


МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук
Кафедра «Вычислительная механика и математика»

Утверждено на заседании кафедры
«Вычислительная механика и математика»
« 17 » июня 2021 г., протокол № 10

Заведующий кафедрой



В.В. Глаголев

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО
КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ
АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

"Математика"

**основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы бакалавриата**

по направлению подготовки
09.03.02 Информационные системы и технологии

с направленностью (профилем)
Информационные системы

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 090302-01-21

Тула 2021 год

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ
фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Разработчик:

Инченко О.В., к. ф.-м.н

(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)



(подпись)

1. Описание фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Фонд оценочных средств (оценочные материалы) включает в себя контрольные задания и (или) вопросы, которые могут быть предложены обучающемуся в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю). Указанные контрольные задания и (или) вопросы позволяют оценить достижение обучающимся планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), установленных в соответствующей рабочей программе дисциплины (модуля), а также сформированность компетенций, установленных в соответствующей общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

Полные наименования компетенций и индикаторов их достижения представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

2. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

1 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

1. Вычислить смешанное произведение векторов $\vec{a}, 3\vec{b}, \vec{c}$, если $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = \vec{j} + 4\vec{k}, \vec{c} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$.
2. Определите координаты вектора $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$, если $\vec{a} = \{1; -1; 3\}, \vec{b} = \{-1; 2; 0\}$.
3. Решить систему методом Гаусса:
$$\begin{cases} 2x + y - 2z = 0 \\ x + y + z = 1 \\ -2x - y = 1 \end{cases}$$
4. Уравнение прямой привести к каноническому виду:
$$\begin{cases} x + y - z - 1 = 0 \\ x + 2y + z - 4 = 0 \end{cases}$$
5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x + 8}{1 - x - x^2}$.
6. Найти $f'(1)$, если $f(x) = 2x^2 + 3x + \frac{8}{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$.
7. Найти точки перегиба функции $y = \frac{2x + 3}{x^2}$.

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

1. Найти косинус угла между векторами $\vec{a} + \vec{b}$ и $2\vec{a} - \vec{b}$, если $\vec{a} = \{2; -1; 3\}, \vec{b} = \{1; 0; 2\}$.
2. Вычислить $|\vec{a} \times \vec{b}|$, если $\vec{a} = \{1; -1; 2\}$ и $\vec{b} = \{2; 0; 3\}$.

3. Найти собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$.
4. Найти значение выражения $2A^2 + BA$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.
5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 5x - 1}{1 - x - 2x^2}$.
6. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{2x+1}$.
7. Найти $f'(1)$, если $f(x) = 2x^3 + 3 \ln x + \sqrt{x}$.

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)

1. Найти площадь четырехугольника, построенного на векторах $\vec{a} = -5\vec{m} - 6\vec{n}$ и $\vec{b} = 2\vec{m} + 7\vec{n}$, если $|\vec{m}| = 2$, $|\vec{n}| = 7$, $\left(\vec{m}, \vec{n}\right) = \frac{\pi}{6}$.
2. Определить точки пересечения прямой $x + y = 0$ и окружности $x^2 + y^2 - 10x = 0$. Найти координаты центра окружности, ее радиус.
3. Исследовать совместность и найти общее решение системы:
$$\begin{cases} 2x - y + z = -2; \\ x + 2y + 3z = -1; \\ x - 3y - 2z = 3. \end{cases}$$
4. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора: $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}$.
5. Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x-3}$.
6. Найти производную функции: $\arctg x - y^2 + 3xy = 0$
7. Записать уравнение касательной к графику функции $y = x^3 + 1$ в точке $x_0 = 1$.

2 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

1. Найти значение выражения $\frac{z_1 + 2z_2}{z_2 - z_1}$, где $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 3i$.
2. Найти интеграл $\int \sqrt{(x+2)^3} dx$.
3. Найти интеграл $\int (x+1) \cos x dx$.

