МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук

Кафедра прикладной математики и информатики

Утверждено на заседании кафедры
прикладной математики и информатики
21.01.2021, протокол № 6

Заведующий кафедрой

__________________________ В.И. Иванов

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ) ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

«Дискретная математика»

**основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы бакалавриата**

по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика

с профилем
Прикладная математика и информатика

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 010302-01-21

Тула 2021 год

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ
фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Разработчик:

Баранов.П., профессор кафедры ПМиИ, д.т.н., доцент

(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание) *(подпись)*

1. Описание фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Фонд оценочных средств (оценочные материалы) включает в себя контрольные задания и вопросы, которые могут быть предложены обучающемуся в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Дискретная математика». Указанные контрольные задания и (или) вопросы позволяют оценить достижение обучающимся планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю) «Дискретная математика», установленных в соответствующей рабочей программе дисциплины (модуля), а также сформированность компетенций, установленных в соответствующей общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

Полные наименования компетенций и индикаторов их достижения представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

2. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

2 семестр

Текущий контроль успеваемости обучающегося осуществляется по результатам:
– посещения лекционных занятий;
– работы на практических занятиях;
– выполнения контрольных работ №№ 1, 2;
– выполнения и защиты типовых расчетов №№ 1, 2.
Каждый вариант контрольной работы № 1 включает 10 задач, из них:
– 4 задачи на проверку знаний;
– 4 задачи на проверку умений;
– 2 задачи на проверку владений.
Каждый вариант контрольной работы № 2 включает 10 задач, из них:
– 2 задачи на проверку знаний;
– 6 задач на проверку умений;
– 2 задачи на проверку владений.
Типовой расчет № 1 включает 10 заданий, из них:
– 4 задания на проверку знаний;
– 4 задания на проверку умений;
– 2 задания на проверку владений.
Типовой расчет № 2 включает 10 заданий, из них:
– 2 задания на проверку знаний;
– 6 заданий на проверку умений;
– 2 задания на проверку владений.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-2.1)

1. Бинарное отношение $\{(x,\ y)\,|\,x,\ y \in R,\ x \le y\}$ обладает следующими свойствами:

а) рефлексивное, симметричное, не транзитивное;

б) рефлексивное, антисимметричное, не транзитивное;

в) рефлексивное, антисимметричное, транзитивное;

г) не рефлексивное, антисимметричное, транзитивное.

2. Производящей функцией последовательности

$$(1,\ 2,\ 1,\ 2,\ 1,\ 2,\ \ldots)$$

является функция:

$$1)\ \frac{1+2\cdot x}{1-x^2};\ 2)\ \frac{1}{1-x^2};\ 3)\ \frac{\ln(1+x)}{x};\ 4)\ \frac{1}{(1-x)^2}.$$

2. Функция $f(\tilde{x}^2)=x_1 \mid x_2$ называется

1) стрелка Пирса;
2) штрих Лукасевича;
3) шрих Шеффера;
4) функция запрета.

3. Какая из следующих формул является дизъюнктивной нормальной формой?

$$1)\ \overline{x};\ 2)\ \overline{x_1 \vee \overline{x}_1 \cdot x_2};\ 3)\ \overline{x_1 \cdot x_2};\ 4)\ \overline{x_1 \vee x_2}.$$

4. Метод Блейка построения сокращенной ДНФ для функции f состоит

1) в представлении f в виде СДНФ и правил обобщенного склеивания $\overline{x}\cdot K_1 \vee \overline{x}\cdot K_2 = \overline{x}\cdot K_1 \vee \overline{x}\cdot K_2 \vee K_1\cdot K_2$;
2) в представлении f в виде КНФ и правил $x\cdot\overline{x}\cdot K=0$, $x\cdot x\cdot K=x\cdot K$, $K_1 \vee K_1\cdot K_2 = K_1$;
3) в представлении f в виде ДНФ и правил неполного склеивания $\overline{x}\cdot K \vee x\cdot K = \overline{x}\cdot K \vee x\cdot K \vee K$.

1) первое; 2) второе; 3) третье; 4) первое и второе.

5. Сложностью СФЭ называется

1) число ФЭ в максимальной цепи, соединяющей входы и выходы СФЭ;
2) общее число ФЭ, входящих в СФЭ;
3) общее число входов и выходов СФЭ.

6. Какое из следующих утверждений справедливо?

1) для любого регулярного языка существует распознающий его автомат;
2) язык, распознаваемый автоматом, является регулярным.

1) только первое; 2) только второе; 3) первое и второе.

7. Какое из следующих утверждений справедливо?

1) функция $f^*(x_1, x_2, ..., x_n)$ является двойственной функцией к функции $f(x_1, x_2, ..., x_n)$, если $f^*(x_1, x_2, ..., x_n)=\overline{f}(\overline{x}_1, \overline{x}_2, ..., \overline{x}_n)$;

2) функция $f^*(x_1, x_2, ..., x_n)$ является двойственной функцией к функции $f(x_1, x_2, ..., x_n)$, если $f^*(x_1, x_2, ..., x_n)=f(\overline{x}_1, \overline{x}_2, ..., \overline{x}_n)$;

3) функция $f^*(x_1, x_2, ..., x_n)$ является двойственной функцией к функции $f(x_1, x_2, ..., x_n)$, если $f^*(x_1, x_2, ..., x_n)=\overline{f}(x_1, x_2, ..., x_n)$.

1) первое; 2) второе; 3) третье; 4) никакое.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-2.2)

1. Какое из отношений имеет место для множеств $X=(A\oplus B)\bigcap(A\oplus C)$ и $Y=A\oplus(B\bigcap C)$?

1) $X\subset Y$; 2) $X\supset Y$; 3) $X=Y$; 4) никакое из указанных в 1)-3)

2. Определить количество конституент для множества $A\setminus(B\setminus C)$.

1) 2; 2) 3; 3) 6; 4) 4.

3. Найти номер двоичного набора (11001101).

1) 185; 2) 205; 3) 215; 4) 164.

