

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук  
Кафедра вычислительной механики и математики

Утверждено на заседании кафедры  
«Вычислительная механика и математика»  
«14» января 2021 г., протокол № 5

Заведующий кафедрой

В.В. Глаголев

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ) ДЛЯ  
ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И  
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО  
ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**"Физико-механический практикум, вычислительный эксперимент"**

**основной профессиональной образовательной программы  
высшего образования – программы бакалавриата**

по направлению подготовки  
**01.03.03 Механика и математическое моделирование**

с направленностью (профилем)  
**Механика деформируемого твердого тела**

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 010303-01-21

Тула 2021

**ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ**  
**фонда оценочных средств (оценочных материалов)**

**Разработчик:**

Лавит И.М., проф., д. ф-м. н., доц.  
(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)

  
(подпись)

## 1. Описание фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Фонд оценочных средств (оценочные материалы) включает в себя контрольные задания и (или) вопросы, которые могут быть предложены обучающемуся в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю). Указанные контрольные задания и (или) вопросы позволяют оценить достижение обучающимся планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), установленных в соответствующей рабочей программе дисциплины (модуля), а также сформированность компетенций, установленных в соответствующей общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

Полные наименования компетенций и индикаторов их достижения представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

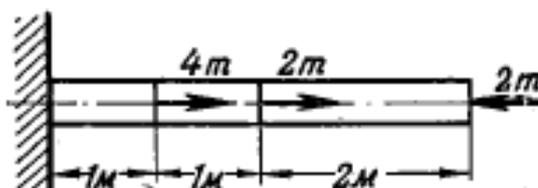
## 2. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

7 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.1)

1.

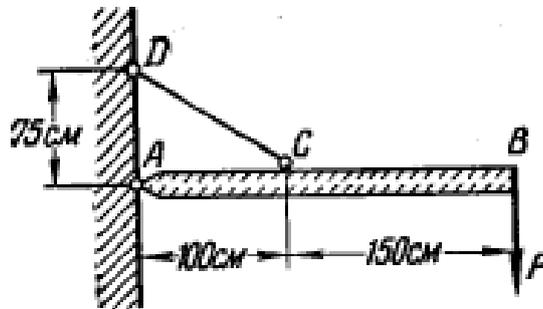
Определить напряжения во всех участках изображенного на рисунке стального стержня и полную его деформацию, если поперечное сечение равно  $10 \text{ см}^2$ .



Примечание:  $1 \text{ т} = 1000 \text{ кг}$ ;  $1 \text{ кг} = 9,81 \text{ Н}$ . Модуль Юнга стали равен  $2 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$ .

2.

Жесткий стержень  $AB$  (см. рисунок) нагружен силой  $P$  и поддерживается стальной тягой  $DC$  круглого поперечного сечения диаметром  $20\text{ мм}$ . Определить наибольшую допустимую нагрузку  $P$  и опускание точки  $B$ . Допускаемое напряжение для материала стержня  $CD$  равно  $1600\text{ кг/см}^2$ .



Примечание:  $1\text{ кг} = 9,81\text{ Н}$ . Модуль Юнга стали равен  $2 \cdot 10^5\text{ Н/мм}^2$ .

3.

Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы: Изгиб стержня. Основные допущения. Кинематическая гипотеза Бернулли-Эйлера – гипотеза плоских сечений.

4.

Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы: Изгиб стержня. Основные допущения. Статическая гипотеза Бернулли-Эйлера: продольные слои стержня не давят друг на друга.

5.

Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы: Применение принципа возможных перемещений к задаче об изгибе стержня. Использование метода Ритца.

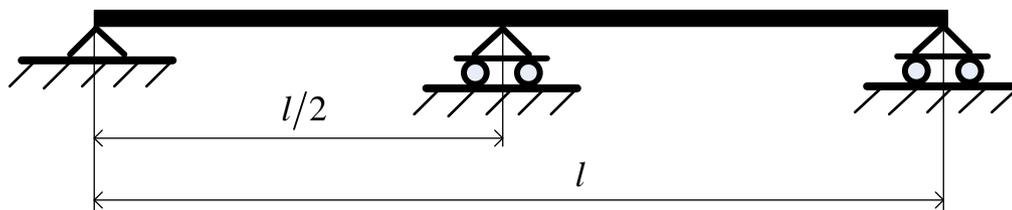
6.



1. Решить задачу о свободных изгибных колебаниях балки.
2. Найти первые пять собственных частот.

3. Построить графики первых трех собственных форм.

7.



1. Решить задачу о свободных изгибных колебаниях балки.
2. Найти первые пять собственных частот.
3. Построить графики первых трех собственных форм.

8.

Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы: Свободные изгибные колебания прямоугольной пластинки. Задача о собственных значениях. Собственные частоты и собственные формы колебаний.

9.

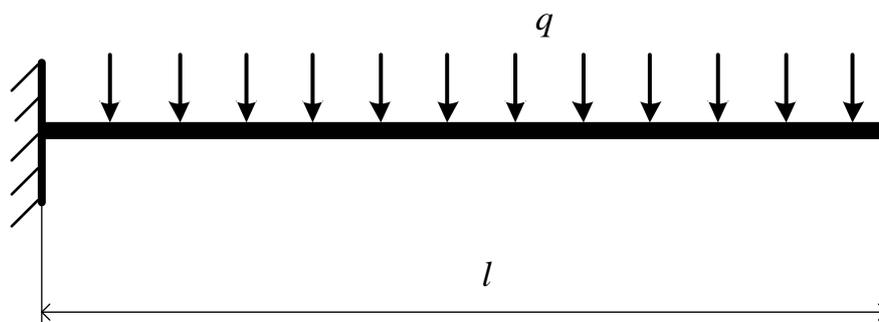
Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы: Задача о вынужденных изгибных колебаниях прямоугольной пластинки. Решение в рядах по собственным формам колебаний.

10.

Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы: Применение принципа возможных перемещений к задаче об изгибных колебаниях прямоугольной пластинки. Использование метода Ритца.

**Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.2)**

1.

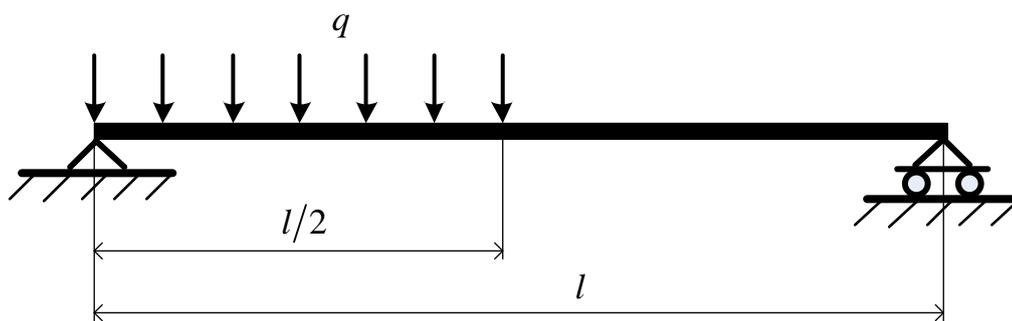


1. Нагрузка мгновенно возрастает до величины  $q$  и далее остается неизменной.
2. В начальный момент балка не нагружена и покоится.

Задание

1. Решить задачу о динамическом изгибе балки.
2. Построить график зависимости прогиба от времени в сечении  $x = l/2$ .
3. Построить графики упругой линии балки (зависимости  $v(x)$ ) для трех произвольно заданных моментов времени.

2.



1. Нагрузка мгновенно возрастает до величины  $q$  и далее остается неизменной.
2. В начальный момент балка не нагружена и покоится.

Задание

1. Решить задачу о динамическом изгибе балки.
2. Построить график зависимости прогиба от времени в сечении  $x = l/2$ .
3. Построить графики упругой линии балки (зависимости  $v(x)$ ) для трех произвольно заданных моментов времени.

3.

Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы:  
 Свободные изгибные колебания стержня. Задача о собственных значениях.  
 Собственные частоты и собственные формы колебаний.

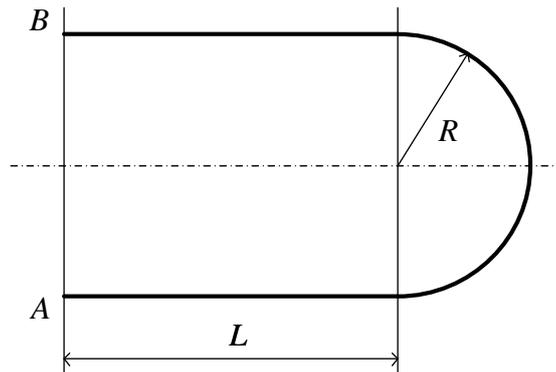
4.

Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы:  
Задача о вынужденных изгибных колебаниях стержня. Решение в рядах по собственным формам колебаний.

**5.**

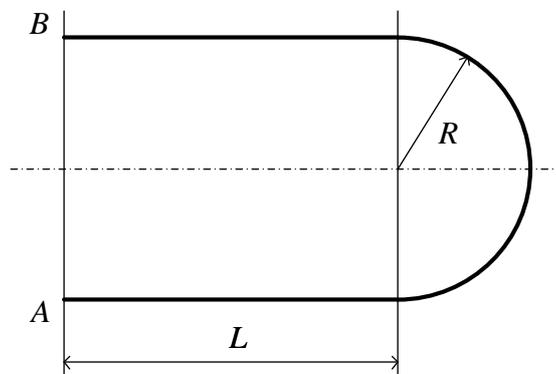
Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы:  
Применение принципа возможных перемещений к задаче об изгибных колебаниях стержня. Использование метода Ритца.

