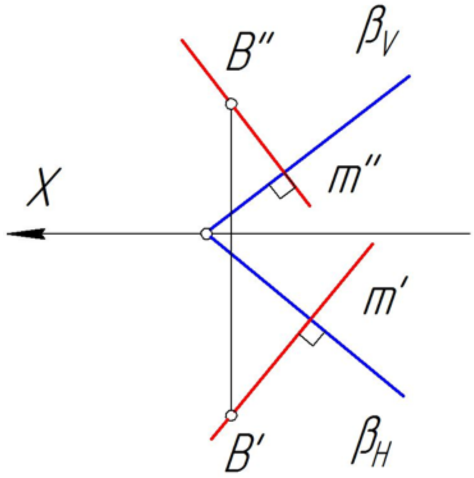
Рисунок 1



$A \in m \perp \Sigma (h \cap v = A)$ $B \in n \perp \Sigma (h \cap v = A)$

а *б*

Рисунок 2



$B \in m \perp \Sigma(\beta_H, \beta_V)$

Рисунок 3

Задача 1.2: Построить прямую n перпендикулярную плоскости Σ. Плоскость Σ задана параллельными прямыми a и b. Точка K, заданная фронтальной проекцией K'', принадлежит этой плоскости (рисунок 13, *а*).

Решение:

Для построения прямой n, перпендикулярной плоскости, необходимо перезадать эту плоскость горизонталью и фронталью.

Построения начинаем с горизонтали (рисунок 4, *б*). Через фронтальную проекцию точки K'' параллельно оси X проводим фронтальную проекцию горизонтали h'', находим точки пересечения ее с проекциями прямых ($1''$ и $2''$). Через точки $1'$ и $2'$ строим горизонтальную проекцию горизонтали h', а на ней с помощью линии связи – проекцию точки K'. Через точку K' проводим $n' \perp h'$.

Аналогично находим n'' (рисунок 4, *в*). Через горизонтальную проекцию точки K' проводим параллельно оси X горизонтальную проекцию фронтали v', находим точки пересечения ее с проекциями прямых a и b ($3'$ и $4'$). Через точки $3''$ и $4''$ строим фронтальную проекцию фронтали v''. Через точку K'' проводим $n'' \perp v''$.

Полностью решение задачи представлено на рисунке 4, *г*. Видимость прямой n при построениях не учитывалась.

Алгоритмическая запись решения:

1. $h \subset \Sigma$, $v \subset \Sigma$, $h \cap v = K$.

2. $K \in n \Rightarrow K' \in n'$, $K'' \in n''$.

3. $n \perp h \Rightarrow n' \perp h'$;

4. $n \perp v \Rightarrow n'' \perp v''$.

Итак, чтобы задать на комплексном чертеже прямую n, перпендикулярную данной плоскости Σ, достаточно построить проекции прямой n' и n'', расположив их в любом месте чертежа так, чтобы $n' \perp h'$, $n'' \perp v''$, где h и v – горизонталь и фронталь плоскости.

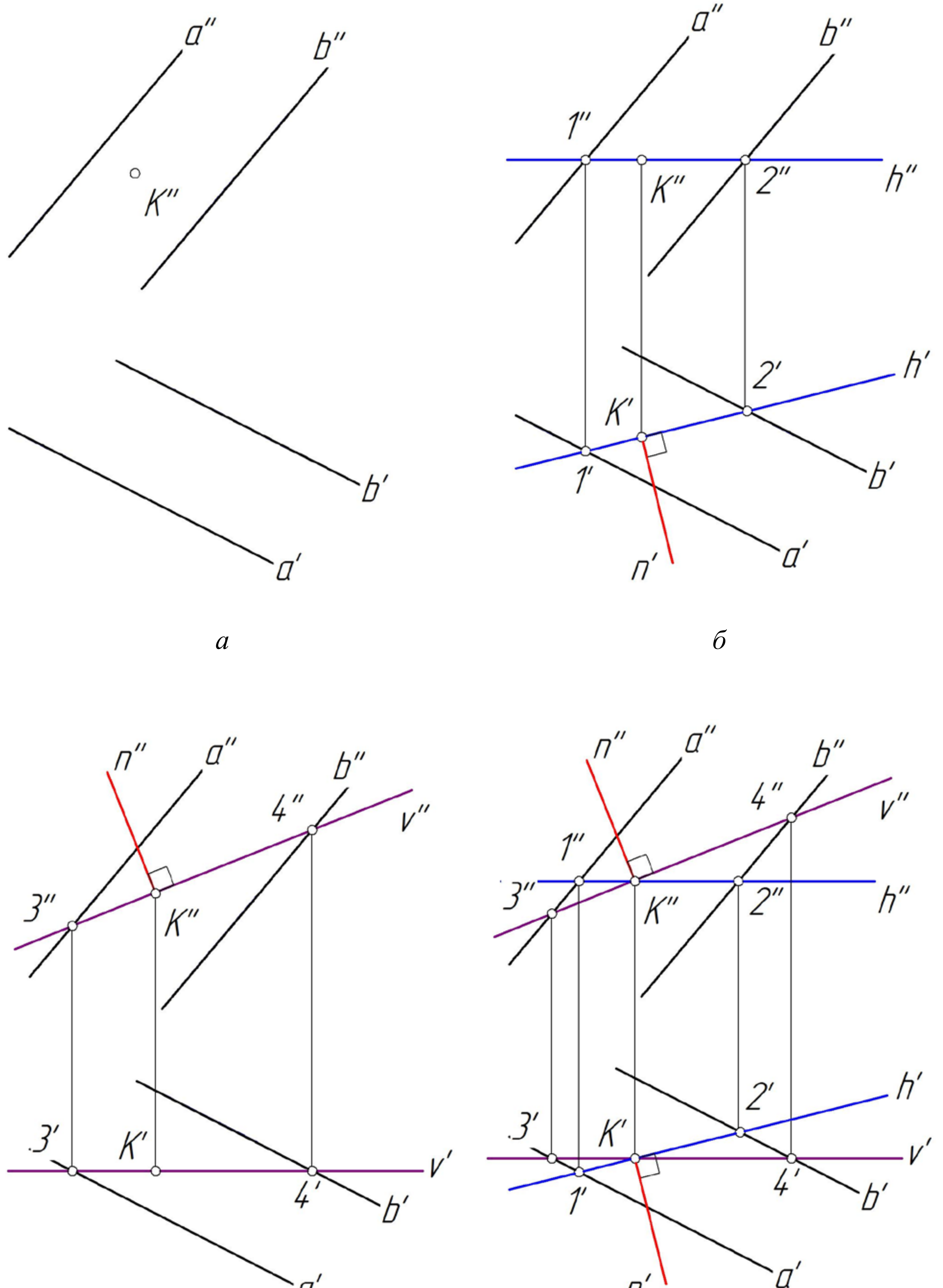


Рисунок 4

Если плоскость Σ занимает проецирующее положение, то прямая, перпендикулярная ей, является линией уровня (рисунок 5, *а, б*). Чтобы лучше понять данное утверждение, нужно вспомнить, какие прямые являются линиями уровня в проецирующих плоскостях.

Если Σ – горизонтально проецирующая плоскость (рисунок 5, *а*):

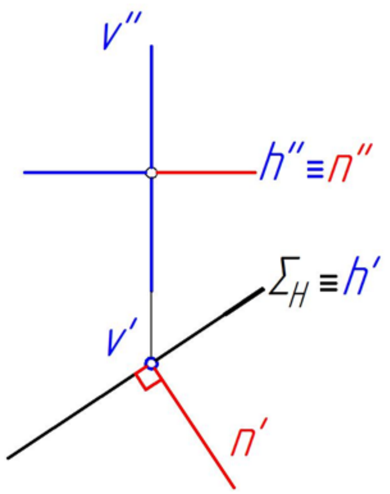
$\Sigma \perp H \Rightarrow h' = \Sigma_H,\ v \perp H,$

$n \perp h \Rightarrow n' \perp h';\ n \perp v \Rightarrow n'' \perp v'';\ \Rightarrow n$ – горизонталь.

Если Σ – фронтально проецирующая плоскость (рисунок 5, *б*):

$\Sigma \perp V \Rightarrow v'' = \Sigma_V,\ h \perp V,$

$n \perp h \Rightarrow n' \perp h';\ n \perp v \Rightarrow n' \perp v'';\ \Rightarrow n$ – фронталь.



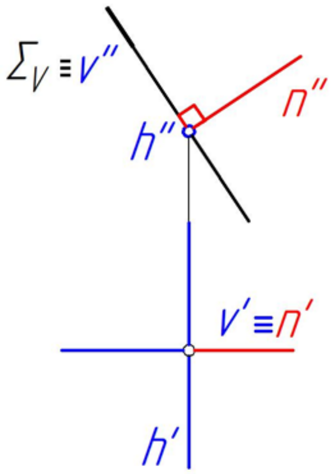


Рисунок 5

1.1.2 Построение плоскости, перпендикулярной прямой

Чтобы задать на чертеже плоскость, перпендикулярную данной прямой n, достаточно задать проекции горизонтали и фронтали этой плоскости так, чтобы $v'' \perp n''$, а $h' \perp n'$. При этом, очевидно, должно выполняться условие $h \frown v$ (рисунок 6).

Если прямая n является прямой уровня, то плоскость, перпендикулярная ей, занимает *проецирующее положение* и может быть задана своей главной проекцией – горизонтальным следом Σ_H (рисунок 7, *а*).или фронтальным следом Σ_V (рисунок 7, *б*).

Если прямая n – горизонталь (рисунок 7, *а*), то плоскость Σ, перпендикулярная ей, является горизонтально проецирующей (Σ_H). Если прямая n – фронталь (рисунок 7, *б*), то плоскость Σ, перпендикулярная ей, является фронтально проецирующей (Σ_V).

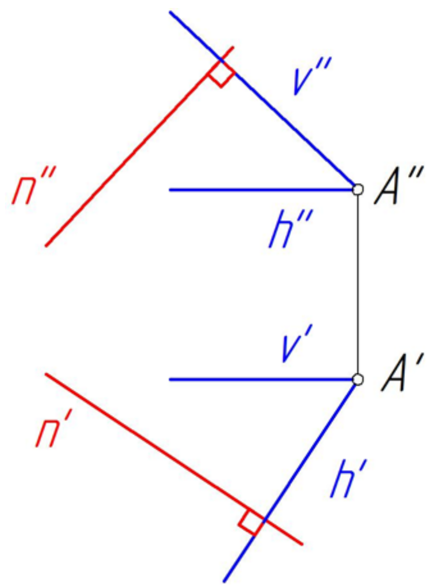
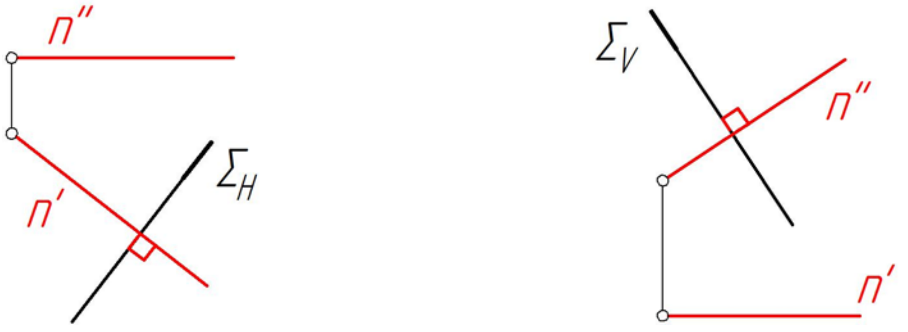


Рисунок 6

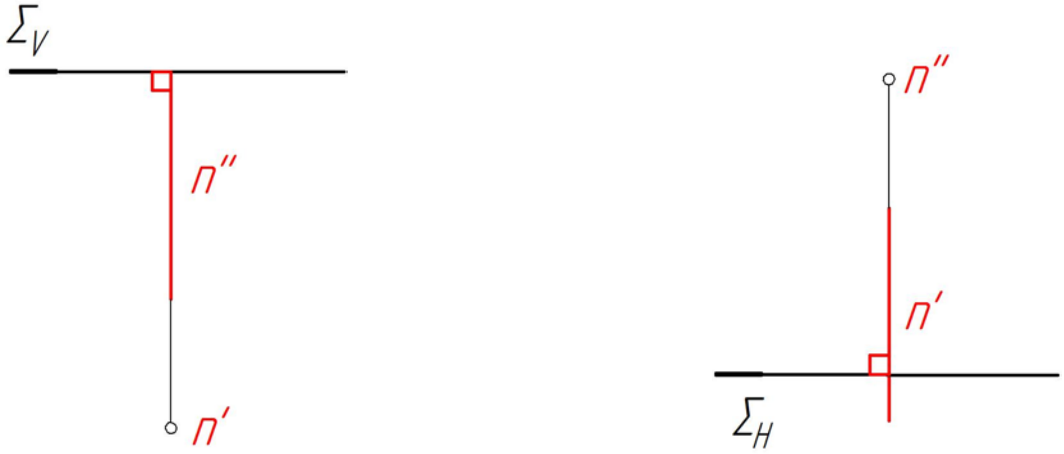


а *б*

Рисунок 7

Если прямая *n* занимает проецирующее положение, то плоскость, перпендикулярная ей, *является плоскостью уровня* (рисунок 8, *а, б*).

Если прямая *n* – горизонтально проецирующая (рисунок 8, *а*), то $\Sigma \perp n$ – горизонтальная плоскость уровня и задается фронтальным следом Σ_V. Если прямая *n* – фронтально проецирующая (рисунок 8, *б*), то $\Sigma \perp n$ - фронтальная плоскость уровня и задается горизонтальным следом Σ_H.



а *б*

Рисунок 8

1.2 Перпендикулярность плоскостей

Две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них проходит через перпендикуляр к другой. Построение таких плоскостей может быть выполнено двумя способами:

1. плоскость проводится через перпендикуляр к другой плоскости;

2. плоскость проводится перпендикулярно прямой, принадлежащей другой плоскости.

Таким образом, построение взаимно перпендикулярных плоскостей общего положения сводится к построению взаимно перпендикулярных прямой и плоскости.

***Задача 1.3*:** Через точку K, взятую вне плоскости $\alpha(\Delta ABC)$, провести плоскость $\Sigma(m \cap n = K) \perp \alpha$ (рисунок 9, *а*).

Решение:

Построение выполняем первым способом. Одна из прямых m или n, задающих плоскость Σ, должна быть перпендикулярна плоскости α. Пусть это будет n.

1. В плоскости α строим горизонталь h и фронталь v (рисунок 9, *б*).

2. Через точку K' проводим $n' \perp h'$, а через K'' проводим $n'' \perp v''$. Следовательно, $n \perp \alpha$. Прямую m, проходящую через точку K, задаём произвольно (рисунок 9, *в*).

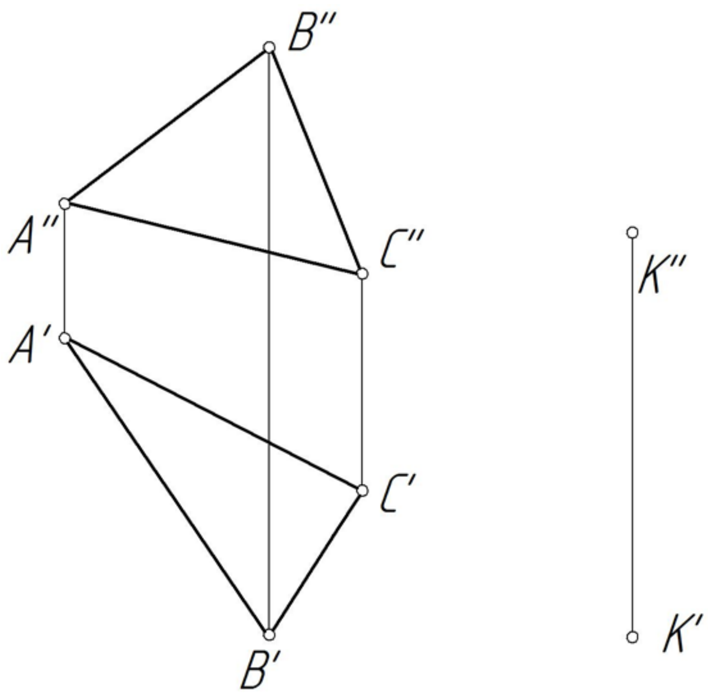
3. Таким образом, $\Sigma(n \cap m) \perp \alpha(\Delta ABC)$.

Алгоритмическая запись решения:

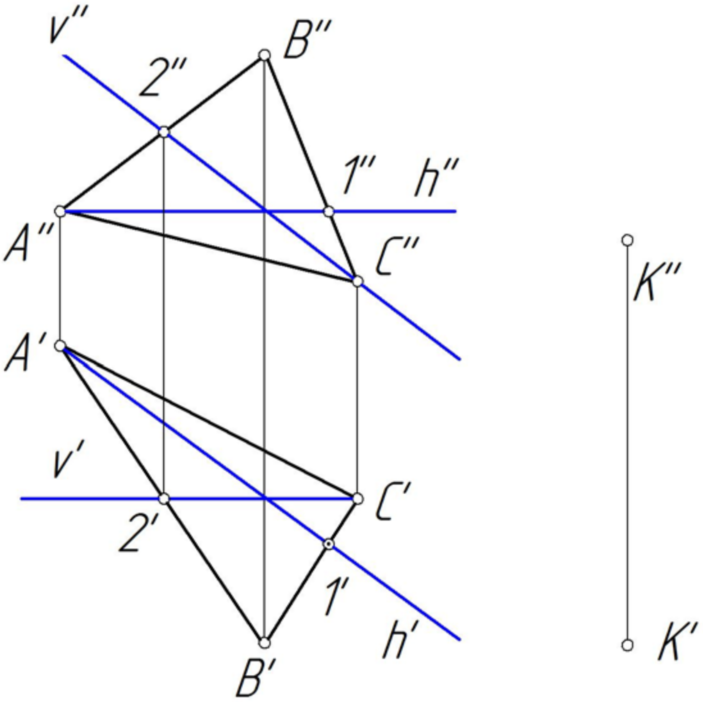
1. $h \subset \alpha \Rightarrow h'' \Rightarrow h',\ v \subset \alpha \Rightarrow v' \Rightarrow v'';$

2. $\Sigma = m \cap n = K,\ n \perp \alpha \Rightarrow n' \perp h',\ n'' \perp v''.$

3. $\Sigma(n \cap m) \perp \alpha(\Delta ABC).$

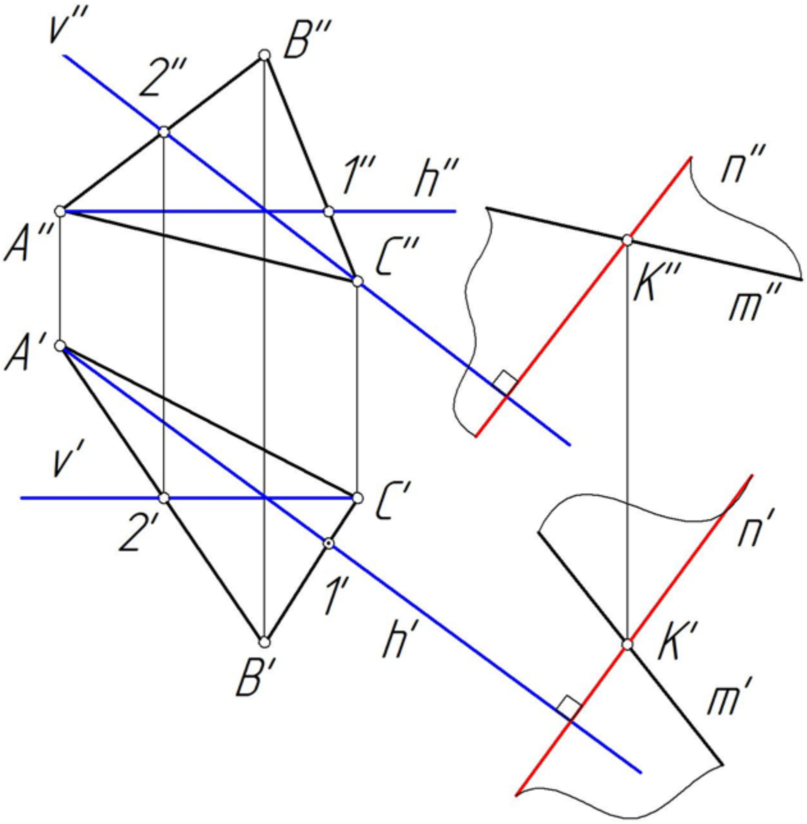


а



б

Рисунок 9



в

Рисунок 9 (продолжение)

Задача 1.4: Через точку *B*, взятую вне плоскости $\alpha(a\frown b)$ провести плоскость $\Sigma(h\frown v)\perp\alpha$ (рисунок 10, *а*).

Решение:

Построение выполняем вторым способом. В плоскости $\alpha(a\frown b)$ выбираем прямую, относительно которой будем выполнять дальнейшие построения. Пусть это будет *b*.

1. Необходимо построить проекции пересекающихся горизонтали и фронтали таким образом, чтобы эти прямые были перпендикулярны прямой *b*.