4. Выяснить, какие из нижеперечисленных выражений являются формулами над множеством логических связок $\sigma = \{\neg,\ \&,\ \vee,\ \rightarrow\}$:

а) $x \rightarrow y$; б) $(x \leftarrow y)$; в) $(y \rightarrow (x))$; г) $(x \rightarrow (y \& (\neg x)))$; д) $(\neg x \rightarrow z)$.

1) а), в), г); 2) а), в), д); 3) г); 4) никакие.

5. Двойственной к функции $f = x \cdot y \rightarrow z$ является функция

1) $\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z}$;

2) $\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z$;

3) $\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z}$;

4) $(x \vee y) \rightarrow z$.

6. Построить полином Жегалкина для функции $f(\tilde{x}^2) = (1000)$.

1) $x_1 \oplus x_2 \oplus 1$; 2) $x_1 \cdot x_2 \oplus x_1 \oplus x_2$; 3) $x_1 \cdot x_2 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus 1$; 4) $x_1 \cdot x_2 \oplus x_1 \oplus 1$.

7. Какие из следующих систем функций будут полными:

1) $A_1 = \{x \cdot y,\ x \vee y,\ x \oplus y,\ x \cdot y \vee y \cdot z \vee z \cdot x\}$;

2) $A_2 = \{x \cdot y,\ x \vee y,\ x \oplus y \oplus z \oplus 1\}$;

3) $A_3 = \{1,\ \bar{x},\ x \cdot (y \,\square\, z) \oplus \bar{x} \cdot (y \oplus z),\ x \,\square\, y\}$;

4) $A_4 = \{0,\ \bar{x},\ x \cdot (y \oplus z) \oplus y \cdot z\}$.

1) A_1 и A_2; 2) A_2 и A_4; 3) A_2 и A_3; 4) A_4.

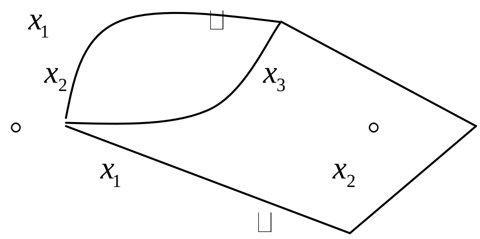
8. В какой из классов Поста входит функция $f(\tilde{x}^3) = x_1 \oplus x_2 \cdot x_3$?

1) T_0; 2) T_1; 3) M; 4) T_0 / L.

9. Выяснить, является ли ДНФ $R = x_1 \cdot x_2 \vee \bar{x}_2$ а) тупиковой, б) кратчайшей, в) минимальной.

1) а) да, б) да, в) да; 2) а) нет, б) нет, в) нет; 3) а) нет, б) да, в) нет;
4) а) да, б) нет, в) да.

10. Найти функцию, реализуемую контактной схемой



1) $f = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \vee x_1 \cdot x_2$; 2) $f = x_1 \cdot x_2 \vee x_2 \cdot x_3 \vee x_3 \cdot x_1$; 3) $f = (x_1 \vee x_2) \cdot (x_1 \vee x_2 \vee x_3)$.

11. Сколько слов из шести букв имеется в языке $\{1 \bigcup 101\}^*$?

1) 8; 2) 6; 3) 4; 4) 2.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.1)

1. Сложностью формулы над множеством связок σ называется число входящих в нее

1) переменных; 2) связок; 3) скобок.

2. ДНФ называется минимальной для функции f

1) если она содержит наименьшее число букв среди всех ДНФ, эквивалентных ей;

2) если она имеет наименьшее число элементарных конъюнкций среди всех ДНФ, эквивалентных ей;

3) если она является дизъюнкцией всех простых импликант функции f;

4) если отбрасывание любой элементарной конъюнкции или буквы приводит к ДНФ, которая не эквивалентна исходной ДНФ.

3. Метод Нельсона построения сокращенной ДНФ для функции f состоит

1) в представлении f в виде СДНФ и правил обобщенного склеивания $\overline{x} \cdot K_1 \vee \overline{x} \cdot K_2 = \overline{x} \cdot K_1 \vee \overline{x} \cdot K_2 \vee K_1 \cdot K_2$;

2) в представлении f в виде КНФ и правил $x \cdot \overline{x} \cdot K = 0$, $x \cdot x \cdot K = x \cdot K$, $K_1 \vee K_1 \cdot K_2 = K_1$;

3) в представлении f в виде ДНФ и правил неполного склеивания $\overline{x} \cdot K \vee x \cdot K = \overline{x} \cdot K \vee x \cdot K \vee K$.

1) первое; 2) второе; 3) третье; 4) второе и третье.

4. Словарный оператор называется детерминированным, если он

1) сохраняет длину слова;

2) отображает слова с общим началом в слова с общим началом;

3) сохраняет длину слова и отображает слова с общим началом в слова с общим началом.

5. Перечислите алгоритмически неразрешимые задачи:

1) задача о полноте системы булевых функций;

2) задача о полноте автоматного базиса;

3) задача остановки машины Тьюринга;

4) задача о разрешимости диофантового уравнения.

1) первая, вторая и третья; 2) вторая, третья и четвертая;

3) третья и четвертая; 4) вторая и четвертая.

6. Конечный автомат A реализует ограниченно- детерминированный словарный оператор φ_A. Пусть $s(A)$ – число состояний автомата, а $r(\varphi_A)$ – число остаточных операторов оператора φ_A. Какое из следующих неравенств верно для каждого автомата?

1) $s(A) < r(\varphi_A)$; 2) $s(A) \le r(\varphi_A)$; 3) $s(A) \ge r(\varphi_A)$; 4) $s(A) > r(\varphi_A)$.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.2)

1. Найти число $\left|B_n^k\right|$ двоичных наборов $\tilde{\alpha}^n = (\alpha_1, \ ..., \ \alpha_n)$ веса k $((n \ge 1, \ n \ge k \ge 0)$.

1) n^k; 2) C_n^k; 3) k^n; 4) A_n^k.