**6.**



1. Найти прогиб оболочки вращения постоянной толщины под действием внутреннего давления  $p$  при следующих граничных условиях: в сечении  $AB$  оболочка закреплена.
2. Построить эпюру прогиба по длине оболочки.

**7.**



1. Найти прогиб оболочки вращения постоянной толщины под действием внутреннего давления  $p$  при следующих граничных условиях: в сечении  $AB$  оболочка шарнирно оперта.
2. Построить эпюру прогиба по длине оболочки.

**8.**

Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы:  
Свободные изгибные колебания круглой сплошной и кольцевой пластинок. Задача о собственных значениях. Собственные частоты и собственные формы колебаний.

**9.**

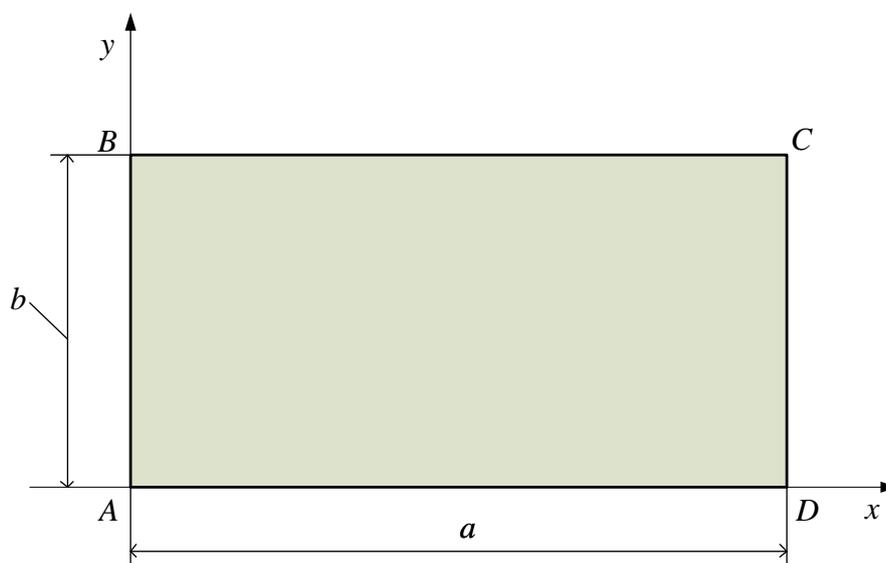
Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы:  
Задача о вынужденных изгибных колебаниях круглой сплошной и кольцевой пластинок. Решение в рядах по собственным формам колебаний.

## 10.

Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы:  
Применение принципа возможных перемещений к задаче об изгибных колебаниях круглой сплошной и кольцевой пластинок. Использование метода Ритца.

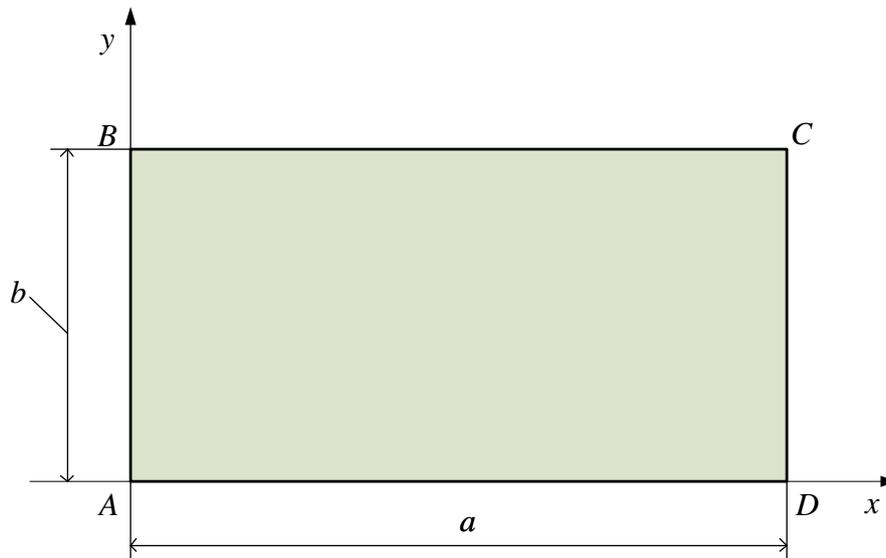
**Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.3)**

### 1.



1. Найти прогиб пластинки  $w(x, y)$  под действием постоянной распределенной нагрузки интенсивностью  $q$  при следующих граничных условиях: стороны пластинки  $AB$  и  $BC$  защемлены, стороны  $AD$  и  $CD$  свободны.
2. Построить графики зависимостей прогиба от координат:  $w(x, b/2)$ ,  $w(a/2, y)$ .

### 2.



1. Найти прогиб пластинки  $w(x, y)$  под действием постоянной распределенной нагрузки интенсивностью  $q$  при следующих граничных условиях: стороны пластинки  $AD$  и  $BC$  шарнирно оперты, сторона  $AB$  защемлена, сторона  $CD$  свободна.
2. Построить графики зависимостей прогиба от координат:  $w(x, b/2)$ ,  $w(a/2, y)$ .

### 3.

Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы: Изгиб пластинки. Основные допущения. Кинематическая гипотеза Кирхгофа – гипотеза плоских сечений.

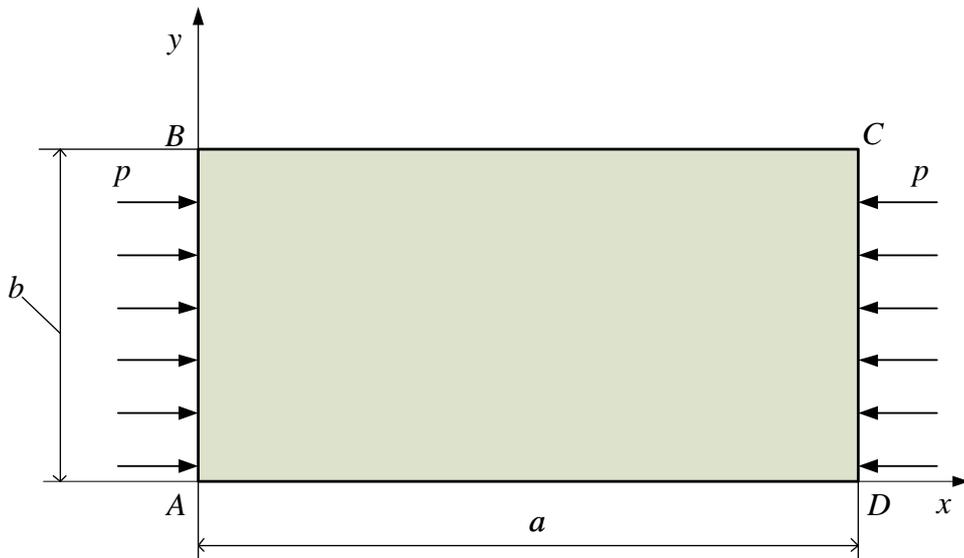
### 4.

Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы: Изгиб пластинки. Основные допущения. Статическая гипотеза Кирхгофа: продольные слои пластинки не давят друг на друга.

### 5.

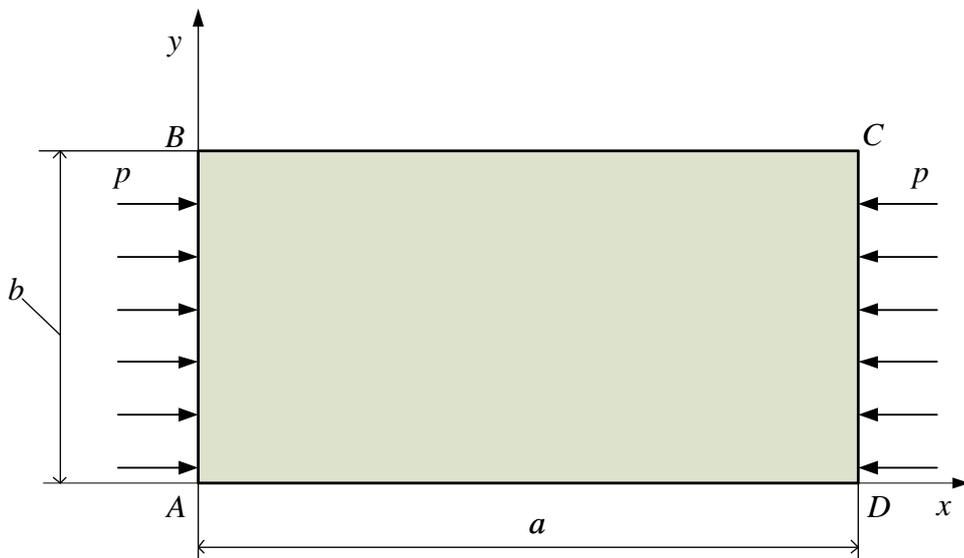
Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы: Применение принципа возможных перемещений к задаче об изгибе пластинки. Использование метода Ритца.

