

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук  
Кафедра «Прикладная математика и информатика»

Утверждено на заседании кафедры  
«Прикладная математика и информатика»  
« 21 » января 2021 г., протокол № 6

Заведующий кафедрой

 В.И. Иванов

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ) ДЛЯ  
ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И  
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО  
ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**«Многокритериальная оптимизация»**

**основной профессиональной образовательной программы  
высшего образования – программы бакалавриата**

по направлению подготовки

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

с направленностью (профилем)

**Прикладная математика и информатика**

Форма обучения: очная

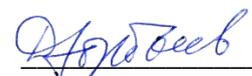
Идентификационный номер образовательной программы: 010302-01-21

Тула 2021 год

**ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ**  
**фонда оценочных средств (оценочных материалов)**

**Разработчик:**

Горбачев Дмитрий Викторович, профессор, д.ф.-м.н.  
(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)

  
(подпись)

## 1. Описание фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Фонд оценочных средств (оценочные материалы) включает в себя контрольные задания и (или) вопросы, которые могут быть предложены обучающемуся в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю). Указанные контрольные задания и (или) вопросы позволяют оценить достижение обучающимся планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), установленных в соответствующей рабочей программе дисциплины (модуля), а также сформированность компетенций, установленных в соответствующей общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

Полные наименования компетенций и индикаторов их достижения представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

## 2. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

### Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.1)

1. Введение в теорию конечномерных экстремальных задач
2. Общая постановка экстремальной задачи. Основные определения
3. Примеры из разных областей науки и техники
4. Гладкая задача без ограничений. Прикладной пример, постановка задачи
5. Необходимые и достаточные условия экстремума в одномерном случае. Примеры

### Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-9 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-9.1)

1. Многомерная гладкая задача без ограничений. Необходимое условие экстремума
2. Квадратичные формы. Достаточное условие экстремума. Примеры
3. Решить задачи:

1. Выяснить знакоопределенность матрицы 
$$\begin{pmatrix} 6 & -5 & 2 \\ -5 & 6 & 1 \\ 2 & 1 & 9 \end{pmatrix}.$$

2.  $x_1 x_2^2 x_3^3 (7 - x_1 - 2x_2 - 3x_3) \rightarrow \text{extr}.$

4. Задача многокритериального выбора, основные понятия
5. Бинарные отношения Гладкая задача с равенствами. Прикладной пример, постановка задачи

### Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.2)

1. Необходимые и достаточные условия экстремума. Теорема Вейерштрасса и ее следствие. Примеры
2. Гладкая задача с равенствами и неравенствами. Прикладной пример, постановка задачи. Решение сведением к изученным задачам. Примеры.
3. Логистическая регрессия
4. Выпуклая задача. Элементы выпуклого анализа
5. Выпуклая задача, теорема о совпадении локального и глобального экстремума

### Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-9 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-9.2)

1. Субдифференциал. Необходимое и достаточное условие экстремума в безусловном случае

2. Задача выпуклого программирования. Постановка задачи, частные случаи
3. Теорема Куна–Таккера. Примеры
4. Решить задачи:

1. Выяснить знакоопределенность матрицы  $\begin{pmatrix} 5 & 5 & 4 \\ 5 & 9 & 6 \\ 4 & 6 & 6 \end{pmatrix}$ .

2.  $e^{x_1^2 - x_2} (5 - 2x_1 + x_2) \rightarrow \text{extr}$ .

3.  $x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}, \quad 5x_1^2 + 4x_1x_2 + x_2^2 = 1$ .

5. Решить задачи:

1.  $3x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}$ ,

$$x_1^2 + x_2^2 \leq 40, \quad x_1^2 + x_2^2 \geq 4, \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

2.  $x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2 + |x_1 - x_2 + 1| \rightarrow \text{min}$ .

### **Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.3)**

1. Решить задачи:

1.  $x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 - 10x_2 + 26 \rightarrow \text{extr}$ ,

$$x_1 - 2x_2 \geq -4, \quad 5x_1 + 2x_2 \leq 20, \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

2.  $x_1^2 + x_2^2 + \max\{2x_1, x_2\} \rightarrow \text{min}$ .