4. Найти интеграл $\int \frac{dx}{x^2 + 2x + 5}$.
5. Вычислить интеграл $\int_1^4 \frac{dx}{1 + \sqrt{x}}$.
6. Найти полный дифференциал функции $u = 2xy^2 + x - 2xy$.
7. Найти экстремумы функции $z = x^3 + 4y^3 - 6xy + 1$

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

1. Записать число $z = 1 - i$ в тригонометрической форме.
2. Найти площадь фигуры ограниченной линиями $y = x^2 - 2$, $y = x$.
3. Найти $\text{grad } u$, $u = 2xy + \sqrt{x^2 + y^2}$ в точке $M(3; 4)$.
4. Найти интеграл $\int \sqrt[3]{(x-3)^5} dx$.
5. Найти интеграл $\int (x-2)\sin x dx$.
6. Вычислить интеграл $\int_0^3 \frac{dx}{1 + \sqrt{x+1}}$.
7. Найти полный дифференциал функции $u = e^x y^2 + 2x(y+5) - 3$.

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)

1. Найти $\text{Re } z$, если $z = \begin{vmatrix} i+1 & 2i \\ 1 & i-2 \\ i+2 & \end{vmatrix}$.
2. Найти интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{(x+1)^7}}$.
3. Найти интеграл $\int \frac{dx}{(x-4)(x+2)}$.
4. Найти площадь фигуры ограниченной линиями $y = x^2 + 2x - 3$, $y = 2x + 1$.
5. Вычислить интеграл $\int_2^3 \frac{x dx}{2x-3}$.
6. Найти полный дифференциал функции $u = x \ln y + y \sin x - 2x$.
7. Найти $\text{grad } u$, $u = x^2 + \ln xy - 3y^2$ в точке $M(1; 1)$.

3 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

1. Определить, при каком значении k уравнение $(k^2 - 1)y'' + (k - 1)y' + 2y = 8 \cos 2x$ является дифференциальным уравнением первого порядка.
2. Решение дифференциального уравнения $y'' - 2y' - 3y = 0$ имеет вид:
 - a) $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{3x}$;
 - b) $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-3x}$;
 - c) $y = C_1 e^x + C_2 e^{-3x}$;
 - d) $y = (C_1 e^{-x} + C_2 e^{3x})x$.
3. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + y' - 6y = 5xe^{-2x}$ следует искать в виде:
 - a) $y = Ae^{-2x}$;
 - b) $y = (Ax + B)e^{-2x}$;
 - c) $y = Ae^{-2x}x$;
 - d) $y = (Ax + B)e^{-2x}x$.
4. Определить тип дифференциального уравнения $yy' = 2 - x$. Ответ обосновать.
5. Определить сходимость рядов. Ответ обосновать.
 - a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n}$
 - б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 1}$
 - в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$
6. Дан ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n}$. Найти значение выражения $u_1 + u_2 - u_3$.
7. Запишите разложение функции $f(x)$ в ряд Фурье (коэффициенты не находить):

$$f(x) = \begin{cases} x; & 0 \leq x \leq 1 \\ 1; & 1 < x \leq 2 \end{cases}; f(x) - \text{нечетная}$$

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}.$$
2. Найдите общее решение однородного уравнения и укажите **вид** частного решения неоднородного уравнения:

$$y''' - y'' - y' + y = (3x + 7)e^{2x}.$$
3. Найдите общее решение однородного уравнения и укажите **вид** частного решения неоднородного уравнения:

$$y'' - 4y' + 8y = e^x (5 \sin x - 3 \cos x).$$
4. Исследуйте числовые ряды на сходимость:
 1. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2 + 1}{n^2 + 1} \right)^{n^2}$;
 2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \ln^2(n+1)}$.
5. Найти сумму ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3^n}$.

6. Найти область сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{2^n}$.

7. Исследуйте ряды на абсолютную/условную сходимость:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3}{(n+1)!}$; 2. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt[4]{2n+3}}$.

