МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук

Кафедра прикладной математики и информатики

Утверждено на заседании кафедры
прикладной математики и информатики
21.01.2021, протокол № 6

Заведующий кафедрой

__________________________ В.И. Иванов

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ) ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

«Комплексный анализ»

**основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы бакалавриата**

по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика

с профилем
Прикладная математика и информатика

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 010302-01-21

Тула 2021 год

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ
фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Разработчик:

Баранов В.П., профессор кафедры ПМиИ, д.т.н., доцент

(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание) *(подпись)*

1. Описание фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Фонд оценочных средств (оценочные материалы) включает в себя контрольные задания и вопросы, которые могут быть предложены обучающемуся в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Дискретная математика». Указанные контрольные задания и (или) вопросы позволяют оценить достижение обучающимся планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю) «Дискретная математика», установленных в соответствующей рабочей программе дисциплины (модуля), а также сформированность компетенций, установленных в соответствующей общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

Полные наименования компетенций и индикаторов их достижения представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

2. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

Текущий контроль успеваемости обучающегося осуществляется по результатам:

– посещения лекционных занятий;
– работы на практических занятиях;
– выполнения контрольных работ №№ 1, 2;
– выполнения и защиты типовых расчетов №№ 1, 2, 3.

Каждый вариант контрольной работы № 1 включает 8 задач, из них:
– 4 задачи на проверку знаний;
– 3 задачи на проверку умений;
– 1 задача на проверку владений.

Каждый вариант контрольной работы № 2 включает 8 задач, из них:
– 3 задачи на проверку знаний;
– 4 задач на проверку умений;
– 1 задача на проверку владений.

Типовой расчет № 1 включает 12 заданий, из них:
– 7 заданий на проверку знаний;
– 3 задания на проверку умений;
– 2 задания на проверку владений.

Типовой расчет № 2 включает 14 заданий, из них:
– 6 заданий на проверку знаний;
– 7 задания на проверку умений;
– 1 задание на проверку владений.

Типовой расчет № 3 включает 4 задания, из них:
– 1 задание на проверку знаний;
– 2 задания на проверку умений;
– 1 задание на проверку владений.

Образцы оценочных средств представлены в разделе 4.1.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-1.1)

1. Найти модуль r и главное значение аргумента φ комплексного числа $z=4+3i$.

1) $r=3,\ \varphi=arctg\dfrac{3}{4}$; 2) $r=5,\ \varphi=arctg\dfrac{3}{4}$; 3) $r=5,\ \varphi=\dfrac{\pi}{4}$; 4) $r=4,\ \varphi=arctg\dfrac{4}{3}$.

2. Представить комплексное число $z=-1-i\sqrt{3}$ в тригонометрической форме.

1) $z=2\left[\cos\left(\dfrac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(\dfrac{\pi}{3}\right)\right]$; 2) $z=4\left[\cos\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)+i\sin\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)\right]$;

3) $z=2\left[\cos\left(-\dfrac{2\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\dfrac{2\pi}{3}\right)\right]$; 4) $z=4\left[\cos\left(\dfrac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(\dfrac{\pi}{3}\right)\right]$.

3. Представить комплексное число $z=-i$ в показательной форме.

1) $z=e^{i\pi}$; 2) $z=-e^{i\frac{\pi}{2}}$; 3) $z=-e^{i\pi}$; 4) $z=-\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$.

4. Вычислить $(2-2i)^7$.

1) $2^7(1+i)$; 2) $2^{10}(1-i)$; 3) $2^{10}(1+i)$; 4) $2^7(1-i)$.

5. Найти все значения корня $\sqrt{i}$.

1) $\pm(1+i)$; 2) $\pm\dfrac{1+i}{\sqrt{2}}$; 3) $\pm\dfrac{1-i}{\sqrt{2}}$; 4) $\pm(1-i)$.

6. Найти множество точек на комплексной плоскости , которое определяется условием $\left|\dfrac{z-1}{z+1}\right|<1$.

1) правая полуплоскость, включая ось OY; 2) левая полуплоскость, включая ось OY;
3) правая полуплоскость, включая ось OX; 4) левая полуплоскость, включая ось OX.

7. Какая линия определяется уравнением $\operatorname{Re}\overline{z}^2=1$?

1) окружность $x^2+y^2=1$; 2) гипербола $x^2-y^2=1$;

3) гипербола $xy=1$; 4) парабола $x=y^2+1$.