2. Представить функцию $f(\tilde{x}^2) = x_1 \to x_2$ в базисе $\sigma = \{|\}$.

1) $(x_1 \,|\, x_1) \,|\, (x_2 \,|\, x_2)$; 2) $x_1 \,|\, (x_2 \,|\, x_2)$; 3) $(x_1 \,|\, x_1) \,|\, x_2$; 4) $x_1 \,|\, (x_1 \,|\, x_2)$.

3. Какие из следующих функций будут самодвойственными:

1) $f(\tilde{x}^3) = \overline{(x_1 \to x_2) \to x_1 \cdot x_3} \to (x_2 \to x_3)$;

2) $f(\tilde{x}^3) = (x_1 \vee x_2 \vee x_3) \cdot t \vee \overline{x}_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x}_3$;

3) $f(\tilde{x}^3) = (0001001001100111)$.

1) вторая; 2) первая и вторая; 3) вторая и третья; 4) никакие.

4. Пусть задана полная в P_2 система функций $A = \{0, \ x \oplus y, \ x \to y, \ xy \square xz\}$. Сколько всевозможных базисов можно выделить из этой системы?

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

5. Из множества $A=\{x_1, \bar{x}_3, x_1 \cdot x_2, x_2 \cdot \bar{x}_3\}$ элементарных конъюнкций выделить простые импликанты функции $f(\tilde{x}^3)=(00101111)$.

1) x_1, $\bar{x}_3$; 2) $\bar{x}_3$, $x_1 \cdot x_2$; 3) x_1, $x_2 \cdot \bar{x}_3$; 4) $x_2 \cdot \bar{x}_3$.

6. Для функции $f(\tilde{x}^3)=(01111100)$ построить минимальную ДНФ.

1) $\bar{x}_1 \cdot x_3 \vee x_2 \cdot x_3 \vee \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2$; 2) $x_1 \cdot x_2 \vee \bar{x}_2 \cdot x_3$; 3) $\bar{x}_1 \cdot x_3 \vee \bar{x}_1 \cdot x_2 \vee x_1 \cdot \bar{x}_2$; 4) $x_1 \cdot x_2 \vee \bar{x}_2 \cdot x_3 \vee x_1 \cdot x_3$.

7. Пусть автоматы-распознаватели $A_1=(X,\ Q,\ \delta,\ q_1,\ F_1)$ и $A_2=(X,\ Q,\ \delta,\ q_1,\ F_2)$ таковы, что $F_1 \cap F_2 = F_1$. Как связаны распознаваемые ими языки $L(A_1)$ и $L(A_2)$?

1) $L(A_1) \subseteq L(A_2)$; 2) $L(A_2) \subseteq L(A_1)$; 3) ни 1), ни 2) не имеют места.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.3)

1. Составьте перечень свойств, характеризующих бинарное отношение

$$\{(x,\ y) \mid x,\ y \in Z,\ x \le y \le x^2\}.$$

2. Предложите транспортную сеть (на примере города, района, области и т.д.), поток в которой может быть увеличен. Укажите способ и найдите величину максимального потока в этой сети.

3. Определите, в каком отношении друг к другу состоят множества

$$X=(A \oplus B) \cap (A \oplus C) \text{ и } Y = A \oplus (B \cap C).$$

4. Приведите примеры булевых функций, которые являются

1) сокращенными;
2) тупиковыми;
3) кратчайшими;
4) минимальными.

3 семестр

Текущий контроль успеваемости обучающегося осуществляется по результатам:
– посещения лекционных занятий;
– работы на практических занятиях;
– выполнения контрольных работ №№ 3, 4;
– выполнения и защиты типовых расчетов №№ 3, 4;
Каждый вариант контрольной работы № 3 включает 7 задач, из них:
– 4 задачи на проверку знаний;
– 2 задачи на проверку умений;
– 1 задача на проверку владений.
Каждый вариант контрольной работы № 4 включает 7 задач, из них:
– 1 задача на проверку знаний;
– 5 задач на проверку умений;
– 1 задача на проверку владений.
Типовой расчет № 3 включает 7 заданий, из них:
– 4 задания на проверку знаний;
– 2 задания на проверку умений;
– 1 задание на проверку владений.
Типовой расчет № 4 включает 7 заданий, из них:
– 1 задание на проверку знаний;
– 5 заданий на проверку умений;

– 1 задание на проверку владений.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-2.1)

1. Пусть $M = \{1,\ 2,\ ...,\ 10\}$. Сколькими способами можно распределить числа этого множества на 5 подмножеств, каждое из которых содержит по 2 числа?

1) 945; 2) 2480; 3) 420; 4) 1350.

2. Найти число целых положительных чисел, не превосходящих 1000 и не делящихся ни на одно из чисел 6, 10 и 15?

1) 580; 2) 425; 3) 734; 4) 240.

3. Общее решение линейного рекуррентного соотношения

$$A_{n+2} + 2 \cdot A_{n+1} + A_n = 0$$

имеет вид:

1) $A_n = C_1 \cdot (-1)^n + C_2 \cdot (-1)^n$; 2) $A_n = C_1 \cdot (-1)^n + C_2 \cdot n \cdot (-1)^n$;

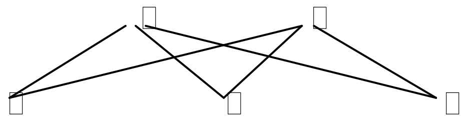
3) $A_n = C_1 \cdot 2^n + C_2 \cdot 2^n$; 4) $A_n = C_1 \cdot 2^n + C_2 \cdot n \cdot 2^n$.

4. Вершинами графа являются всевозможные двоичные слова длины 3. Ребра графа образованы парами слов, получающихся одно из другого циклической перестановкой разрядов. Сколько компонент связности имеет этот граф?

1) 3; 2) 4; 3) 2; 4) 1.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-2.2)

1. Чему равно число различных остовных деревьев для графа?



1) 7; 2) 2; 3) 5; 4) 4.

