МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук
Кафедра «Прикладная математика и информатика»

Утверждено на заседании кафедры
«Прикладная математика и информатика»
«21» января 2021 г., протокол № 6

Заведующий кафедрой
______________________ В.И. Иванов

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ) ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**«Функциональный анализ»**

**основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы бакалавриата**

по направлению подготовки
**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

с направленностью (профилем)
**Прикладная математика и информатика**

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 010302-01-21

Тула 2021 год

# ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ
## фонда оценочных средств (оценочных материалов)

**Разработчик:**

Иванов В.И., зав. каф. ПМиИ, д.ф.-м.н., профессор

*(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)* *(подпись)*

## 1 Описание фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Фонд оценочных средств (оценочные материалы) включает в себя контрольные задания и (или) вопросы, которые могут быть предложены обучающемуся в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю). Указанные контрольные задания и (или) вопросы позволяют оценить достижение обучающимся планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), установленных в соответствующей рабочей программе дисциплины (модуля), а также сформированность компетенций, установленных в соответствующей общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

Полные наименования компетенций и индикаторов их достижения представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

## 2 Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

### Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

1. Линейное множество будет линейным нормированным пространством, если в нем есть
   1) норма,
   2) метрика,
   3) неравенство треугольника
   4) скалярное произведение
2. Точка множества в линейном нормированном пространстве будет внутренней, если
   1) она изолированная,
   2) некоторое замкнутое подмножество, содержащее эту точку, лежит в множестве,
   3) некоторый открытый шар с центром в этой точке лежит в множестве,
   4) любой шар с центром в этой точке содержит точки множества
3. Множество в линейном нормированном пространстве будет открытым, если
   1) оно состоит из изолированных точек,
   2) оно состоит из внутренних точек,
   3) оно не является замкнутым,
   4) оно является дополнением к открытому множеству
4. Точка линейного нормированного пространства будет предельной для множества, если
   1) в любом открытом шаре с центром в этой точке есть точки множества.
   2) в любом замкнутом шаре с центром в этой точке есть точки множества,
   3) в любом открытом шаре с центром в этой точке есть точки множества, отличные от нее самой,
   4) в некотором замкнутом шаре с центром в этой точке есть точки множества, отличные от нее самой
5. Множество в линейном нормированном пространстве будет замкнутым, если
   1) оно содержит все свои предельные точки,
   2) оно состоит только из предельных точек,
   3) оно состоит только из изолированных точек,
   4) оно не является открытым

### Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

1. Норма линейного оператора $f: X \to Y$, где
$$Ax(t) = \begin{cases} x(t), & 0 \le t \le 1/2 \\ 0, & 1/2 \le t \le 1 \end{cases} : L_2[0,1] \to L_2[0,1]$$
, равна

1) $3/2$,
2) $1$,
3) $2$,
4) $1/2$

2. Норма линейного оператора $f: X \to Y$, где $Ax(t) = \left(t - \frac{1}{2}\right)x(t) : C[0,1] \to C[0,1]$, равна

1) $3/2$,
2) $1$,
3) $2$,
4) $1/2$

3. Норма линейного оператора $f: X \to Y$, где $Ax = \left(\frac{1}{2}x_1, \frac{3}{4}x_2, \ldots, \left(1 - \frac{1}{2n}\right)x_n, \ldots\right) : l_2 \to l_2$, равна

1) $3/2$,
2) $1$,
3) $2$,
4) $1/2$

4. Норма линейного оператора $f: X \to Y$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & -3 & 0 \end{pmatrix} : l_1^3 \to l_1^3$, равна

1) $3$,
2) $6$,
3) $5$,
4) $4$

5. Норма линейного оператора $f: X \to Y$, где $Ax(t) = 2x(t) - 3x\left(\frac{t}{2}\right) : C[0,1] \to C[0,1]$, равна

1) $3$,
2) $6$,
3) $5$,
4) $4$

**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)**

1. Система элементов гильбертова пространства называется ортонормированной, если она
1) нормированная,
2) ортогональная,

3) ортогональная и нормированная,
4) равномерно ограниченная единицей

2. Всякая бесконечная ортогональная система в сепарабельном гильбертовом пространстве
1) замкнутая,
2) полная,
3) счетная,
4) имеет мощность континуума

3. Подмножество в нормированном пространстве называется подпространством, если оно
1) линейное,
2) плотное и линейное,
3) выпуклое,
4) замкнутое и линейное.

