

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук  
Кафедра «Прикладная математика и информатика»

Утверждено на заседании кафедры  
«Прикладная математика и информатика»  
«21» января 2021 г., протокол № 6

Заведующий кафедрой

 В.И. Иванов

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)  
«Функциональный анализ»**

**основной профессиональной образовательной программы  
высшего образования – программы бакалавриата**

по направлению подготовки  
**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

с направленностью (профилем)  
**Прикладная математика и информатика**

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 010302-01-21

Тула 2021 год

**ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ**  
**рабочей программы дисциплины (модуля)**

**Разработчик:**

Иванов В.И., зав. каф. ПМИИ, д.ф.-м.н., профессор

---

*(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)*



---

*(подпись)*

## **1 Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)**

**Целью** освоения дисциплины (модуля) является овладение методами функционального анализа.

**Задачами** освоения дисциплины (модуля) являются выработка умений:

- использовать теорию линейных функционалов и операторов;
- использовать теорию Рисса-Шаудера и Гильберта-Шмидта;
- решать простейшие интегральные уравнения второго рода.

## **2 Место дисциплины (модуля) в структуре основной профессиональной образовательной программы**

Дисциплина (модуль) относится к обязательной части основной профессиональной образовательной программы.

Дисциплина (модуль) изучается в пятом семестре.

## **3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)**

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения основной профессиональной образовательной программы (формируемыми компетенциями) и индикаторами их достижения, установленными в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы, приведён ниже.

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

### **Знать:**

- 1) обладать базовыми знаниями, полученными в области математических и естественных наук (код компетенции – ОПК-1, код индикатора – ОПК-1.1);
- 2) математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности (код компетенции – ОПК-3, код индикатора – ОПК-3.1).

### **Уметь:**

- 1) использовать в профессиональной деятельности фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук (код компетенции – ОПК-1, код индикатора – ОПК-1.2);
- 2) применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности (код компетенции – ОПК-3, код индикатора – ОПК-3.2).

### **Владеть:**

- 1) навыками решения задач профессиональной деятельности на основе полученных теоретических знаний (код компетенции – ОПК-1, код индикатора – ОПК-1.3);
- 2) методиками выбора и использования математических моделей для решения задач профессиональной деятельности (код компетенции – ОПК-3, код индикатора – ОПК-3.3).

Полные наименования компетенций и индикаторов их достижения представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

## **4 Объем и содержание дисциплины (модуля)**

### **4.1 Объем дисциплины (модуля), объем контактной и самостоятельной работы обучающегося при освоении дисциплины (модуля), формы промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

Номер семестра	Формы промежуточной аттестации	Общий объем в зачетных единицах	Общий объем в академических часах	Объем контактной работы в академических часах						Объем самостоятельной работы в академических часах
				Лекционные занятия	Практические (семинарские) занятия	Лабораторные работы	Клинические практические занятия	Консультации	Промежуточная аттестация	
Очная форма обучения										
5	ДЗ	5	180	32	16				0,25	131,75
<b>Итого</b>	–	5	180	32	16				0,25	131,75

Условные сокращения: Э – экзамен, ЗЧ – зачет, ДЗ – дифференцированный зачет (зачет с оценкой), КП – защита курсового проекта, КР – защита курсовой работы.

## 4.2 Содержание лекционных занятий

### Очная форма обучения

№ п/п	Темы лекционных занятий
<i>5 семестр</i>	
1	Определение линейного нормированного пространства. Сходящиеся и фундаментальные последовательности. Банаховы пространства. Основные примеры банаховых пространств.
2	Гильбертовы пространства.
3	Шары, ограниченные, открытые и замкнутые множества в линейном нормированном пространстве.
4	Компактность в линейном нормированном пространстве. Некомпактность единичного шара в бесконечномерном линейном нормированном пространстве. Понятие $\varepsilon$ -сети. Критерий компактности Хаусдорфа в банаховом пространстве.
5	Определение линейного непрерывного функционала в банаховом пространстве. Его норма. Геометрический смысл. Теорема Хана - Банаха о продолжении линейного непрерывного функционала.
6	Теорема об общем виде линейного непрерывного функционала в гильбертовом пространстве. Понятие сопряженного пространства.
7	Линейный оператор в банаховом пространстве. Область определения, область значений, ядро. Непрерывность и ограниченность линейного оператора. Его норма.
8	Операции над линейными операторами. Пространство линейных операторов. Сильная и равномерная сходимости линейных операторов. Принцип равномерной ограниченности. Теорема Банаха - Штейнгауза о сильной сходимости.
9	Ряды линейных операторов в банаховом пространстве. Определение функций для линейных непрерывных операторов. Решение задачи Коши в банаховом пространстве.
10	Обратный оператор. Условия существования обратного оператора. Теорема Банаха об обратном операторе. Оценка нормы обратного оператора.
11	Спектр, регулярные значения и резольвента линейного оператора. Замкнутость спектра и открытость регулярных значений. Спектральный радиус. Его вычисление.

№ п/п	Темы лекционных занятий
12	Вполне непрерывные операторы. Их свойства. Вполне непрерывность интегрального оператора в пространствах $C[a,b]$ , $L_2[a,b]$ .
13	Сопряженные и самосопряженные операторы в гильбертовом пространстве. Норма сопряженного и самосопряженного оператора. Сопряженный оператор для вполне непрерывного.
14	Спектр вполне непрерывного оператора. Вполне непрерывность и спектр оператора Вольтерра.
15	Линейные уравнения 2-го рода. Теория Рисса-Шаудера. Альтернатива Фредгольма.
16	Собственные значения и собственные векторы линейных вполне непрерывных самосопряженных операторов. Теорема Гильберта-Шмидта и ее приложения к решению интегральных уравнений 2-го рода с симметричным ядром.