2. Чему равен словарный ранг матрицы?

$$\begin{pmatrix} 1&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&1&0&0&1&0 \\ 1&0&1&0&0&1&0 \\ 1&1&0&1&1&0&1 \\ 0&0&1&0&0&1&0 \\ 0&1&0&1&1&1&1 \\ 0&1&1&1&1&0&1 \end{pmatrix}$$

1) 6; 2) 7; 3) 5; 4) 4.

3. Для кода $C = \{111100,\ 110011,\ 001111\} \subseteq B^n$ найти число обнаруживаемых им ошибок.

1) 2; 2) 3; 3) 4; 4) 1.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.1)

1. Деревом называется:

1) связный граф, не имеющий циклов;

2) граф, не имеющий циклов;

3) граф, цикломатическое число которого равно нулю.

2. Эйлеровым циклом в графе называется:

1) цикл, проходящий через все вершины графа по одному разу;

2) цикл, в котором содержатся все ребра по одному разу;

3) цикл, содержащий четное число ребер.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.2)

1. Пусть $M=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Подсчитать количество таких подмножеств X множества M, что и в X и в $M\setminus X$ входят как четные, так и нечетные цифры.

1) 16; 2) 24; 3) 32; 4) 36.

2. Подсчитать количество 3-значных десятичных чисел $(abc)_{10}$, цифры которых образуют возрастающую последовательность, то есть $a<b<c$.

1) 60; 2) 75; 3) 84; 4) 120.

3. Сколько различных браслетов можно сделать из пяти одинаковых изумрудов, шести одинаковых рубинов и семи одинаковых сапфиров (в браслет входят все 18 камней)?

1) 408408; 2) 28308; 3) 743108; 4) 134208.

4.Чему равен $A_n = Coef_{x^n}\{A(x)\}$, где $A(x)=\sqrt{1-x}$:

1) $A_n=(-1)^n\cdot C_n^{1/2}$; 2) $A_n=(-1)^n\cdot C_{1/2}^n$; 3) $A_n=C_n^{1/2}$; 4) $A_n=C_n^{1/2}$.

5. Чему равна $\sum_{k=0}^{n} k\cdot C_n^k$?

1) 2^n; 2) $n\cdot 2^n$; 3) $n\cdot 2^{n-1}$; 4) 2^{n+1}.

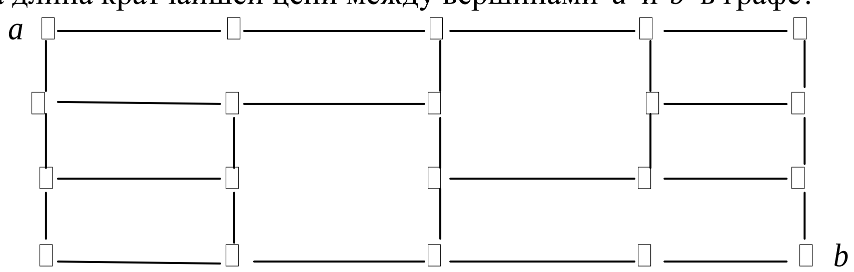
6. Граф имеет следующую матрицу смежности:

$$\begin{pmatrix} 0&0&1&1&0&1\\ 0&0&1&1&0&1\\ 1&1&0&0&1&0\\ 1&1&0&0&1&0\\ 1&1&0&0&0&0\\ 1&1&0&0&0&0 \end{pmatrix}.$$

Чему равен диаметр этого графа?

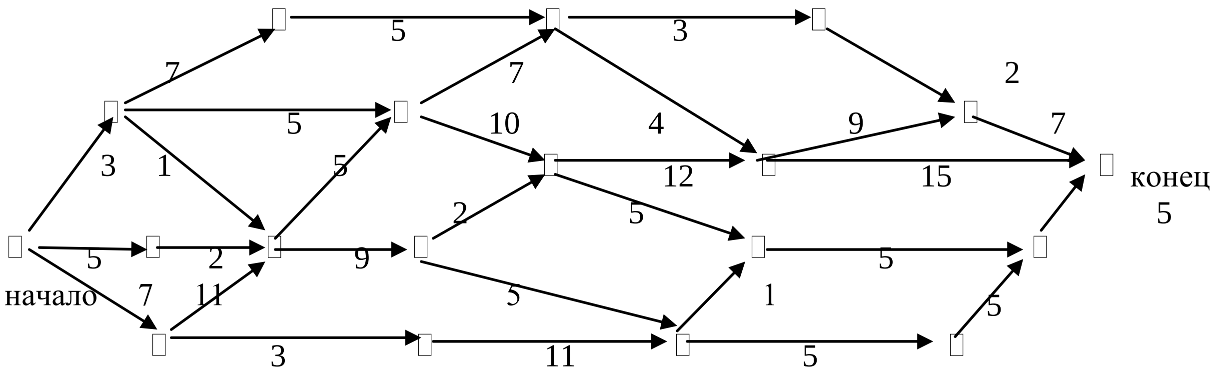
1) 4; 2) 3; 3) 2; 4) 1.

7. Чему равна длина кратчайшей цепи между вершинами a и b в графе?



1) 6; 2) 7; 3) 5; 4) 8.

8. Чему равна длина критического пути в сетевом графике?



1) 45; 2) 38; 3) 32; 4) 41.

9. Для кода $C = \{111100,\ 110011,\ 001111\} \subseteq B^n$ найти число ошибок, которые он исправляет.

1) 2; 2) 3; 3) 4; 4) 1.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.3)

1. Приведите несколько примеров практического приложения задачи нахождения кратчайшего пути в нагруженном неориентированном графе.

2. Проанализируйте, в каком случае число способов распределить 3 билета среди 20 студентов будет больше и во сколько раз, если:

1) распределяются билеты в разные театры, а каждый студент может получить не более одного билета;
2) распределяются равноценные билеты на вечер и каждый студент может получить не более одного билета.

3. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

2 семестр

Испытание промежуточной аттестации студента по дисциплине проводится в форме письменного ответа и предусматривает возможность последующего собеседования.

Каждый билет второго семестра включает 2 контрольных вопроса и задачу, осуществляющих в совокупности проверку знаний, умений и владений.