4. Два нормированных пространства называются изометричными, если
1) между ними существует изоморфизм,
2) между ними существует взаимно-однозначное соответствие, сохраняющее нормы,
3) между ними существует изоморфизм, сохраняющий нормы,
4) они имеют одинаковые размерности

5. Банахово пространство является гильбертовым, если в нем
1) есть скалярное произведение,
2) норма определяется с помощью скалярного произведения,
3) есть ортогональный базис.

**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.1)**

1. Замыкание множества в линейном нормированном пространстве — это
1) наименьшее замкнутое множество, содержащее это множество,
2) наибольшее замкнутое множество, содержащее это множество,
3) дополнение к множеству,
4) множество всех его предельных точек

2. Границей множества в линейном нормированном пространстве будет
1) множество всех его предельных точек,
2) множество всех его изолированных точек,
3) дополнение к множеству внутренних точек множества,
4) множество точек, в любой окрестности которых есть как точки множества, так и его дополнения

3. Точка множества в линейном нормированном пространстве будет изолированной, если
1) она не является внутренней точкой множества,
2) она не является граничной точкой множества,
3) в некоторой ее окрестности нет других точек множества
4) остальные точки множества образуют замкнутое подмножество

4. Открытые множества в линейном нормированном пространстве обладают свойствами:
1) любое их объединение открыто,
2) любое их пересечение открыто,
3) они являются дополнениями открытых множеств,
4) у них есть изолированные точки

5. Замкнутые множества обладают свойствами:
1) любое их объединение открыто,
2) любое их пересечение открыто,
3) они являются дополнениями замкнутых множеств,
4) у них есть внутренние точки

**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.2)**

1. Отображение $f$ является нормой в нормированном пространстве $X$ , если

1) $X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(0)| + |x(1)| + \int_0^1 |x''(t)|\,dt$ ,

2) $X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(0)| + |x(1)| + \|x''\|_{C[0,1]}$ ,

3) $X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(1)| + \|x''\|_{C[0,1]}$

2. Отображение $f$ является нормой в нормированном пространстве $X$ , если

1) $X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(0)| + |x'(1)| + \|x''\|_{C[0,1]}$ ,

2) $X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(0)| + |x(1)| + \|x''\|_{C[0,1]}$ ,

3) $X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(1)| + \|x''\|_{C[0,1]}$

3. Отображение $f$ является нормой в нормированном пространстве $X$ , если

1) $X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(0)| + \|x''(t)\|_{C[0,1]}$ ,

2) $X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(0)| + |x'(1)| + \|x''\|_{C[0,1]}$ ,

3) $X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(1)| + \|x''\|_{C[0,1]}$

4. Отображение $f$ является нормой в нормированном пространстве $X$ , если

1) $X = C^1[0,1], \quad f(x) = \int_0^1 |x(t)|\,dt + \int_0^1 |x'(t)|\,dt$ ,

2) $X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(0)| + \|x''\|_{C[0,1]}$ ,

3) $X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(1)| + \|x''\|_{C[0,1]}$

5. Отображение $f$ является нормой в нормированном пространстве $X$ , если

1) $X = C^1[0,1], \quad f(x) = \int_0^1 |x(t)|\,dt + \|x'(t)\|_{C[0,1]}$ ,

2) $X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(0)| + \|x''\|_{C[0,1]}$ ,