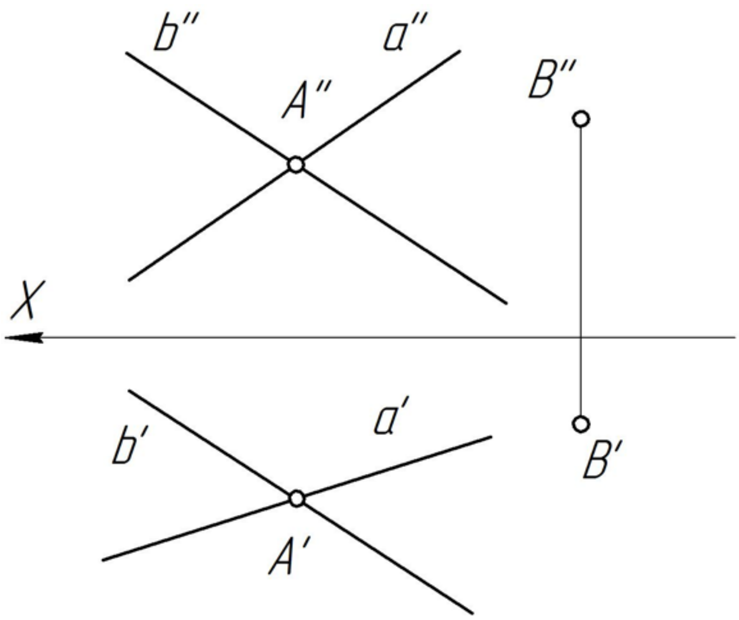
Через точку B' проводим $h'\perp b'$ и $v'//OX$, а через B'' проводим $v''\perp b''$ и $h''//OX$. (рисунок 10, *б*). Таким образом, $b\perp\Sigma(h\frown v)$.

2. Так как в плоскости α есть прямая, перпендикулярная другой плоскости, то плоскости перпендикулярны. Следовательно, $\Sigma(h\frown v)\perp\alpha(a\frown b)$.

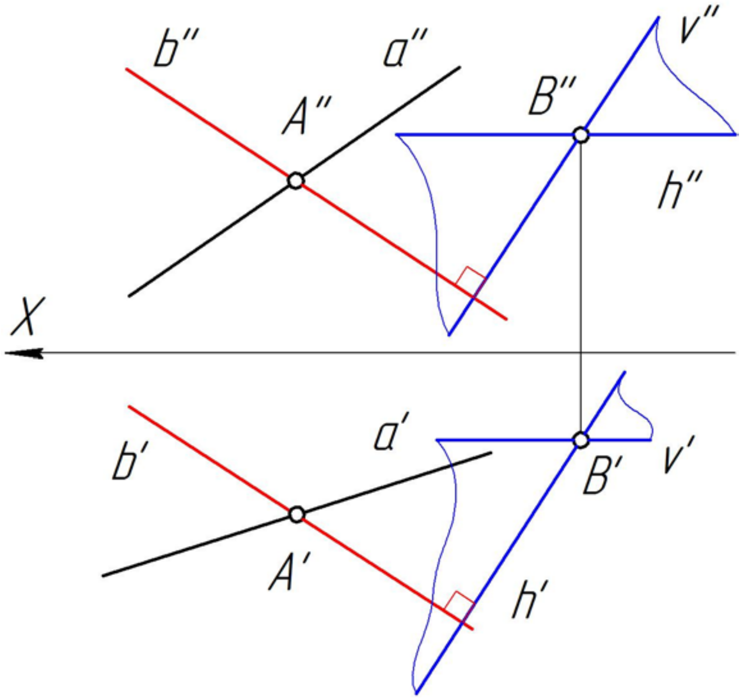
Алгоритмическая запись решения:

1. $\Sigma=(h\frown v=B)$, $b\perp\Sigma \Rightarrow h'\perp b'$, $h''//OX$, $v'//OX$, $v''\perp b''$.

2. $\Sigma(h\frown v)\perp\alpha(a\frown b)$.



а



б

Рисунок 10

1.3 Перпендикулярность двух прямых

Две прямые взаимно перпендикулярны только в том случае, если через каждую из них можно провести плоскость, перпендикулярную другой прямой.

Так как прямой угол между прямыми общего положения искажается на обеих плоскостях проекций, то решение задач на построение таких взаимно перпендикулярных прямых приходится сводить к задаче на построение взаимно перпендикулярных прямой и плоскости.

Задача 1.5: Через точку *К*, взятую на прямой общего положения *m*, провести прямую *n*, тоже общего положения, перпендикулярную *m* (рисунок 11, *а*).

Решение:

1. Через точку *К* проводим плоскость *Σ*, перпендикулярную прямой *m*. Плоскость задаём пересекающимися горизонталью и фронталью (рисунок 11, *б*), причём, $h'\perp m'$, а $v''\perp m''$, $v'//OX$, $h''//OX$.

2. Так как плоскость $\Sigma(h\frown v)\perp m$, то в этой плоскости можно взять некоторую прямую общего положения *n*, которая будет перпендикулярна *m*. Построения можно начинать на любой плоскости проекций.

Известно, что прямую определяют две точки. Задаём произвольно *n'* – горизонтальную проекцию прямой *n*, проходящую через проекцию *К'* (рисунок 11, *в*). На горизонтальной проекции *n'* произвольно возьмём ещё одну точку *Р*, задав ее проекцией *Р'*.

Чтобы построить фронтальную проекцию точки *Р*, проводим в плоскости *Σ* через *Р'* прямую *12* (задаем ее горизонтальной проекцией *1'2'*). Построив по линиям связи проекцию *1''2''*, определяем проекцию *Р''* и проводим через *Р''* и *К''* прямую *n''* – строим фронтальную проекцию прямой *n* в плоскости *Σ*..

3. Таким образом, прямая *n*, принадлежащая плоскости *Σ*, перпендикулярна прямой *m*.

Алгоритмическая запись решения:

1. $\Sigma(h\frown v=K)\perp m$; $h\perp m \Rightarrow h'\perp m'$, $h''//OX$, $v\perp m \Rightarrow v''\perp m''$, $v'//OX$.
2. $n=PK$, $n\subset\Sigma$, $n'=P'K'$; $P'\in 1'2' \Rightarrow P'\in\Sigma \Rightarrow P'' \Rightarrow n''$.
3. $n\subset\Sigma \Rightarrow n\perp m$.

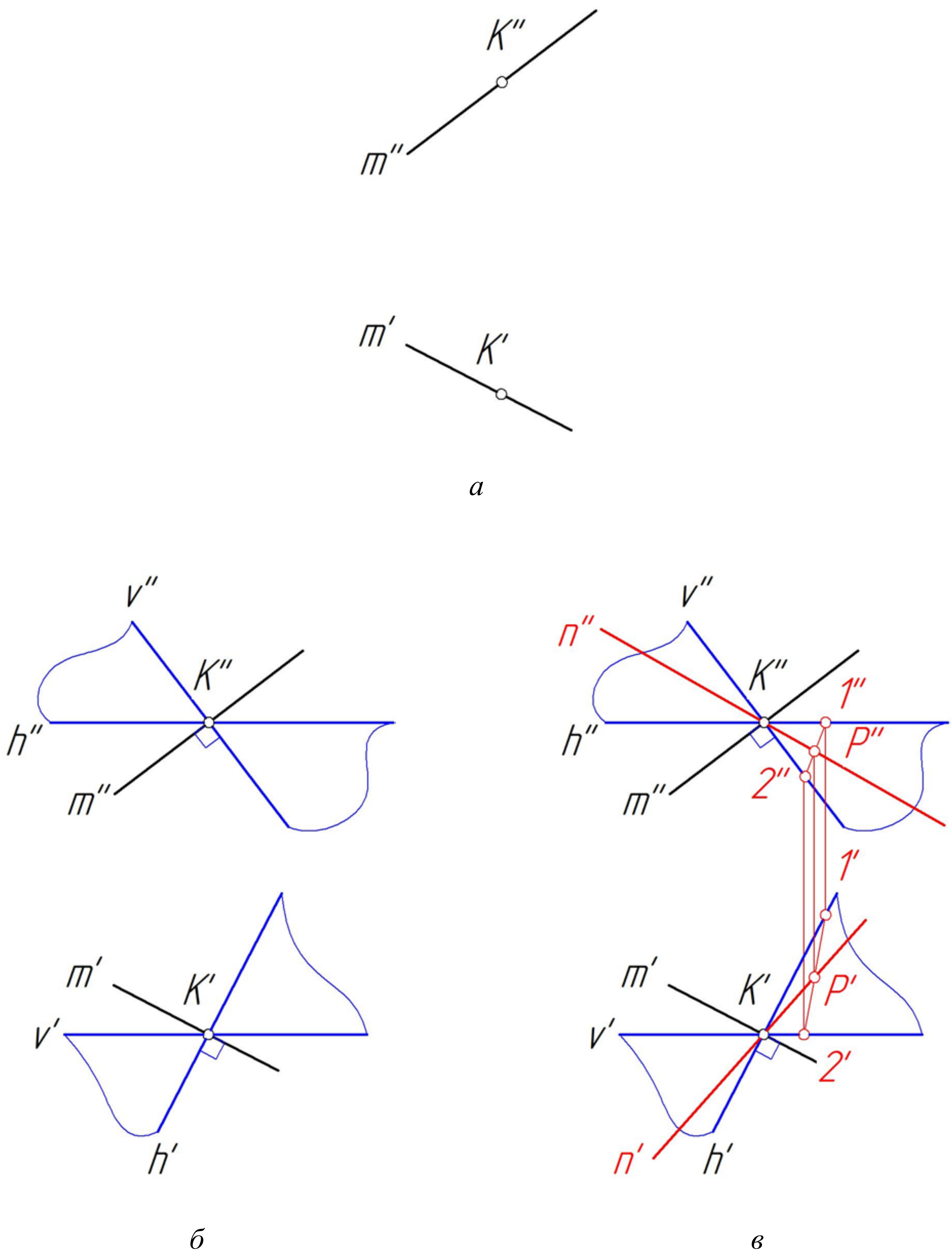


Рисунок 11

2. ПОЗИЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

При решении метрических задач часто приходится решать позиционные задачи, к которым относятся:

- определение линии пересечения плоскостей;
- определение точки пересечения прямой и плоскости.

2.1 Пересечение плоскостей

Две плоскости пересекаются по прямой линии. А поскольку прямая определяется двумя точками, построение линии пересечения плоскостей сводится к нахождению проекций двух ее точек.

Если одна из пересекающихся плоскостей занимает частное положение, то линию пересечения находят без дополнительных построений.

На рисунке 12 горизонтально проецирующая плоскость α пересекается с плоскостью, заданной треугольником ABC. Согласно собирательному свойству проецирующих плоскостей, горизонтальная проекция линии пересечения заданных плоскостей $e'(1'2')$ лежит на горизонтальном следе проецирующей плоскости α.

Фронтальную проекцию линии пересечения e'' определяем по признаку принадлежности прямой плоскости (через определение фронтальных проекций точек *1* и *2*).

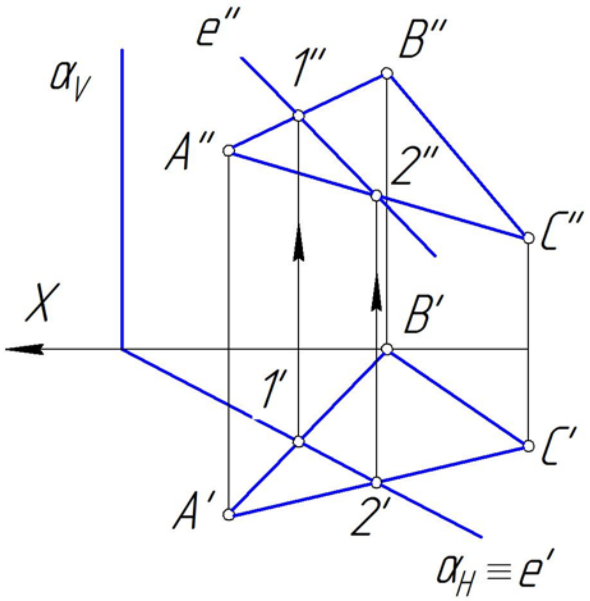
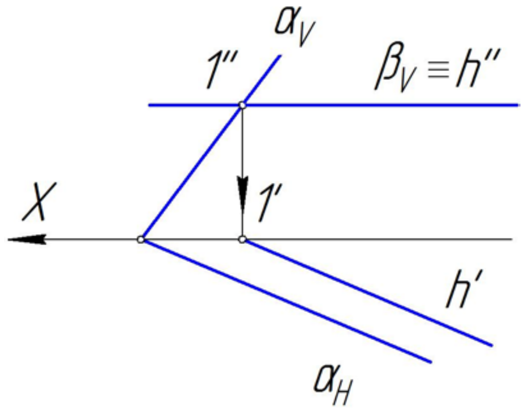


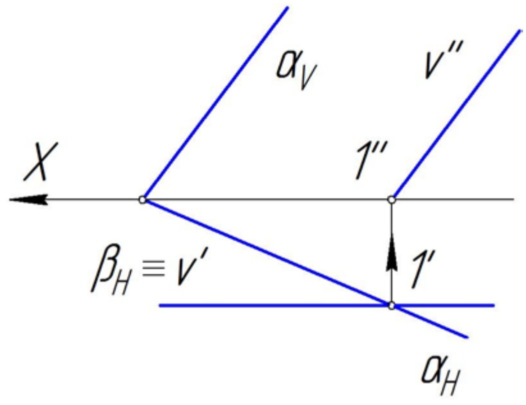
Рисунок 12

Если одна из пересекающихся плоскостей – плоскость уровня, то линия пересечения является линией уровня. Для горизонтальной плоскости уровня линия пересечения будет являться горизонталью (рисунок 13, *а*), для фронтальной плоскости уровня – фронталью (рисунок 13, *б*).

Если плоскости, одна из которых является плоскостью уровня, задаются следами, достаточно определить одну общую точку и направление линии пересечения плоскостей (рисунок 13, *а, б*).



а



б

Рисунок 13

Для определения линии пересечения двух плоскостей общего положения применяют ***способ вспомогательных секущих плоскостей***.

Задача 2.1**:** На рисунке 14, *а, б* изображены плоскости общего положения $\sigma(a//b)$ и $\lambda(\Delta ABC)$, для которых требуется найти линию пересечения.

Решение: Нахождение общих для плоскостей σ и λ двух точек M и N проводится введением двух параллельных плоскостей частного положения – горизонтально проецирующих τ_{V1} и τ_{V2}.

1. Вводим первую вспомогательную проецирующую плоскость τ_{V1} (рисунок 14, *в, г*).

Плоскость τ_{V1} пересекает плоскость σ по прямой n_1 *(12)*, а плоскость λ – по прямой n_2 (*34*).

Прямые *12* и *34* пересекаются в точке M, общей для плоскостей σ и λ, а значит – принадлежащей линии пересечения этих плоскостей.

2. Вводим вторую вспомогательную проецирующую плоскость τ_{V2} (рисунок 14, *д, е*).

Плоскость τ_{V2} пересекает плоскости σ и λ по прямым, которые задаются точкой и направлением, т.к. $\tau_{V2}||\tau_{V1}$: n_3 (точка *5* и $n_3||n_1$) и n_4 (точка *6* и $n_4||n_2$).

Прямые n_3 и n_4 пересекаются в точке N, общей для плоскостей σ и λ, а значит, также принадлежащей линии пересечения этих плоскостей.

в) Соединив найденные точки M и N, получим искомую линию пересечения плоскостей σ и λ (рисунок 14, *ж, з*).

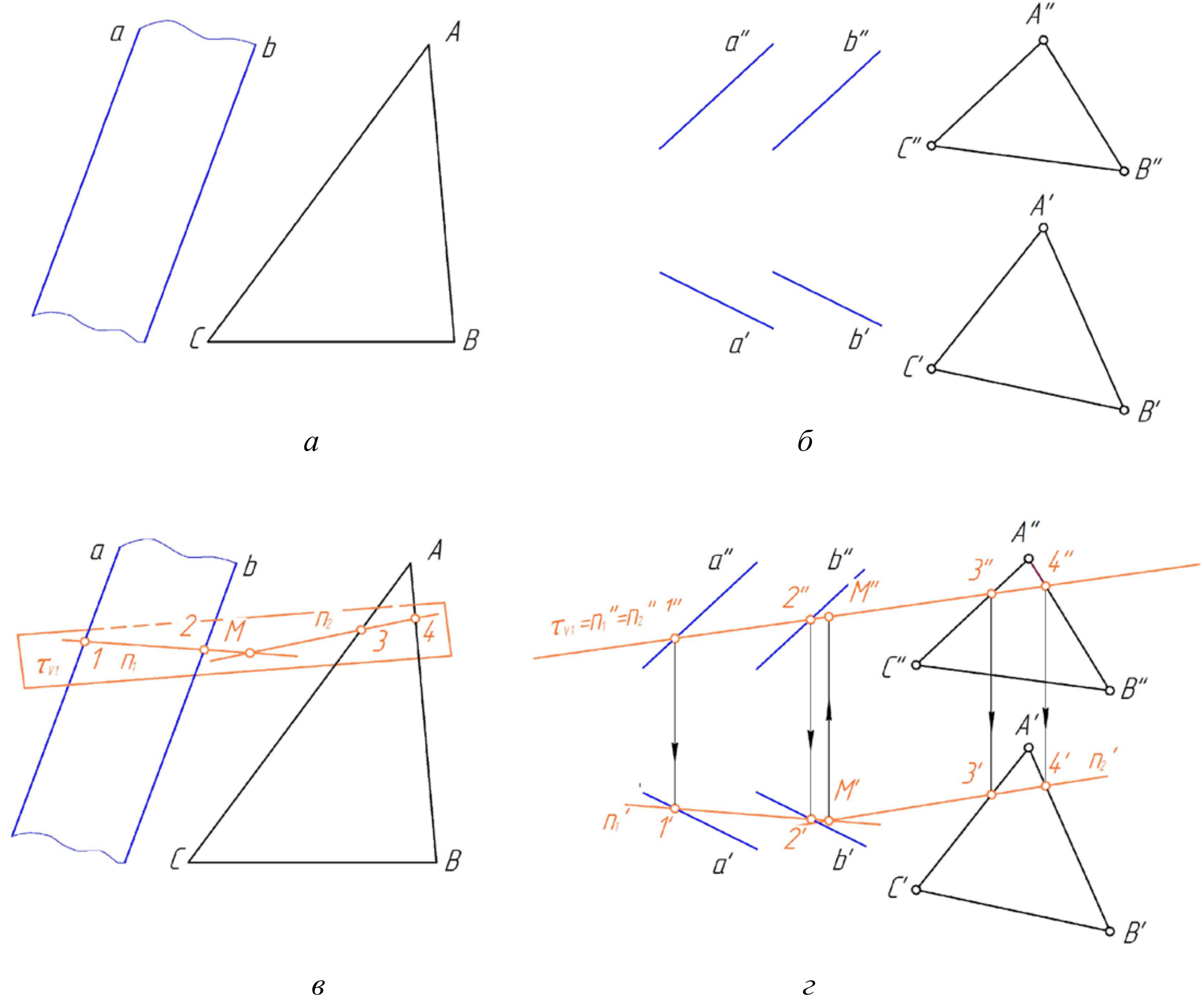

a
b
A
C
B
a
a''
b''
A''
C''
B''
a'
b'
A'
C'
B'
б
a
b
A
2
M
n2
τv1
1
n1
3
4
C
B
в
a''
b''
A''
τv1 =n1''=n2'' 1''
2''
M''
3''
4''
C''
B''
A'
3'
4'
n2'
M'
n1'
1'
2'
a'
b'
C'
B'
г

Рисунок 14

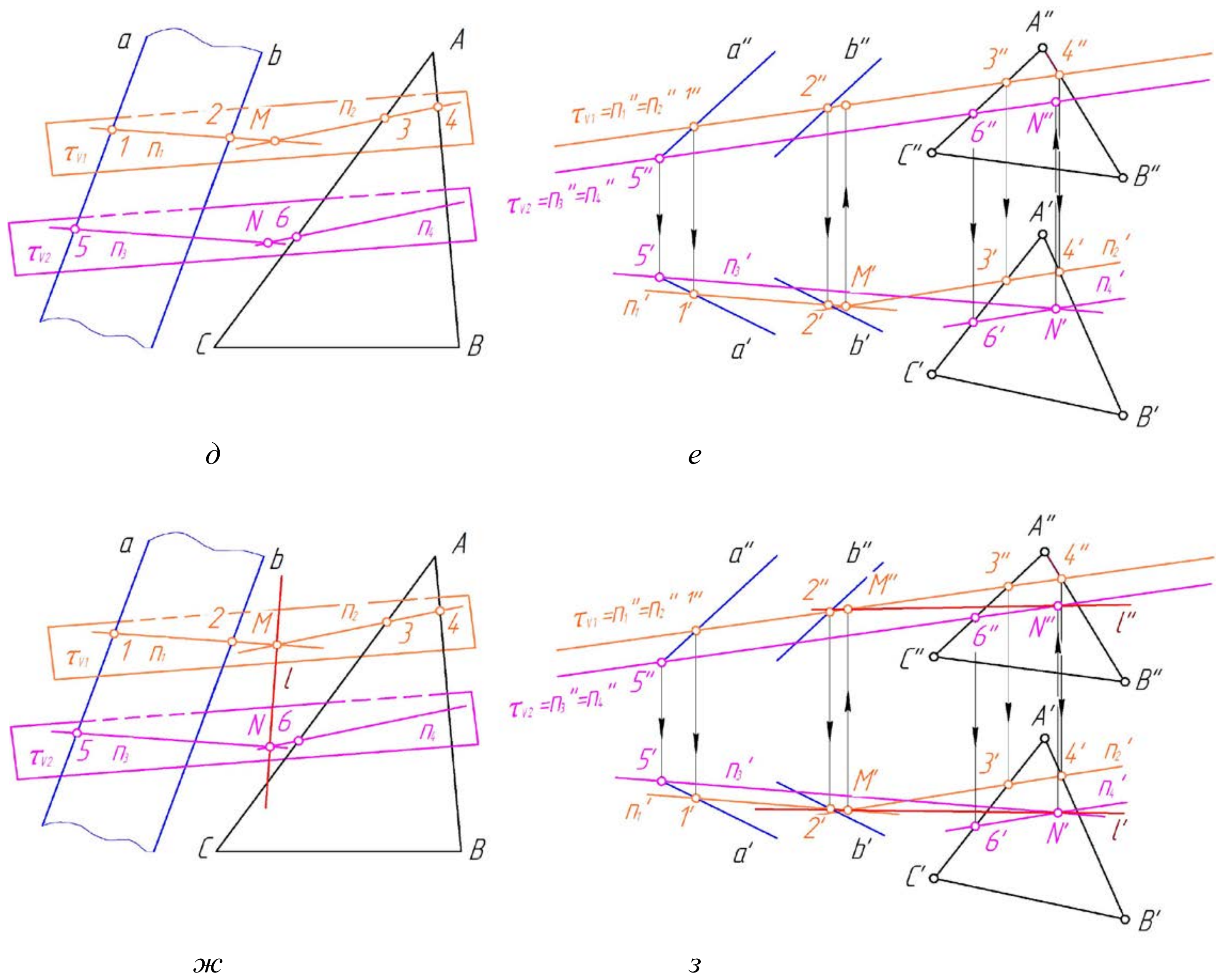


Рисунок 14 (продолжение)

2.2 Пересечение прямой линии с плоскостью

Для определения точки встречи прямой l с плоскостью α необходимо выполнить следующие операции (рисунок 15):

1. провести через прямую вспомогательную проецирующую плоскость ($l \in \beta$);

2. найти линию пересечения данной плоскости β со вспомогательной плоскостью ($\alpha \cap \beta = m$);

3. определить точку пересечения данной прямой с найденной линией пересечения плоскостей ($l \cap m = K$);

4. определить видимость прямой.