Вопросы к дифференцированному зачету

1. Основные понятия теории множеств. Способы задания множеств. Операции над множествами. Теоретико-множественные тождества.

2. Прямое произведение множеств. Соответствие между множествами. Понятие отображения множеств.

3. Отношения на множестве. Отношения эквивалентности и порядка. Примеры.

4. Определение и способы задания булевой функции.

5. Формулы. Строение формул. Реализация функций формулами. Существенные и фиктивные переменные.

6. Понятие суперпозиции функций алгебры логики. Примеры.

7. Эквивалентность формул. Основные тавтологии алгебры логики. Упрощение записи формул.

8. Принцип двойственности. Построение формулы для отрицания.

9. Разложение булевых функций по переменным. Совершенные дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы.

10. Полнота и замкнутость. Примеры функционально полных систем.

11. Представление булевых функций полиномом Жегалкина.

12. Классы булевых функций, сохраняющие константы. Класс монотонных булевых функций.

13. Класс самодвойственных булевых функций. Лемма о несамодвойственной булевой функции.

14. Класс линейных булевых функций. Лемма о нелинейной булевой функции.

15. Теорема Э. Поста о полноте.

16. Понятие дизъюнктивной нормальной формы. Проблема минимизации булевых функций.

17. Геометрическая интерпретация задачи минимизации булевых функций.

18. Определение тупиковой д. н. ф. Построение тупиковых д. н. ф. методом упрощения совершенной д. н. ф.

19. Определение сокращенной д. н. ф. и геометрический метод ее построения.

20. Методы Блейка, Нельсона и Квайна построения сокращенной д. н. ф.

21. Построение тупиковых д. н. ф. на основе геометрических представлений.

22. Минимизация булевых функций на основе построения тупиковых д. н. ф.

23. Минимизация булевых функций методом карт Карно.

24. Минимизация булевых функций методом Квайна-Мак-Класски.

25. Понятие схемы из функциональных элементов. Структурная и функциональная части схемы. Реализация булевых функций схемами.

26. Задачи анализа и синтеза схем из функциональных элементов.

27. Элементарные методы синтеза схем из функциональных элементов. Метод синтеза, основанный на совершенной д. н.ф.

28. Элементарные методы синтеза схем из функциональных элементов. Метод синтеза, основанный на более компактной реализации множества всех конъюнкций $\left\{x_1^{\sigma_1} \& \ldots \& x_n^{\sigma_n}\right\}$.

29. Элементарные методы синтеза схем из функциональных элементов. Метод синтеза, основанный на разложении функции $f(x_1, \ldots, x_n)$ по переменной x_n.

30. Синтез схемы дешифратора.

31. Синтез схемы двоичного сумматора.

32. Определение и способы задания конечного автомата. Примеры.

33. Задачи анализа и синтеза автоматов.

34. Элементарные автоматы. D-триггер и T-триггер.

35. Задача о полноте автоматного базиса.

36. Канонический метод синтеза автомата

37. Словарные операторы. Примеры

38. Словарный оператор, реализуемый автоматом. Ограниченно-детерминированный словарный оператор.

39. Минимизация автомата.

40. Формальные и регулярные языки.

41. Автоматы Мили и Мура. Распознавание множеств автоматами. Теорема анализа для автомата.

42. Понятие алгоритма. Машины Тьюринга и операции над ними. Функции, вычислимые на машинах Тьюринга.

43. Формальное определение алгоритма. Представление об алгоритмически неразрешимых проблемах.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-2.1)

1. Бинарное отношение $\{(x,\ y) \mid x,\ y \in R,\ x < y\}$ обладает следующими свойствами:
   а) рефлексивное, симметричное, не транзитивное;
   б) рефлексивное, антисимметричное, не транзитивное;
   в) рефлексивное, антисимметричное, транзитивное;
   г) не рефлексивное, антисимметричное, транзитивное.
2. Декартовым произведением $A \times B$ множеств A и B называется:
   1) любое множество, составленное из пар $(a,\ b)$ таких, что $a \in A,\ b \in B$;
   2) множество, составленное из произведений $a \cdot b$ таких, что $a \in A,\ b \in B$;
   3) множество, составленное из всевозможных пар $(a,\ b)$ таких, что $a \in A,\ b \in B$.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-2.2)

1. Упростить, используя булевы тождества:

$$(A \bigcup B \bigcup C) \bigcap (A \bigcup \bar{B}) \bigcap (B \bigcup \bar{C}) \bigcap (\bar{A} \bigcup C).$$

1) $A \bigcap B \bigcap C$; 2) $A \bigcup B \bigcup C$; 3) $A \bigcap \bar{B} \bigcap C$; 4) $\bar{A} \bigcap B \bigcap C$.

2. Выражение $A \oplus B \oplus (A \bigcap B)$ тождественно равно:

1) $A \bigcup B$; 2) $A \setminus B$; 3) $A \bigcap B$; 4) $A \oplus B$.

1) 4; 2) 3; 3) 2, 4) 1.

3. Найти двоичный набор длины $l = 8$, являющийся разложением числа $n = 231$.

1) (11101101); 2) (11100111); 3) (10110110); 4) (10101010).

4. Выяснить, сколькими способами можно расставить скобки в выражении $A = \neg x \to y \,\&\, x$, чтобы всякий раз получалась формула над множеством логических связок $S = \{\neg,\ \&,\ \vee,\ \to\}$.

1) 4; 2) 6; 3) 5; 4) 3.

5. Перечислить существенные переменные функции

$$f = (x_1 \oplus (x_2 \to (x_1 \square x_2))) \vee \overline{x_1 \to x_2}.$$

1) x_1; 2) x_2; 3) x_1 и x_2; 4) нет существенных переменных.

6. Построить замыкание $[A]$ множества $A = \{0,\ \bar{x}\}$.