3) $X = C^1[0,1], \quad f(x) = \int_0^1 |x(t)|\,dt + \int_0^1 |x'(t)|\,dt$

**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.3)**

1. Гильбертово пространство является
   1) строго нормированным,
   2) локально компактным,
   3) рефлексивным
2. Пространству изометричны гильбертовы пространства:
   1) локально компактные,
   2) конечномерные,
   3) сепарабельные
3. В сепарабельном гильбертовом пространстве полную ортогональную систему собственных векторов имеет линейный оператор
   1) вполне непрерывный,
   2) самосопряженный,
   3) вполне непрерывный и самосопряженный
4. Непрерывный линейный оператор переводит
   1) ограниченное множество в ограниченное множество,
   2) ограниченное множество в относительно компактное множество,
   3) замкнутое множество в замкнутое множество
5. Вполне непрерывный линейный оператор переводит
   1) замкнутый шар на замкнутый шар,
   2) ограниченное множество в относительно компактное множество,
   3) открытое множество в открытое множество

## 3 Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)**

1. Линейное нормированное пространство называется полным, если
   1) всякая фундаментальная последовательность является сходящейся.
   2) всякая сходящаяся последовательность является фундаментальной,
   3) из любой ограниченной последовательности можно извлечь сходящуюся подпоследовательность,
   4) из любой ограниченной последовательности можно извлечь фундаментальную подпоследовательность
2. Последовательность в линейном нормированном пространстве сходится к некоторому элементу, если
   1) существует шар с центром в этом элементе, содержащий элементы последовательности,
   2) любой шар с центром в этом элементе содержит элементы последовательности,
   3) существует шар с центром в этом элементе, содержащий все элементы последовательности кроме конечного числа,
   4) любой шар с центром в этом элементе содержит все элементы последовательности кроме конечного числа
3. Множество будет плотным в линейном нормированном пространстве, если
   1) его замыкание совпадает со всем пространством,
   2) его дополнение содержит внутренние точки,
   3) оно не имеет изолированных точек,
   4) оно не имеет внутренних точек
4. Линейное нормированное пространство будет сепарабельным, если
   1) в нем есть плотное множество мощности континуума,
   2) оно рефлексивное,

3) в нем есть плотное счетное множество,
4) оно полное

5. Множество в полном линейном нормированном пространстве будет компактным, если
1) оно замкнутое и ограниченное,
2) вполне ограниченное,
3) замкнутое и вполне ограниченное,
4) ограниченное

**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)**

1. Последовательность линейных операторов $A_n x(t) = x\left(t + \frac{\pi}{n}\right) : C[0, 2\pi) \to C[0, 2\pi)$ сходится
1)сильно,
2) равномерно

2. Последовательность линейных операторов $A_n x = \left(\frac{x_1}{n^2}, \frac{x_2}{n^2}, \ldots\right) : l_2 \to l_2$ сходится
1) сильно,
2) равномерно

3. Последовательность линейных операторов $A_n x(t) = x\left(t^n - t^{n+1}\right) : C[0,1] \to C[0,1]$ сходится
1) сильно,
2) равномерно

4. Последовательность линейных операторов $A_n x = \left(0, 0, \ldots, x_{n+1}, x_{n+2}, \ldots\right) : l_2 \to l_2$ сходится
1) сильно,
2) равномерно

5. Последовательность линейных операторов $A_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k A^k}{k} : X \to X$, где $X$ — банахово пространство, $\|A\| < 1$ сходится
1) сильно,
2) равномерно

**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)**

1. Норма линейного оператора $f : X \to Y$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \\ 0 & 4 & -2 \end{pmatrix} : l_\infty^3 \to l_1^3$, равна
1) $12$,
2) $13$,
3) $14$,
4) $15$

2. Норма линейного оператора $f:X\to Y$, где $Ax(t)=\left(t-\frac{1}{2}\right)x(t):L_2[0,1]\to L_2[0,1]$, равна

1) $3/2$,
2) $1$,
3) $2$,
4) $1/2$

3. Норма линейного оператора $f:X\to Y$, где $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}:l_\infty^3\to l_\infty^3$, равна

1) $7$,
2) $6$,
3) $5$,
4) $4$

4. Норма линейного оператора $f:X\to Y$, где
$Ax(t)=x(t)+x(1-t)-2x\left(\frac{1}{2}\right):C[0,1]\to C[0,1]$, равна

1) $7$,
2) $6$,
3) $5$,
4) $4$

5. Норма линейного оператора $f:X\to Y$, где $A=\begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}:l_1^3\to l_\infty^3$, равна