### 6.



Найти критическую нагрузку  $p$  при следующих граничных условиях: стороны пластинки  $AB$  и  $CD$  шарнирно оперты, стороны  $AD$  и  $BC$  защемлены.

7.



Найти критическую нагрузку  $p$  при следующих граничных условиях: стороны пластинки  $AB$  и  $CD$  шарнирно оперты, сторона  $AD$  защемлена, сторона  $BC$  шарнирно оперта.

8.

Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы: Деформирование оболочки. Основные допущения. Кинематическая гипотеза Кирхгофа-Лява – гипотеза плоских сечений.

9.

Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы: Деформирование оболочки. Основные допущения. Статическая гипотеза Кирхгофа-Лява: продольные слои оболочки не давят друг на друга.

## 10.

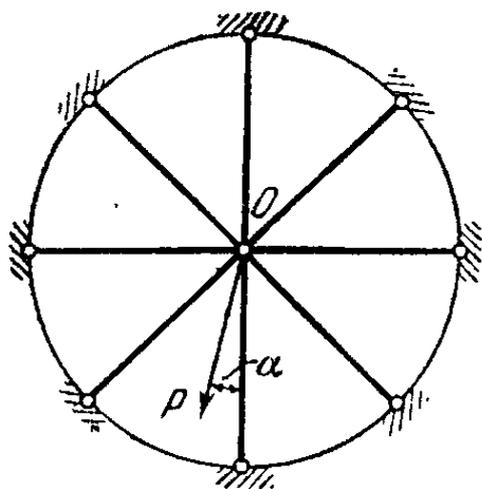
Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы:  
Применение принципа возможных перемещений к задаче о деформировании оболочки. Использование метода Ритца.

8 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.1)

1.

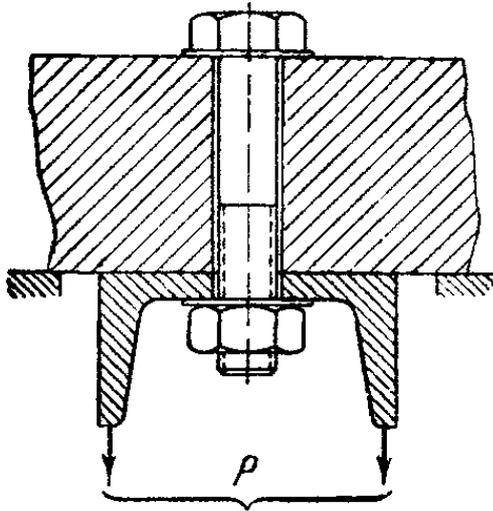
Плоская ферма состоит из  $n > 2$  одинаковых и равнорасположенных стержней, соединенных в общий узел.



Сила  $P$  приложена в плоскости фермы. Показать, что перемещение узла  $O$  всегда направлено по силе  $P$  и величина этого перемещения не зависит от угла  $\alpha$ .

2.

В абсолютно жесткой плите имеется отверстие. В него вставлен упругий болт и затянут с усилием предварительного



натяжения  $N_0$ . После затяжки к нижней гайке приложена сила  $P$ . Как при этом изменяется усилие, приходящееся на болт?

3.

Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы: Деформирование цилиндрической оболочки. Система координат. Уравнения равновесия и граничные условия.

4.

Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы: Деформирование цилиндрической оболочки. Безмоментное состояние и краевой эффект.

5.

Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы: Применение принципа возможных перемещений к задаче о деформировании цилиндрической оболочки. Решение методом Ритца задачи о деформировании цилиндрической оболочки переменной толщины.

6.

Показать, что действие начальной кривизны на полный прогиб пластинки равнозначно действию фиктивной поперечной нагрузки интенсивностью

$$N_x \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial x \cdot \partial y} + N_y \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial y^2}.$$

7.

Свободно опертая прямоугольная пластинка со сторонами  $a$  и  $b$  имеет начальный прогиб

$$\omega_0 = C \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b},$$

а на краях  $x=0$ , и  $x=a$  этой пластинки действуют равномерно-распределенные сжимающие усилия  $N_x$ .

Записать дифференциальное уравнение изогнутой поверхности и показать, что его решением является:

$$\omega_1 = A \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b}, \text{ где } A = \frac{CN_x}{\frac{\pi^2 D}{a^2} \left(1 + \frac{a^2}{b^2}\right) - N_x}.$$

8.

Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы: Свободные колебания сферической оболочки. Задача о собственных значениях. Собственные частоты и собственные формы колебаний.

9.

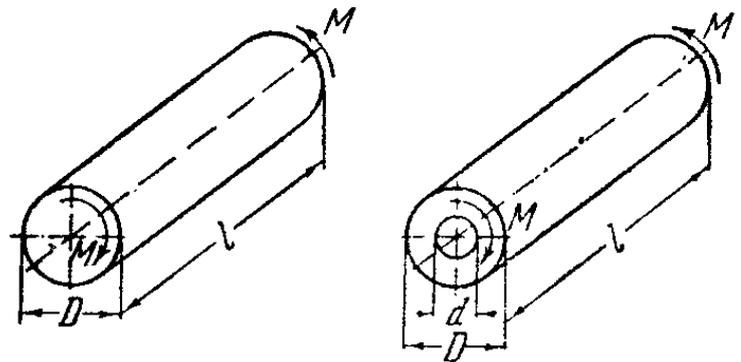
Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы: Задача о вынужденных колебаниях сферической оболочки. Решение в рядах по собственным формам колебаний.

10.

Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы: Применение принципа возможных перемещений к задаче о колебаниях сферической оболочки. Использование метода Ритца.

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.2)

1.



Из цилиндрического бруса, закрученного моментами  $M$ , высверливается по всей длине центральная часть диаметром  $d$ . Как изменится упругая энергия бруса, если внешние моменты  $M$  остаются неизменными?

2.

Рассмотрим прямой брус, который изгибается двумя моментами  $M$

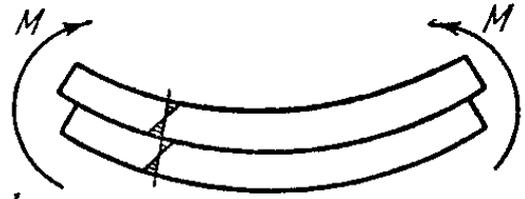
В нейтральной плоскости  $OO$  при чистом изгибе никаких напряжений, как известно, не возникает. Следовательно,



силовое взаимодействие между верхней и нижней частями бруса по этой плоскости отсутствует. Тогда сечением  $OO$

можно разделить брус на два более тонких, и это совершенно не должно отразиться на работе системы.

С другой стороны, возникает сомнение в законности такого действия. Ведь два бруса, сложенных вместе и нагруженных моментами  $M$ , изогнутся так, что на поверхности контакта будет иметь место продольное проскальзывание и эпюра напряжений в нормальном сечении обоих брусьев уже будет совсем не той, что была в целом брус.



Так как же? Можно разделить брус на две части так, чтобы это не отразилось на его работе, или нельзя?

### 3.

Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы: Деформирование сферической оболочки. Система координат. Уравнения равновесия и граничные условия.

### 4.

Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы: Деформирование сферической оболочки. Безмоментное состояние и краевой эффект.

### 5.

Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы: Применение принципа возможных перемещений к задаче о деформировании сферической оболочки. Решение методом Ритца задачи о деформировании сферической оболочки переменной толщины.

### 6.

Для круглых пластинок, нагруженных полярно-симметрично, вывести условие неразрывности деформаций:

$$\kappa_r - \kappa_t = r \cdot \frac{d\kappa_t}{dr},$$

где  $\kappa_r$  и  $\kappa_t$  — кривизны в радиальном и тангенциальном направлениях. Начало координат в центре круга.

### 7.

Полагая, что круглая в плане пластинка нагружена полярно-симметричной нагрузкой произвольной напряженности  $q$ , вывести зависимость между  $q$  и поперечной силой  $Q$ .

8.

Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы: Деформирование конической оболочки. Система координат. Уравнения равновесия и граничные условия.

9.

Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы: Деформирование конической оболочки. Безмоментное состояние и краевой эффект.

10.

Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы: Применение принципа возможных перемещений к задаче о деформировании конической оболочки. Решение методом Ритца задачи о деформировании конической оболочки переменной толщины.

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.3)

1.

Прямоугольная пластинка со сторонами  $a$  и  $b$  изгибается согласно уравнению

$$\omega = c \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b},$$

где оси  $x$  и  $y$ , расположенные в срединной плоскости недеформированной пластинки совпадают со сторонами  $a$  и  $b$ . Выяснить, какой поперечной нагрузке, каким статическим граничным условиям и какому типу закрепления соответствует заданный изгиб пластинки.

2.

Задано уравнение изогнутой срединной поверхности прямоугольной в плане пластинки

$$w = Axy(x - a)(y - b),$$

где  $a$  — сторона вдоль оси  $Ox$  и  $b$  — сторона вдоль оси  $Oy$ .  
Выяснить, каким граничным кинематическим и статическим условиям и какой нагрузке это соответствует?

3.

Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы:  
Свободные колебания цилиндрической оболочки. Задача о собственных значениях.  
Собственные частоты и собственные формы колебаний.

4.