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)

1. Функция $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{5x}$ является решением дифференциального уравнения:
а. $y'' - 4y = 0$; б. $y'' + 4y = 0$; в. $y'' + 4y' + 4 = 0$; г. $y'' - 4y' + 4 = 0$

2. Определить тип дифференциального уравнения $1 - x^2 + xy' = 0$. Ответ обосновать.

3. Решение дифференциального уравнения $y'' + 25y = 0$ имеет вид:

а) $y = C_1 e^{-5x} + C_2 e^{5x}$; в) $y = e^{5x}(C_1 \cos 5x + C_2 \sin 5x)$;
б) $y = C_1 \cos 5x + C_2 \sin 5x$; г) $y = e^x(C_1 \cos 5x + C_2 \sin 5x)x^2$.

4. Какие из ниже перечисленных рядов являются расходящимися? Ответ обосновать.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt[3]{n^2}}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^3}$

5. Исследовать на сходимость числовой ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{n!}$.

6. Найти третий член ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4(n+1)^2}{2^n}$.

7. Найти область сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n(n+3)}$.

3. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

1 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

1. Доказать, что $A(1,0,7)$ $B(-1,-1,2)$ $C(2,-2,2)$ $D(0,1,9)$ лежат в одной плоскости.

2. Показать, что прямые $L_1: x+2y+4=0$ и $L_2: 2x+4y-3=0$ параллельны и найти расстояние между ними.

3. Составить уравнение плоскости проходящую через три точки $M_1(2;-1;3)$, $M_2(-1;-3;-5)$ и $M_3(7;3;7)$.

4. Доказать, что прямые $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{-2}$ и $\frac{x+1}{1} = \frac{y+11}{2} = \frac{z-6}{1}$ пересекаются и найти точку пересечения и угол между ними.

5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + 3x - 14}{x^2 - 5x + 6}$.

6. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{3x-1}$.

7. Найти $y'(x)$, если $x = a \cos t$, $y = a \sin t$.

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

1. Найти косинус угла между векторами $\bar{a} + 2\bar{b}$ и $2\bar{a} - \bar{b}$, если $\bar{a} = \{1; -1; 1\}$, $\bar{b} = \{-4; 0; 3\}$.
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(2; -2; -1)$ перпендикулярно вектору $\bar{N} = \{1; 2; 4\}$.
3. Составить каноническое уравнение прямой, заданной пересечением плоскостей: $x + 3y - 3z + 1 = 0$ и $2x - 2y + z + 1 = 0$.
4. Найти значение выражения $2A^2 + BA$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$.
5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{2x}\right)^{2x+5}$.
6. Найти $f'(0)$, если $f(x) = 2x^4 + 8\arcsin x + \sin 2x + 3e^{4x}$.
7. Найти точки экстремума функции $y = \frac{3x+1}{x+1}$.

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)

1. Вычислить скалярное произведение векторов $2\bar{a} + 3\bar{b}$ и $\bar{a} - \bar{b}$, если $\bar{a} = \{1; -1; 1\}$, $\bar{b} = \{1; 4; 2\}$.
2. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\bar{a} = \{3; -1; 0\}$ и $\bar{b} = \{1; 1; 3\}$.
3. Составить каноническое уравнение прямой, заданной пересечением плоскостей: $x + 3y - 4z + 1 = 0$ и $2x + y + z = 0$.
4. Найти значение выражения $AB + BA$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$.
5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + 3x - 14}{x^2 - 5x + 6}$.
6. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{3x-1}$.
7. Составить уравнения касательной и нормали для эллипса $\begin{cases} x = 3 \cos t \\ y = 4 \sin t \end{cases}$.

2 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

1. Вычислить $\frac{2+3i}{4-2i} + \frac{1-3i}{2i}$
2. Вычислить интеграл используя метод подведения под знак дифференциала..
 $\int \frac{dx}{x+3}$
3. Вычислить интеграл используя метод интегрирования по частям $\int (1-2x) \cdot \sin x dx$
4. Вычислить интеграл. $\int \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} dx$
6. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = 4x$
7. Вычислить объём тела полученного вращением кривой $y = x^3$ вокруг оси Ох при $0 \leq x \leq 1$.

