

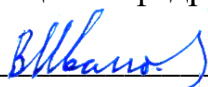
МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук  
Кафедра «Прикладная математика и информатика»

Утверждено на заседании кафедры  
«Прикладная математика и информатика»  
« 21 » января 2021 г., протокол № 6

Заведующий кафедрой

 В.И. Иванов

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)  
«Вариационное исчисление и оптимальное управление»**

**основной профессиональной образовательной программы  
высшего образования – программы бакалавриата**

по направлению подготовки  
**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

с направленностью (профилем)  
**Прикладная математика и информатика**

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 010302-01-21

Тула 2021 год

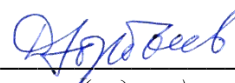
**ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ**  
**рабочей программы дисциплины (модуля)**

**Разработчик:**

Горбачев Д.В., профессор каф. ПМИИ, д.ф.-м.н.

---

(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)



---

(подпись)

## 1 Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)

**Целью** освоения дисциплины (модуля) является освоение теории экстремальных задач вариационного типа, знакомство с численными методами их решения и приложениями.

**Задачами** освоения дисциплины (модуля) являются:

- изучение теории и методов решения вариационных задач;
- освоение численных методов решения простейших вариационных задач;
- знакомство с прикладными задачами вариационного типа.

## 2 Место дисциплины (модуля) в структуре основной профессиональной образовательной программы

Дисциплина (модуль) относится к части основной профессиональной образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений.

Дисциплина (модуль) изучается в восьмом семестре.

## 3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения основной профессиональной образовательной программы (формируемыми компетенциями) и индикаторами их достижения, установленными в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы, приведён ниже.

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

**знать:**

- 1) методы классического системного анализа, концептуального проектирования, планирования проектных работ, публичной защиты проектных работ, методы тестирования (код компетенции – ПК-6, код индикатора – ПК-6.1);
- 2) основные методы математического и алгоритмического моделирования для решения научных и прикладных задач (код компетенции – ПК-9, код индикатора – ПК-9.1).

**Уметь:**

- 1) формулировать задачи и требования к результатам аналитических работ и методам их выполнения; выбирать методики разработки требований к системе и шаблоны документов; планировать проектные работы; проводить презентации (код компетенции – ПК-6, код индикатора – ПК-6.2);
- 2) формализовать задачу, выбрать необходимый теоретический и численный методы решения; применять на практике методы моделирования к решению научных и прикладных задач (код компетенции – ПК-9, код индикатора – ПК-9.2).

**Владеть:**

- 1) навыками определения функциональных рамок подсистемы, выбора требований к системе, методов разработки, типов и атрибутов требований к системе, шаблона описаний требований; концептуального, функционального и логического проектирования систем среднего и крупного масштаба и сложности (код компетенции – ПК-6, код индикатора – ПК-6.3);
- 2) навыками решения математических и прикладных задач с использованием моделирования задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний (код компетенции – ПК-9, код индикатора – ПК-9.3).

Полные наименования компетенций и индикаторов их достижения представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

## 4 Объем и содержание дисциплины (модуля)

### 4.1 Объем дисциплины (модуля), объем контактной и самостоятельной работы обучающегося при освоении дисциплины (модуля), формы промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

Номер семестра	Формы промежуточной аттестации	Общий объем в зачетных единицах	Общий объем в академических часах	Объем контактной работы в академических часах						Объем самостоятельной работы в академических часах
				Лекционные занятия	Практические (семинарские) занятия	Лабораторные работы	Клинические практические занятия	Консультации	Промежуточная аттестация	
Очная форма обучения										
8	Э	3	108	24	24	–	–	2	0,25	57,75
Итого	–	3	108	24	24	–	–	2	0,25	57,75

Условные сокращения: Э – экзамен, ЗЧ – зачет, ДЗ – дифференцированный зачет (зачет с оценкой), КП – защита курсового проекта, КР – защита курсовой работы.