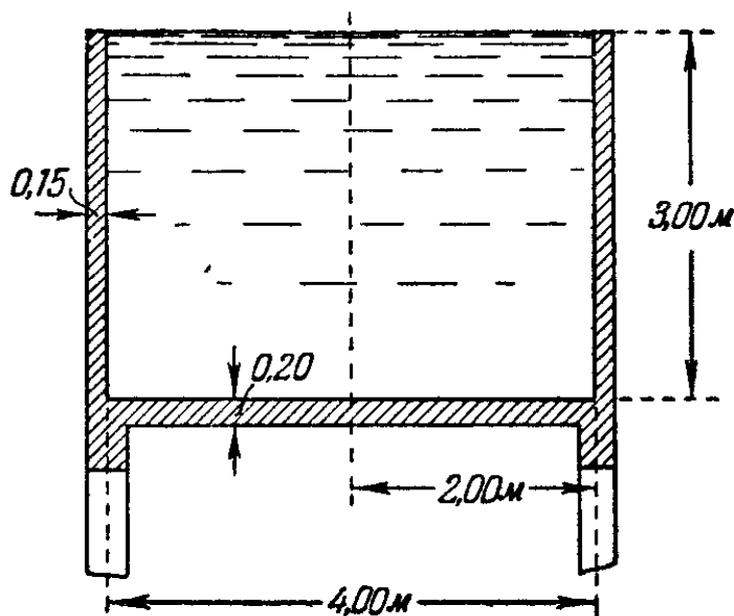
Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы:  
Задача о вынужденных колебаниях цилиндрической оболочки. Решение в рядах по собственным формам колебаний.

5.

Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы:  
Применение принципа возможных перемещений к задаче о колебаниях цилиндрической оболочки. Использование метода Ритца.

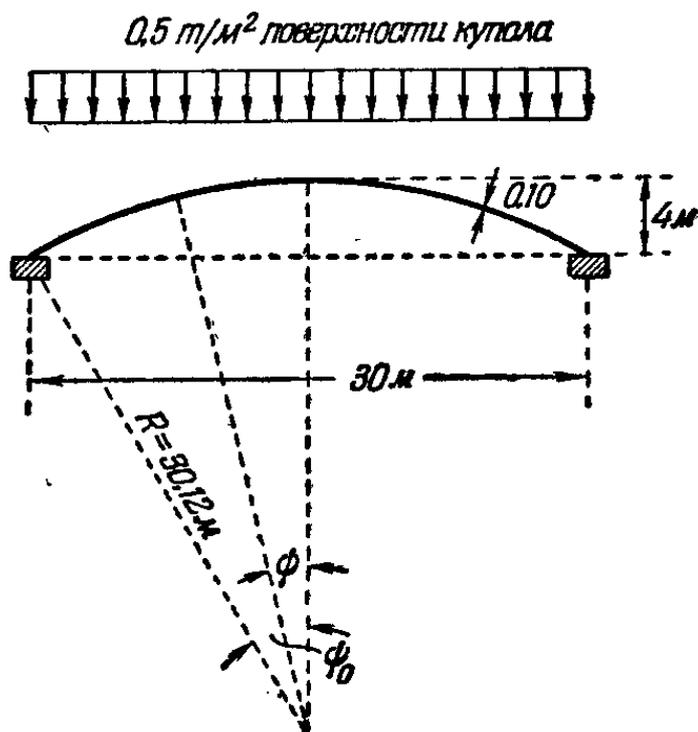
6.

Определить усилия, возникающие в сечении цилиндрической оболочки резервуара, в месте соединения оболочки с плоским днищем. Данные: радиус резервуара  $R = 2,00$  м, высота слоя воды, она же длина оболочки,  $l = 3,0$  м, толщина стенок оболочки  $h = 0,15$  м и днища  $h_1 = 0,20$  м. Расчетной нагрузкой принять давление воды (собственный вес конструкции в расчет не включать).



7.

Определить усилия в сферическом куполе в месте его прикрепления к опорному кольцу, которое считать абсолютно жестким. Расчет выполнить приближенным методом, исходя из предположения, что изгибающие моменты существенны только в местах резкого перелома поверхности купола, в данном случае у опор, а далее они быстро уменьшаются и на больших расстояниях практически исчезают. Данные:  $R = 30,12$  м, пролет купола  $l = 30$  м, высота  $H = 4$  м, толщина  $h = 0,10$  м, купол имеет нагрузку  $q = 0,5$  кг/м, угол  $\phi_0 = 29^\circ 52'$ .



8.

Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы: Свободные колебания конической оболочки. Задача о собственных значениях. Собственные частоты и собственные формы колебаний.

9.

Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы: Задача о вынужденных колебаниях конической оболочки. Решение в рядах по собственным формам колебаний.

10.

Сформулируйте основные понятия и закономерности следующей темы: Применение принципа возможных перемещений к задаче о колебаниях конической оболочки. Использование метода Ритца.

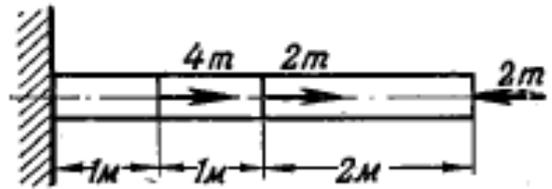
### 3. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

7 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.1)

1.

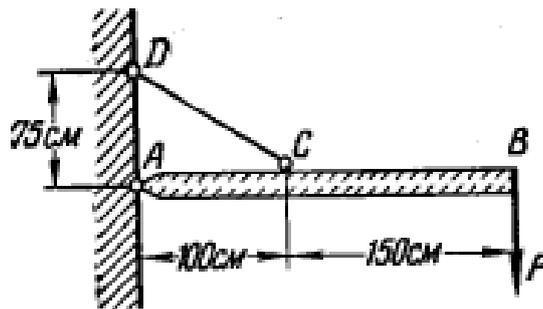
Определить напряжения во всех участках изображенного на рисунке стального стержня и полную его деформацию, если поперечное сечение равно  $10 \text{ см}^2$ .



Примечание:  $1 \text{ т} = 1000 \text{ кг}$ ;  $1 \text{ кг} = 9,81 \text{ Н}$ . Модуль Юнга стали равен  $2 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$ .

2.

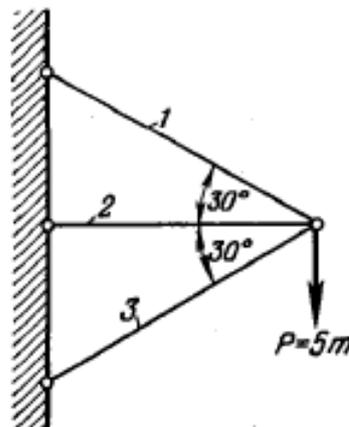
Жесткий стержень  $AB$  (см. рисунок) нагружен силой  $P$  и поддерживается стальной тягой  $DC$  круглого поперечного сечения диаметром  $20 \text{ мм}$ . Определить наибольшую допустимую нагрузку  $P$  и опускание точки  $B$ . Допускаемое напряжение для материала стержня  $CD$  равно  $1600 \text{ кг/см}^2$ .



Примечание:  $1 \text{ кг} = 9,81 \text{ Н}$ . Модуль Юнга стали равен  $2 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$ .

3.

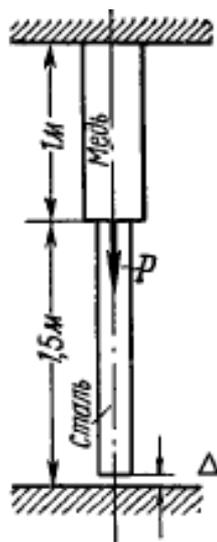
Три стержня кронштейна (см. рисунок) выполнены из одного материала. Сечение первого  $2 \text{ см}^2$ , второго  $3 \text{ см}^2$  и третьего  $4 \text{ см}^2$ . Определить напряжения в стержнях.



Примечание:  $1 \text{ т} = 1000 \text{ кг}$ ;  $1 \text{ кг} = 9,81 \text{ Н}$ .

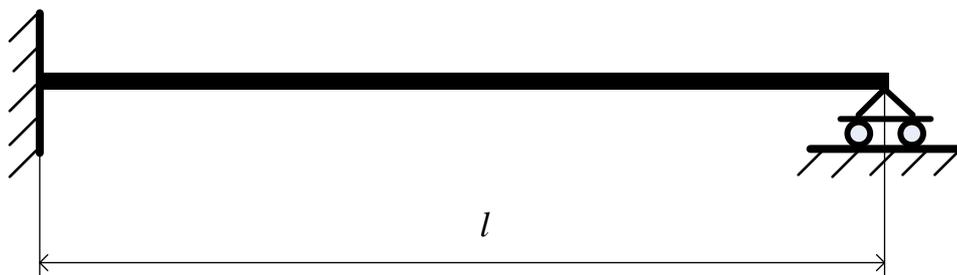
4.

Представленный на рисунке стержень жестко зашпемлен верхним концом. До нагружения между нижним его концом и неподатливой опорой был зазор  $\Delta = 0,05 \text{ мм}$ . Верхняя часть стержня с площадью поперечного сечения  $150 \text{ см}^2$  — медная, нижняя часть с площадью поперечного сечения  $50 \text{ см}^2$  — стальная. Определить напряжения в верхней и нижней частях стержня, возникающие после загрузки стержня силой  $P = 20 \text{ т}$ .