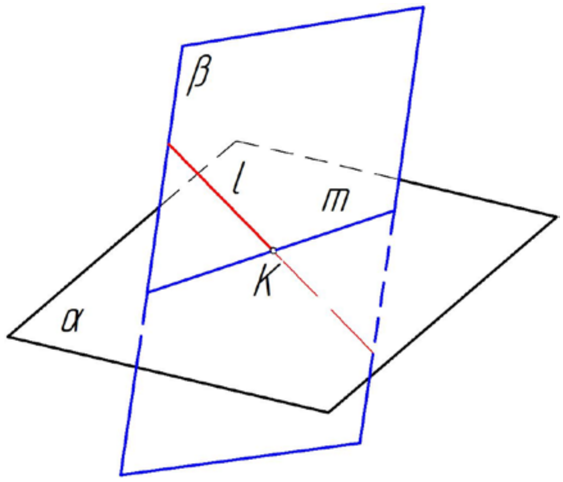


Рисунок 15

На рисунке 16 дана пространственная схема решения задачи, в которой прямая пересекается с плоскостью, заданной следами. В качестве вспомогательной плоскости взята горизонтально проецирующая плоскость.

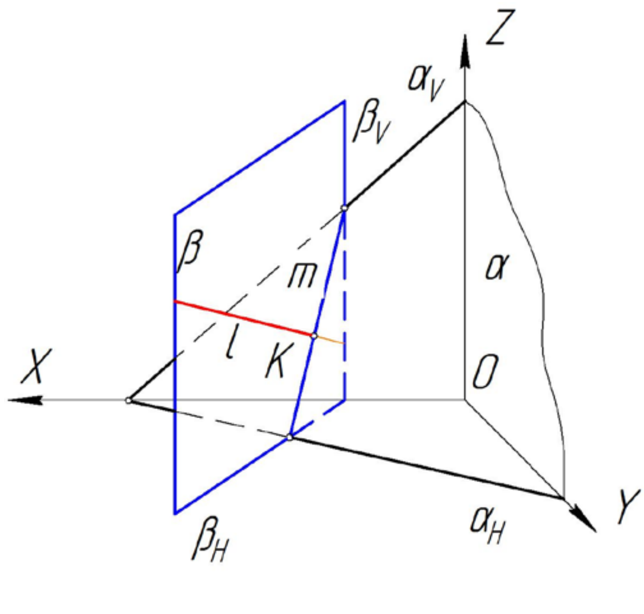


Рисунок 16

Задача 2.2: Найти точку пересечения прямой l и плоскости $\alpha(\Delta ABC)$ (рисунок 26, *а*).

Решение:

1. Проведем через прямую l вспомогательную горизонтально проецирующую плоскость τ_H (рисунок 16, *б*). Ввиду собирательного свойства проецирующих плоскостей горизонтальный след этой плоскости совпадет с горизонтальной проекцией прямой l (l').

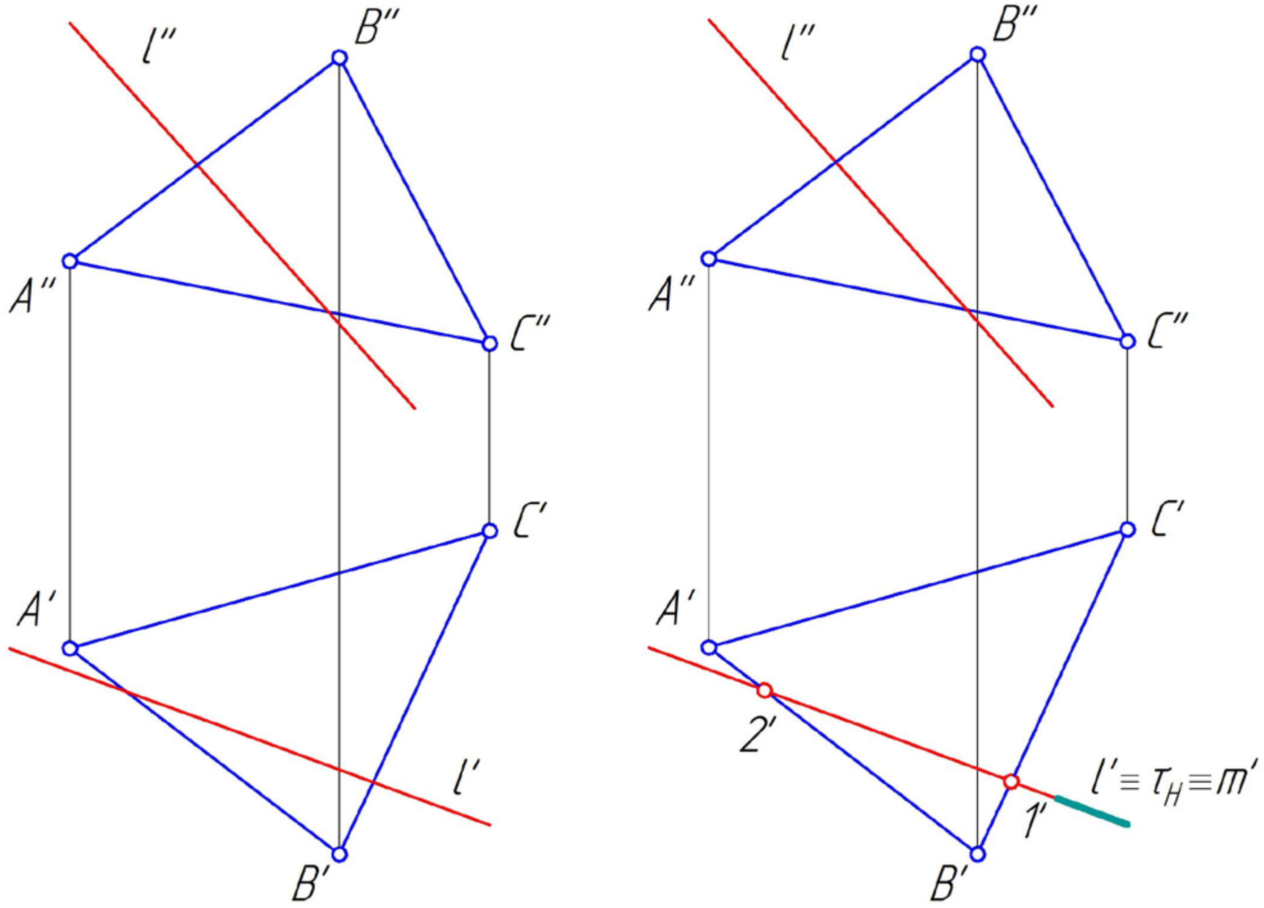
2. Определяем линию пересечения двух плоскостей: данной $\alpha(\Delta ABC)$ и вспомогательной τ_H — прямую m (рисунок 17, *б*).

По горизонтальной проекции m' находим фронтальную проекцию m'' (рисунок 17, *в*).

3. Определяем точку пересечения найденной линии пересечения плоскостей m с данной прямой l (рисунок 17, *г*).

Сначала на пересечении фронтальных проекций прямых l и m (l'' и m'') определяем фронтальную проекцию точки их пересечения M''. Затем по линии связи находим ее горизонтальную проекцию M'.

Точка M, принадлежащая как плоскости $\alpha(\Delta ABC)$, так и проецирующей плоскости τ_H, будет искомой точкой встречи прямой l с плоскостью α.



а *б*

Рисунок 17

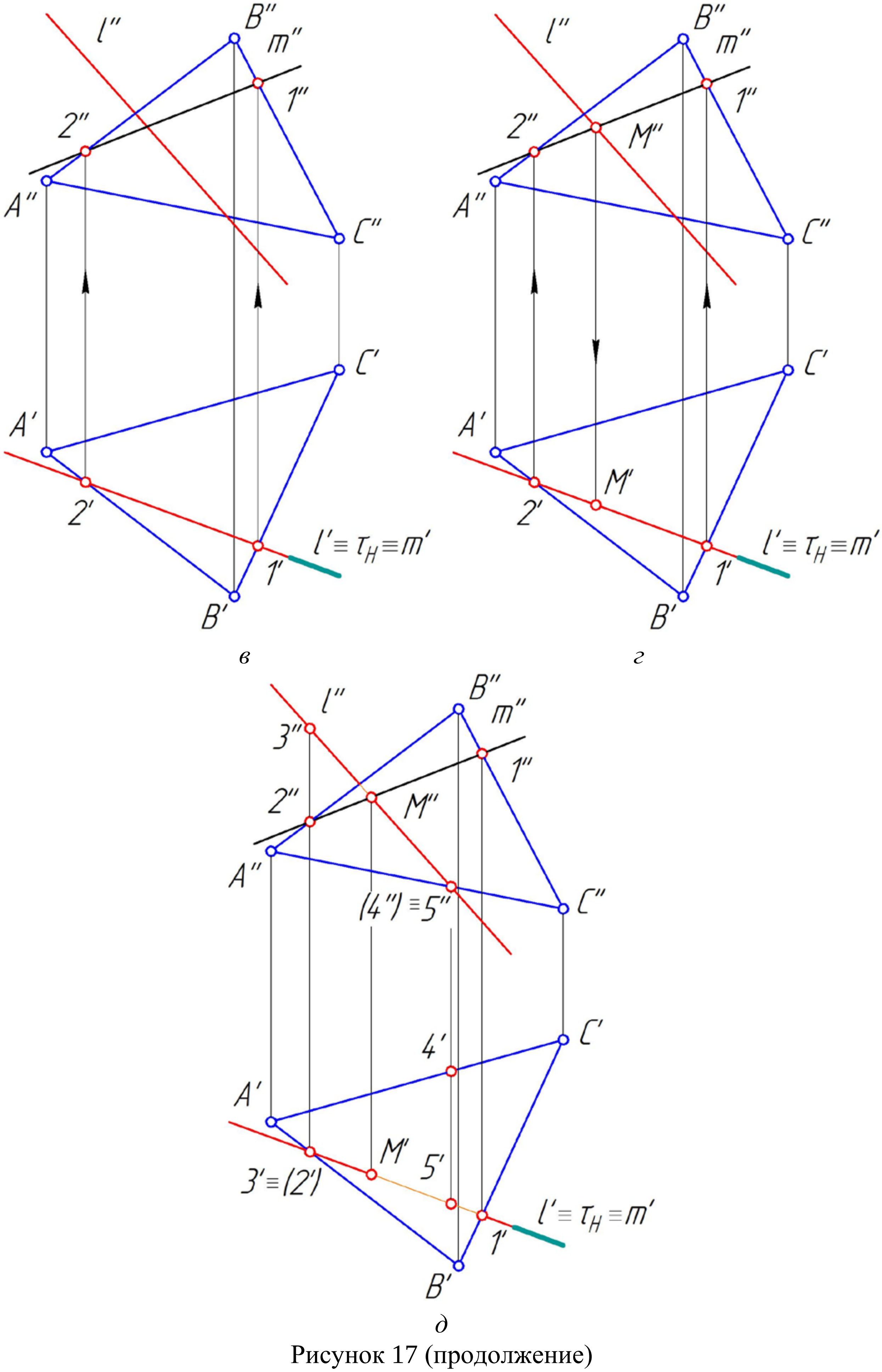


Рисунок 17 (продолжение)

4. Определяем видимость прямой (рисунок 17, *д*).

а) Для определения видимости прямой *l* на горизонтальной плоскости проекций рассмотрим две произвольные конкурирующие точки, например точки *2* и *3* (точка *2* принадлежит отрезку *AB*, а точка *3* — прямой *l*).

Координата *Z* точки *3* больше, следовательно, на горизонтальной плоскости проекций прямая *l* на участке от точки *3* до точки *M* расположена выше плоскости α и является видимой.

б) Для определения видимости прямой *l* на фронтальной плоскости проекций рассмотрим две другие конкурирующие точки, например точки *4* и *5* (точка *4* принадлежит прямой *AC*, а точка *5* — прямой *l*).

Координата *Y* точки *5* больше, следовательно на фронтальной плоскости проекций прямая *l* на участке от точки *M* до точки *5* расположена перед плоскостью и является видимой.

3. ЗАДАЧИ ПО ТЕМЕ «ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ»

К таким задачам относятся: задачи на определение расстояний от точки до прямой, до плоскости, до поверхности; между параллельными и скрещивающимися прямыми; между параллельными плоскостями и т. п.

Все эти задачи объединяют три обстоятельства:

во-первых, поскольку кратчайшим расстоянием между такими фигурами является перпендикуляр, то все они сводятся к построению взаимно перпендикулярных прямой и плоскости.

во-вторых, в каждой из этих задач необходимо определять натуральную длину отрезка, то есть решать вторую основную метрическую задачу.

в-третьих, это сложные по составу задачи, они решаются в несколько этапов, и на каждом этапе решается отдельная, небольшая конкретная задача.

Рассмотрим решение некоторых задач.

3.1 Задачи на построение к плоскости перпендикуляра заданной длины

Задача 3.1: Найти точку *C*, удаленную на *20 мм* от плоскости, заданной пересекающимися в точке *A* горизонталью и фронталью (рисунок 18, *а*).

Решение:

В этой задаче необходимо построить перпендикуляр к плоскости, на котором отложим *20 мм*.

1. Из точки *A* строим прямую *l* перпендикулярную плоскости $\alpha(h \frown v = A)$ (рисунок 18, *б*).

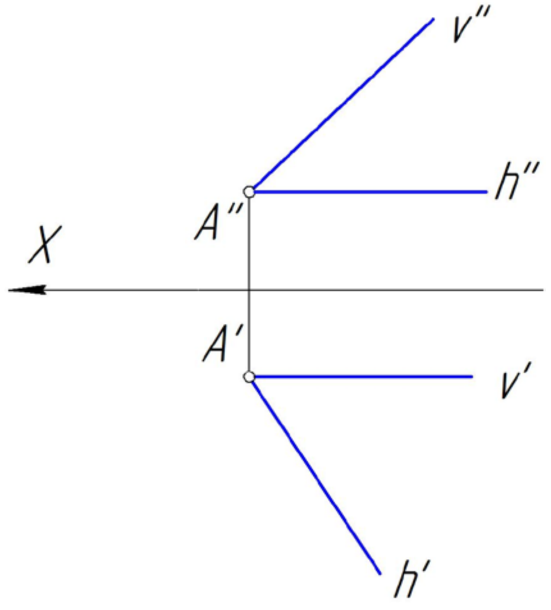
2. На прямой *l* произвольно задаем точку *B* и определяем натуральную величину отрезка *AB* (рисунок 18, *в*).

3. На натуральной величине *AB* откладываем *20 мм* – определяем положение точки *C* (рисунок 18, *г*).

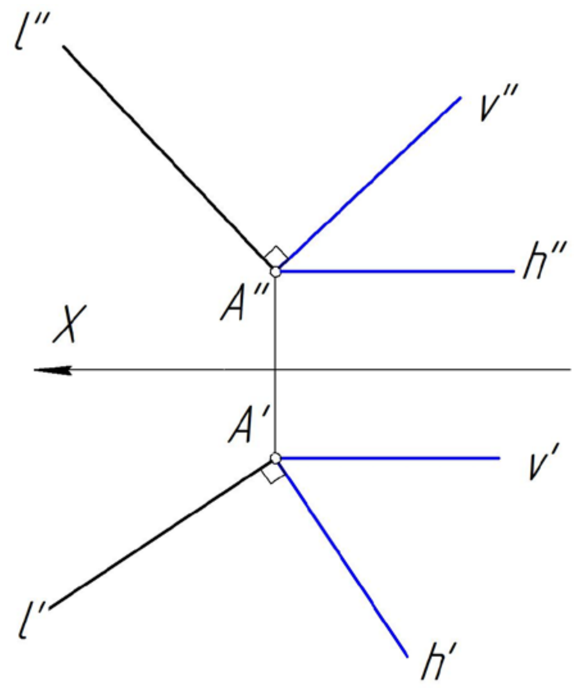
Алгоритмическая запись решения:

1. $A \in m \perp \Sigma(h \frown v = A)$.
2. *B* – произвольная, *Н.В. [AB]*.
3. На *Н.В. [AB]* $\Rightarrow$ *НВ [AC]= 20 мм*.

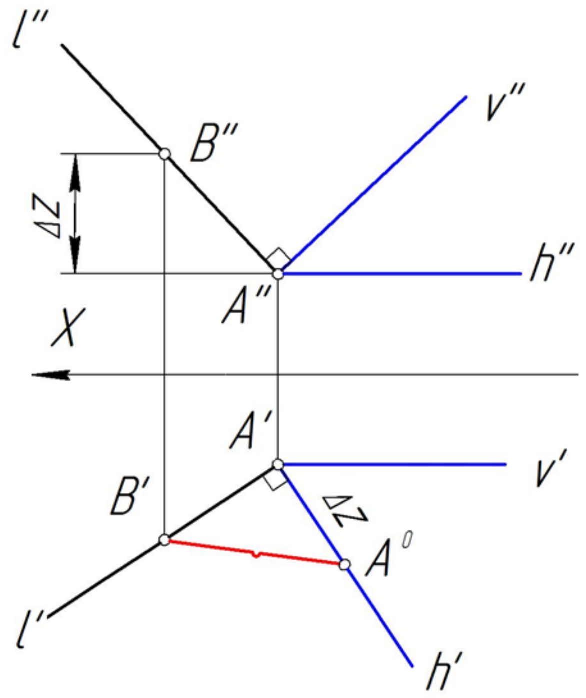
Используя алгоритм решения ***задачи 3.1***, приведенной на рисунке 18, решаем ряд задач.



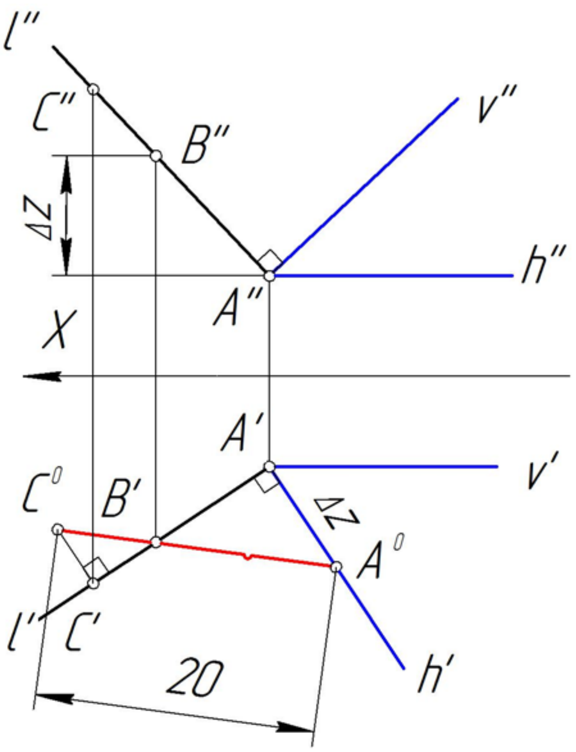
а



б



в



г

Рисунок 18

Задача 3.2: Построить плоскость β, параллельную плоскости $\alpha(h \cap v)$ и отстоящую от нее на расстоянии *20 мм* (рисунок 19, *а*).