8. В какой вектор перейдет вектор $-\sqrt{3}-i$ после поворота на угол 120°?

1) $-\sqrt{3}+i$; 2) $\sqrt{3}+i$; 3) $\sqrt{3}-i$; 4) $-\sqrt{3}-i$.

9. Найти угол, на который надо повернуть вектор $4-3i$, чтобы получить вектор $-\dfrac{5}{\sqrt{2}}+\dfrac{5}{\sqrt{2}}i$.

1) $-\dfrac{3}{2}\pi$; 2) $-\operatorname{arctg}\dfrac{1}{7}$; 3) $\operatorname{arctg}\dfrac{1}{8}$; 4) $\dfrac{3}{2}\pi$.

10. Найти образ точки $z_0=2+3i$ при отображении $w=\dfrac{\overline{z}}{z}$.

1) $\dfrac{-5+12i}{13}$; 2) $\dfrac{13-12i}{13}$; 3) $\dfrac{5-12i}{13}$; 4) $-\dfrac{5+12i}{13}$.

11. Какая линия определяется уравнением $\operatorname{Im}\left(\dfrac{1}{z}\right)=\dfrac{1}{2}$?

1) эллипс $\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{1}=1$;

2) гипербола $x^2 - y^2 = 1$;

3) окружность $x^2 + (y+1)^2 = 1$;

4) парабола $x = (y+1)^2$.

12. В какой вектор перейдет вектор $-\sqrt{3} + 3i$ после поворота на угол 90°?

1) $-\sqrt{3} + i\sqrt{3}$; 2) $-\sqrt{3} - i\sqrt{3}$; 3) $\sqrt{3} + i\sqrt{3}$;4) $\sqrt{3} - i\sqrt{3}$.

13. Найти угол, на который надо повернуть вектор $3\sqrt{2} + i2\sqrt{2}$, чтобы получить вектор $-5 + i$.

1)$-\frac{3}{4}\pi$; 2) $-\frac{4}{3}\pi$; 3) $\frac{4}{3}\pi$; 4)$\frac{3}{4}\pi$.

14. Найти образ точки $z_0 = 3 + 5i$ при отображении $w = \frac{1}{\overline{z} - i}$.

1) $-\frac{2}{25}(1+2i)$; 2) $-\frac{1+2i}{15}$; 3) $\frac{1+2i}{15}$; 4) $\frac{1-2i}{15}$.

15. Найти модуль и главное значение аргумента функции $w = \text{sh}z$ в точке $z_0 = 1 + i\frac{\pi}{2}$.

1) $r = \text{sh}1,\ \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$; 2) $r = \frac{1}{2}e^2,\ \varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$; 3) $r = \text{ch}1,\ \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$; 4) $r = \frac{1}{2}(e-1),\ \varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$.

16. Представить в алгебраической форме комплексное число $\text{arctg}(1+i)$.

1) $-\frac{\pi}{4} + i\ln\sqrt{5}$; 2) $-\frac{1}{2}\text{arctg}2 + \frac{i}{2}\ln\sqrt{5}$; 3) $\frac{\pi}{4} + \frac{i}{2}\ln\sqrt{5}$; 4) $\frac{1}{2}\text{arctg}2 + \frac{\ln 5}{2}i$.

17. Выяснить, какие из следующих функций являются аналитическими хотя бы в одной точке: а) $w = \overline{z}\,\text{Re}\,z$; б) $w = \overline{z}\,\text{Im}\,z$; в) $w = |z|\,\text{Im}\,z$; г) $w = \text{ch}z$.

1) а); 2) б), г); 3) в), г); 4) г.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-1.2)

1. Особая точка называется полюсом для функции $f(z)$, если ее ряд Лорана в окрестности особой точки содержит

1) только члены с отрицательными степенями;

2) только члены с положительными степенями;

3) конечное число членов с отрицательными степенями;

4) конечное число членов с положительными степенями.

2. Особая точка называется существенно особой точкой для функции $f(z)$, если ее ряд Лорана в окрестности особой точки содержит

1) только члены с отрицательными степенями;

2) бесконечное число членов с положительными степенями;

3) конечное число членов с отрицательными степенями;

4) бесконечное число членов с отрицательными степенями.

3. Определить характер особой точки для функции $f(z)=\dfrac{1}{z-\sin z}$.

1) устранимая; 2) полюс третьего порядка; 3) существенно особая; 4) простой полюс.