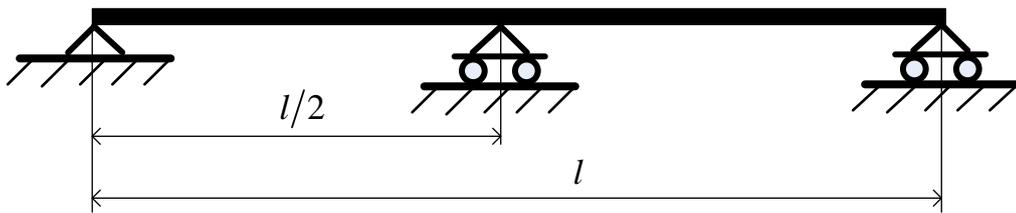
Примечание:  $1 \text{ т} = 1000 \text{ кг}$ ;  $1 \text{ кг} = 9,81 \text{ Н}$ . Модуль Юнга стали равен  $2 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$ , модуль Юнга меди равен  $10^5 \text{ Н/мм}^2$ .

5.



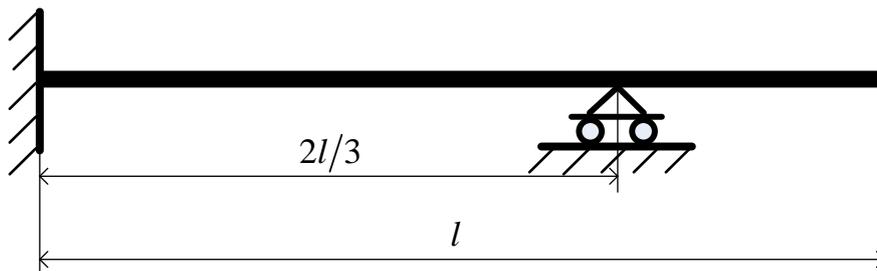
1. Решить задачу о свободных изгибных колебаниях балки.
2. Найти первые пять собственных частот.
3. Построить графики первых трех собственных форм.

6.



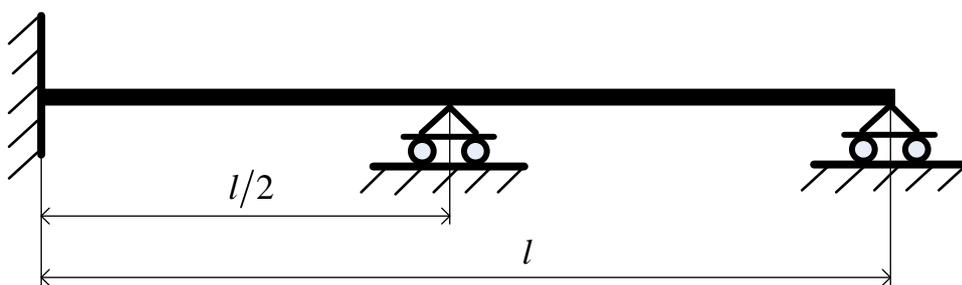
1. Решить задачу о свободных изгибных колебаниях балки.
2. Найти первые пять собственных частот.
3. Построить графики первых трех собственных форм.

7.



1. Решить задачу о свободных изгибных колебаниях балки.
2. Найти первые пять собственных частот.
3. Построить графики первых трех собственных форм.

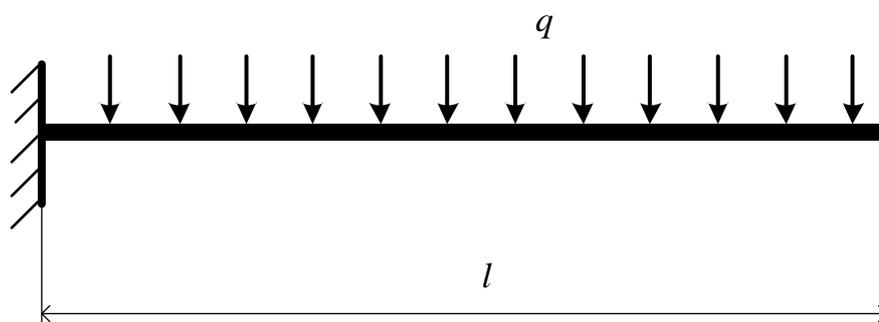
8.



1. Решить задачу о свободных изгибных колебаниях балки.
2. Найти первые пять собственных частот.
3. Построить графики первых трех собственных форм.

**Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.2)**

1.

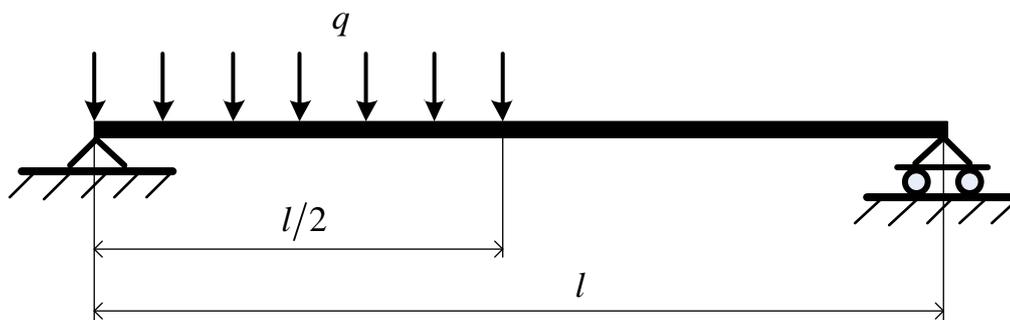


1. Нагрузка мгновенно возрастает до величины  $q$  и далее остается неизменной.
2. В начальный момент балка не нагружена и покоится.

Задание

1. Решить задачу о динамическом изгибе балки.
2. Построить график зависимости прогиба от времени в сечении  $x = l/2$ .
3. Построить графики упругой линии балки (зависимости  $v(x)$ ) для трех произвольно заданных моментов времени.

2.

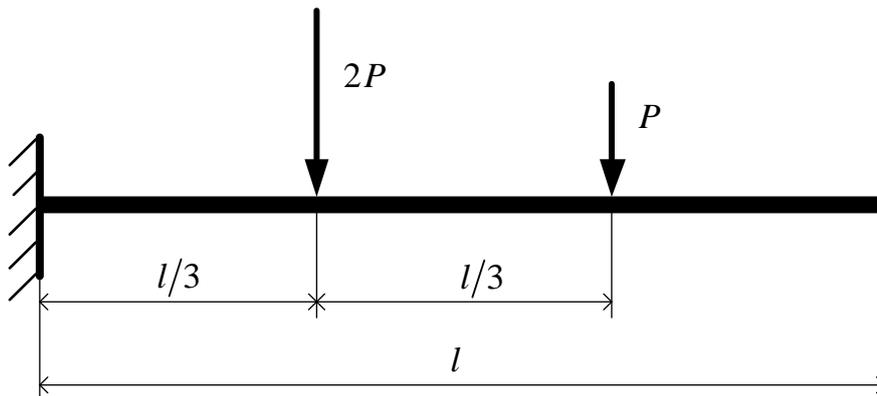


1. Нагрузка мгновенно возрастает до величины  $q$  и далее остается неизменной.
2. В начальный момент балка не нагружена и покоится.

Задание

1. Решить задачу о динамическом изгибе балки.
2. Построить график зависимости прогиба от времени в сечении  $x = l/2$ .
3. Построить графики упругой линии балки (зависимости  $v(x)$ ) для трех произвольно заданных моментов времени.

3.

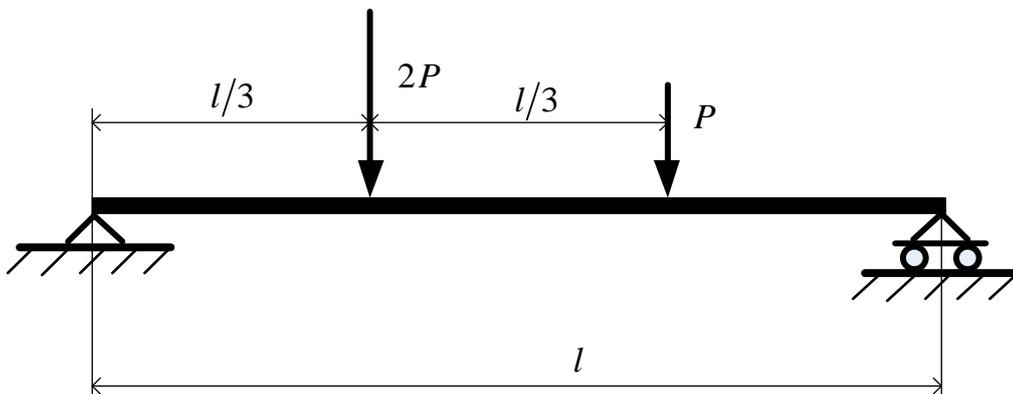


1. Нагрузка мгновенно возрастает до величины  $q$  и далее остается неизменной.
2. В начальный момент балка не нагружена и покоится.

Задание

1. Решить задачу о динамическом изгибе балки.
2. Построить график зависимости прогиба от времени в сечении  $x = l/2$ .
3. Построить графики упругой линии балки (зависимости  $v(x)$ ) для трех произвольно заданных моментов времени.