Решение:

При решении задачи сначала выполняем пункты 1-3 ***задачи 3.1.***

1. Из точки *A* строим прямую *l* перпендикулярную плоскости $\alpha(h \cap v = A)$ (рисунок 19, *б*).

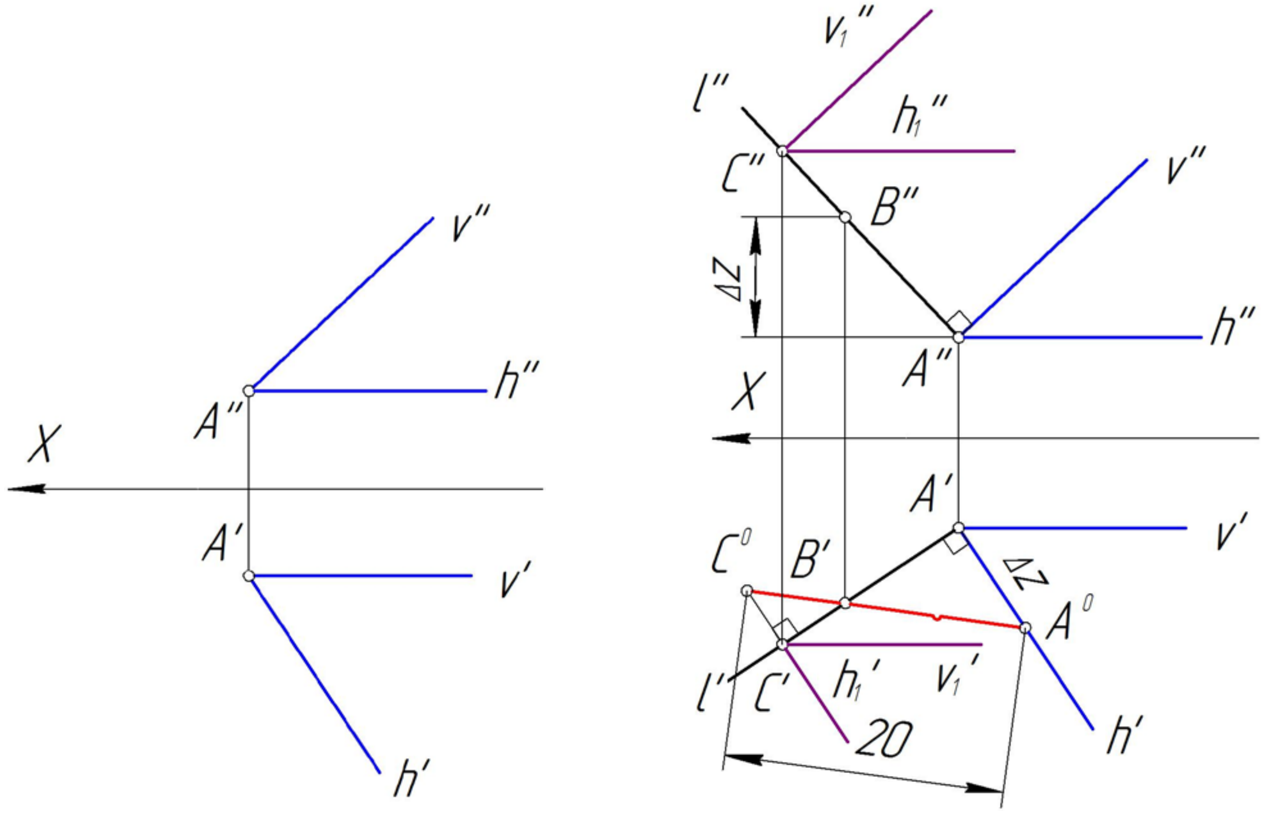
2. На прямой *l* произвольно задаем точку *B* и определяем натуральную величину отрезка *AB* (рисунок 19, *в*).

3. На натуральной величине *AB* откладываем *20 мм* – определяем положение точки *C* (рисунок 19, *г*).

4. Через точку *C* строим плоскость $\beta(h_1 \cap v_1 = C)$, параллельную плоскости $\alpha(h \cap v)$ (рисунок 19, *б*).

Алгоритмическая запись решения:

1. $A \in m \perp \Sigma(h \cap v = A)$.
2. *B* – произвольная.
3. На *Н.В. [AB]* $\Rightarrow$ *Н.В. [AC]= 20 мм*.
4. $C \in \beta(h_1 \cap v_1) // \alpha(h \cap v)$, $h_1 // h$, $v_1 // v$.



а *б*

Рисунок 19

Задача 3.3: Построить шар радиусом *20 мм,* касательный плоскости $\alpha(m//n)$, с центром в точке O, принадлежащей прямой k (рисунок 20, *а*).

Решение:

Центр шара находится на расстоянии *20 мм* (радиус шара) от плоскости. Поэтому плоскость, расположенная параллельно α на расстоянии 20 мм, будет содержать множество точек, определяющих положение центра шара. А при пересечении этой параллельной плоскости с прямой k мы получим точку О.

1. В плоскости $\alpha(m//n)$ строим пересекающиеся в точке A горизонталь h и фронталь v, то есть перезадаем плоскость пересекающимися прямыми (рисунок 20, *б*).

2. Из точки A строим прямую l перпендикулярную плоскости $\alpha(h\cap v=A)$ (рисунок 20, *в*).

3. На прямой l произвольно задаем точку B и определяем натуральную величину отрезка AB (рисунок 20, *г*).

4. На натуральной величине AB откладываем *20 мм* – определяем положение точки C (рисунок 20, *г*).

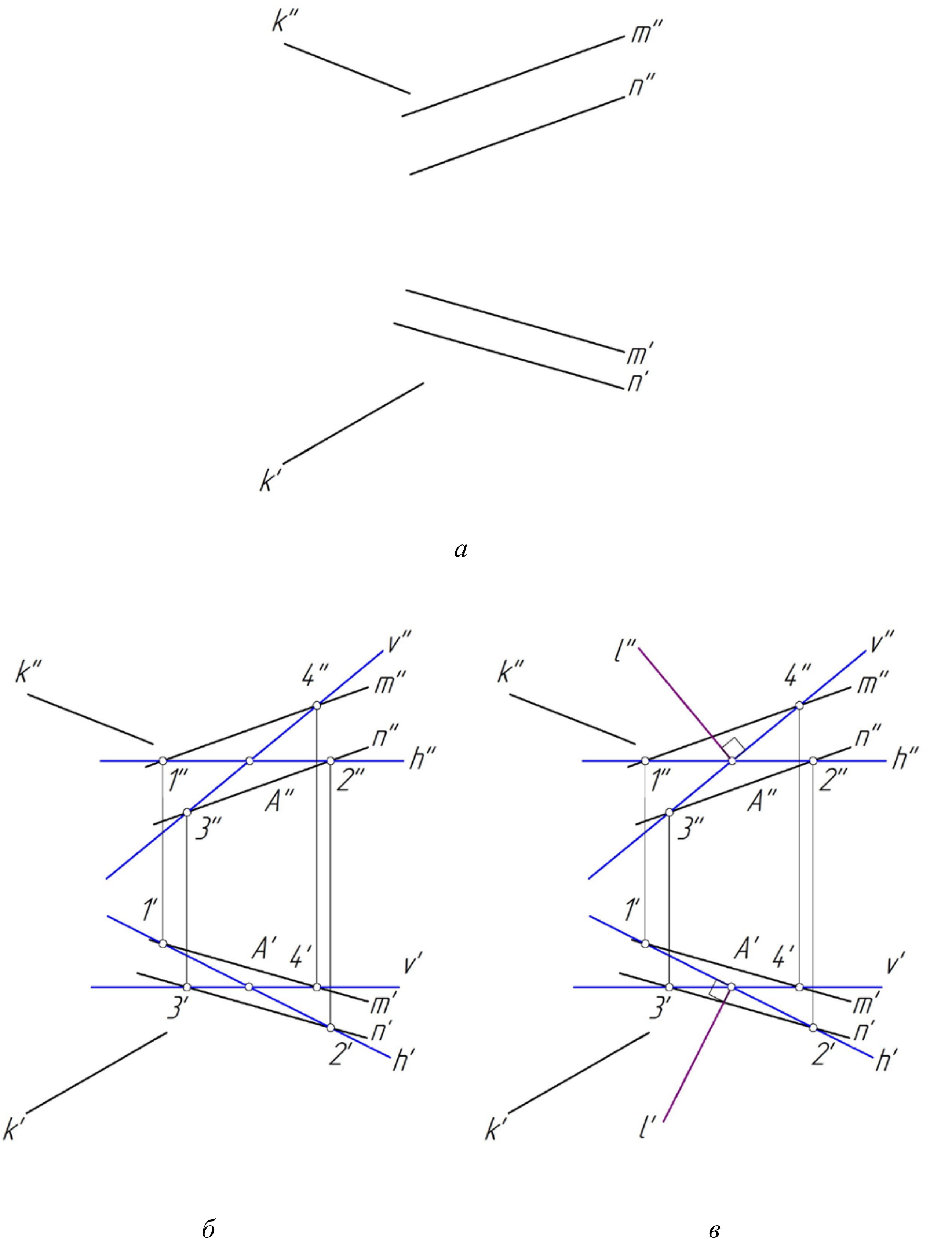
5. Через точку C строим плоскость $\beta(h_1\cap v_1=C)$, параллельную плоскости $\alpha(h\cap v)$ (рисунок 20, *д*).

6. Определяем точку O пересечения плоскости β с прямой k (рисунок 20, *е*).

7. Из центра шара O строим проекции шара радиусом *20 мм* (рисунок 20, *ж*).

Алгоритмическая запись решения:

1. $\alpha(m//n)\equiv\alpha(h\cap v=A)$.
2. $A\in l\perp\Sigma(h\cap v=A)$.
3. B – произвольная.
4. На *Н.В.* $[AB]\Rightarrow$ *Н.В.* $[AC]=$ *20 мм.*
5. $C\in\beta(h_1\cap v_1)//\alpha(h\cap v)$, $h_1//h$, $v_1//v$.
6. $\beta(h_1\cap v_1)\cap k=O$.
7. $R_ш=$*20 мм.*

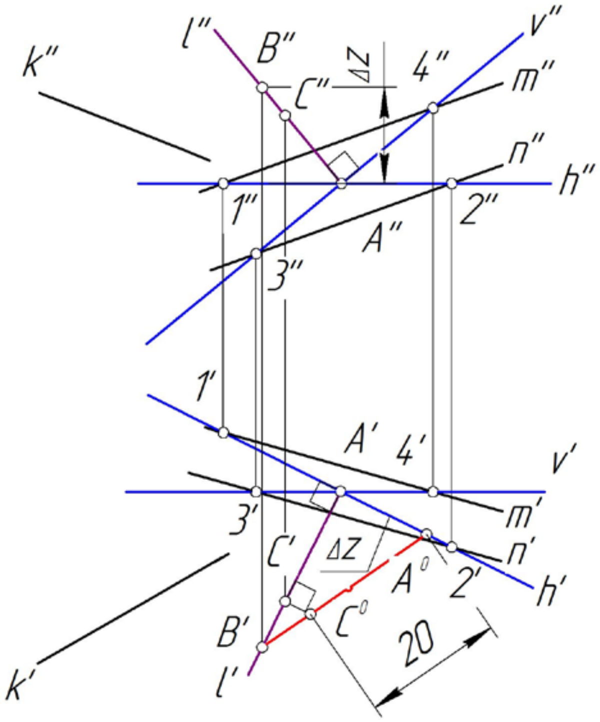


а

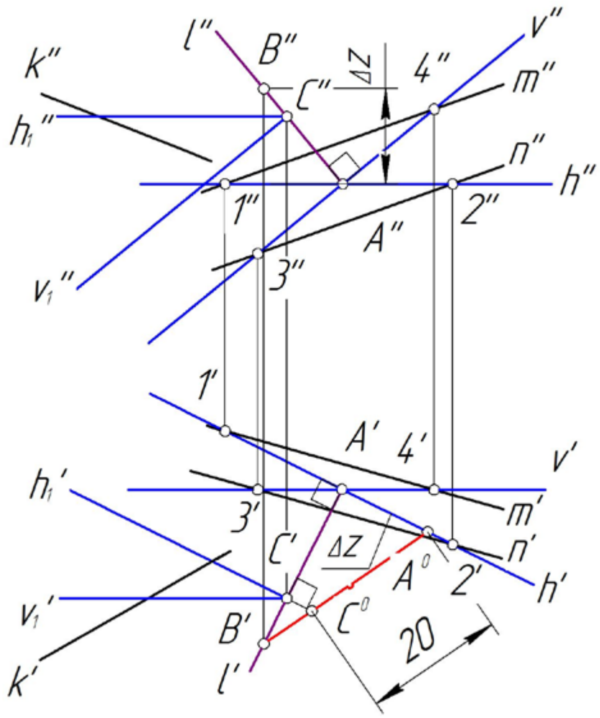
б

в

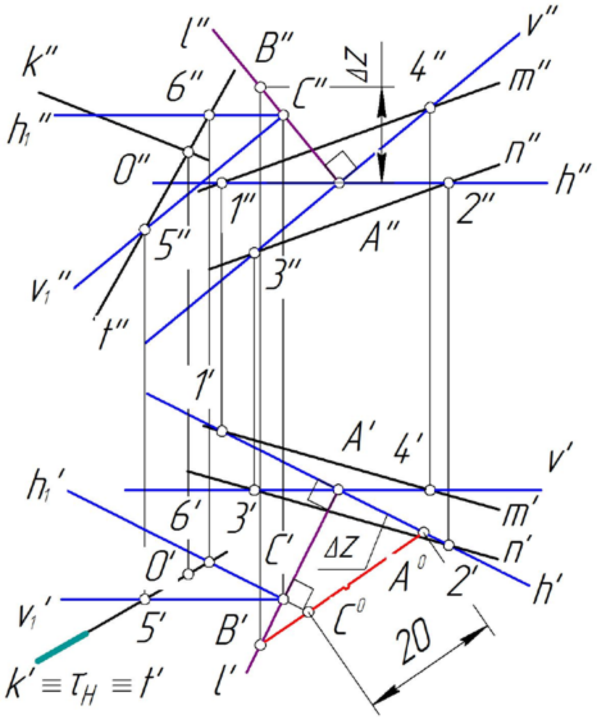
Рисунок 20



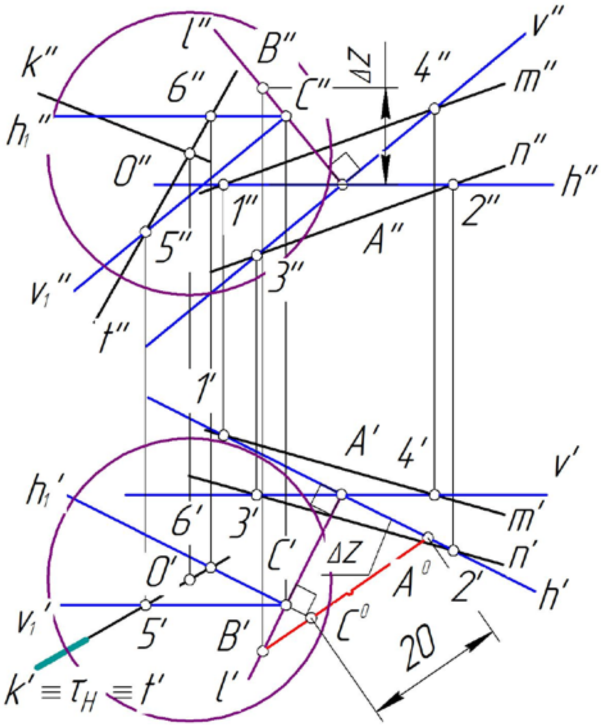
г



д



е



ж

Рисунок 20 (продолжение)

3.2 Задачи на определение расстояния от точки до плоскости

Задача 3.4: Определить расстояние от точки *O* до плоскости $\alpha(h \cap v = A)$ (рисунок 21, *а*).

Решение:

Чтобы определить расстояние от точки до плоскости, необходимо к этой плоскости из заданной точки провести перпендикуляр, найти точку пересечения его с плоскостью, определить натуральную величину отрезка, заключенного между двумя точками. При этом необходимо, чтобы плоскость была задана пересекающимися горизонталью и фронталью.

1. Из точки *O* строим прямую *n* перпендикулярную плоскости α (рисунок 21, *б*).

2. Находим точку пересечения прямой с плоскостью (рисунок 21, *в*).

3. Определяем натуральную величину отрезка OK (рисунок 21, *г*).

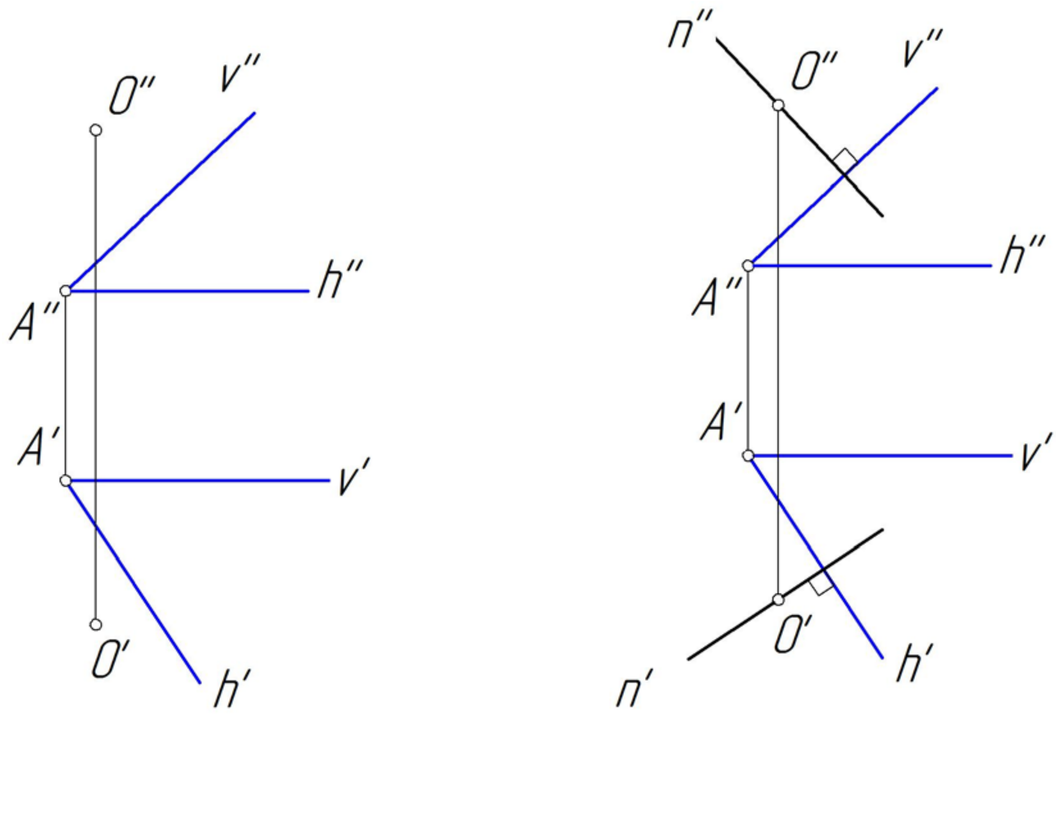
Алгоритмическая запись решения:

1. $O \in n,\ n \perp \alpha(h \cap v)$.

2. $n \cap \alpha(h \cap v) = K$.

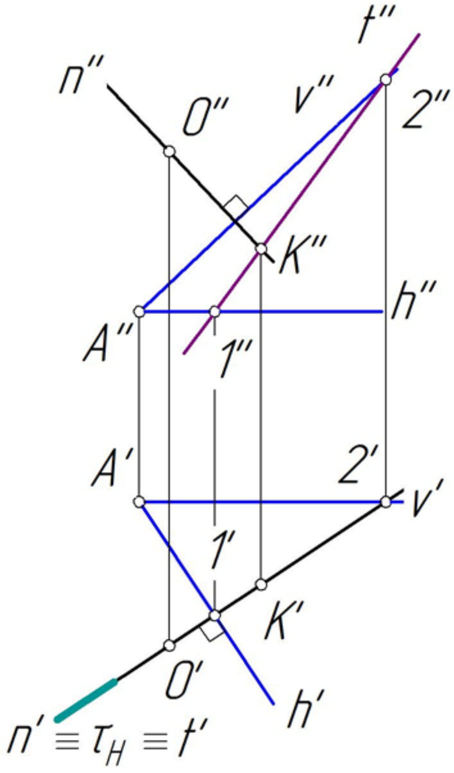
3. *Н.В.[OK]*.