4. Найти вычет в особой точке функции $f(z)=z^2\sin\dfrac{1}{z}$.

1) $\dfrac{1}{2}$; 2) $-\dfrac{1}{2}$; 3) $\dfrac{1}{6}$; 4) $\dfrac{1}{6}$.

5. Вычислить интеграл $\int\limits_1^i \dfrac{\ln z}{z}dz$ по отрезку прямой, соединяющей точки $z_1=1$ и $z_2=i$.

1) 0; 2) $-\dfrac{\pi^2}{8}$; 3) $\dfrac{\pi}{4}$; 4) $i-1$.

6. Вычислить интеграл $\int\limits_{|z-i|=1} \dfrac{e^{iz}}{z^2+1}dz$ (окружность обходится против часовой стрелки).

1) 0; 2) $\dfrac{\pi}{2}$; 3) $2(i+1)$; 4) πe^{-1}.

7. Вычислить интеграл $\int\limits_{|z|=1} \dfrac{\cos z}{z^3}dz$.

1) $-\pi i$; 2) 0; 3) $2i$; 4) $\dfrac{\pi}{2}$.

8. Вычислить интеграл $\int\limits_{|z+1|=4} \dfrac{zdz}{e^z+3}$.

1) 0; 2) $-\dfrac{4}{3}\ln 3\cdot\pi i$; 3) $2\pi i$; 4) $\dfrac{4}{3}\pi$.

9. Вычислить интеграл $\int\limits_0^\infty \dfrac{x^2+1}{x^4+1}dx$.

1) $\dfrac{\pi}{\sqrt{2}}$; 2) 0; 3) $2\pi i$; 4) $-\dfrac{1}{3}\pi i$.

10. Найти логарифмический вычет функции $f(z)=\dfrac{z}{1+z^3}$ относительно контура C: $|z|=2$.

1) 0; 2) -2; 3) 2; 4) 4.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-1.3)

1. Установите, какая из функций

1) $2e^{z^2}$; 2) $e^{z/2}$; 3) $2e^z$; 4) ze^{2z}

имеет действительную часть $u(x,\,y)=2e^x\cos y$ и проверьте, является ли она аналитической.

2. Приведите примеры конформных отображений, которые осуществляют одновременно сдвиг, растяжение и поворот. Изобразите эти отображения на комплексной плоскости в виде последовательных элементарных преобразований.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.1)

1. Найти модуль и главное значение аргумента функции $w = ze^z$ в точке $z_0 = \pi i$.

1) $r = \pi,\ \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$; 2) $r = 2\pi,\ \varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$; 3) $r = \pi,\ \varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$; 4) $r = 2\pi,\ \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$.

2. Найти $i^{1/i}$.

1) $e^{(2k+1/2)\pi i}$; 2) $e^{\pi/2}$; 3) $e^{(2k+1/2)\pi}$; 4) $e^{i(\pi/2)}$.

3. Записать в алгебраической форме комплексное число $\mathrm{Ln}(i-1)$.

1) $\frac{1}{2}\ln 2 + i(\frac{3}{4}\pi + 2\pi k)$; 2) $\frac{1}{2}\ln 2 - i(\frac{\pi}{4} + 2\pi k)$; 3) $\ln 2 + i\frac{3}{4}\pi$; 4) $\ln 2 + i(\frac{\pi}{4} + 2\pi k)$.

4. Выяснить, какие из следующих функций являются аналитическими хотя бы в одной точке: а) $w = z^2\bar{z}$; б) $w = ze^z$; в) $w = |z|\bar{z}$; г) $w = e^{z^2}$; д) $w = |z|\operatorname{Re}\bar{z}$; е) $w = \sin z - i$.

1) а), б), г); 2) б), г), е); 3) в), е); 4) б), г), д), е).

5. Найти аналитическую функцию $w = f(z)$ по известной ее действительной части $u(x,\ y) = 2e^x \cos y$ и при дополнительном условии $f(0) = 2$.

1) $\frac{1}{2}e^{z^2}$; 2) $e^{z/2}$; 3) $2e^z$; 4) ze^z.

6. Найти коэффициент растяжения r и угол поворота φ при отображении $w = e^z$ в точке $z_0 = -1 - i\frac{\pi}{2}$.