4.

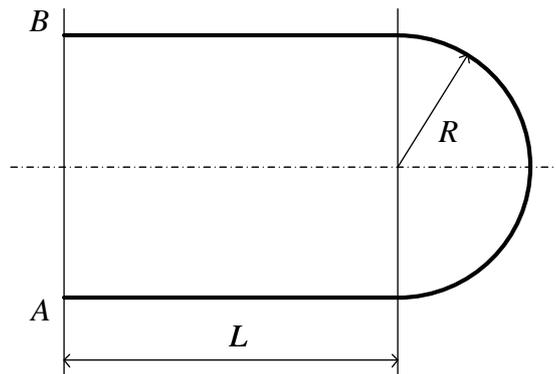


1. Нагрузка мгновенно возрастает до величины  $q$  и далее остается неизменной.
2. В начальный момент балка не нагружена и покоится.

Задание

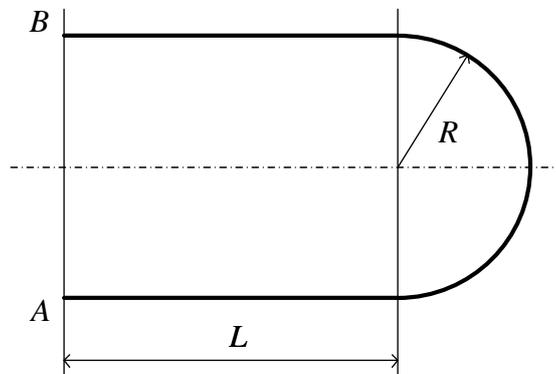
1. Решить задачу о динамическом изгибе балки.
2. Построить график зависимости прогиба от времени в сечении  $x = l/2$ .
3. Построить графики упругой линии балки (зависимости  $v(x)$ ) для трех произвольно заданных моментов времени.

5.



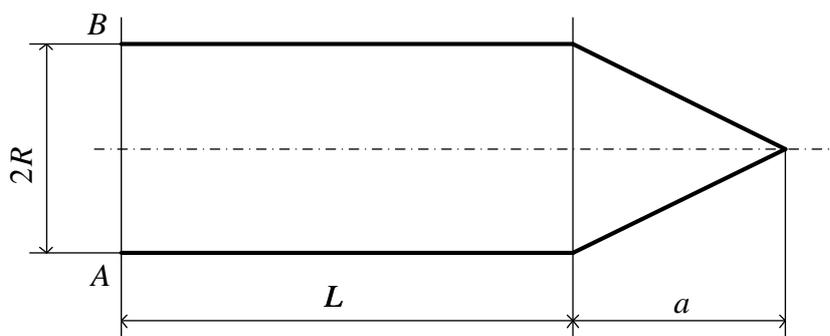
1. Найти прогиб оболочки вращения постоянной толщины под действием внутреннего давления  $p$  при следующих граничных условиях: в сечении  $AB$  оболочка закреплена.
2. Построить эпюру прогиба по длине оболочки.

6.



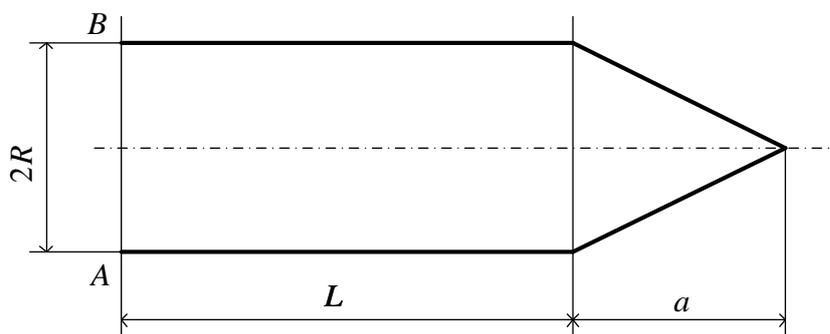
1. Найти прогиб оболочки вращения постоянной толщины под действием внутреннего давления  $p$  при следующих граничных условиях: в сечении  $AB$  оболочка шарнирно оперта.
2. Построить эпюру прогиба по длине оболочки.

7.



1. Найти прогиб оболочки вращения постоянной толщины под действием внутреннего давления  $p$  при следующих граничных условиях: в сечении  $AB$  оболочка шарнирно оперта.
2. Построить эпюру прогиба по длине оболочки.

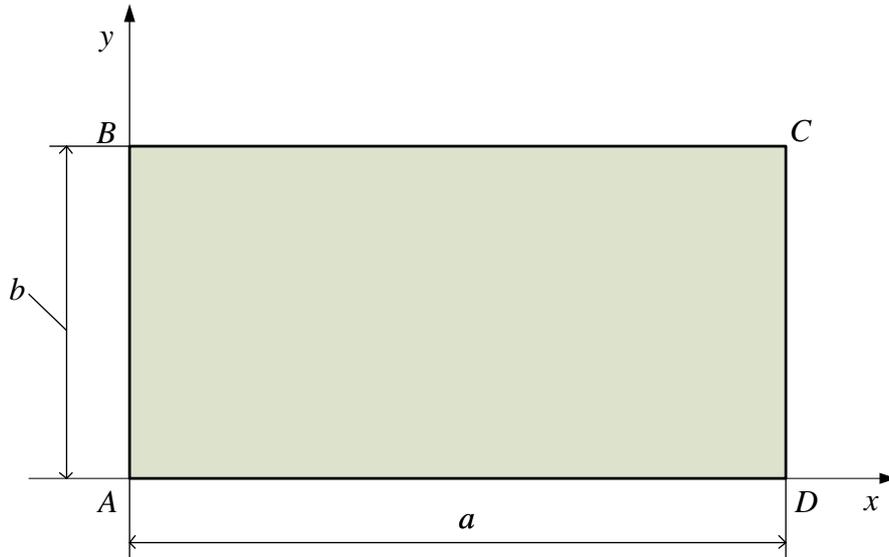
8.



1. Найти прогиб оболочки вращения постоянной толщины под действием внутреннего давления  $p$  при следующих граничных условиях: в сечении  $AB$  оболочка защемлена.
2. Построить эпюру прогиба по длине оболочки.

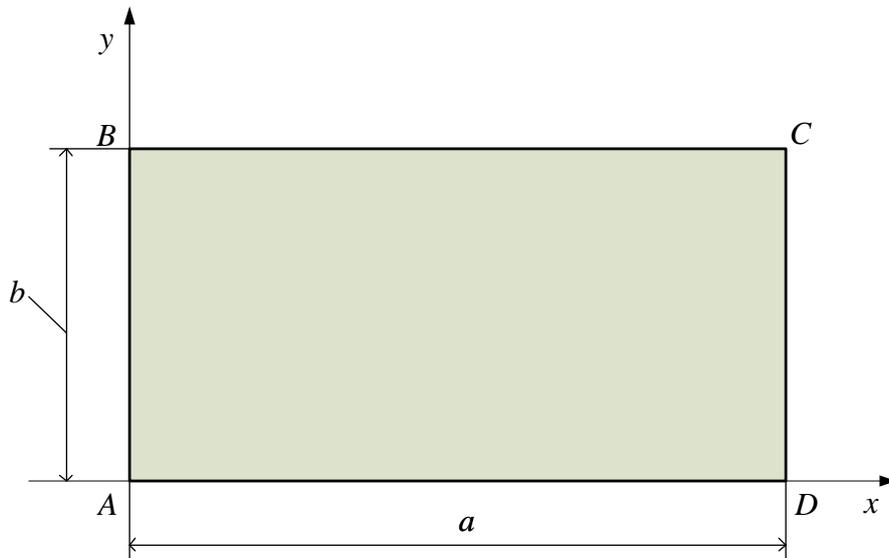
**Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.3)**

1.



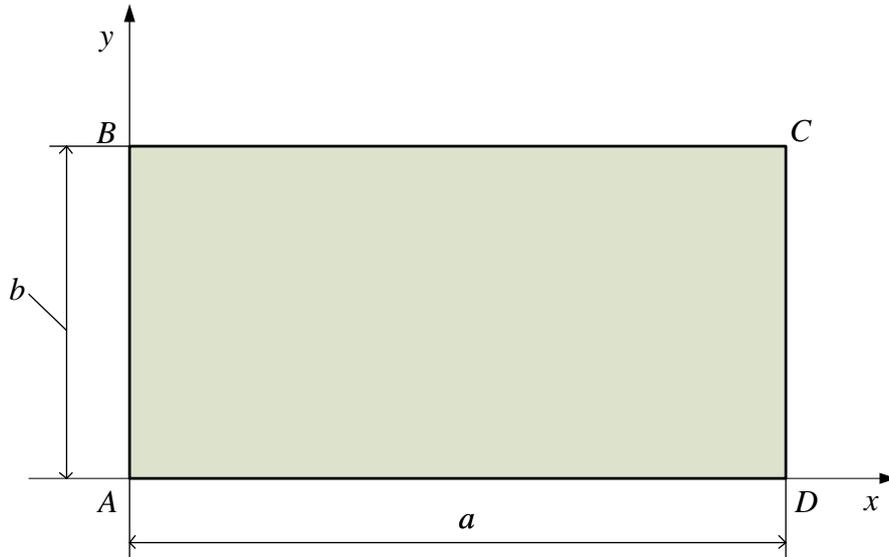
1. Найти прогиб пластинки  $w(x, y)$  под действием постоянной распределенной нагрузки интенсивностью  $q$  при следующих граничных условиях: стороны пластинки  $AB$  и  $BC$  защемлены, стороны  $AD$  и  $CD$  свободны.
2. Построить графики зависимостей прогиба от координат:  $w(x, b/2)$ ,  $w(a/2, y)$ .