Используя алгоритм решения ***задачи 3.4***, приведенной на рисунке 21, решаем ряд задач.

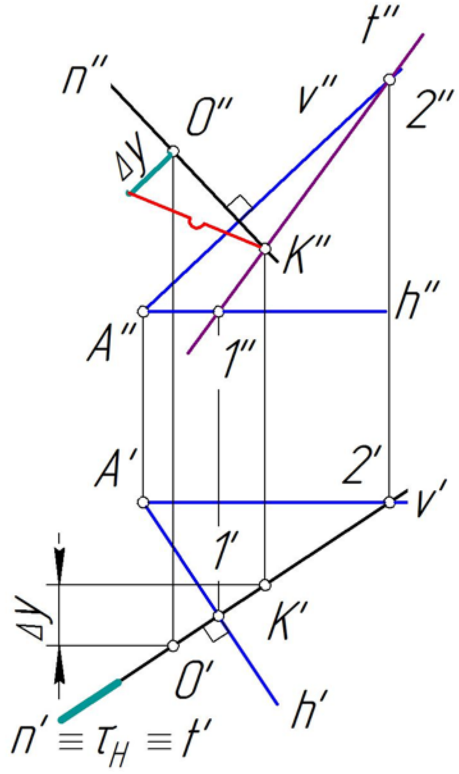


а *б*

Рисунок 21



в



г

Рисунок 21 (продолжение)

Задача 3.5: Построить шар с центром в точке *O*, касательный к плоскости $\alpha(h \frown v)$ (рисунок 22, *а*).

Решение:

Так как шар касается плоскости, то, определив расстояние от центра шара до этой плоскости, мы найдем радиус шара.

При решении задачи сначала выполняем пункты 1-3 ***задачи 3.4.***

1. Из точки *O* строим прямую *n* перпендикулярную плоскости α (рисунок 22, *б*).

2. Находим точку пересечения прямой с плоскостью (рисунок 22, *в*).

3. Определяем натуральную величину отрезка ОК (рисунок 22, *г*).

4. Из центра *O* строим проекции шара радиусом, равным натуральной величине отрезка *ОК* (рисунок 22, *б*).

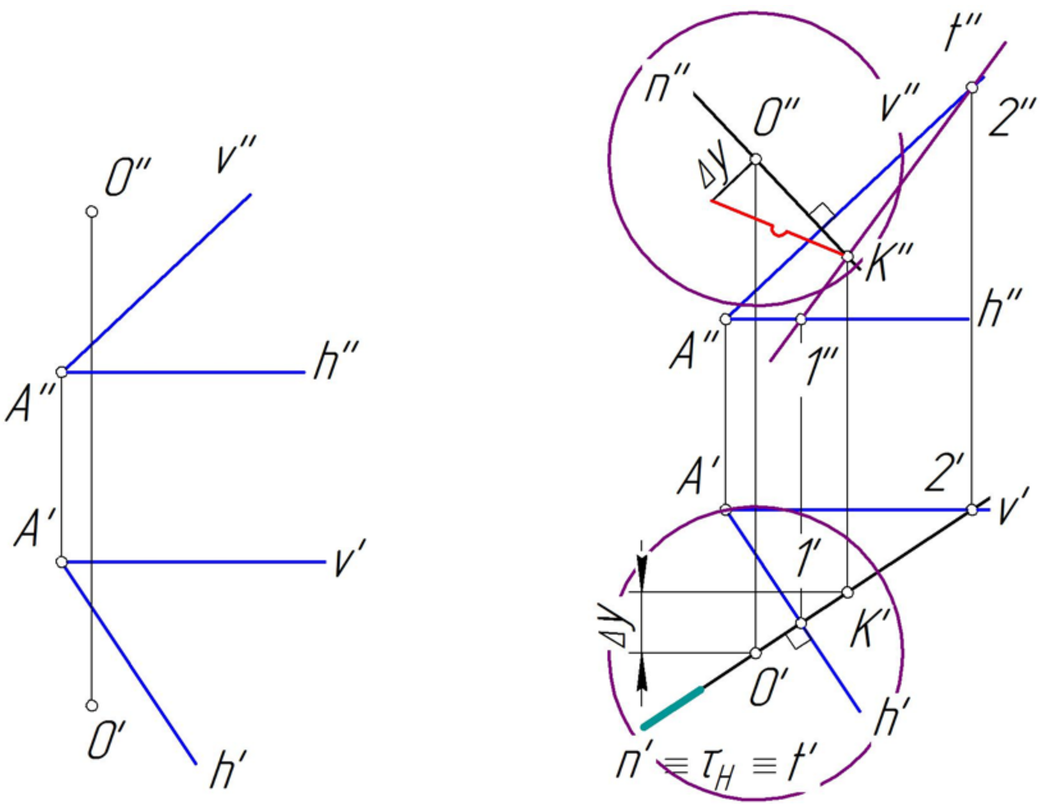
Алгоритмическая запись решения:

1. $O \in n,\ n \perp \alpha(h \frown v)$.

2. $n \frown \alpha(h \frown v) = K$.

3. *Н.В.[ОК]*.

4. $R_ш$ = *Н.В.[ОК]*.



а *б*

Рисунок 22

3.3 Задачи на определение расстояния от точки до прямой

Задача 3.6: Определить расстояние от точки *M* до прямой общего положения *a* (рисунок 23, *а*).

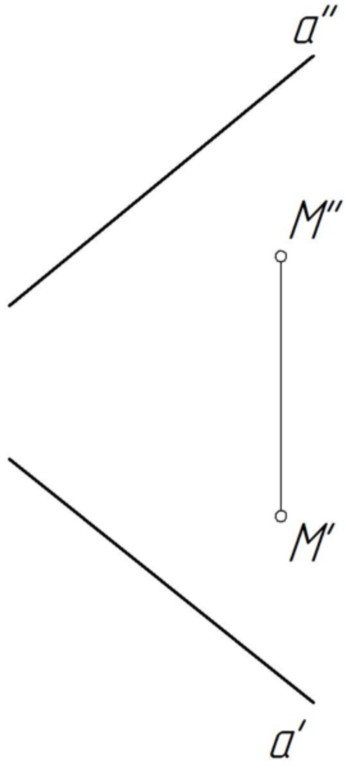
Решение:

1. Расстояние от точки до прямой есть перпендикуляр. Поскольку прямая *a* – прямая общего положения, то для построения перпендикуляра к ней сначала необходимо через точку *M* провести плоскость Σ, перпендикулярную *a*. Задаём эту плоскость, как обычно, $h \cap v$, при этом $h' \perp a'$, а $v'' \perp a''$ (рисунок 23, *б*).

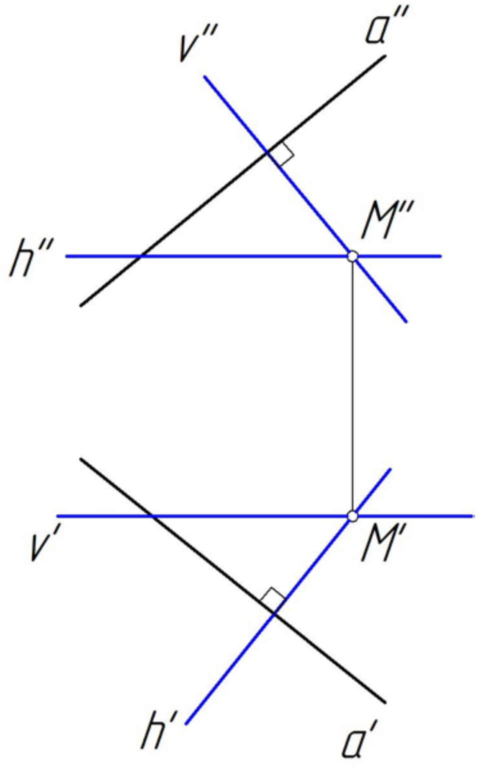
2. Для определения длины перпендикуляра необходимо найти для него вторую точку. Это будет точка *K*, принадлежащая прямой *a*. Для её нахождения нужно решить позиционную задачу, то есть, найти точку пересечения прямой *a* с плоскостью Σ (рисунок 23, *в*).

Заключаем прямую *a* в горизонтально проецирующую плоскость Γ_H ($\Gamma_H = a'$). Определяем линию пересечения двух плоскостей $\Gamma_H \cap \Sigma = b$. Определяем точку пересечения *K* заданной прямой *a* и найденной линии пересечения плоскостей *b*.

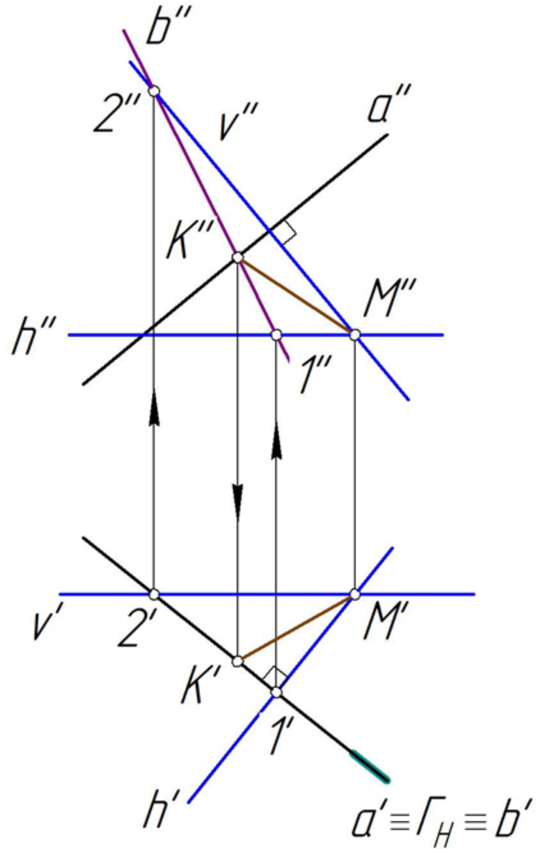
3. Находим натуральную величину *MK* методом прямоугольного треугольника (рисунок 23, *г*).



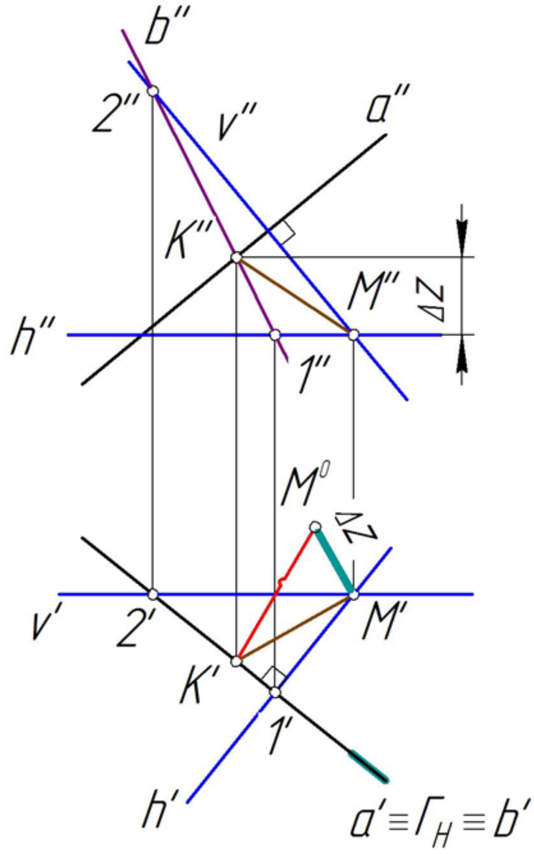
а



б



в



г

Рисунок 23

***Алгоритмическая запись решения*:**

1. $\Sigma(h \cap v=M)\perp a,\ h'\perp a',\ v''\perp a''$.

2. $\Gamma\perp H,\ \Gamma\supset a \Rightarrow \Gamma_H=a'$;

- $\Gamma_H \cap \Sigma=b$;

- $b'' \cap a''=K'' \Rightarrow K'$.

3. *Н.В. [МК]*.

Используя алгоритм решения ***задачи 3.6***, приведенной на рисунке 23, решаем ряд задач.

Задача 3.7: Построить шар с центром в точке *М*, касательный к прямой *а* (рисунок 24, *а*).

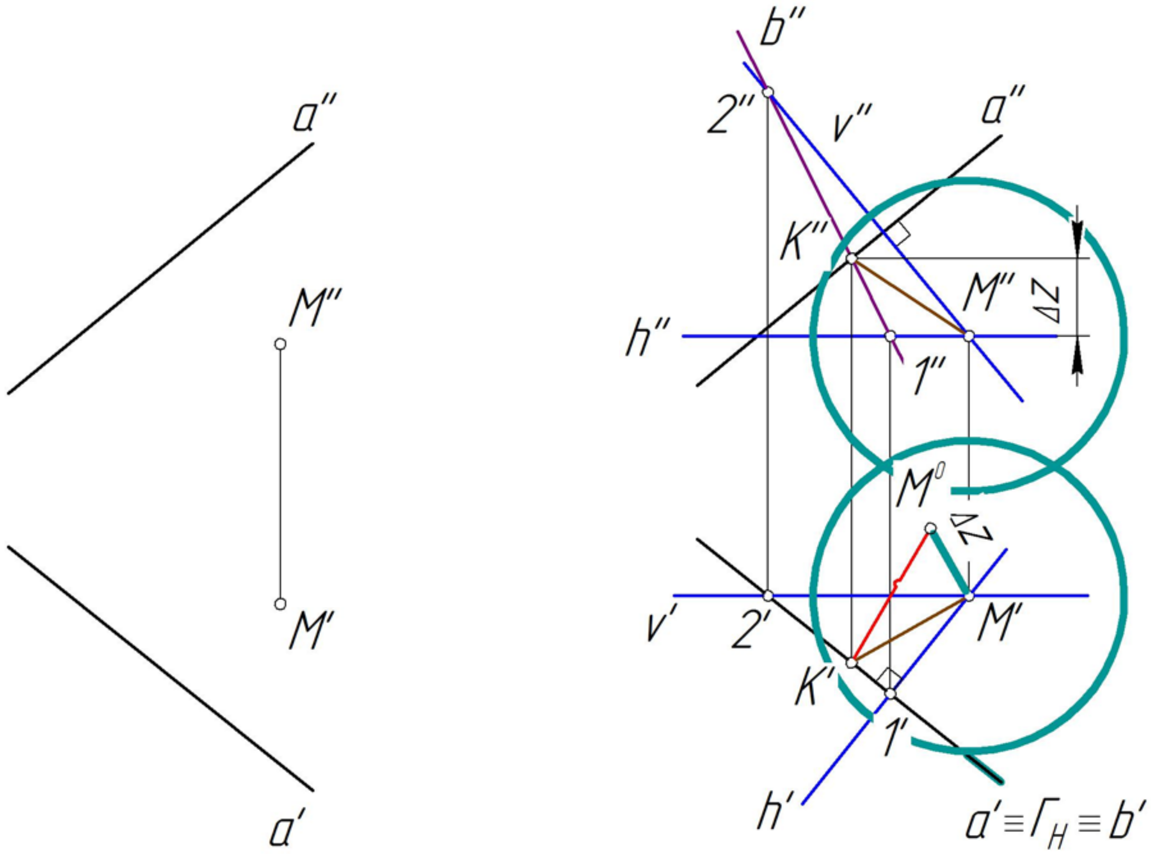
Решение:

Определив расстояние от точки до прямой, мы найдем радиус шара.

Выполняем поэтапно действия ***задачи 3.6***.

1. Через точку *М* проводим плоскость Σ $(h \cap v)$ перпендикулярную *а* (рисунок 24, *б*).

2. Определяем точку пересечения *К* прямой *а* с плоскостью Σ (рисунок 24, *в*).



а *б*

Рисунок 24

3. Находим натуральную величину *MK* методом прямоугольного треугольника (рисунок 25, *г*).

4. Из проекций точки *M* радиусом равным натуральной величине отрезка *MK* проводим проекции шара.

Полное решение задачи показано на рисунке 25, *б*.

***Алгоритмическая запись решения*:**

1. $\Sigma(h \cap v = M) \perp a$, $h' \perp a'$, $v'' \perp a''$.

2. $\Gamma \perp H$, $\Gamma \supset a \Rightarrow \Gamma_H = a'$;

- $\Gamma_H \cap \Sigma = b$;

- $b'' \cap a'' = K'' \Rightarrow K'$.

3. *Н.В. [MK]*.

4. $R_ш$ = *НВ [MK]*.

Задача 3.8: Построить равнобедренный треугольник *LMN* с основанием *LN*, которое принадлежит прямой *a* (рисунок 26, *а*). Длина *LN* в два раза больше высоты треугольника.

Решение:

Исходные данные к этой задаче такие же, как в ***задаче 2.6*** (рисунок 26, *а)*. Так как точка *M* является вершиной равнобедренного треугольника *LMN*, то высота, проведенная из этой точки к основанию, является медианой и делит пополам *LN*. То есть для построения треугольника необходимо сначала определить расстояние от точки *M* до противоположной стороны.

Для определения положения точки *K*, чтобы найти расстояние от точки *M* до прямой *a* , используем алгоритм решения ***задачи 3.6***, приведенной на рисунке 23 .Выполняем пункты 1-3 ***задачи 3.6***. Дальнейшие построения выполнены на рисунке 26, *б-г*. На рисунке 26, *б* и *в* **не показаны** проекции горизонтали и фронтали, задающие плоскость Σ (см. рисунок 23).

4. На прямой *a* берем произвольную точку *A* и определяем натуральную величину отрезка *KA*, на которой откладываем отрезок, равный натуральной величине отрезка *MK*. Таким образом, определяем положение точки *L* на прямой *a* (рисунок 26, *б*).

5. От точки *K'* на прямой *a*, отложив расстояние *K'N'=K'L'*, определяем горизонтальную проекцию *N'*. Затем по линии связи определяем вторую проекцию точки *N* (рисунок 26, *в*).

6. Соединив точки *M, N, L* получаем искомый треугольник *LMN* (рисунок 26, *в*).

Полное решение задачи показано на рисунке 26, *г*.

***Алгоритмическая запись решения*:**

1. $\Sigma(h \cap v = M) \perp a$, $h' \perp a'$, $v'' \perp a''$.

2. $\Gamma \perp H$, $\Gamma \supset a \Rightarrow \Gamma_H = a'$;

- $\Gamma_H \cap \Sigma = b$;

- $b'' \cap a'' = K'' \Rightarrow K'$.

3. *Н.В. [MK]*.

4. *A* – произвольная. На *Н.В. [KA]* $\Rightarrow$ *Н.В. [LK] = Н.В. [MK]*.

5. $K'N' = K'L'$, $N \in a$.

6. ΔLMN.

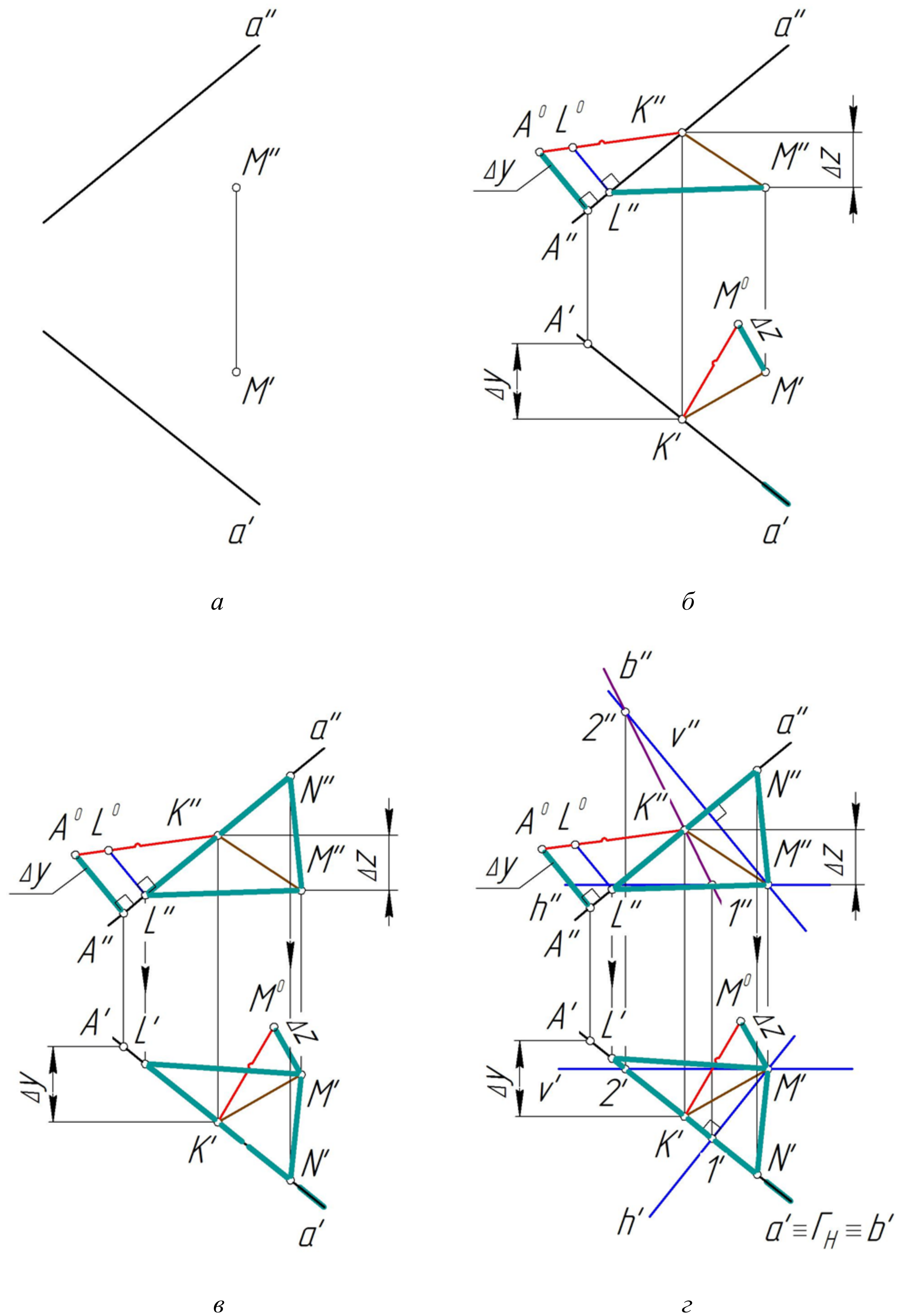

a''
M''
M'
a'
а
a''
A⁰ L⁰ K''
M''
Δy
Δz
L''
A''
M⁰
A'
Δz
Δy
M'
K'
a'
б
a''
N''
A⁰ L⁰ K''
M''
Δy
Δz
L''
A''
M⁰
A'
L'
Δz
Δy
M'
K'
N'
a'
в
b''
2''
v''
a''
N''
A⁰ L⁰ K''
M''
Δy
Δz
h''
L''
1''
A''
M⁰
A'
L'
Δz
Δy
v'
2'
M'
K'
1'
N'
h'
a' ≡ Γ_H ≡ b'
г

Рисунок 26

Задача 3.9: Построить квадрат *KMNL*. Сторона *KL* принадлежит прямой *a* (рисунок 27).