1) $r = \frac{1}{e},\ \varphi = -\frac{\pi}{2}$; 2) $r = 2, \varphi = \frac{\pi}{4}$; 3) $r = e,\ \varphi = \frac{\pi}{2}$; 4) $r = 2e,\ \varphi = -\frac{\pi}{4}$.

7. Какие из следующих преобразований

а) $w = z + 3i$; б) $w = iz$; в) $w = z + 5$; г) $w = 3z$; д) $w = \frac{1-i}{\sqrt{2}}z$. е) $w = e^{i\frac{\pi}{6}}z$

осуществляют сдвиг?

1) б), г); 2) а), в); 3) д), е); 4) б), д), е).

8. Какие из следующих преобразований

а) $w = z + 3i$; б) $w = iz$; в) $w = z + 5$; г) $w = 3z$; д) $w = \frac{1-i}{\sqrt{2}}z$. е) $w = e^{i\frac{\pi}{6}}z$

осуществляют растяжение?

1) б), г); 2) а), в); 3) д), е); 4) г).

9. Какие из следующих преобразований

а) $w = z + 3i$; б) $w = iz$; в) $w = z + 5$; г) $w = 3z$; д) $w = \frac{1-i}{\sqrt{2}}z$. е) $w = e^{i\frac{\pi}{6}}z$

осуществляют поворот?

1) б), г); 2) а), в); 3) д), е); 4) б), д), е).

10. Найти общий вид линейной функции, осуществляющей преобразование верхней полуплоскости на себя.

1) $w = az + b$, $a > 0$; 2) $w = -az + b$, $a > 0$; 3) $w = i(az + b)$; 4) $w = -i(az + b)$.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.2)

1. Определить число корней уравнения $z^5 + 5z^4 - 5 = 0$ в правой полуплоскости.

1) 0; 2) 2; 3) 3; 4) 5.

2. Найти число корней уравнения $z^4 - 3z^3 - 1 = 0$ в области $|z| < 2$.

1) 0; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

3. Определить число корней уравнения $4z^4 - 29z^2 + 25 = 0$ в кольце $2 < |z| < 3$.

1) 0; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

4. Изображением функции $f(t)$ по Лапласу называется функция $F(p)$ комплексного переменного p, определяемая интегралом

1) $p\int_0^\infty f(t)e^{-pt}dt$; 2) $\int_0^\infty f(t)e^{-pt}dt$; 3) $p\int_0^\infty f(t)e^{pt}dt$; 4) $\int_0^\infty f(t)e^{pt}dt$.

5. Какое свойство преобразования Лапласа отражает уравнение $f(\alpha t) \risingdotseq \frac{1}{\alpha}F\left(\frac{p}{\alpha}\right)$?

1) линейность; 2) подобие; 3) запаздывание; 4) смещение.

6. Какое свойство преобразования Лапласа отражает уравнение $\alpha f(t) + \beta g(t) \risingdotseq \alpha F(p) + \beta G(p)$?

1) линейность; 2) подобие; 3) запаздывание; 4) смещение.

7. Какое свойство преобразования Лапласа отражает уравнение $f(t-\tau) \risingdotseq e^{-p\tau}F(p)$?

1) линейность; 2) подобие; 3) запаздывание; 4) смещение.

8. Какое свойство преобразования Лапласа отражает уравнение $e^{p_0 t}f(t) \risingdotseq F(p - p_0)$?

1) линейность; 2) подобие; 3) запаздывание; 4) смещение.

9. Найти изображение функции $f(t) = te^t$.

1) $\frac{1}{(p-1)^2}$; 2) $\frac{p}{(p-1)^2}$; 3) $\frac{e^p}{p-1}$; 4) $\frac{e^p}{p}$.

10. Найти изображение функции $f(t) = t^2\cos t$.

1) $\frac{p^2-3}{(p^2+1)^3}$; 2) $\frac{2p^3-1}{(p^2+1)^3}$; 3) $\frac{2p^3-3}{(p^2+1)^2}$; 4) $\frac{2p(p^2-3)}{(p^2+1)^3}$.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.3)

1. Найдите в следующих формулах ошибки и обведите их.

1) $f(z) = \frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \frac{f(\zeta)}{\zeta - z}d\zeta$;

2) $f^{(n)}(z)=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\gamma}\frac{f(\zeta)}{(\zeta-z)^{n+1}}d\zeta$;

3) $\int\limits_{\gamma} f(z)dz=2\pi i\sum_{k=1}^{n} res[f(z),\ z_k]$

4) $\underset{i}{res}\ \frac{1}{(z^2+1)^3}=\frac{5}{16}i$;

5) $\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{x^4+1}=\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$.

3. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Испытание промежуточной аттестации студента по дисциплине проводится в форме письменного ответа и предусматривает возможность последующего собеседования.

Каждый билет включает 2 контрольных вопроса и задачу, осуществляющих в совокупности проверку знаний, умений и владений.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-1.1)

1. Найти линейное отображение $w=az+b$, оставляющее точку $z_0=-i$ неподвижной и переводящее точку $z_1=1-2i$ в точку $w_1=2-3i$.

1) $w=z+5$; 2) $w=2z+i$; 3) $w=2z+5$; 4) $w=2z-i$.

2. Найти дробно-линейное преобразование, переводящее действительную ось в единичную окружность.

1) $w=\frac{z-i}{iz-i}$; 2) $w=\frac{iz+1}{z+1}$; 3) $w=\frac{z-1}{iz-1}$; 4) $w=\frac{iz-i}{z-i}$.

3. Найти образ внешности круга $|z|>1$ при $w=\frac{z+i}{z-i}$.

1) $\operatorname{Re} w<0$; 2) $\operatorname{Re} w>0$; 3) $\operatorname{Im} w<0$; 4) $\operatorname{Im} w>0$.

4. Найти точку, симметричную с точкой $z=1+i$ относительно линий $|z|=\sqrt{2}$.

1) $w=-1+i$; 2) $w=-1-i$; 3) $w=1+i$; 4) $w=1-i$.

5. Отобразить на верхнюю полуплоскость единичный круг с разрезом, идущим от центра по действительной оси.

1) $w=\frac{\sqrt{z}+1}{\sqrt{z}-1}$; 2) $w=\left(\frac{\sqrt{z}+1}{\sqrt{z}-1}\right)^2$; 3) $w=\left(\frac{\sqrt{z}-1}{\sqrt{z}+1}\right)^2$; 4) $w=\frac{\sqrt{z}-1}{\sqrt{z}+1}$.

6. Какие из точек $z_1=0$, $z_2=i$, $z_3=1$ принадлежат области сходимости ряда $\sum_{n=0}^{\infty} n!z^n$?

1) z_1; 2) z_1 и z_3; 3) z_1 и z_2; 4) z_2 и z_3.

7. Найти радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{z}{1-i}\right)^n$.

1) 1; 2) $\sqrt{2}$; 3) ∞; 4) $-\sqrt{2}$.

8. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos in}{2^n}$.

1) расходится; 2) сходится условно; 3) сходится абсолютно.

9. Определить порядок нуля для функции $f(z)=e^{\sin z}-e^{\operatorname{tg} z}$.

1) простой нуль; 2) второго порядка 3) третьего порядка 4) пятого порядка.

10. Особая точка называется устранимой для функции $f(z)$, если ее ряд Лорана в окрестности особой точки содержит

1) только члены с отрицательными степенями;
2) только члены с положительными степенями;
3) конечное число членов с отрицательными степенями;
4) конечное число членов с положительными степенями.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-1.2)

1. Найти изображение функции $f(t)=\sin^2 t$.

1) $\frac{p}{p^2+4}$; 2) $\frac{1}{p(p^2-4)}$; 3) $\frac{2}{p(p^2+4)}$; 4) $\frac{2}{p^2+1}$.

2. Найти изображение функции $f(t)=e^{-t}t^3$.

1) $\frac{3}{(p+1)^2}$; 2) $\frac{2}{(p^2+1)^2}$; 3) $\frac{3!}{(p+1)^4}$; 4) $\frac{3!}{(p-1)^2}$.

3. Найти оригинал для изображения $F(p)=\frac{p}{(p^2-1)^2}$.

1) $\frac{1}{2}t\sin t$; 2) $e^t\sin t$; 3) $\frac{1}{2}t\operatorname{sh}t$; 4) $e^t\operatorname{sh}t$.

4. Найти оригинал для изображения $F(p)=\frac{1}{p^2(p^2+1)}$.

1) $\frac{1}{2}t\sin t$; 2) $t-e^{-t}$; 3) $t-\sin t$; 4) $e^{-t}\sin t$.

5. Найти решение задачи Коши $x''+x=\cos t,\ x(0)=-1,\ x'(0)=0$.