1) $\{x_1,\ x_2,\ \bar{x}_1,\ \bar{x}_2\}$; 2) $\{0,\ x_1,\ x_2,\ \bar{x}_1,\ \bar{x}_2\}$; 3) $\{0,\ 1,\ x_1,\ x_2,\ \bar{x}_1,\ \bar{x}_2\}$; 4) $\{0,\ 1,\ \bar{x}_1,\ \bar{x}_2\}$.

7. Для функции $f(\tilde{x}^3) = (01110110)$ построить сокращенную ДНФ.

1) $x_1 \cdot x_2 \vee x_3$; 2) $\bar{x}_1 \cdot x_3 \vee x_2$; 3) $x_1 \cdot x_2 \vee \bar{x}_1 \cdot x_3$; 4) $x_1 \vee \bar{x}_2 \cdot x_3$

8. Программа машины Тьюринга содержит следующие инструкции:

$$q_1 0 \to q_1 1L$$
$$q_1 1 \to !0U$$
$$q_1 \Lambda \to q_1 \Lambda L$$

В начальный момент времени на ленту записывается слово 1000 и управляющая головка машины в состоянии q_1 устанавливается на правый символ слова. Какое слово будет на ленте после остановки машины?

1) 1010; 2) 0111; 3) 0110; 4) машина не остановится.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.1)

1. Функция $f(\tilde{x}^2) = x_1 \downarrow x_2$ называется
   1) стрелка Пирса;
   2) штрих Лукасевича;
   3) шрих Шеффера;
   4) импликация.
2. ДНФ называется тупиковой для функции f
   1) если она содержит наименьшее число букв среди всех ДНФ, эквивалентных ей;
   2) если она имеет наименьшее число элементарных конъюнкций среди всех ДНФ, эквивалентных ей;
   3) если она является дизъюнкцией всех простых импликант функции f;
   4) если отбрасывание любой элементарной конъюнкции или буквы приводит к ДНФ, которая не эквивалентна исходной ДНФ.
4. Полином Жегалкина представляет функцию в базисе
   1) $\sigma = \{\neg,\ \vee,\ \&|\}$;
   2) $\sigma = \{\neg,\ \vee,\ \oplus|\}$;
   3) $\sigma = \{\&,\ \oplus|\}$;
   4) $\sigma = \{\neg,\ \vee,\ \&,\ 0,\ 1|\}$.
5. Какое из следующих утверждений справедливо?
   1) для любого регулярного языка существует распознающий его автомат;
   2) язык, распознаваемый автоматом, является регулярным.
   1) только первое; 2) только второе; 3) первое и второе.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.2)

1. Найти число $|P_2| = p_2(n)$ всех булевых функций от n переменных.

   1) 2^n; 2) 2^{2^n}; 3) 2^{2^n-1}; 4) 2^{n-1}.
2. Какая из следующих формул является дизъюнктивной нормальной формой?

   1) $\overline{x}$; 2) $\overline{x_1 \vee \overline{x}_1 \cdot x_2}$; 3) $\overline{x_1 \cdot x_2}$; 4) $\overline{x_1 \vee x_2}$.
3. Какие из следующих функций являются линейными:
   1) $f(\tilde{x}^3) = (x_1 \cdot x_2 \vee \overline{x}_1 \cdot \overline{x}_2) \oplus x_3$;
   2) $f(\tilde{x}^3) = x_1 \cdot x_2 \cdot (x_1 \oplus x_2)$;
   3) $f(\tilde{x}^4) = \overline{x}_1 \cdot x_2 \vee \overline{x}_2 \cdot x_3 \vee \overline{x}_3 \cdot x_4 \vee \overline{x}_4 \cdot x_1$

1) первая и вторая; 2) первая; 3) третья; 4) первая и третья.

4. Определить число тупиковых ДНФ для функции $f(\tilde{x}^3) = (01111100)$.

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

5. На вход автомата, представляющего собой последовательное соединение двух D-триггеров, находящихся в нулевом состоянии, поступает слово 1001. Какое слово будет на выходе?

1) 0010; 2) 0000; 3) 0101; 4) 1111.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.3)

1. Составьте перечень свойств, характеризующих бинарное отношение

$$\{(x,\ y) \mid x,\ y \in R,\ \ |x - y| \le 1\}.$$

4. Получите регулярное выражение для языка L, распознаваемого автоматом Мура $A = (X,\ Q,\ \delta,\ q_0,\ F)$, где $X = \{0,\ 1\}$, $Q = \{1,\ 2,\ 3\}, q_0 = 1$; $F = \{3\}$, а функция переходов задается следующей таблицей:

Вход	Состояние		
	1	2	3
0	1	3	3
1	2	2	3

5. Распределите алгоритмы синтеза СФЭ для функции $f(\tilde{x}^n)$ по степени сложности:

1) основанный на совершенной ДНФ;

2) основанный на компактной реализации множества всех конъюнкций $\{x_1^{\sigma_1} \& \ldots \& x_n^{\sigma_n}\}$.

3) основанный на разложении функции $f(\tilde{x}^n)$ по переменной x_n.

1) первый, второй, третий; 2) первый третий, второй;

3) второй, первый третий; 4) третий, второй, первый.

6. Приведите пример алгоритмически неразрешимой задачи. Приведите обоснование проблемы с позиции теории алгоритмов.

3 семестр

Испытание промежуточной аттестации студента по дисциплине проводится в форме письменного ответа и предусматривает возможность последующего собеседования.

Каждый билет третьего семестра включает 2 контрольных вопроса, осуществляющих в совокупности проверку знаний, умений и владений.

Вопросы к экзамену

1. Общие правила комбинаторики: правила суммы, произведения и биекции. Булеан конечного множества. Примеры применения общих правил.
2. Метод включений и исключений. Пример.

3. Понятие выборки. Размещения, перестановки, сочетания и формулы для их подсчета с повторениями и без повторений элементов. Примеры.

4. Свойства чисел C_n^k. Задача о беспорядках.

5. Определение рекуррентного соотношения, его частного и общего решения. Примеры: числа Фибоначчи, задача о расстановке скобок в выражении с неассоциативной бинарной операцией.

6. Линейные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами. Пространство решений и его размерность. Определение базисных решений. Формула Бине.