1) $3$,
2) $6$,
3) $5$,
4) $4$

**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.1)**

1. Вполне ограниченность и ограниченность множеств совпадают в линейных нормированных пространствах:

1) рефлексивных,
2) конечномерных,
3) строго нормированных,
4) гильбертовых

2. В пространстве   множество вполне ограничено, если оно

1) ограничено,
2) равностепенно непрерывно,
3) замкнутое,
4) ограничено и равностепенно непрерывно

3. Спектр вполне непрерывного линейного оператора состоит из

1) точек непрерывного спектра,
2) собственных значений,
3) собственных значений и точки нуль

4. Размерность пространства решений однородного уравнения Фредгольма второго рода может быть
1) конечной,
2) бесконечной

5. Уравнение Фредгольма второго рода разрешимо, если
1) каждое решение однородного уравнения ортогонально правой части,
2) каждое решение сопряженного однородного уравнения ортогонально правой части,
3) однородное уравнение имеет не нулевое решение,
4) однородное сопряженное уравнение имеет не нулевое решение

**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.2)**

1. Последовательность линейных операторов $A_n x(t) = x\left(\frac{nt}{n+t}\right) : C[0,1] \to C[0,1]$ сходится
1) сильно,
2) равномерно

2. Последовательность линейных операторов $A_n = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k A^k : X \to X$, $X$ — банахово пространство, $\|A\| < 1$ сходится
1) сильно,
2) равномерно

3. Последовательность линейных операторов $A_n x(t) = x\left(\sqrt{n} t (1-t)^n\right) : C[0,1] \to C[0,1]$ сходится
1) сильно,
2) равномерно

4. Последовательность линейных операторов $A_n = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \frac{A^{2k}}{(2k)!} : X \to X$, $X$ — банахово пространство сходится
1) сильно,
2) равномерно

5. Последовательность линейных операторов $A_n x(t) = x\left(t\left(1 - \sqrt[n]{t}\right)\right) : C[0,1] \to C[0,1]$ сходится
1) сильно,
2) равномерно

**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.3)**

1. Отображение $f$ является нормой в нормированном пространстве $X$, если

1) $X = C^1[0,1], \quad f(x) = \int_0^1 |x(t)|dt + \int_0^1 |x'(t)|dt$,

2) $X = C^1[0,1], \quad f(x) = \int_0^1 |x(t)|dt + \|x'(t)\|_{C[0,1]}$,

3) $X = C^1[0,1], \quad f(x) = |x(1)| + \|x'(t)\|_{C[0,1]}$

2. Отображение $f$ является нормой в нормированном пространстве $X$, если

1) $X = C^1[0,1], \quad f(x) = \int_0^1 |x(t)|dt + \|x'(t)\|_{C[0,1]}$,

2) $X = C^1[0,1], \quad f(x) = |x(1)| + \|x'(t)\|_{C[0,1]}$,

3) $X = C^1[0,1], \quad f(x) = |x(1) - x(0)| + \|x'(t)\|_{C[0,1]}$

3. Отображение $f$ является нормой в нормированном пространстве $X$, если

1) $X = C^1[0,1], \quad f(x) = |x(1)| + \|x'(t)\|_{C[0,1]}$,

2) $X = C^1[0,1], \quad f(x) = |x(1) - x(0)| + \|x'(t)\|_{C[0,1]}$,

3) $X = C^1[0,1], \quad f(x) = \|x'(t)\|_{C[0,1]}$

4. Отображение $f$ является нормой в нормированном пространстве $X$, если

1) $X = C^1[0,1], \quad f(x) = |x(1) - x(0)| + \|x'(t)\|_{C[0,1]}$,

2) $X = C^1[0,1], \quad f(x) = \|x'(t)\|_{C[0,1]}$,

3) $X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(0)| + |x(1)| + \int_0^1 |x''(t)|dt$

5. Отображение $f$ является нормой в нормированном пространстве $X$, если

1) $X = C^1[0,1], \quad f(x) = \|x'(t)\|_{C[0,1]}$,

2) $X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(0)| + |x(1)| + \int_0^1 |x''(t)|dt$,

3) $X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(0)| + |x(1)| + \|x''\|_{C[0,1]}$