1) $\frac{1}{2}(t\sin t-\cos t)$; 2) $e^t(\cos t-\sin t)$; 3) $\frac{1}{2}t\sin t-\cos t+\sin t$; 4) $te^{-t}+\cos t-\sin t$.

6. Найти решение задачи Коши $x'''+x''=\cos t,\ x(0)=-2,\ x'(0)=x''(0)=0$.

1) $\frac{1}{2}(\sin t-e^{-t})$; 2) $-1-\frac{1}{2}(\sin t+\cos t+e^{-t})$; 3) $te^t-\frac{1}{2}\cos t+\sin t$; 4) $t^2-1+\cos t-\sin t$.

7. Найти изображение функции $f(t)=\int_0^t \sin\tau d\tau$.

1) $\frac{1}{p(p^2+1)}$; 2) $\frac{p}{p^2+1}$; 3) $\frac{1}{p(p^2-1)}$; 4) $\frac{1}{(p^2+1)^2}$.

8. Найти изображение функции $f(t)=\frac{1-e^{-t}}{t}$.

1) $\ln\frac{p}{p-1}$; 2) $\frac{p+1}{p}$; 3) $\ln\frac{p+1}{p}$; 4) $\frac{p}{p-1}$.

9. Вычислить интеграл $\int\limits_0^\infty \frac{e^{-at}-e^{-bt}}{t}dt$ $(a>0,\ b>0)$.

1) $\frac{a}{b}$; 2) $\ln\frac{b}{a}$; 3) $\ln\frac{a}{b}$; 4) $\frac{b}{a}$.

10. Найти изображение функции $f(t)=e^{2t}\sin t$.

1) $\frac{1}{(p-2)^2+1}$; 2) $\frac{1}{(p+2)^2+1}$; 3) $\frac{2p}{p^2+1}$; 4) $\frac{1}{(p-2)^2-1}$.

11. Найти изображение функции $f(t)=\int\limits_0^t \cos(t-\tau)e^{2\tau}d\tau$.

1) $\frac{p}{(p-2)(p^2+1)}$; 2) $\frac{1}{p[(p-2)^2+1]}$; 3) $\frac{p}{(p+2)(p^2-1)}$; 4) $\frac{1}{p(p^2-1)}$.

12. Найти оригинал для изображения $F(p)=\frac{1}{p^2+4p+5}$.

1) te^{-2t}; 2) $e^{-2t}\sin t$; 3) $e^{-2t}\cos t$; 4) $\frac{1}{2}(e^t-e^{3t})$

13. Найти оригинал для изображения $F(p)=\frac{p}{(p^2+1)^2}$.

1) $\frac{1}{2}t+\sin t$; 2) $t+e^{2t}$; 3) $t+\frac{1}{2}t^2$; 4) $e^{2t}+\sin t$.

14. Найти решение задачи Коши $x''=1,\ x(0)=0,\ x'(0)=1$.

1) $\frac{1}{2}(e^{-t}-te^{-t}-\cos t)$; 2) $\frac{1}{2}e^{-t}\cos t$; 3) $e^{-t}-\sin t$; 4) $te^{-t}+\cos t$.

15. Найти решение задачи Коши $x''+2x'+x=\sin t,\ x(0)=0,\ x'(0)=-1$.

1) $\frac{1}{2}(e^{-t}-te^{-t}-\cos t)$; 2) $\frac{1}{2}e^{-t}\cos t$; 3) $e^{-t}-\sin t$; 4) $te^{-t}+\cos t$.

16. Найти решение задачи Коши $x'''+x'=t,\ x(0)=0,\ x'(0)=-1,\ x''(0)=0$.

1) $\frac{1}{2}(e^t-t-\cos t)$; 2) $t^2+2-\frac{1}{2}\sin t$; 3) $te^t-\frac{1}{2}\cos t$; 4) $\frac{1}{2}t^2-1+\cos t-\sin t$.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-1.3)

1. Определите и нарисуйте область на комплексной плоскости, в которой уравнение $z^4-3z^3-1=0$ имеет ровно три корня.