**2.**



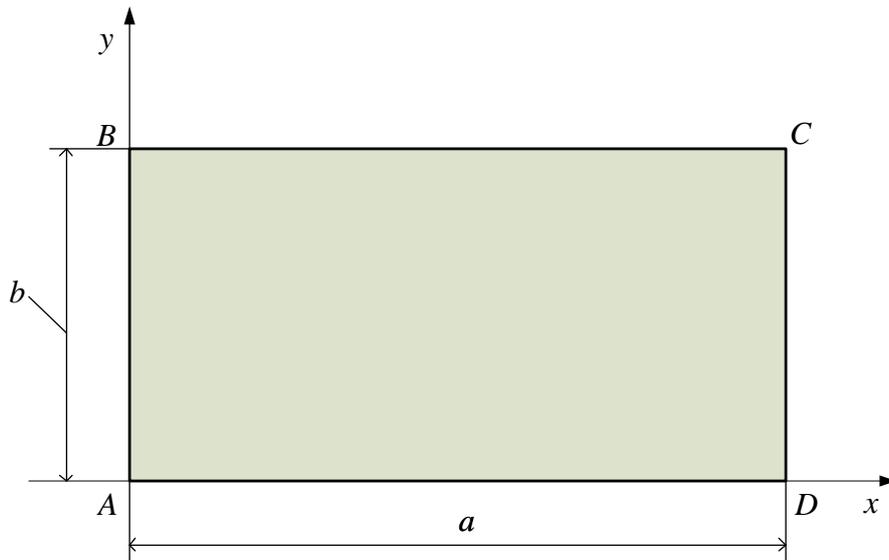
1. Найти прогиб пластинки  $w(x, y)$  под действием постоянной распределенной нагрузки интенсивностью  $q$  при следующих граничных условиях: стороны пластинки  $AD$  и  $BC$  шарнирно оперты, сторона  $AB$  защемлена, сторона  $CD$  свободна.
2. Построить графики зависимостей прогиба от координат:  $w(x, b/2)$ ,  $w(a/2, y)$ .

**3.**



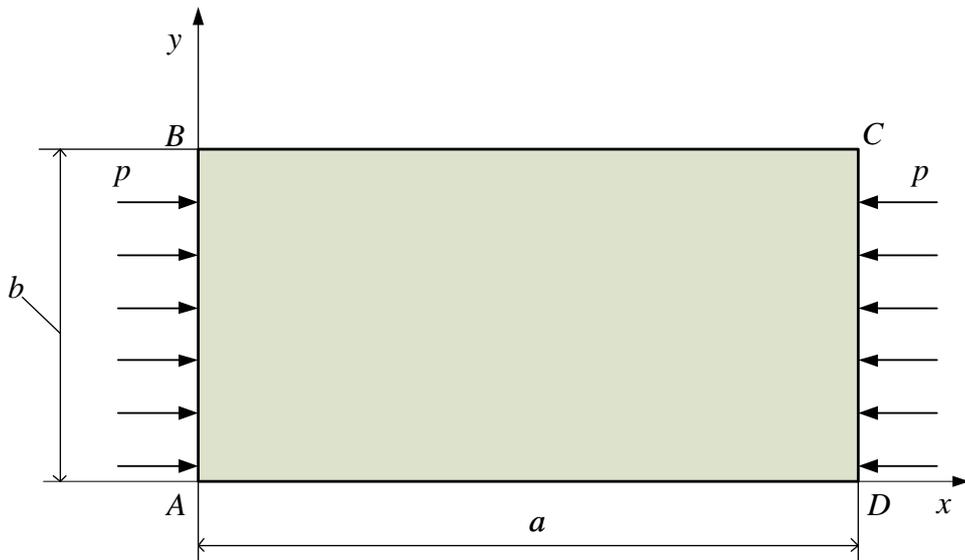
1. Найти прогиб пластинки  $w(x, y)$  под действием постоянной распределенной нагрузки интенсивностью  $q$  при следующих граничных условиях: стороны пластинки  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  шарнирно оперты, сторона  $AD$  свободна.
2. Построить графики зависимостей прогиба от координат:  $w(x, b/2)$ ,  $w(a/2, y)$ .

**4.**



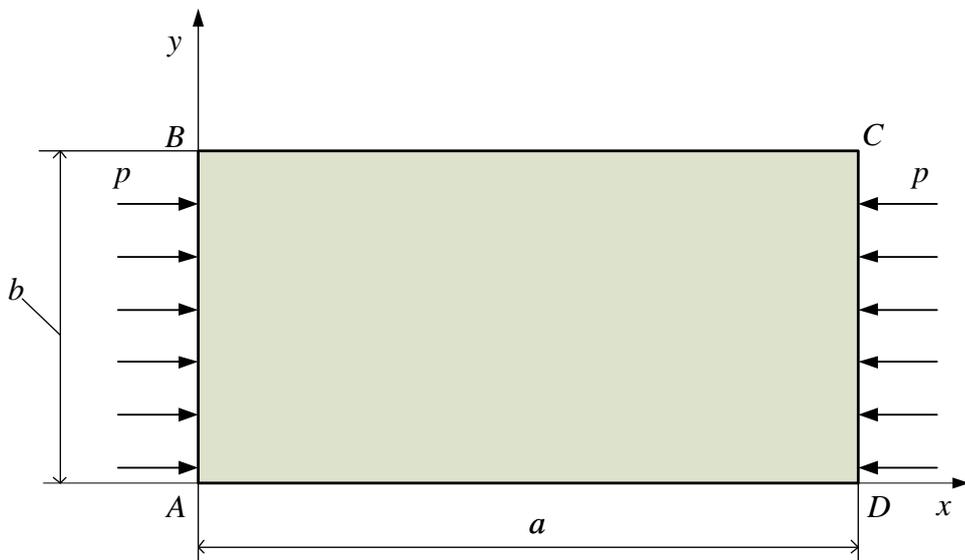
1. Найти прогиб пластинки  $w(x, y)$  под действием постоянной распределенной нагрузки интенсивностью  $q$  при следующих граничных условиях: сторона пластинки  $AB$  защемлена, сторона  $CD$  шарнирно оперта, стороны  $BC$ ,  $AD$  свободны.
2. Построить графики зависимостей прогиба от координат:  $w(x, b/2)$ ,  $w(a/2, y)$ .

**5.**



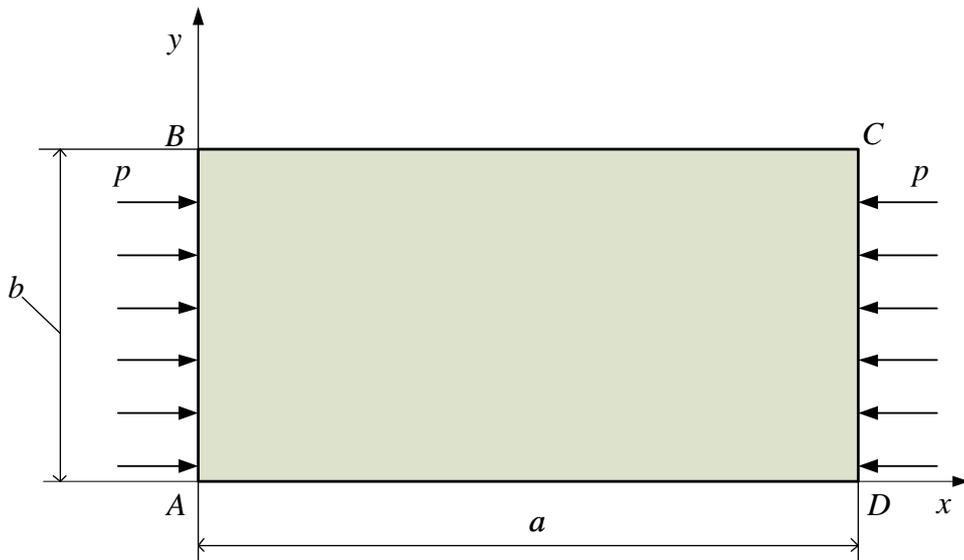
Найти критическую нагрузку  $p$  при следующих граничных условиях: стороны пластинки  $AB$  и  $CD$  шарнирно оперты, стороны  $AD$  и  $BC$  защемлены.

6.