Решение:

Исходные данные к этой задаче такие же, как в ***задаче 3.6***. Так как точка *M* является вершиной квадрата, а сторона *KL* принадлежит прямой *a,* то перпендикуляр *KM* к прямой *a* является стороной квадрата. То есть для построения необходимо сначала определить расстояние от точки *M* до точки К.

Для определения положения точки *K,* чтобы найти расстояние от точки *M* до прямой *a* (натуральная величина отрезка *KM* - длина стороны квадрата) , используем алгоритм решения ***задачи 3.6***, приведенной на рисунке 23. Выполняем пункты 1-3 ***задачи 3.6***. Дальнейшие построения выполнены на рисунке 27, *б-г*. На рисунке 27, *б* и *в* **не показаны** проекции горизонтали и фронтали, задающие плоскость Σ (см. рисунок 23).

1. Через точку *M* проводим плоскость Σ $(h \cap v)$ перпендикулярную *a* (рисунок 27, *б*).

2. Определяем точку пересечения *K* прямой *a* с плоскостью Σ (рисунок 27, *в*).

3. Находим натуральную величину *MK* методом прямоугольного треугольника (рисунок 27, *г*).

4. На прямой *a* берем произвольную точку *A* и определяем натуральную величину отрезка *KA*, на которой откладываем отрезок равный натуральной величине отрезка *MK.* Таким образом, определяем положение точки *L* на прямой *a* (рисунок 27, *б*).

5. Так как противолежащие стороны у квадрата параллельны, то из точки *L* строим прямую параллельную отрезку *MK*, а из точки *M* прямую параллельную *KL*. При пересечении этих двух прямых получаем точка *N* (рисунок 27, *в*).

6. Соединив вершины, получаем квадрат *KMNL* (рисунок 27, *в*).

Полное решение задачи показано на рисунке 27, *г*.

***Алгоритмическая запись решения*:**

1. $\Sigma(h \cap v=M) \perp a,\ h' \perp a',\ v'' \perp a''$.

2. $\Gamma \perp H,\ \Gamma \supset a \Rightarrow \Gamma_H=a'$;

- $\Gamma_H \cap \Sigma=b$;

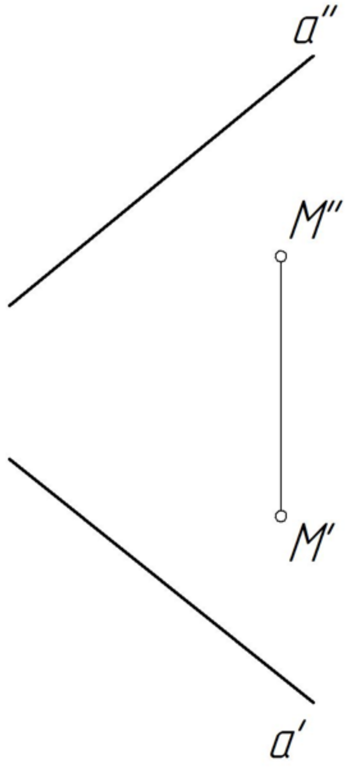
- $b'' \cap a''=K'' \Rightarrow K'$.

3. *Н.В. [MK]*.

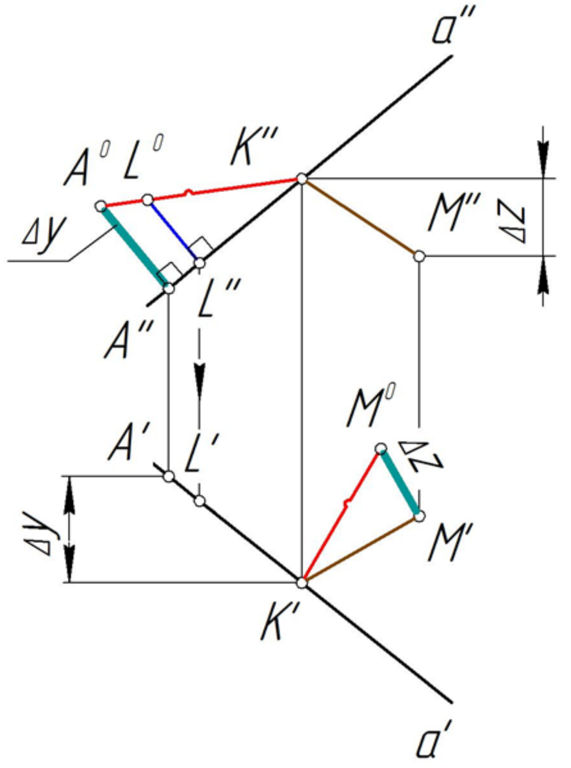
4. *A* – произвольная. На *Н.В. [KA]* $\Rightarrow$ *Н.В. [LK] = Н.В. [MK]*.

5. *LN//MK*, *MN//KL*.

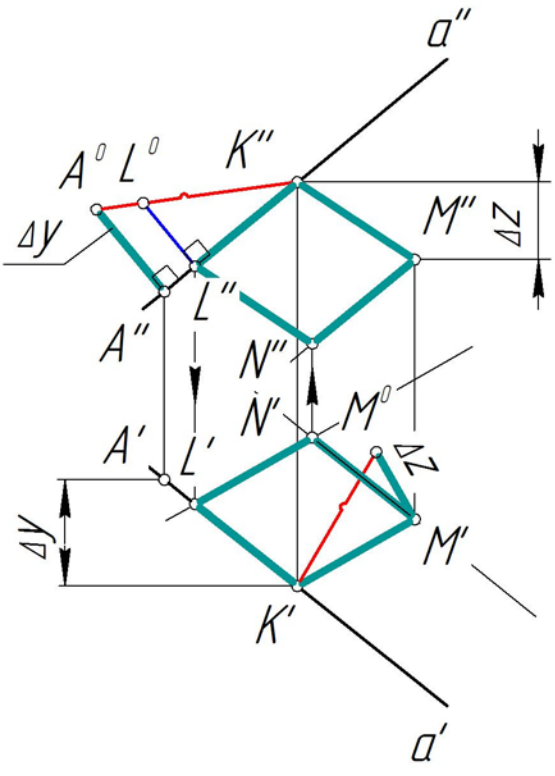
6. *KMNL* – квадрат.



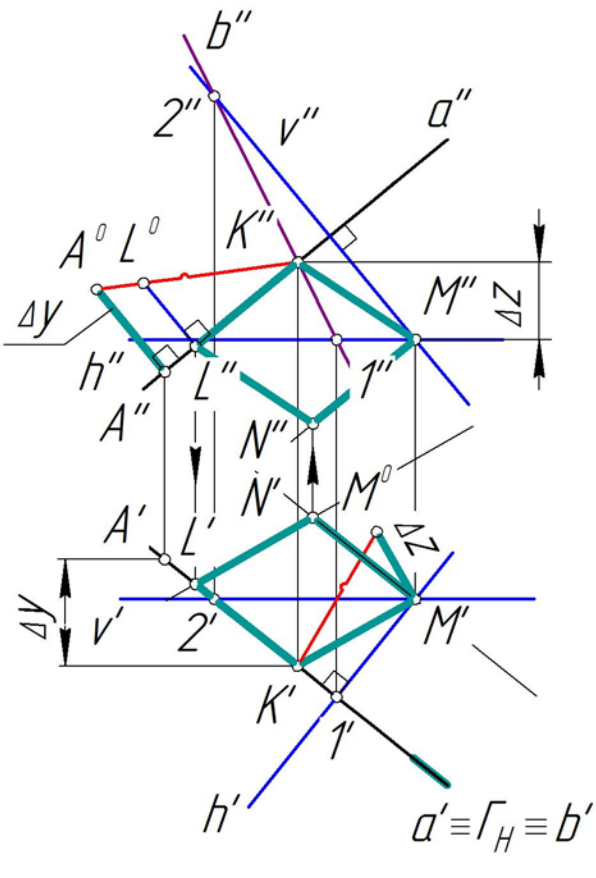
а



б



в



г

Рисунок 27

3.4 Комплексная задача на перпендикулярность

Задача 3.10: Построить куб с основанием *KMNL*. Сторона *KL* принадлежит прямой *a* (рисунок 28, *а*).

Решение:

В ***задаче 3.9*** описаны и показаны этапы построения квадрата *KMNL*. который является основанием куба. Выполняем поэтапно действия 1-6 ***задачи 3.9***.

1. Через точку *M* проводим плоскость Σ $(h \cap v)$ перпендикулярную *a* (рисунок 28, *б*).

2. Определяем точку пересечения *K* прямой *a* с плоскостью Σ (рисунок 28 *в*).

3. Находим натуральную величину *MK* методом прямоугольного треугольника (рисунок 28, *г*).

4. На прямой *a* берем произвольную точку *A* и определяем натуральную величину отрезка *KA*, на которой откладываем отрезок равный натуральной величине отрезка *MK* и. определяем положение точки *L* на прямой *a* (рисунок 28, *б*).

5. Из точки *L* строим прямую параллельную отрезку *MK*, а из точки *M* прямую параллельную *KL*. При пересечении этих двух прямых получаем точка *N* (рисунок 28, *в*).

6. Соединив вершины, получаем квадрат *KMNL* (рисунок 28, *в*).

На рисунке 28, *б* показаны проекции основания куба, но **<u>не показаны построения</u>**, которые при этом выполнялись (см. рисунок 23).

7. В плоскости квадрата строим проекции горизонтали h_1 и фронтали v_1 (рисунок 28, *в*). То есть перезадаем плоскость, определяемую плоской фигурой *KMNL*, через пересечение двух прямых.

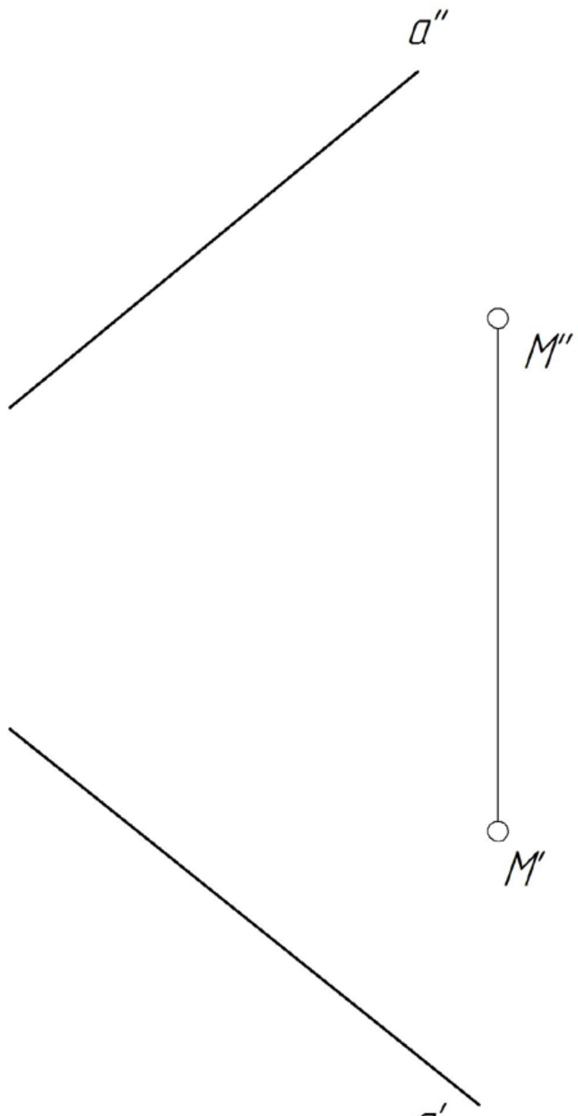
8. Из вершины *M* проводим прямую l_1, перпендикулярную основанию. На этой прямой выбираем произвольную точку *F* и определяем натуральную величину отрезка *MF,* на которой откладываем отрезок равный натуральной величине отрезка *MK.* Таким образом, определяем положение точки $M_1 \in l_1$ (рисунок 28, *г*).

9. Из вершин *K, N, L* строим прямые, перпендикулярные основанию ($K \in l_2$, $L \in l_3$, $N \in l_4$) (рисунок 36, *д*). Так как у куба $KK_1 = LL_1 = MM_1 = NN_1$, можно найти положение точек $K_1 \in l_2$,. $L_1 \in l_3$., $N_1 \in l_4$.

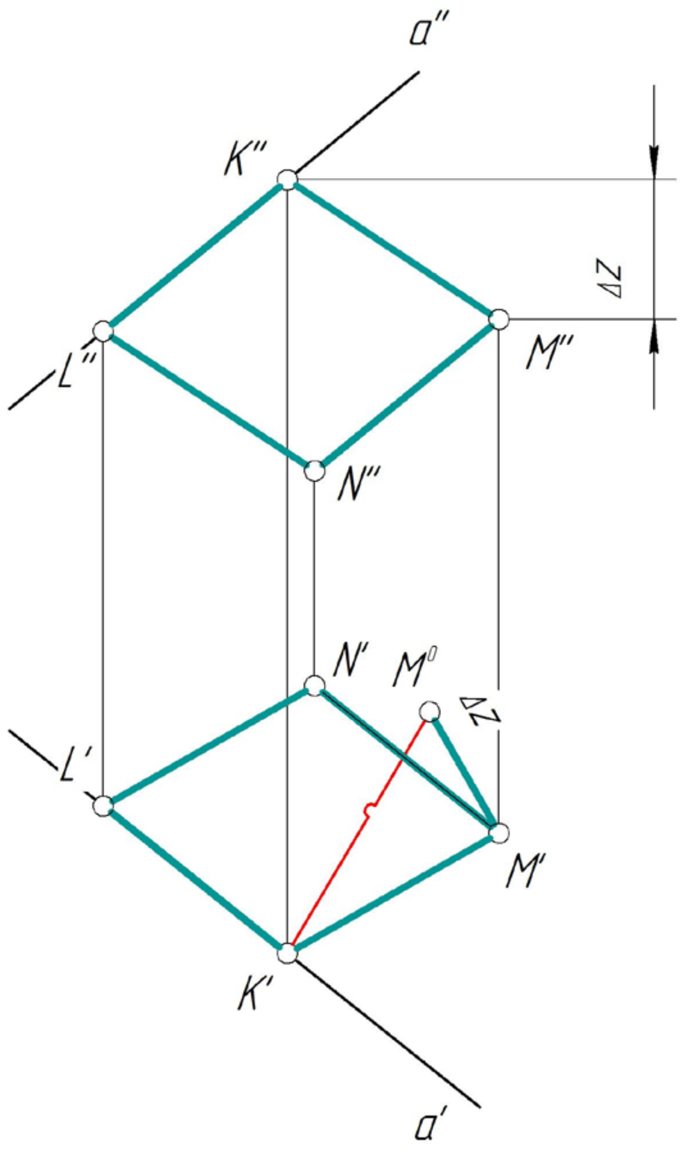
Строим проекции куба с основаниями *KLMN* и $K_1L_1M_1N_1$.

10. Определяем видимость ребер куба (рисунок 28, *е*).

Полное решение задачи показано на рисунке 28, *ж*.