2. Докажите, что в области $\operatorname{Re} z>0$ $w=\ln z$ – аналитическая функция.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.1)

1. Найти модуль r и главное значение аргумента φ комплексного числа $z=-7-i$.

$$1)\ r=2\sqrt{2},\ \varphi=arctg\frac{1}{7};\ 2)\ r=5\sqrt{2},\ \varphi=arctg\frac{1}{7};$$

$$3)\ r=5\sqrt{2},\ \varphi=arctg\frac{1}{7}-\pi;\ 4)\ r=2\sqrt{2},\ \varphi=arctg\frac{1}{7}-\pi.$$

2. Представить комплексное число $z=2i$ в тригонометрической форме.

$$1)\ z=2\left[\cos(\pi)+i\sin(\pi)\right];\ 2)\ z=4\left[\cos(\pi)+i\sin(\pi)\right];$$

$$3)\ z=4\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right];\ 4)\ z=2\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right].$$

3. Представить комплексное число $z=-1-i\sqrt{3}$ в показательной форме.

$$1)\ z=2e^{-\frac{2\pi}{3}i};\ 2)\ z=-2e^{\frac{2\pi}{3}i};\ 3)\ z=2e^{-\frac{\pi}{3}i};\ 4)\ z=2e^{\frac{\pi}{3}i}.$$

4. Вычислить $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^8$.

$$1)\ 2^8(1-i);\ 2)\ 1-i;\ 3)\ 2^8;\ 4)\ 1..$$

5. Найти все значения корня $\sqrt[3]{i}$.

$$1)\ \pm\sqrt{3}+i,\ i;\ 2)\ \pm\sqrt{3}+i,\ -i;\ 3)\ \frac{1}{2}(\pm\sqrt{3}+i),\ i;\ 4)\ \frac{1}{2}(\pm\sqrt{3}+i),\ -i.$$

6. Найти множество точек на комплексной плоскости , которое определяется условием $\operatorname{Im}\overline{z}^2<1$.

7. Какая линия определяется уравнением $\operatorname{Im}\left(\frac{1}{z}\right)=\frac{1}{2}$?

1) эллипс $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{1}=1$;

2) гипербола $x^2-y^2=1$;

3) окружность $x^2+(y+1)^2=1$;

4) парабола $x=(y+1)^2$.

8. В какой вектор перейдет вектор $-\sqrt{3}+3i$ после поворота на угол 90º?

$$1)\ -\sqrt{3}+i\sqrt{3};\ 2)\ -\sqrt{3}-i\sqrt{3};\ 3)\ \sqrt{3}+i\sqrt{3};4)\ \sqrt{3}-i\sqrt{3}.$$

9. Найти угол, на который надо повернуть вектор $3\sqrt{2}+i2\sqrt{2}$, чтобы получить вектор $-5+i$.

$$1)-\frac{3}{4}\pi;\ 2)\ -\frac{4}{3}\pi;\ 3)\ \frac{4}{3}\pi;\ 4)\frac{3}{4}\pi.$$

10. Найти образ точки $z_0=3+5i$ при отображении $w=\frac{1}{\overline{z}-i}$.

$$1)\ -\frac{2}{25}(1+2i);\ 2)\ -\frac{1+2i}{15};\ 3)\ \frac{1+2i}{15};\ 4)\ \frac{1-2i}{15}.$$

11. Найти модуль и главное значение аргумента функции $w=\operatorname{sh}z$ в точке $z_0=1+i\frac{\pi}{2}$.

$$1)\ r=\operatorname{sh}1,\ \varphi_0=\frac{\pi}{2};\ 2)\ r=\frac{1}{2}e^2,\ \varphi_0=-\frac{\pi}{2};\ 3)\ r=\operatorname{ch}1,\ \varphi_0=\frac{\pi}{2};\ 4)\ r=\frac{1}{2}(e-1),\ \varphi_0=-\frac{\pi}{2}.$$

12. Представить в алгебраической форме комплексное число $\operatorname{arctg}(1+i)$.

$$1)\ -\frac{\pi}{4}+i\ln\sqrt{5}\,;\ 2)\ -\frac{1}{2}\operatorname{arctg}2+\frac{i}{2}\ln\sqrt{5}\,;\ 3)\ \frac{\pi}{4}+\frac{i}{2}\ln\sqrt{5}\,;\ 4)\ \frac{1}{2}\operatorname{arctg}2+\frac{\ln 5}{2}i\,.$$

13. Выяснить, какие из следующих функций являются аналитическими хотя бы в одной точке: а) $w=\bar{z}\operatorname{Re}z$; б) $w=\bar{z}\operatorname{Im}z$; в) $w=|z|\operatorname{Im}z$; г) $w=\operatorname{ch}z$.

1) а); 2) б), г); 3) в), г); 4) г.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.2)

1. Исследовать на сходимость ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n\sin in}{3^n}$.