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

1. Вычислить $i^2 + i^3 + i^4 + i^5$
2. Вычислить интеграл используя метод подведения под знак дифференциала.
 $\int \frac{dx}{x^2 - 2x - 3}$
3. Вычислить интеграл используя метод интегрирования по частям $\int \ln(x+1) dx$
4. Вычислить интеграл $\int \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} dx$
5. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = 4x$
6. Найти частные производные от указанных функций в точке:
 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - ?$, для $z = e^x (\cos y + x \sin y)$ при $x = 0$, $y = \frac{\pi}{2}$.
7. Найти $gradu$, $u = x^2 + \ln xy - 3y^2$ в точке $M(1;1)$.

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)

1. Вычислить $(-1 - i\sqrt{3})^{50}$
2. Вычислить интеграл используя метод подведения под знак дифференциала.
 $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 4x + 8}}$
3. Вычислить объём тела полученного вращением кривой $y = x^3$ вокруг оси Ох при $0 \leq x \leq 1$.

4. Вычислить объём тела, образованного вращением вокруг оси Ox одной арки циклоиды $x = 2(t - \sin t)$, $y = 2(1 - \cos t)$.
5. Вычислить интеграл $\int_3^8 \frac{dx}{1 - \sqrt{x+1}}$.
6. Написать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z = x^2 + y^2$ в точке $M_0(1; -2)$.
7. Найти производную функции $u = 2xy - x^2 + 5xy^2$ по направлению вектора $\vec{a} = \{-1; 0\}$.

3 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

1. При каком значении k дифференциальное уравнение $(k+2)y'' + (k-3)y' - 4y = (k+2)x^3$ будет уравнением первого порядка?
2. Определить тип дифференциального уравнения $3xy' - 2y = x^3$. Ответ обосновать.
3. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + y' - 6y = 5xe^{-2x}$ следует искать в виде:

a) $y = Ae^{-2x}$;

c) $y = Ae^{-2x}x$;

b) $y = (Ax + B)e^{-2x}$;

d) $y = (Ax + B)e^{-2x}x$.

4. Решить дифференциальное уравнение: $y'' - 2y' + y = e^{2x}$.
5. Какие из ниже перечисленных рядов являются сходящимися? Ответ обосновать.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n^7}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt[3]{n^5}}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^{n+1}}$

6. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)^2}$.

7. Вычислить частичную сумму $\tilde{S}_3 = u_2 + u_3 + u_4$ ряда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n!}{n-1}$.

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

1. Найти решение задачи Коши $y' + \cos(x+2y) = \cos(x-2y)$ при $y(0) = \frac{\pi}{4}$.
2. Решить задачу Коши $y' - 4xy = -4x^3$ при условии $y(0) = -\frac{1}{2}$.
3. Решить задачу Коши $y' + y = xy^2$, $y(1) = 1$.
4. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' y''' - 3(y'')^2 = 0$.
5. Исследовать ряд на сходимость: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n}$.

6. Исследовать на сходимость числовой ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n (n+3)!}{n^3}$.

7. Найти количество целых значений области сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n (n+3)}$.

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)

1. При каком значении α дифференциальное уравнение $(y^\alpha - y^2 x)y' = yx^3 - y$ будет уравнением с разделяющимися переменными?
2. Найти общее решение дифференциального уравнения Решение дифференциального уравнения $y'' - 2y' - 8y = 0$.
3. Записать общий вид частного решения дифференциального уравнения $y'' + 49y = 14\sin 7x + 7\cos 7x$.
4. Определить сходимость рядов. Ответ обосновать.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{n-1}}$

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^3 + 3}$

в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n^3}}$

5. Исследовать ряд на сходимость: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n}$.

6. Исследовать на сходимость числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n+3)!}$

7. Найти область сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+8)^n}{n^2}$