### 4.2 Содержание лекционных занятий

#### Очная форма обучения

№ п/п	Темы лекционных занятий
<i>8 семестр</i>	
1	Введение в задачи вариационного типа. Исторический экскурс, задача о брахистохроне. Изопериметрическая задача, распространение лучей света. Основные определения, слабый и сильный экстремумы
2	Простейшая задача вариационного исчисления. Постановка задачи. Уравнение Эйлера, вывод методом ломаных. Примеры. Вывод уравнения Эйлера при помощи вариантов основной леммы. Случай леммы Лагранжа. Случай леммы Дюбуа-Реймона. Примеры, доказательство экстремальности непосредственной проверкой
3	Варианты простейшей задачи. Интегралы уравнения Эйлера, решение задачи о брахистохроне. Векторный случай, пример. Задача со старшими производными, уравнение Эйлера–Пуассона, пример
4	Достаточные условия слабого экстремума в простейшей задаче. Условие Лежандра. Условие Якоби. Примеры. Достаточные условия сильного экстремума в простейшей задаче. Примеры слабых и сильных экстремумов. Условие Вейерштрасса. Примеры
5	Задача Больца. Постановка задачи Больца. Необходимое условие экстремума. Примеры
6	Изопериметрическая задача. Постановка задачи. Необходимое условие экстремума. Примеры. Примеры изопериметрических задач. Классическая изопериметрическая задача. Задача Дидоны. Задача о цепной линии
7	Задача с подвижными границами. Постановка задачи с подвижными границами. Необходимое условие экстремума. Примеры. Задача с дифференциальными связями. Постановка задачи. Необходимое условие экстремума. Примеры, задача Чаплыгина

№ п/п	Темы лекционных занятий
8	Задача Лагранжа. Постановка задачи, связь с изученными задачами. Теорема Эйлера–Лагранжа. Пример
9	Примеры задач Лагранжа. Задача Дидоны с подвижными границами. Задачи со вторыми производными. Вывод уравнения Эйлера–Пуассона
10	Введение в задачи оптимального управления. Исторический экскурс, задача о быстродействии. Основные определения, управление, постановка задачи в лагранжевой форме. Принцип максимума Понтрягина, пример
11	Некоторые задачи оптимального управления. Задача о быстродействии. Аэродинамическая задача Ньютона. Другие примеры
12	Прямые методы вариационного исчисления. Введение. Конечно-разностный метод Эйлера. Примеры. Прямые методы Рунге и Галеркина. Метод Рунге. Метод Галеркина. Примеры

### 4.3 Содержание практических (семинарских) занятий

#### Очная форма обучения

№ п/п	Темы практических (семинарских) занятий
<i>8 семестр</i>	
1	Введение в задачи вариационного типа
2	Простейшая задача вариационного исчисления
3	Варианты простейшей задачи
4	Достаточные условия экстремума в простейшей задаче
5	Задача Больца
6	Изопериметрическая задача
7	Задача с подвижными границами. Задача с дифференциальными связями
8	Задача Лагранжа
9	Задачи оптимального управления
10	Прямые методы вариационного исчисления

### 4.4 Содержание лабораторных работ

Занятия указанного типа не предусмотрены основной профессиональной образовательной программой.

### 4.5 Содержание клинических практических занятий

Занятия указанного типа не предусмотрены основной профессиональной образовательной программой.

### 4.6 Содержание самостоятельной работы обучающегося

#### Очная форма обучения

№ п/п	Виды и формы самостоятельной работы
<i>8 семестр</i>	
1	Подготовка к практическим занятиям

№ п/п	Виды и формы самостоятельной работы
2	Выполнение домашних заданий
3	Подготовка к контрольным работам
4	Подготовка к промежуточной аттестации и ее прохождение

**5 Система формирования оценки результатов обучения по дисциплине (модулю) в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающегося**

**Очная форма обучения**

Мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающегося			Максимальное количество баллов
<i>8 семестр</i>			
Текущий контроль успеваемости	Первый рубежный контроль	<b>Оцениваемая учебная деятельность обучающегося:</b>	
		Посещение лекционных занятий	4
		Работа на практических занятиях	8
		Выполнение домашних заданий	8
		Выполнение контрольной работы № 1	10
		Итого	30
	Второй рубежный контроль	<b>Оцениваемая учебная деятельность обучающегося:</b>	
		Посещение лекционных занятий	4
		Работа на практических занятиях	8
		Выполнение домашних заданий	8
		Выполнение контрольной работы № 2	10
		Итого	30
Промежуточная аттестация	Экзамен		40 (100*)