7. Определение и свойства производящей функции. Формула бинома Ньютона для вещественного показателя. Формула Вандермонда.

8. Определение числа расстановок скобок в выражении с неассоциативной бинарной операцией методом производящих функций.

9. Решение линейных рекуррентных соотношений с постоянными коэффициентами методом производящих функций.

10. Подстановки, группы подстановок и циклы. Примеры.

11. Цикловой индекс группы подстановок. Лемма Бернсайда и теорема Пойа. Примеры применения теории Пойа.

12. Теоретико-множественное определение графа. Геометрическая интерпретация и реализация графов. Степени вершин.

13. Матрицы смежности и инциденций. Подграфы. Изоморфизм графов.

14. Маршруты, цепи и циклы. Связность графа и компоненты связности.

15. Диаметр, радиус и центр графа. Матрицы достижимостей и контрадостижимостей.

16. Постановка задачи о кратчайшем пути в графе. Задача о кратчайшем пути в ненагруженном графе и волновой алгоритм ее решения.

17. Постановка задачи о кратчайшем пути в графе. Задача о кратчайшей цепи в нагруженном графе и ее решение на основе алгоритма Дейкстры.

18. Эйлеровы циклы и цепи. Теорема существования эйлерова цикла. Эйлеровы и полуэйлеровы графы.

19. Цикломатическое число графа. Теорема о неотрицательности цикломатического числа. Гамильтоновы циклы.

20. Определение леса. Деревья и их свойства. Остовное дерево графа. Хорды.

21. Задача поиска кратчайшего остова в нагруженном графе.

22. Пространство остовных подграфов.

23. Квазициклы. Пространство циклов графа, его размерность и базис.

24. Задача о максимальном потоке и ее возможные варианты. Определение транспортной сети, потока в транспортной сети и разреза. Теорема Форда-Фалкерсона.

25. Определение прибавляющей цепи. Алгоритм Форда-Фалкерсона построения максимального потока в транспортной сети.

26. Понятие трансверсали, покрывающего множества и словарного ранга матрицы. Теорема Кенига-Эгервари. Алгоритм построения максимального независимого множества. Вычисление словарного ранга матрицы.

27. Определение сетевого графика. Алгоритм отыскания критического пути. Определение резервов времени и коэффициентов напряженности работ.

28. Построение сетевого графика по заданной упорядоченности работ.

29. Самокорректирующиеся коды. Основные характеристики кода. Алгоритмы декодирования. Линейные коды.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-2.1)

1. Для того чтобы мультиграф обладал эйлеровым циклом, необходимо и достаточно чтобы

1) мультиграф был связным;

2) степени вершин мультиграфа были четными;

3) мультиграф был связным и степени вершин мультиграфа были четными.

2. Пусть Φ – величина потока по транспортной сети, а $c(A,\ \bar{A})$ – пропускная способность разреза. Какое из следующих утверждений справедливо?

1) для любого потока и любого разреза $\Phi \le c(A,\ \bar{A})$;

2) для любого потока и любого разреза $\Phi \ge c(A,\ \bar{A})$;

3) для любого потока и любого разреза $\Phi = c(A,\ \bar{A})$.

3. Критическим путем в сетевом графике называется

1) путь максимальной длины из начальной вершины в конечную;

2) путь минимальной длины из начальной вершины в конечную;

3) путь, проходящий через все вершины графика.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-2.2)

1. Сколькими способами можно выбрать из числа 23456784 две четные и одну нечетную цифру?

1) 60; 2) 15; 3) 55; 4) 30.

2. Частное решение линейного рекуррентного соотношения

$$A_n = 4 \cdot A_{n-1} - 3 \cdot A_{n-2};\ A_0 = 10,\ A_1 = 16$$

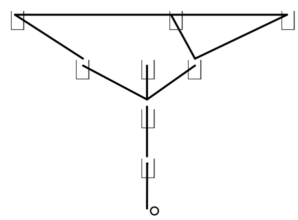
имеет вид:

1) $5+2^n$; 2) $7+3^{n+1}$; 3) $8 \cdot 3^n + 2^n$; 4) $5+3^n$.

3. Пусть M – множество из n различных элементов. Число его подмножеств, состоящих из k различных элементов равно:

1) n^k; 2) $\dfrac{n(n-1)\ ...\ (n-k+1)}{k!}$; 3) $n(n-1)\ ...\ (n-k+1)$.

4. Определить код плоского корневого дерева



1) 00010010111011; 2) 0000101110010111; 3) 0000110100101111;

4) 0010110100010111.

5. Чему равно число неизоморфных деревьев с шестью вершинами?

1) 4; 2) 5; 3) 6; 4) 8.

6. Для данного множества $C = \{11000,\ 10101,\ 01110\} \subseteq B^n$ (B^n – n-мерный куб) найти кодовое расстояние:

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.1)

1. Гамильтоновым циклом в графе называется:
   1) цикл, проходящий через все вершины графа графа по одному разу;
   2) цикл, в котором содержатся все ребра по одному разу;
   3) цикл, содержащий четное число ребер.

2. Последовательность $\{A_n\}$ определяется следующим образом:

$$A_n = 3 \cdot A_{n-1} - 2 \cdot A_{n-2},\ A_0 = 0,\ A_1 = 1\ (n \geq 2).$$

Чему равен $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{A_{n+1}}{A_n}$?

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.2)

1. Подсчитать количество перестановок множества $M = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, в которых цифра 1 расположена левее цифры 5.

1) 30; 2) 60; 3) 90; 4) 120.

2. Сколько имеется шестизначных чисел, у которых три цифры четные, а три нечетные (допускаются шестизначные числа, начинающиеся с нуля)?

1) 180620; 2) 5625; 3) 673450; 4) 312500.

3. В комнате студенческого общежития живут трое студентов. У них есть 4 чашки, 5 блюдец и 6 чайных ложек (все чашки, блюдца и ложки отличаются друг от друга). Сколькими способами они могут накрыть стол для чаепития (каждый получает одну чашку, одно блюдце и одну ложку).