### 4.3 Содержание практических (семинарских) занятий

#### Очная форма обучения

№ п/п	Темы практических (семинарских) занятий
<i>5 семестр</i>	
1	Норма в линейном пространстве. Основные примеры банаховых пространств.
2	Компактность.
3	Норма линейного функционала. Линейные функционалы в основных банаховых пространствах.
4	Норма линейного оператора. Сильная и равномерная сходимости линейных операторов.
5	Обратный линейный оператор. Спектр, спектральный радиус и резольвенты линейного оператора.
6	Вполне непрерывный линейный оператор и его спектр.
7	Линейные интегральные уравнения 2-го рода. Теория Рисса-Шаудера.
8	Приложение теоремы Гильберта-Шмидта к решению линейных интегральных уравнений 2-го рода.

### 4.4 Содержание лабораторных работ

Занятия указанного типа не предусмотрены основной профессиональной образовательной программой.

### 4.5 Содержание клинических практических занятий

Занятия указанного типа не предусмотрены основной профессиональной образовательной программой.

### 4.6 Содержание самостоятельной работы обучающегося

#### Очная форма обучения

№ п/п	Виды и формы самостоятельной работы
<i>5 семестр</i>	

№ п/п	Виды и формы самостоятельной работы
1	Подготовка к практическим занятиям.
2	Выполнение домашних заданий.
3	Подготовка к промежуточной аттестации и ее прохождение.

**5 Система формирования оценки результатов обучения по дисциплине (модулю) в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающегося**

### Очная форма обучения

Мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающегося			Максимальное количество баллов
<i>5 семестр</i>			
Текущий контроль успеваемости	Первый рубежный контроль	<b>Оцениваемая учебная деятельность Обучающегося:</b>	
		Посещение лекционных занятий	4
		Работа на практических занятиях	3
		Выполнение домашнего задания	23
		Итого	30
	Второй рубежный контроль	<b>Оцениваемая учебная деятельность Обучающегося:</b>	
		Посещение лекционных занятий	4
		Работа на практических занятиях	3
		Выполнение домашнего задания	23
		Итого	30
Промежуточная аттестация	Дифференцированный зачет	40 (100*)	

\* В случае отказа обучающегося от результатов текущего контроля успеваемости

### Шкала соответствия оценок в стобалльной и академической системах оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Система оценивания результатов обучения	Оценки			
	0 – 39	40 – 60	61 – 80	81 – 100
Академическая система оценивания (экзамен, дифференцированный зачет, защита курсового проекта, защита курсовой работы)	Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Академическая система оценивания (зачет)	Не зачтено	Зачтено		

**6 Описание материально-технической базы (включая оборудование и технические средства обучения), необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю) требуется учебная аудитория, оборудованная доской для написания мелом.

## **7 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

### **7.1 Основная литература**

1. Треногин, В. А. Функциональный анализ: учебник / В. А. Треногин. — 4-е изд. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2007. — 488 с. — ISBN 978-5-9221-0804-1. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/59471>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Треногин, В. А. Задачи и упражнения по функциональному анализу: учебное пособие / В. А. Треногин, Б. М. Писаревский, Т. С. Соболева. — 2-е изд., испр.и доп. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 240 с. — ISBN 5-9221-0271-0. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/2342>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Краснов М.Л. Интегральные уравнения. Задачи и примеры с подробными решениями: учебное пособие для вузов / М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко.— 3-е изд., испр. — М.: УРСС, 2007.— 192 с.

### **7.2 Дополнительная литература**

1. Скопин, В. А. Функциональный анализ и интегральные уравнения: методические указания к самостоятельной работе / В. А. Скопин, И. А. Седых. — Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2012. — 17 с. — ISBN 2227-8397. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/55174.html> (дата обращения: 27.01.2021). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

2. Васильева, А. Б. Интегральные уравнения: учебник / А. Б. Васильева, Н. А. Тихонов. — 3-е изд.,стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2009. — 160 с. — ISBN 978-5-8114-0911-2. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/42> (дата обращения: 27.01.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Асташова, И. В. Функциональный анализ: учебное пособие / И. В. Асташова. — Москва: Евразийский открытый институт, 2011. — 112 с. — ISBN 978-5-374-00486-1. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/11120.html> (дата обращения: 27.01.2021). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

4. Золотухин А.Я. Задачи и упражнения по теории операторов: учебное пособие / А. Я. Золотухин. — Тула: Издательство ТулГУ, 2014. — 86 с. — ISBN 978-5-7679-2092-1. — Текст: электронный // Библиотех: электронно-библиотечная система. — URL: <https://tsutula.bibliotech.ru/Reader/Book/2014100921014416464100005444>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

## **8 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

1. <http://window.edu.ru> – Единое окно доступа к образовательным ресурсам.
2. <http://elibrary.ru/> – Научная Электронная Библиотека eLibrary.
3. <http://cyberleninka.ru/> – КиберЛенинка — научная электронная библиотека.
4. <http://www.intuit.ru> – Национальный открытый университет «ИНТУИТ».

## **9 Перечень информационных технологий, необходимых для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

### **9.1 Перечень необходимого ежегодно обновляемого лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства**

1. Пакет офисных приложений «МойОфис».

### **9.2 Перечень необходимых современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем**

Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы не требуются.