\* В случае отказа обучающегося от результатов текущего контроля успеваемости

**Шкала соответствия оценок в стобалльной и академической системах оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)**

Система оценивания результатов обучения	Оценки			
Стобалльная система оценивания	0 – 39	40 – 60	61 – 80	81 – 100
Академическая система оценивания (экзамен, дифференцированный зачет, защита курсового проекта, защита курсовой работы)	Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Академическая система оценивания (зачет)	Не зачтено	Зачтено		

## **6 Описание материально-технической базы (включая оборудование и технические средства обучения), необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю) требуется учебная аудитория, оборудованная доской для написания мелом.

## **7 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

### **7.1 Основная литература**

1. Горбачев, Д.В. Лекции по вариационному исчислению: учебное пособие / Д. В. Горбачев; ТулГУ.— Тула : Изд-во ТулГУ, 2014 .— 112 с. — ISBN 978-5-7679-2994-8. — Текст: электронный // Библиотех: электронно-библиотечная система. — URL: <https://tsutula.bibliotech.ru/Reader/Book/2015031314594710531700002178>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Алексеев, В. М. Оптимальное управление: учебно-методическое пособие / В. М. Алексеев, В. М. Тихомиров, С. В. Фомин. — 2-е изд. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 384 с. — ISBN 5-9221-0589-2. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/48177>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

### **7.2 Дополнительная литература**

1. Краснов, М.Л. Вариационное исчисление. Задачи и примеры с подробными решениями: учебное пособие для вузов / М.Л. Краснов, Г.И. Макаренко, А.И. Киселев. — 2-е изд., испр. — М.: УРСС, 2002. — 176с.: ил. — (Вся высшая математика в задачах). — ISBN 5-354-00015-7.
2. Ванько, В. И. Вариационное исчисление и оптимальное управление : учебник для втузов / В. И. Ванько, О. В. Ермошина, Г. Н. Кувыркин ; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко .— 3-е изд., испр. — М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2006 .— 488 с. : ил. — (Математика в техническом университете ; Вып. XV) .— Библиогр.: с. 475-479 .— Предм. указ.: с.480-484 .— ISBN 5-7038-2627-6 ((Вып.XV)) : 187,00 .— ISBN 5-7038-2484-2.
3. Эльсгольц, Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление: Учебник для вузов / Л.Э. Эльсгольц. — 5-е изд. — М.: Эдиториал УРСС, 2002. — 320с.: ил. — Библиогр. в конце кн. — ISBN 5-354-00135-8.
4. Демьянов, В.Ф. Условия экстремума и вариационное исчисление: учеб. пособие для вузов / В.Ф.Демьянов. — М.: Высш. шк., 2005. — 335с.: ил. — Библиогр. в конце кн. — ISBN 5-06-004751-2 /в пер.
5. Тимофеев, Ю.К. Вариационное исчисление в оптимальном управлении: Учеб. пособие / Ю.К. Тимофеев; Сарат. гос. техн. ун-т. — Саратов, 2002. — 93с.: ил. — Библиогр. в конце кн. — ISBN 5-7433-0961-2.
6. Крылов, О.В. Метод конечных элементов и его применение в инженерных расчетах: Учеб. пособие для вузов / О.В.Крылов. — М.: Радио и связь, 2002. — 104с.: ил. — Библиогр. в конце кн. — ISBN 5-256-01627-X.

## **8 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

1. <http://window.edu.ru> – Единое окно доступа к образовательным ресурсам.
2. <http://elibrary.ru/> – Научная Электронная Библиотека eLibrary.
3. <http://cyberleninka.ru/> – КиберЛенинка — научная электронная библиотека.
4. <http://www.intuit.ru> – Национальный открытый университет «ИНТУИТ».

## **9 Перечень информационных технологий, необходимых для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

### **9.1 Перечень необходимого ежегодно обновляемого лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства**

1. Пакет офисных приложений «МойОфис».

### **9.2 Перечень необходимых современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем**

Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы не требуются.