1) 350600; 2) 72800; 3) 69400; 4) 83600.

5. Чему равна $\sum\limits_{k=0}^{n} \dfrac{1}{k+1} \cdot C_n^k$?

1) $(n-2)\cdot 2^{n-1}$; 2) $\dfrac{2^{n+1}-1}{n+1}$; 3) $n \cdot 2^{n-1}$; 4) $2^n - 1$.

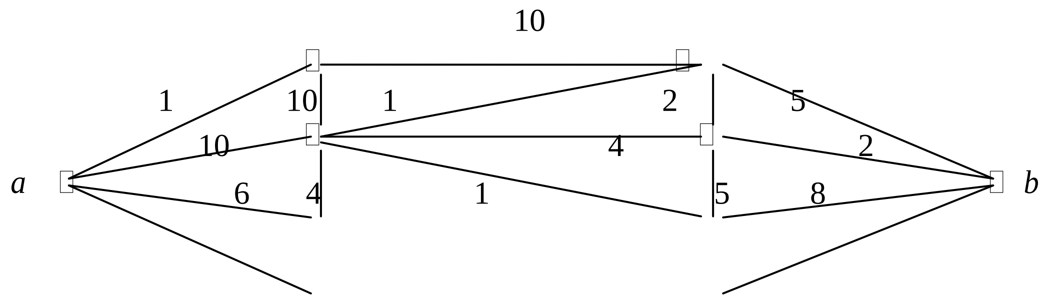
6. Граф имеет следующую матрицу смежности:

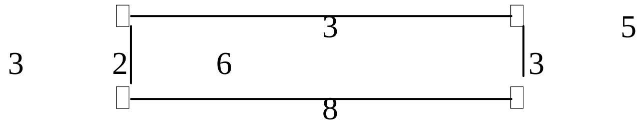
$$\begin{pmatrix} 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1 \\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1 \\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0 \\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0 \\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0 \\ 1\ \ 1\ 0\ 0\ 0\ 0 \end{pmatrix}.$$

Чему равно цикломатическое число этого графа?

1) 0; 2) 3; 3) 4; 4) 1.

7. Чему равна длина кратчайшей цепи между вершинами a и b в графе?





1) 14; 2) 16; 3) 15; 4) 13.

8. Построить по методу Хэмминга кодовое слово для сообщения $\tilde{\alpha} = 010$.

1) 100110; 2) 100010; 3) 101010; 4) 110011.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.3)

1. Последовательность Фибоначчи $\{F_n\}$ задается рекуррентным соотношением $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ и начальными условиями $F_1 = F_2 = 1$. Докажите, что

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right].$$

2. Пусть G – граф с $n \geq 2$ вершинами, не имеющий петель. Докажите эквивалентность следующих утверждений:

1) G – связный граф с $n-1$ ребрами;

2) G – связный граф, но после удаления любого ребра получается несвязный граф;

3) любая пара различных вершин в графе G соединена единственной цепью;

4) граф G не имеет циклов, но добавление ребра, соединяющего любые две различные вершины, приводит к появлению цикла.

4. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения промежуточной аттестации обучающихся (защиты курсовогопроекта) по дисциплине (модулю)

3 семестр

Тематика курсового проекта

1. Метод включения и исключения.
2. Рекуррентные соотношения.
3. Производящие функции.
4. Теория Пойа и ее применения.
5. Экстремальные задачи на графах.
6. Латинские прямоугольники и квадраты.
7. Гамильтовы циклы и задача коммивояжера.
8. Алгоритмы раскраски графов и их применение.
9. Размещение центров и медиан в теории графов.
10. Алгоритмы построения кратчайшего остова в графе.
11. Эйлеровы циклы и задача китайского почтальона.
12. Задача о кратчайшем пути в графе и методы ее решения.
13. Перечислительные задачи теории графов.
14. Числа Фибоначчи и их применение.
15. Задача о назначении и ее решение методами теории графов.
16. Задача о максимальном потоке в сети.

17. Коды с исправлением ошибок и методы их построения.
18. Оценки и асимптотики для комбинаторных чисел.
19. Методы синтеза схем из функциональных элементов и оценка их сложности.
20. Минимизация булевых функций.
21. Замкнутые классы и полнота систем функций алгебры логики.
22. Алгоритмы представления множеств и их программная реализация.
23. Методы повышения криптостойкости программных шрифтов.
24. Применение производящих функций в теории чисел.
25. Матроиды и их применение в теории графов.

Защита курсового проекта

Курсовой проект представляется на кафедру для проверки за неделю до ее защиты. При положительной оценке руководителем студент допускается к защите работы перед комиссией.

Защита – форма проверки выполненной работы. Курсовой проект защищается публично в присутствии студентов перед комиссией, назначаемой заведующим кафедрой. Руководитель работы является членом комиссии. При защите работы сначала студент выступает с сообщением продолжительностью 8–10 минут по существу работы. Затем по докладу и содержанию пояснительной записки студенту задаются вопросы членами комиссии, на которые он должен ответить.

Курсовая работа оценивается по пятибалльной системе с учетом:

– обоснованности объема (соответствия заданию) и качества выполнения курсовой работы;
– степени самостоятельности при выполнении работы;
– качества оформления пояснительной записки и соответствия их требованиям данных методических указаний;
– качества защиты и правильности ответов на вопросы.

Студент, не представивший в срок курсовую работу или не защитивший ее по неуважительной причине, считается имеющим академическую задолженность.

В случае получения неудовлетворительной оценки студенту выдается новое задание.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-2.1)

Изложить существующие математические методы и системы программирования для решения прикладных задач в области дискретной математики..

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-2.2)

Перечислить математические методы, основные соотношения и системы программирования, используемые для решения поставленных в курсовом проекте задач.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.1)

Перечислить существующие математические модели, применяемые в области дискретной математики.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.2)

Изложить математические модели, используемые в курсовом проекте.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.3)

Привести обоснование выбранной для курсового проекта математической модели и возможности ее использования для решения прикладных задач.