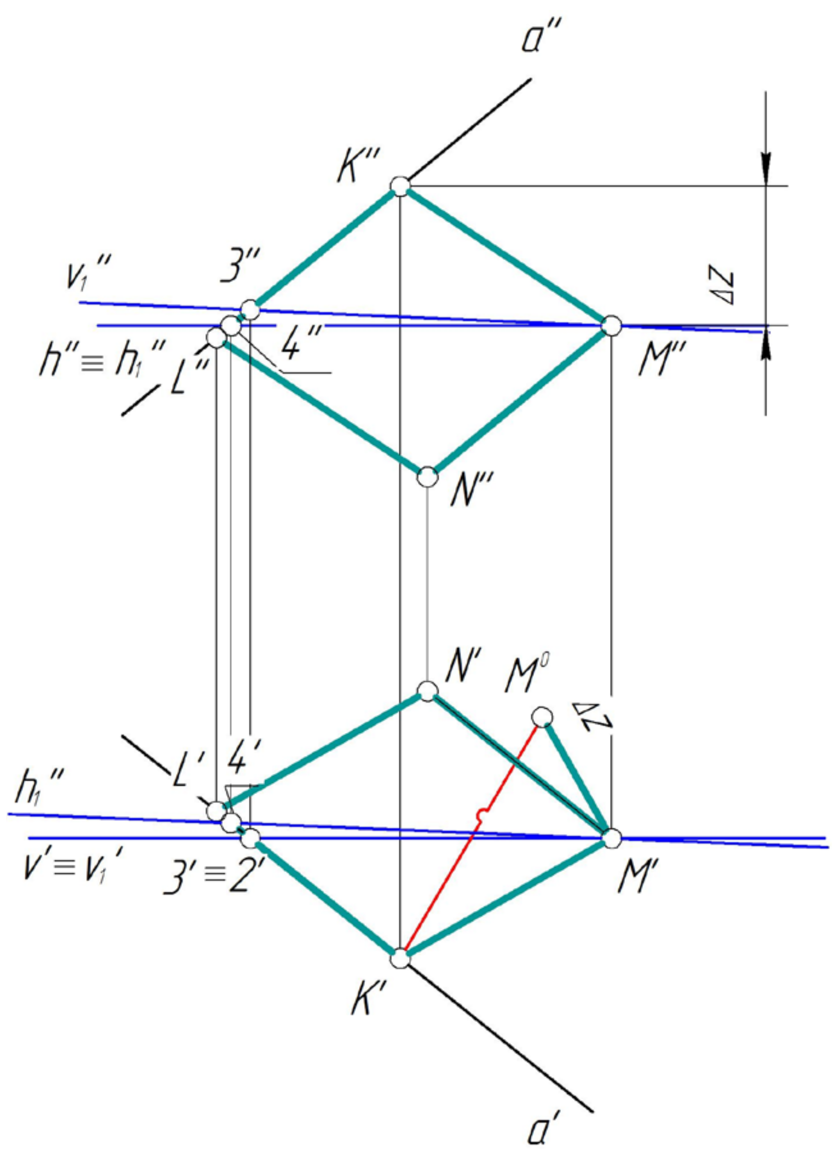


а

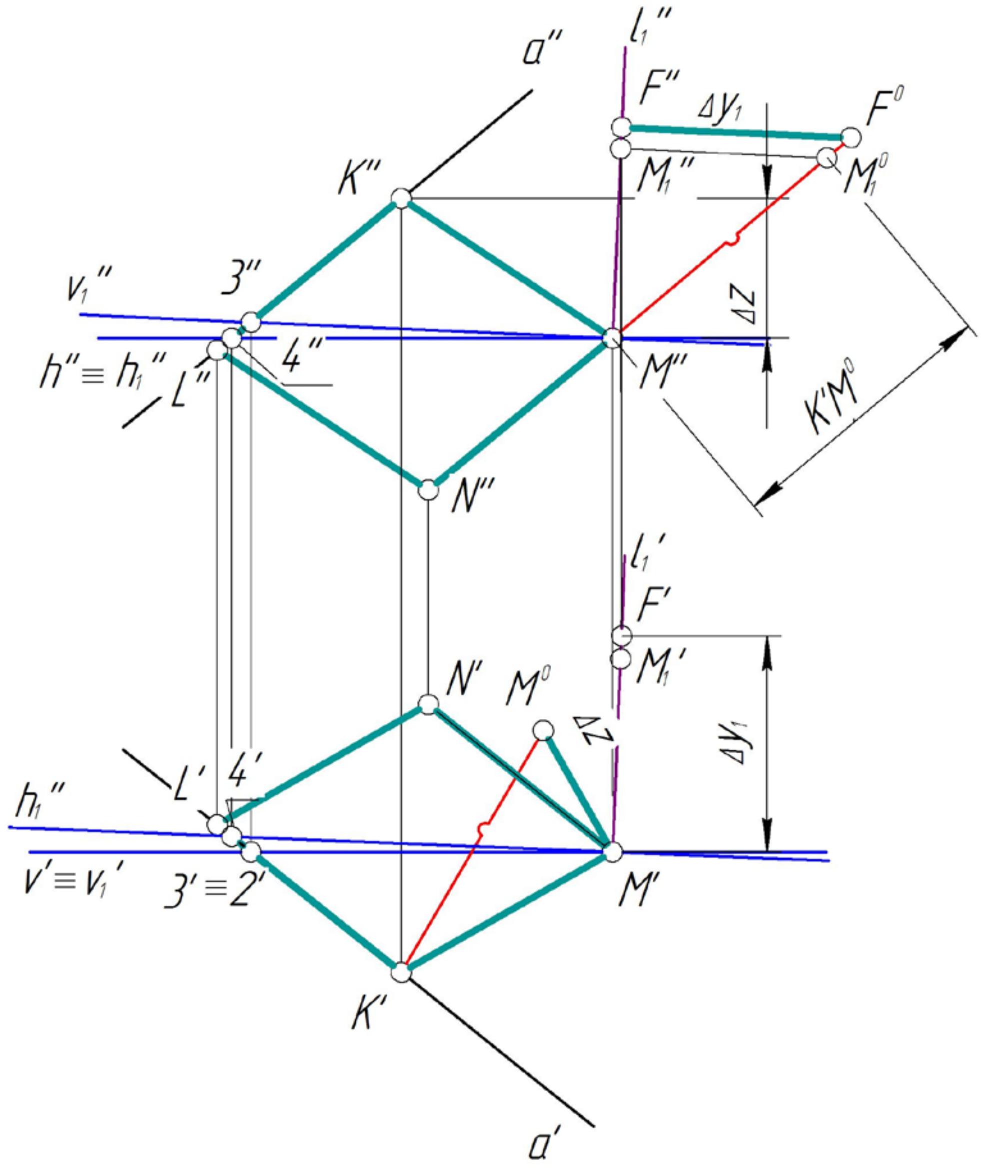


б

Рисунок 28

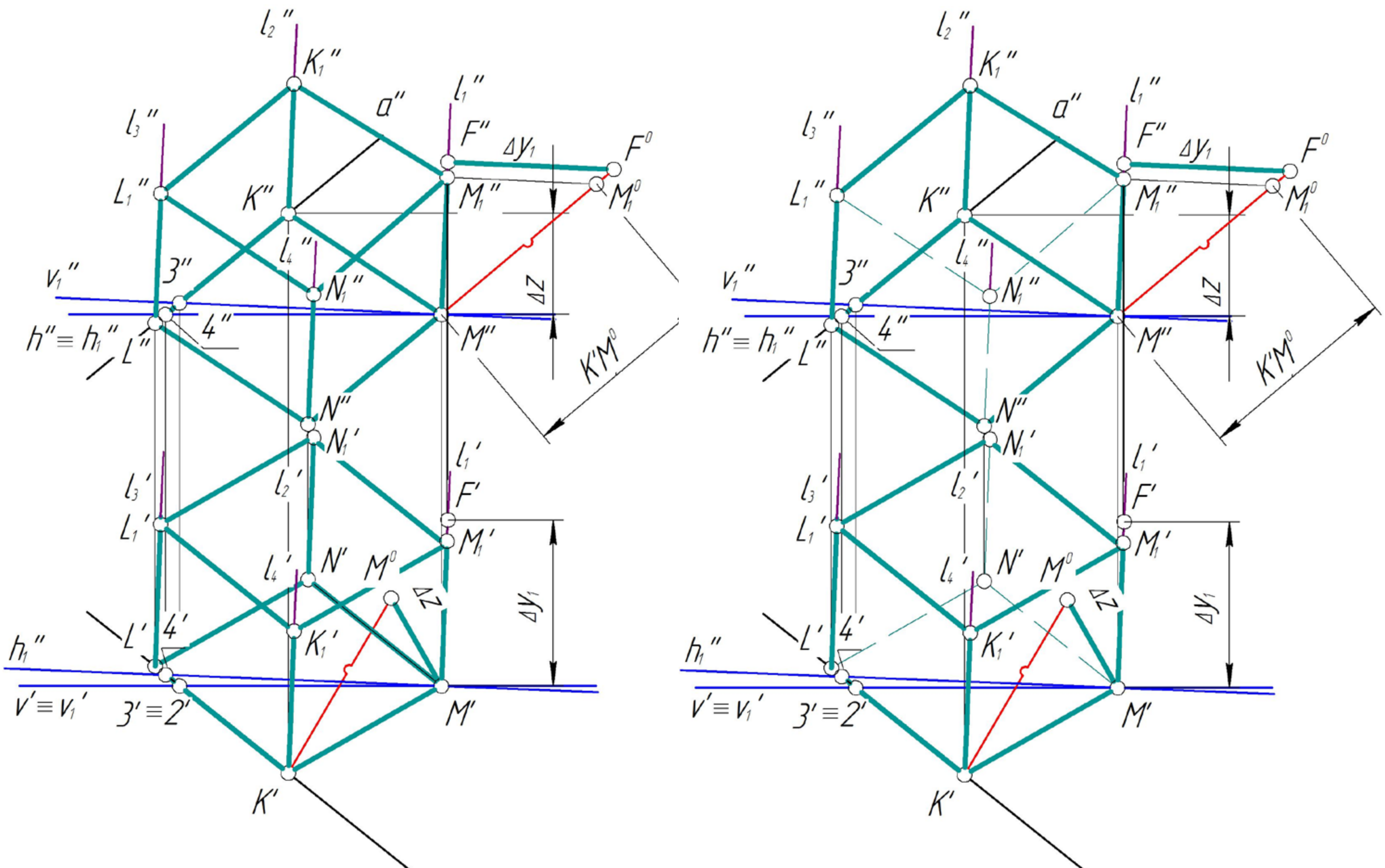


в



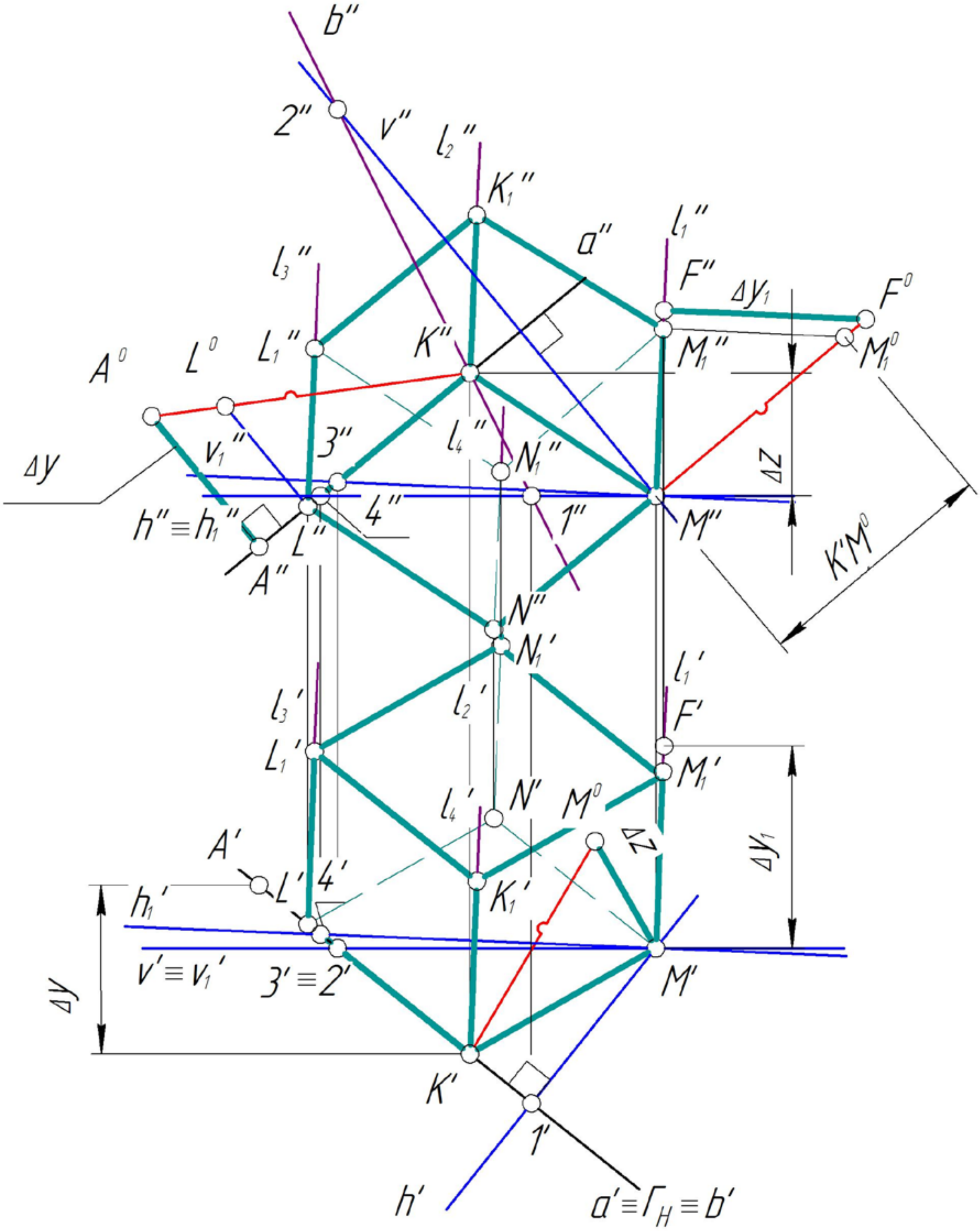
г

Рисунок 28(продолжение)



д е

Рисунок 28 (продолжение)



ж

Рисунок 28 (продолжение)

***Алгоритмическая запись решения*:**

1. $\Sigma(h \cap v = M) \perp a$, $h' \perp a'$, $v'' \perp a''$.
2. $Г \perp H$, $Г \supset a \Rightarrow Г_H = a'$;

- $Г_H \cap \Sigma = b$;
- $b'' \cap a'' = K'' \Rightarrow K'$.

3. *Н.В. [МК]*.

4. A – произвольная. На $Н.В.\ [KA] \Rightarrow Н.В.\ [LK] = Н.В.\ [MK]$.
5. $LN//MK$, $MN//KL$.
6. $KMNL$ – квадрат.
7. $\alpha(KLMN) \equiv \alpha(h_1 \cap v_1)$.
8. $M \in l_1 \perp \alpha$, F – произвольная. На $Н.В.\ [MF] \Rightarrow Н.В.\ [MM_1] = Н.В.\ [MK]$.
9. $K \in l_2$, $L \in l_3$, $N \in l_4$, $l_2 \perp \alpha$, $l_3 \perp \alpha$, $l_4 \perp \alpha$,
$KK_1 = LL_1 = MM_1 = NN_1$.
10. $KLMNK_1L_1M_1N_1$ – куб.

3.4 Задачи на множество точек, равноудаленных от заданных

Множество точек, равноудаленных от двух точек, – это плоскость, проходящая через середину отрезка, соединяющего две точки, и перпендикулярная к этому отрезку.

Множество точек, равноудаленных от трех точек, – это прямая, полученная при пересечении двух плоскостей, построенных через середины двух отрезков, соединяющих попарно три точки, и перпендикулярных к этим отрезкам.

Множество точек равноудаленных от четырех точек – это точка, полученная при пересечении трех плоскостей, построенных через середины трех отрезков, соединяющих четыре точки, и перпендикулярных к этим отрезкам.

Задача 3.11: на прямой n найти точку, равноудаленную от точек A и B (рисунок 29, *а*).

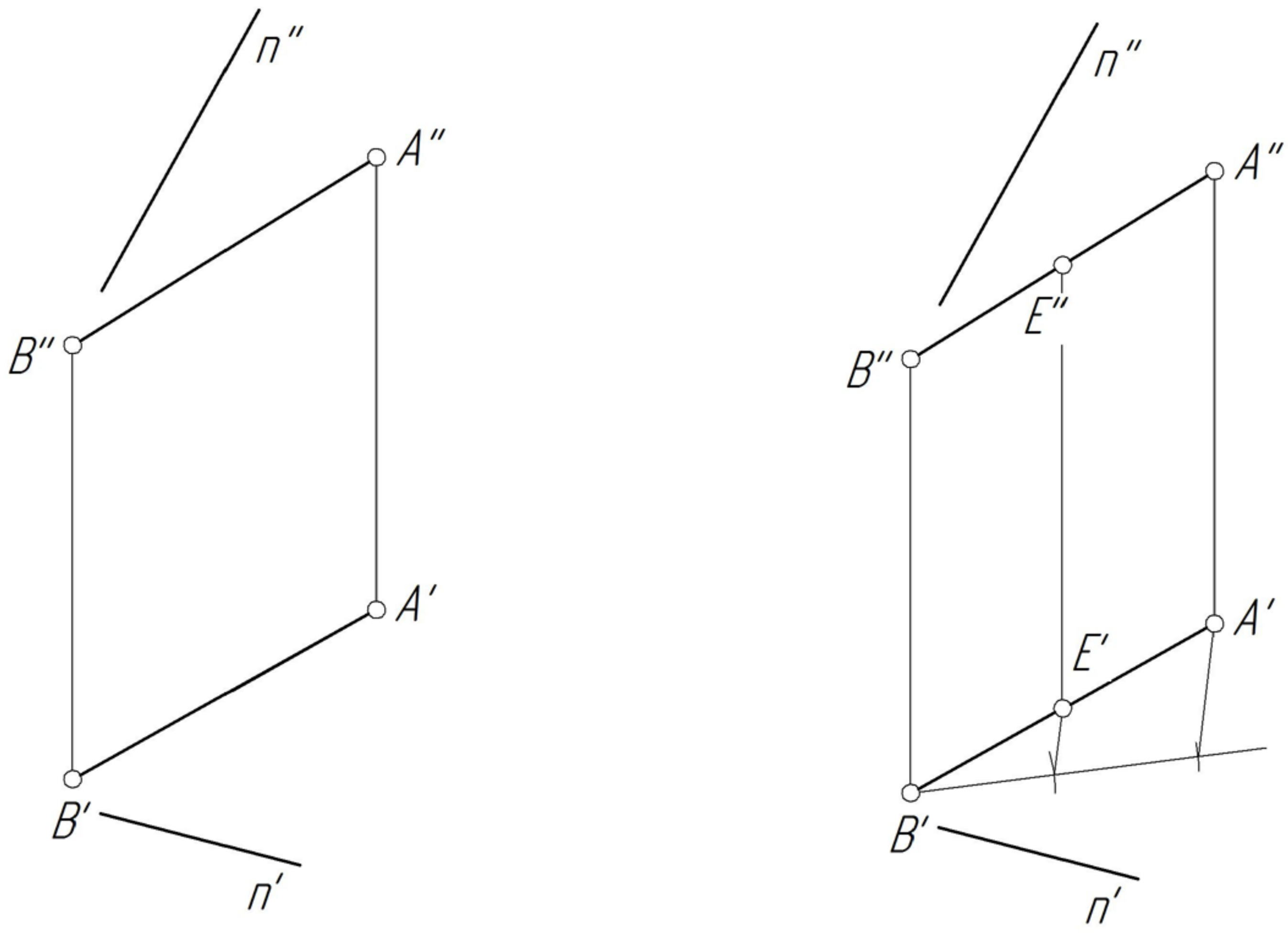
Решение:

1. Определяем середину отрезка AB – точку E (рисунок 29, *б*).

2. Через точку E строим плоскость α, заданную двумя пересекающимися прямыми (горизонталью h и фронталью v), перпендикулярную к отрезку AB (рисунок 29, *в*).

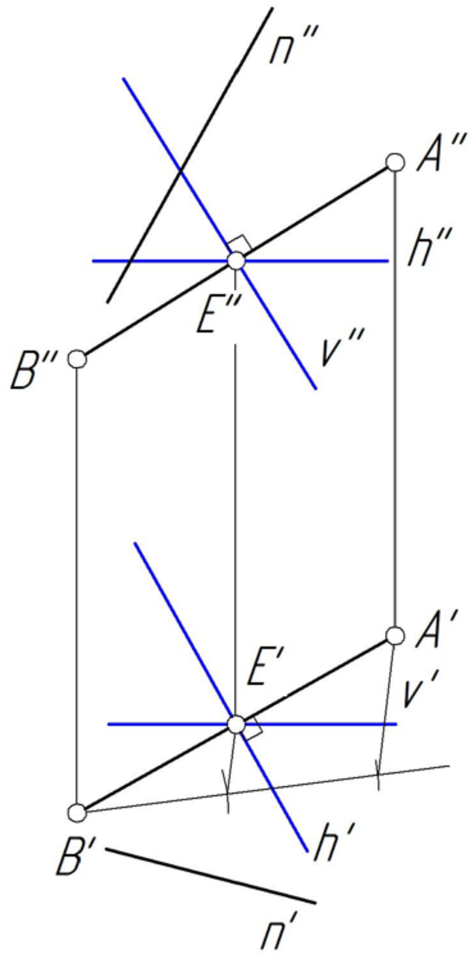
3. Находим точку L пересечения плоскости α с прямой n (рисунок 29, *г*).

***Алгоритмическая запись решения*:**
1. $E \in AB$, $|AE| = |EB|$.
2. $E \in \alpha(h \cap v) \perp AB$.
3. $\alpha \cap n = L$.

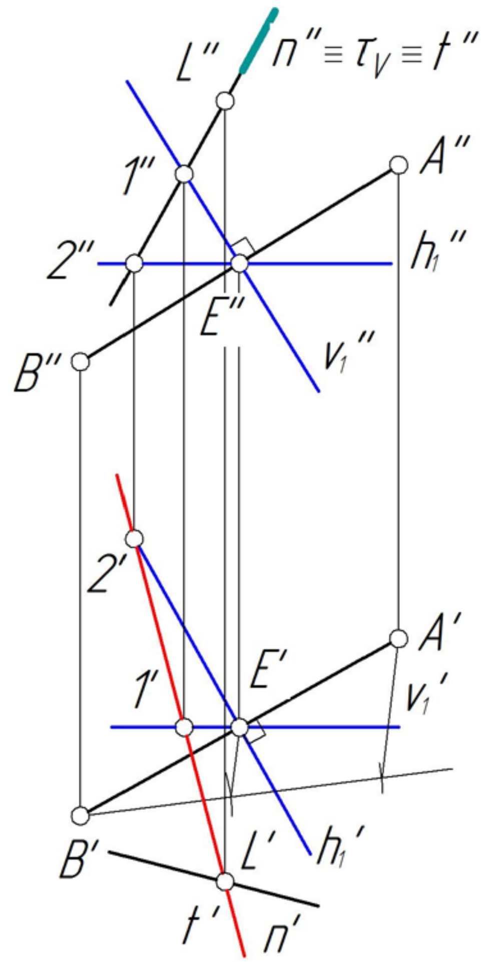


а *б*

Рисунок 29



в



г

Рисунок 29 (продолжение)

Задача 3.12: построить множество точек, равноудаленных от точек *А*, *В* и *С* (рисунок 30, *а*).

Решение:

1. Соединяем точки *А* и *В*, делим отрезок *АВ* пополам, получаем точку *Е*. Соединяем точки *В* и *С*, делим отрезок *ВС* пополам, получаем точку *F* (рисунок 30, *б*).

2. Через точку *Е* строим плоскость α, заданную двумя пересекающимися прямыми (горизонталью h_1и фронталью v_1), перпендикулярную к отрезку *АВ*. Через точку *F* строим плоскость β, заданную двумя пересекающимися прямыми (горизонталью h_2 и фронталью v_2), перпендикулярную к отрезку *ВС* (рисунок 30, *в*).

3. Находим линию *l* пересечения плоскостей α и β. Для простоты решения задачи возьмем плоскости-посредники, параллельные горизонтальной плоскости проекций. Для этого горизонтали заключаем в плоскости уровня (рисунок 30, *г*). Эти плоскости пересекают α и β по прямым, которые или параллельны горизонталям (t_1, t_2), или являются горизонталями (h_1, h_2). Так t_1 будет параллельна горизонтали h_2, а t_2 будет параллельна горизонтали h_1 (рисунок 30, *г*).