2. Множество недоминируемых решений
3. Множество Парето
4. Введение в линейное программирование. Исторический экскурс, пример Конторовича, методы решения. Постановка задачи.
5. Линейное программирование: особенности задачи

### **Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-9 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-9.3)**

1. Линейное программирование: экономический смысл
2. Линейное программирование: геометрическая интерпретация
3. Симплекс-метод. Постановка задачи в канонической форме. Идея симплекс-метода.
4. Описание симплекс-метода. Пример
5. Примеры задач линейного программирования

## **3. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)**

### **Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.1)**

1. Линейное программирование: метод искусственного базиса нахождения начальной крайней точки
2. Линейное программирование: задачи с равенствами и неравенствами. Примеры
3. Решить задачи:

- 1) 
$$\begin{aligned} &x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \text{max}, \\ &x \geq 0, \\ &x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ &x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 3, \\ &x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ &x^0 = (0, 0, 0, 1) \end{aligned}$$

- 2) 
$$\begin{aligned} &-x_1 - 4x_4 \rightarrow \text{min}, \\ &x \geq 0, \\ &-x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 5x_5 = 13, \\ &-2x_1 + 2x_2 + 4x_4 + x_5 = 5, \\ &x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 5 \end{aligned}$$

4. Решить задачи:

$$\begin{array}{ll} 2x_1 + x_2 + x_3 + 7x_4 - 2x_5 \rightarrow \max, & 35x_1 + 20x_2 \rightarrow \min, \\ x \geq 0, & x \geq 0, \\ 1) \quad x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1, & 2) \quad x_1 + 2x_2 \geq 7, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - x_5 = 7, & x_1 + x_2 \geq 6, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - 7x_4 + x_5 = 6, & 5x_1 + 2x_2 \geq 18 \\ x^0 = (2, 1, 2, 0, 0) & \end{array}$$

5. Ответить на вопрос и решить задачи:

1. Гладкая экстремальная задача
2.  $(x_1^2 + x_2^2)(e^{x_1^2 + x_2^2} - 1) \rightarrow \text{extr}$
3.  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \rightarrow \text{extr}$ ,  $x_1 - x_2 + x_3 = -1$ ,  $x_1 + x_2 - x_3 = 1/2$
4.  $5x_3 + 10x_4 - 8x_1 - 2x_2 \rightarrow \min$ ,  $x \geq 0$ ,  
 $x_1 - 3x_2 - x_3 - 10x_4 \geq -25$ ,  
 $2x_1 + x_2 + x_3 + 5x_4 \leq 10$ ,  
 $10x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 5x_4 \leq 26$

6. Ответить на вопрос и решить задачи:

1. Выпуклая экстремальная задача
2.  $x_1^2 - x_2^2 - 4x_1 - 6x_2 \rightarrow \text{extr}$
3.  $x_1^2 + x_2^2 \rightarrow \text{extr}$ ,  $x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 \leq 1$ ,  $x_1 \geq 0$ ,  $x_2 \geq 0$
4.  $-2x_1 + x_2 - x_3 + x_5 \rightarrow \max$ ,  $x \geq 0$ ,  
 $-2x_2 + x_4 + x_5 = -3$ ,  
 $x_3 - 2x_4 = 2$ ,  
 $x_1 + 3x_2 - x_4 \leq 5$ ,  
 $x_1 + x_2 \geq -3$

7. Ответить на вопрос и решить задачи:

1. Задача выпуклого программирования
2.  $x_1 + x_2 - x_1x_2 + 4 \ln x_1 \rightarrow \text{extr}$
3.  $x_1 - x_2 \rightarrow \text{extr}$ ,  $x_1^2 - 4x_1x_2 + 5x_2^2 = 1$
4.  $x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 6x_5 \rightarrow \min$ ,  $x \geq 0$ ,  
 $x_3 + x_5 = 3$ ,  
 $x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 + 9x_5 = 18$ ,  
 $x_1 + 5x_2 + 2x_4 + 8x_5 = 13$