1) расходится; 2) сходится условно; 3) сходится абсолютно.

2. Определить порядок нуля для функции $f(z)=\frac{z^3}{1+z-e^z}$.

1) простой нуль; 2) второго порядка 3) третьего порядка 4) пятого порядка.

3. Определить характер особой точки для функции $f(z)=\cos\frac{1}{z}$.

1) устранимая; 2)простой полюс; 3) существенно особая; 4) полюс второго порядка.

4. Найти вычет в особой точке функции $f(z)=e^{\frac{z}{z-1}}$.

1) 1; 2) e; 3) e^{-1}; 4) 2.

5. Вычислить интеграл $\int\limits_{|z|=1} z\operatorname{Im}z^2dz$ $(-\pi\le\arg z\le 0)$.

$$1)\ 0;\ 2)\ \frac{\pi^2}{4};\ 3)\ -\frac{\pi}{2};\ 4)\ 2i-1.$$

6. С помощью интегральной формулы Коши вычислить интеграл $\int\limits_{|z|=4}\frac{dz}{(z^2+9)(z+9)}$ (окружность обходится против часовой стрелки).

$$1)\ 0;\ 2)\ -\frac{\pi}{45}i;\ 3)\ 4i-1;\ 4)\ -\frac{\pi}{4}.$$

7. Вычислить интеграл $\int\limits_{|z-3|=6}\frac{zdz}{(z-2)^3(z+4)}$.

$$1)\ 2i-3;\ 2)\ 0;\ 3)\ -\frac{\pi}{27}i;\ 4)\ \frac{\pi}{4}.$$

8. Вычислить интеграл $\int\limits_C\frac{dz}{z^4+1}$, $C:\ x^2+y^2=2x$.

$$1)\ 0;\ 2)\ 2\pi i;\ 3)\ -\frac{\pi i}{\sqrt{2}};\ 4)\ -\frac{\pi}{3}.$$

9. Вычислить интеграл $\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{1+x^6}dx$.

1) $3(i-1)$; 2) 0; 3) $2\pi i$; 4) $\frac{2}{3}\pi$.

10. Найти логарифмический вычет функции $f(z)=\left(e^z-2\right)^2$ относительно контура C: $|z|=8$.

1) 6; 2) -1; 3) 2; 4) 0.

11. Найти число корней уравнения $z^5+z^2+1=0$ в области $|z|<2$.

1) 0; 2) 2; 3) 3; 4) 5.

12. Какая из функций

1) $f(t)=b^t\eta(t),\ b>0,\ b\neq 1$; 2) $f(t)=\frac{1}{t-3}\eta(t)$; 3) $f(t)=t^t\eta(t)$; 4) $f(t)=e^{t^2}\eta(t)$

является функцией –оригиналом ($\eta(t)$ – функция Хевисайда)?

1) первая; 2) вторая; 3) третья; 4) четвертая.

13. Дифференцирование изображения осуществляется по формуле

1) $F^{(n)}(p)\risingdotseq(-t)^n f(t)$; 2) $F^{(n)}(p)\risingdotseq t^n f(t)$; 3) $F^{(n)}(p)\risingdotseq t^{-n} f(t)$; 4) $F^{(n)}(p)\risingdotseq(-t)^{-n} f(t)$.

14. Интегрирование изображения осуществляется по формуле

1) $\int_p^\infty F(p)dp\risingdotseq tf(t)$; 2) $\int_p^\infty F(p)dp\risingdotseq\frac{f(t)}{t}$; 3) $\int_p^\infty F(p)dp\risingdotseq f'(t)$; 4) $\int_p^\infty F(p)dp\risingdotseq\frac{f'(t)}{t}$.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.3)

1. Установите, какая из функций

1) $2e^{z^2}$; 2) $\sin z$; 3) $\cos z$; 4) ze^{2z}

имеет мнимую часть $v(x,\ y)=\cos x\,\mathrm{sh}y$ и проверьте, является ли она аналитической.

2. Приведите примеры линейных функций, осуществляющих преобразования:

а) верхней полуплоскости на себя;

б) верхней полуплоскости на нижнюю полуплоскость;

в) верхней полуплоскости на правую полуплоскость.

3. Докажите, что уравнение $ze^{\lambda-z}=1$, где $\lambda>1$, имеет в единичном круге $|z|\leq 1$ единственный действительный положительный корень.