***Алгоритмическая запись решения*:**

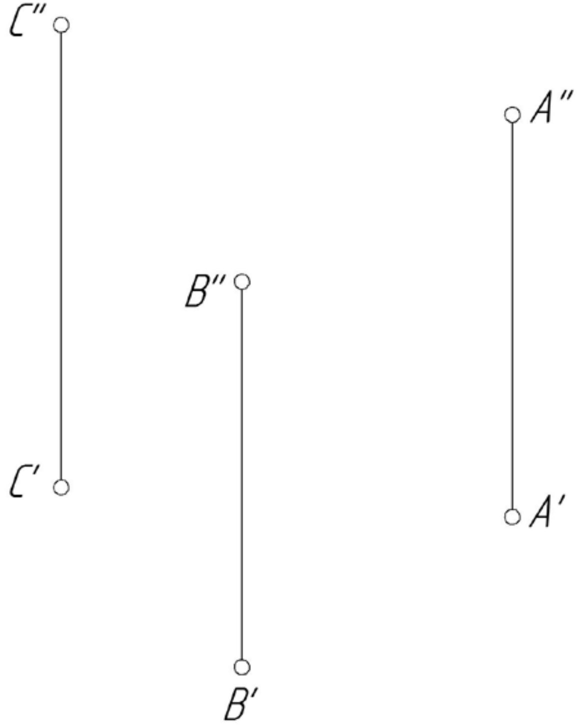
1. $E \in AB, |AE|=|EB|, F \in BC, |BF|=|FC|.$
2. $E \in \alpha(h_1 \cap v_1) \perp AB,$
$F \in \beta(h_2 \cap v_2) \perp BC.$
3. $\alpha \cap n = l(MN).$

Если нужно построить точку, равноудаленную от четырех точек A, B, C и D, последовательность решения задачи будет следующая:

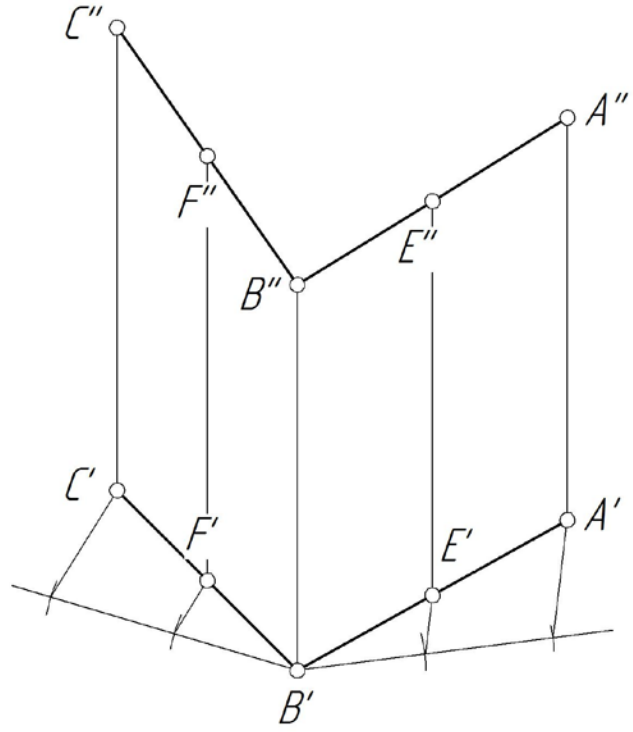
1. Через середины трех отрезков *АВ, ВС* и *СD* строим три плоскости α, β и γ перпендикулярные к этим отрезкам.

2. Определяем линию пересечения *l* плоскостей α и β.

3. Находим точку *О* пересечения прямой *l* с плоскостью γ. Это и будет точка, равноудаленная от четырех заданных точек.

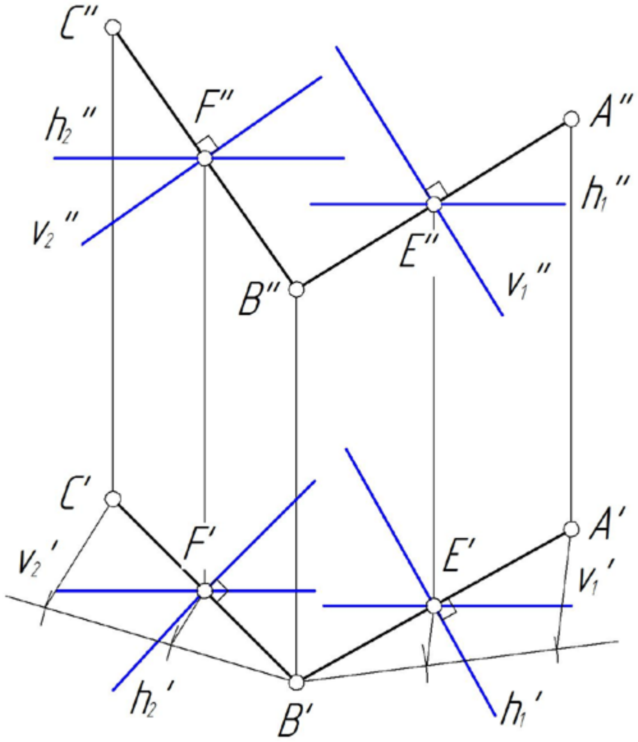


а

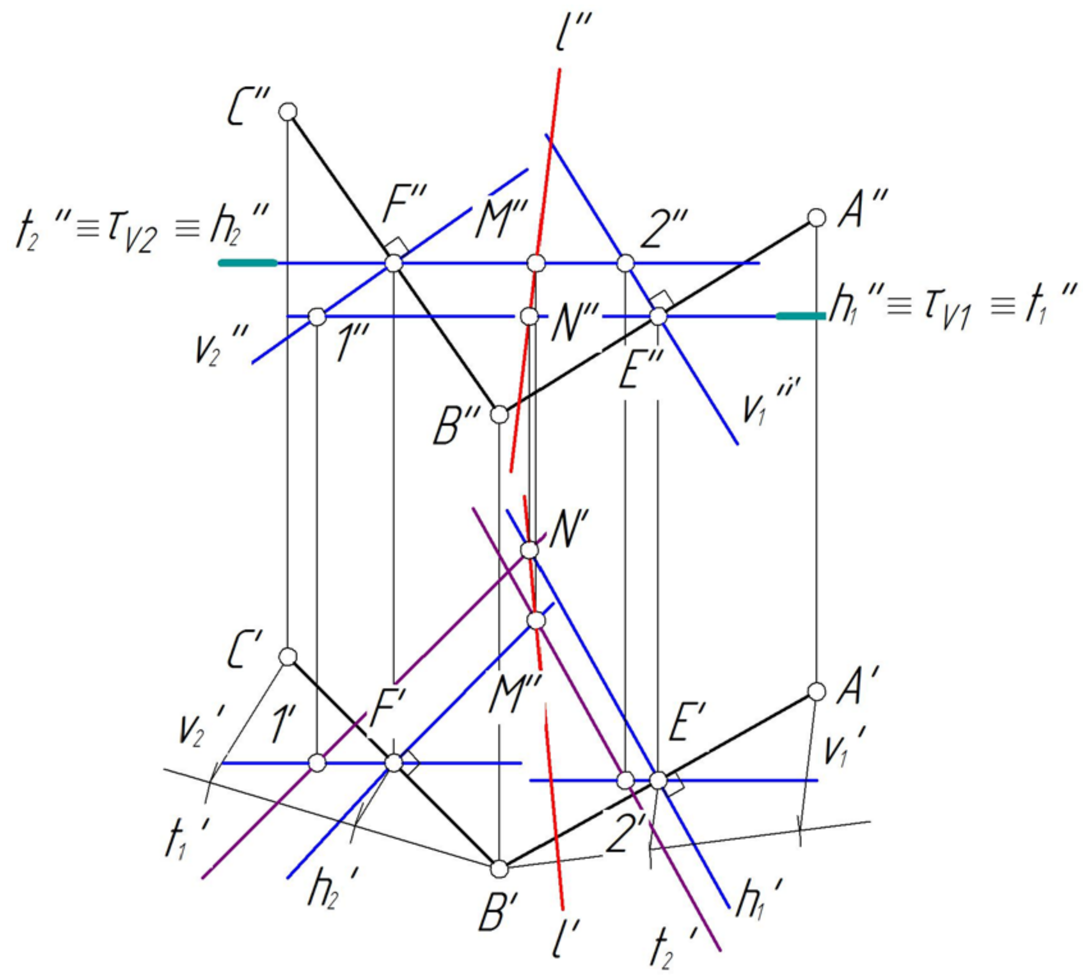


б

Рисунок 30



в



г

Рисунок 30(продолжение)

Рекомендации по выполнению работы

Выполнение графической работы на тему «Комплексная работа на перпендикулярность» основывается на решении позиционных и метрических задач.

Для выполнения графических работ нужны следующие материалы и принадлежности: бумага карандаши, ластик, рейсшина, угольники, линейки, лекала, циркуль. Все чертежи должны выполняться в соответствии с требованиями стандартов Единой системы конструкторской документации (ЕСКД), отличаться четким и аккуратным оформлением.

Каждую работу выполняют на листе формата А3 по индивидуальному заданию.

Все изображения выполняются от руки на одной стороне формата.

Приступая к оформлению чертежей, следует предварительно установить: расположение изображений на листе; размещение надписей. Произвести компоновку материала на листе. Работа «Комплексная работа на перпендикулярность» выполняется на двухплоскостном чертеже.

Заполнить основную надпись. Все надписи должны быть выполнены карандашом чертежным шрифтом типа А по ГОСТ 2.304–81*. Ручкой заполняется графа «Подпись».

Работы, выполненные в тонких линиях карандаша, самостоятельно проверяются и предъявляются преподавателю для проверки, а затем обводятся.

Выполнение графической работы на тему «Комплексная работа на перпендикулярность» основывается на решении позиционных и метрических задач.

Задание к работе

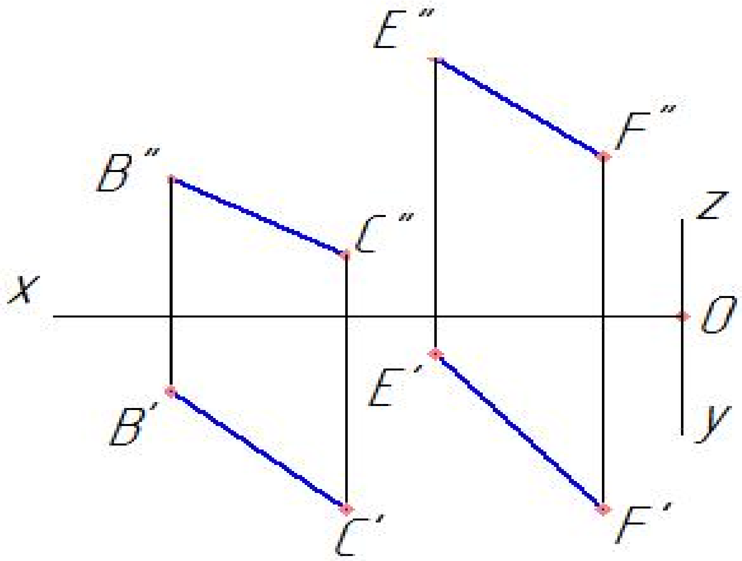
1. Работу выполнить на листе формата А3 на двухплоскостном чертеже.
2. Условие задания и исходные данные выбрать по номеру варианта согласно журнальному списку группы.

Пример выполнения работ приведены в *приложении 1*.

Индивидуальные задания

Варианты 1-10.

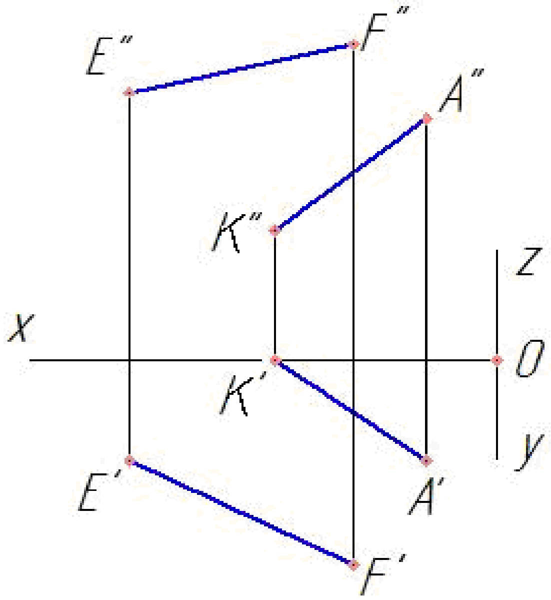
Построить проекции пирамиды *SABC*, в основании которой лежит треугольник *ABC (AB=AC)* с вершиной *A* на прямой *EF*. Высота пирамиды проходит через центр тяжести основания и равна *BC*.



№вар.		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	**X**	140	100	80	80	50	100	100	150	115	100
	Y	30	80	0	55	80	100	0	90	100	75
	Z	30	10	75	25	40	145	85	40	125	0
C	**X**	100	60	120	120	105	155	145	95	60	55
	Y	85	25	25	10	125	40	40	155	40	20
	Z	5	35	20	80	100	100	30	100	80	40
E	**X**	80	160	20	180	160	45	35	75	170	165
	Y	5	70	50	80	85	110	50	65	110	75
	Z	95	75	65	70	110	105	85	5	85	50
F	**X**	40	125	55	145	125	80	75	40	135	125
	Y	75	5	85	90	45	5	90	105	10	5
	Z	55	85	0	5	5	55	15	110	45	90

Варианты 11-20.

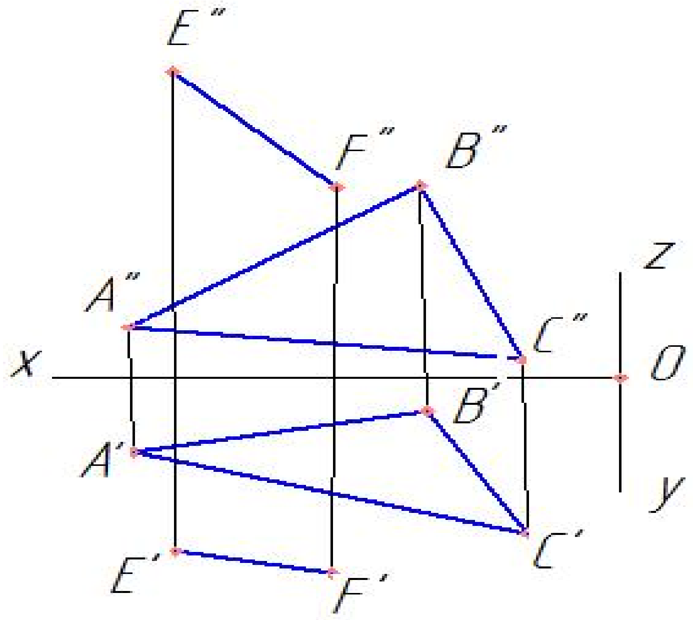
Построить проекции пирамиды *SABCD*, основание которой – квадрат *ABCD* с вершиной *B*, лежащей на прямой *EF* и стороной *AD*, лежащей на прямой *AK*. Высота пирамиды равна длине стороны основания и проходит через точку пересечения диагоналей квадрата.



№вар.		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	**X**	10	150	150	160	160	10	20	0	20	140
	Y	50	50	85	60	95	85	100	50	60	60
	Z	80	85	50	95	60	50	55	90	90	95
K	**X**	65	95	95	105	105	65	75	55	75	85
	Y	0	0	40	10	50	40	55	0	10	10
	Z	40	40	0	50	10	0	5	50	50	50
E	**X**	80	80	80	90	90	80	90	70	90	70
	Y	35	45	130	70	140	130	145	40	50	50
	Z	125	130	40	140	65	40	45	135	135	140
F	**X**	35	125	125	135	135	35	45	25	45	115
	Y	100	95	130	95	140	130	145	95	105	110
	Z	125	130	105	140	90	100	100	135	135	140

Варианты 21-30.

Построить проекции пирамиды *SABC*, если вершина *S* принадлежит прямой *EF*, а высота пирамиды равна стороне *AC*.



№вар.		21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	**X**	140	35	45	55	85	35	150	0	180	100
	Y	30	35	90	15	105	80	95	35	90	20
	Z	80	40	10	70	10	5	15	90	25	60
B	**X**	25	115	160	140	145	90	85	50	130	20
	Y	45	90	50	30	20	0	130	95	0	5
	Z	40	20	35	30	60	105	95	0	95	90
C	**X**	85	150	110	25	30	150	35	115	65	60
	Y	140	20	125	60	5	50	55	10	50	75
	Z	20	70	95	15	80	20	40	50	0	30
E	**X**	70	65	90	125	115	145	125	110	95	125
	Y	80	120	40	85	105	110	55	75	115	85
	Z	60	100	95	120	105	105	80	130	55	85
F	**X**	25	35	60	90	145	115	90	70	60	100
	Y	125	90	40	85	75	80	20	75	115	110
	Z	105	70	110	70	75	80	115	90	90	110

Литература

1. Корниенко, В.В. Начертательная геометрия: Учебное пособие/ В.В. Корниенко, В.В. Дергач, А.К. Толстихин и др. - СПб.: Лань, 2013. - 192 с.

2. Короев, Ю.И. Начертательная геометрия: Учебник для вузов/ Ю.И. Короев. - М.: Архитектура-С, 2014. - 424 с.

3. Королев, Ю. Начертательная геометрия и графика: Учебное пособие: Стандарт третьего поколения/ Ю. Королев, С. Устюжанина. - СПб.: Питер, 2013. - 192 с.

4. Фролов, С.А. Начертательная геометрия: сборник задач: Учебное пособие для студентов машиностроительных и приборостроительных специальностей вузов/ С.А. Фролов. - М.: ИНФРА-М, 2013. - 172 с.

5. Фролов, С.А. Начертательная геометрия.: Учебник/ С.А. Фролов. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 285 с.

6. Чекмарев, А.А. Начертательная геометрия и черчение: Учебник/ А.А. Чекмарев. - Люберцы: Юрайт, 2015. - 471 с.

7. Чудесенко, В.Ф. Начертательная геометрия. Инженерная графика. Интернет-тестирование базовых знаний: Учебное пособие/ В.Ф. Чудесенко. - СПб.: Лань П, 2016. - 256 с.

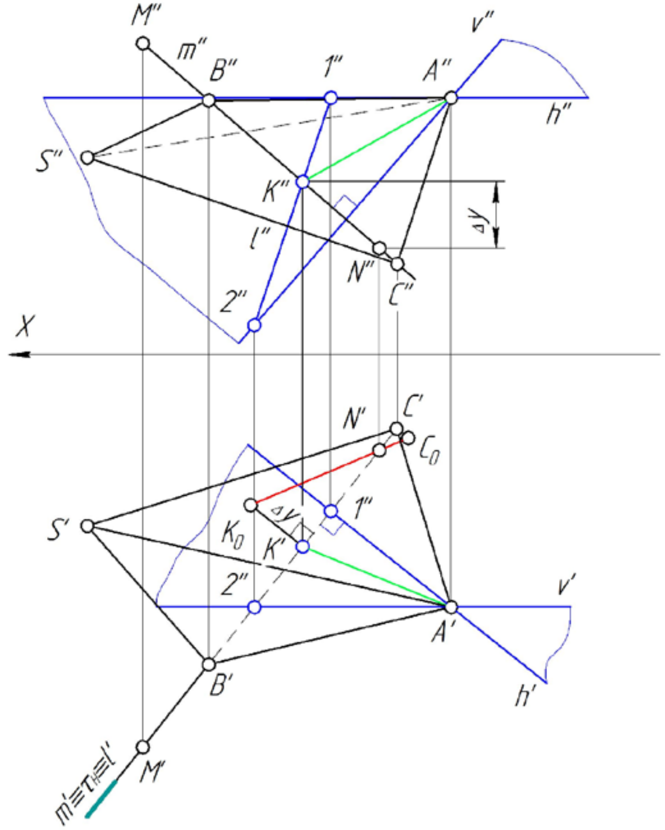
8. Чураков, Б.П. Начертательная геометрия/ Б.П. Чураков, Д.Б. Чураков. - СПб.: Лань КПТ, 2016. - 256 с.

9. Васина Н.В., Лобанова С.В. Перпендикулярность геометрических элементов: учеб. пособие. – Тула, ТулГУ, ЭБС «БиблиоТех», 2019. – 69 с. https://tsutula.bibliotech.ru/Reader/Book/2019022511150779253700005116

Вариант 20

Построить пирамиду SABC, если в основании ее лежит равнобедренный треугольник ABC, основание которого BC=80 мм и принадлежит прямой m, заданной точками M и N.

	S	A	M	N
x	134	49	120	66
y	40	60	92	22
z	46	66	73	25



Алгоритм:

1. $A \in \alpha \, (h \cap v) \perp m$.
2. $m' \equiv \tau_H \equiv l' \, (1' \, 2') \Rightarrow l''(1'' \, 2'')$.
3. $m'' \cap l'' = K'' \Rightarrow K'$.
4. На Н.В. [KN] ⇒ Н.В. [KC]=40.
5. KC=KB.
6. ΔABC.
7. SABC – пирамида.

Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Вариант 20
Разраб.		Иванов			Комплексная задача на перпендикулярность
Пров.		Петров			Лит. / Масса / Масштаб 1:1
Т.контр.					Лист / Листов 1
Н.контр.					гр.121221
Утв.					

Копировал Формат А3

Перв. примен. | Справ. № | Подп. и дата | Инв. № дубл. | Взам. инв. № | Подп. и дата | Инв. № подл.