8. Ответить на вопрос и решить задачи:

1. Задача линейного программирования
2.  $x_1x_2^2(x_1 + x_2 - 1) \rightarrow \text{extr}$ ,  $x_1 > 0$ ,  $x_2 > 0$
3.  $2x_2^2 - 6x_1 - 6x_2 - 3x_3 \rightarrow \text{extr}$ ,  $x_1 = x_2 + x_3$ ,  $x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 1$
4.  $-2x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 - x_5 \rightarrow \min$ ,  $x \geq 0$ ,  
 $x_2 + 2x_4 - x_5 = 1$ ,  
 $x_1 - x_4 - x_5 = 1$ ,  
 $2x_2 + x_3 + 2x_5 = 4$

9. Ответить на вопрос и решить задачи:

1. Транспортная задача
2.  $x_1x_2/2 + (47 - x_1 - x_2)(x_1/3 + x_2/4) \rightarrow \text{extr}$
3.  $x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 \rightarrow \text{extr}$ ,  $x_1^2 + x_2^2 = 1$
4.  $x_1 - 3x_2 - 3x_3 + 6x_4 + 3x_5 \rightarrow \min$ ,  $x \geq 0$ ,  
 $-2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 1$ ,  
 $-8x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 - 4x_5 = 1$ ,  
 $-x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 1$

10. Ответить на вопрос и решить задачи:

1. Условия экстремума в гладкой безусловной одномерной задаче
2.  $\sqrt{(a-x_1)(a-x_2)(x_1+x_2-a)} \rightarrow \text{extr}, \quad a > 0$
3.  $\cos^2 x_1 + \cos^2 x_2 \rightarrow \text{extr}, \quad x_1 - x_2 = \pi/4$
4.  $2x_1 + x_2 + x_3 + 7x_4 - 2x_5 \rightarrow \text{max}, \quad x \geq 0,$   
 $x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1,$   
 $2x_1 + x_2 + x_3 - x_5 = 7,$   
 $x_1 + 2x_2 + x_3 - 7x_4 + x_5 = 6$

**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-9 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-9.1)**

1. Метод взвешенных сумм с точечным оцениванием весов
2. Двойственность в линейном программировании.
3. Преобразование Лежандра. Вывод двойственных задач, связь между ними. Экономический смысл двойственной задачи линейного программирования.
4. Двойственный симплекс-метод. Пример
5. Транспортная задача. Постановка задачи. Методы нахождения начальной крайней точки.

**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.2)**

1. Метод потенциалов. Пример
2. Задача квадратичного программирования. Прикладной пример, постановка задачи.
3. Применение теоремы Куна–Таккера.
4. Решение задачи квадратичного программирования при помощи линейного программирования. Пример
5. Параметрическое программирование
6. Решение простого варианта задачи о быстроедействии
7. Подходы к построению многомерной функции полезности
8. Гладкие задачи многокритериальной оптимизации
9. Задачи оптимизации со многими критериями оптимальности
10. Общие сведения о численных методах оптимизации.

**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-9 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-9.2)**

1. Алгоритмы векторной оптимизации
2. Методы одномерной оптимизации.
3. Методы половинного деления и золотого сечения.
4. Метод Ньютона одномерной оптимизации
5. Методы многомерной оптимизации

**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.3)**

1. Метод покоординатного спуска
2. Градиентные методы
3. Метод Ньютона многомерной оптимизации
4. Задачи с ограничениями
5. Метод внутренней точки решения задачи линейного программирования
6. Уравнение Эйлера, его интегралы.
7. Решение задачи о брахистохроне.
8. Задача оптимального управления.

9. Задача о быстродействии, управление.
10. Принцип максимума Понтрягина.

**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-9 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-9.3)**

1. Методы глубокого обучения
2. Другие методы многокритериальной оптимизации
3. Одномерная функция полезности
4. Задача вариационного исчисления, задача о брахистохроне
5. Постановка простейшей задачи вариационного исчисления.