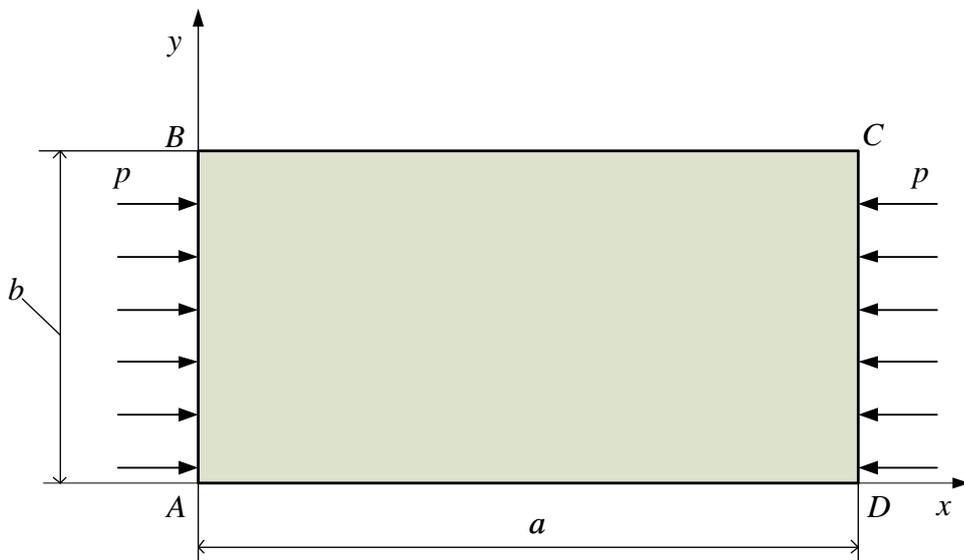
Найти критическую нагрузку  $p$  при следующих граничных условиях: стороны пластинки  $AB$  и  $CD$  шарнирно оперты, сторона  $AD$  защемлена, сторона  $BC$  шарнирно оперта.

7.



Найти критическую нагрузку  $p$  при следующих граничных условиях: стороны пластинки  $AB$  и  $CD$  шарнирно оперты, сторона  $AD$  свободна, сторона  $BC$  шарнирно оперта.

8.



Найти критическую нагрузку  $p$  при следующих граничных условиях: стороны пластинки  $AB$  и  $CD$  шарнирно оперты, сторона  $AD$  защемлена, сторона  $BC$  свободна.

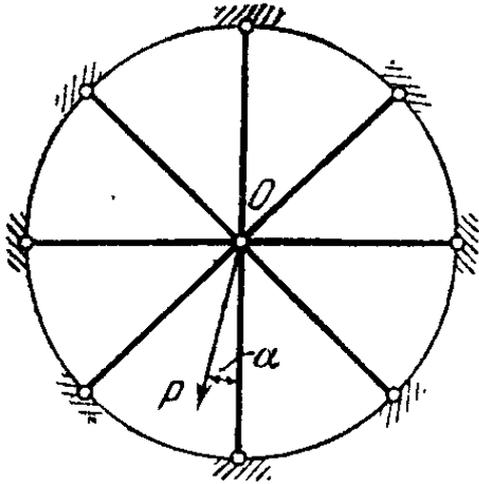
8 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.1)

1.

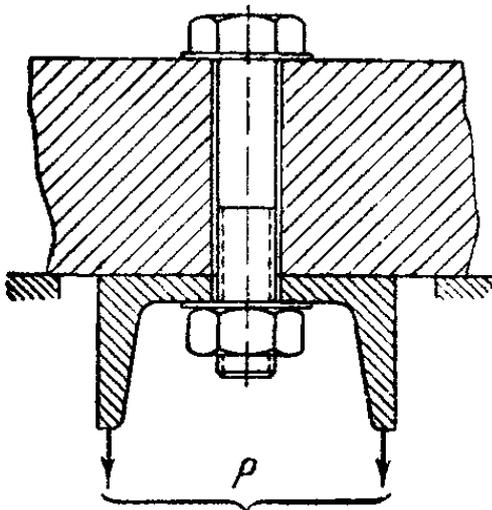
Плоская ферма  
вых и равнорасположенных стержней, соединенных в общий

состоит из  $n > 2$  одинаковых стержней, соединенных в общий узел. Сила  $P$  приложена в плоскости фермы. Показать, что перемещение узла  $O$  всегда направлено по силе  $P$  и величина этого перемещения не зависит от угла  $\alpha$ .



2.

В абсолютно жесткой плите имеется отверстие. В него вставлен упругий болт и затянут с усилием предварительного



натяжения  $N_0$ . После затяжки к нижней гайке приложена сила  $P$ . Как при этом изменяется усилие, приходящееся на болт?

3.

Стержень, закрепленный верхним концом, нагружен продольной силой  $P$ . Между нижним концом стержня и нижней жесткой опорой имеется зазор  $\Delta$ . При силе  $P \geq \frac{EF\Delta}{l}$  нижний зазор перекрыт. Реакция нижней опоры  $N$  определяется из условия

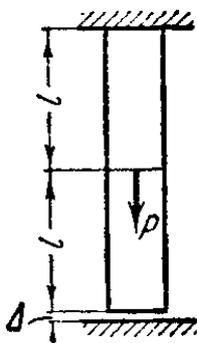
$$\frac{(P-N)l}{EF} - \frac{Nl}{EF} = \Delta;$$

следовательно, усилие в нижней части стержня будет:

$$N = \frac{P}{2} - \frac{\Delta}{l} \frac{EF}{2}.$$

Верхняя часть растягивается силой

$$P - N = \frac{P}{2} + \frac{\Delta}{l} \frac{EF}{2}.$$



Перемещение точки приложения силы  $P$  будет:

$$\delta = \frac{Pl}{2EF} + \frac{\Delta}{2}.$$

Определим упругую энергию, накопленную стержнем. С одной стороны, эту энергию можно определить как сумму энергий, заключенных в верхнем и нижнем участках стержня, т. е.

$$U = \frac{(P-N)^2 l}{2EF} + \frac{N^2 l}{2EF},$$

или

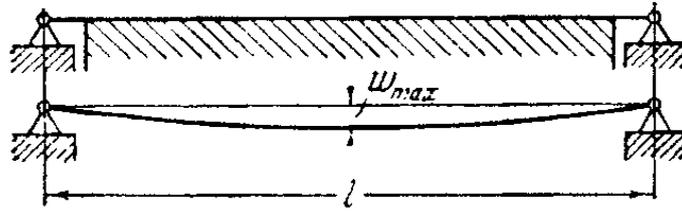
$$U = \frac{P^2 l}{4EF} + \frac{EF\Delta^2}{4l}. \quad (1)$$

С другой стороны, эта энергия равна работе, произведенной силой  $P$  на перемещении  $\delta$ , т. е.

$$U = \frac{P\delta}{2} = \frac{P^2 l}{4EF} + \frac{P\Delta}{4}. \quad (2)$$

Выражения, как видим, получились различные. В чем дело? Какое из этих выражений правильно и какое нет?

Гибкая нить, лежащая на горизонтальной плоскости, натянута силой  $T_0$  между двумя неподвижными опорами



После того как межопорная поддерживающая плоскость будет убрана, нить провиснет.

Выясните, как зависит величина провисания  $w_{max}$  от силы начального натяжения  $T_0$  и погонного веса нити  $q$ , считая жесткость нити на растяжение  $EF$  и ее длину  $l$  заданными.

5.

Показать, что действие начальной кривизны на полный прогиб пластинки равнозначно действию фиктивной поперечной нагрузки интенсивностью

$$N_x \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \cdot \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}.$$

6.

Свободно опертая прямоугольная пластинка со сторонами  $a$  и  $b$  имеет начальный прогиб

$$w_0 = C \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b},$$

а на краях  $x=0$ , и  $x=a$  этой пластинки действуют равномерно-распределенные сжимающие усилия  $N_x$ .

Записать дифференциальное уравнение изогнутой поверхности и показать, что его решением является:

$$w_1 = A \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b}, \text{ где } A = \frac{CN_x}{\frac{\pi^2 D}{a^2} \left(1 + \frac{a^2}{b^2}\right) - N_x}.$$

7.

Круглая пластинка радиусом  $a$  изгибается согласно уравнению

$$w = C (a^2 - r^2)$$

(начало координат в центре пластинки).

Выяснить, какой поперечной нагрузке, каким статическим граничным условиям и какому типу закрепления соответствует заданный изгиб пластинки.

8.

Задано уравнение изогнутой срединной поверхности круглой пластинки

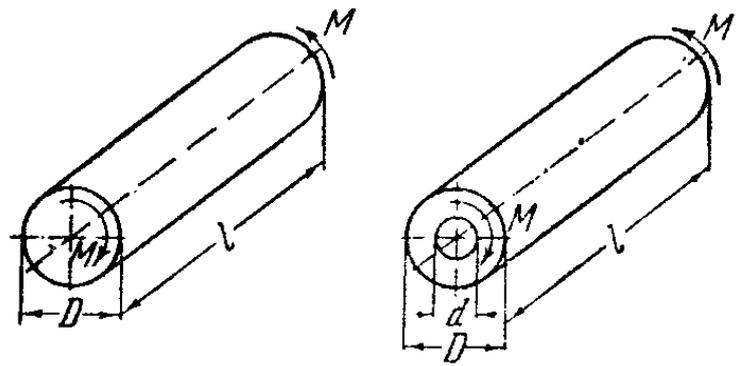
$$w = C [(5 + \mu)a^4 - 2(3 + \mu)a^2r^2 + (1 + \mu)r^4],$$

где  $a$  — радиус пластинки.

Выяснить, каким граничным кинематическим и статическим условиям и какой нагрузке соответствует уравнение  $w$ . Вычислить изгибающие моменты в тангенциальном и радиальном сечениях.

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.2)

1.



Из цилиндрического бруса, закрученного моментами  $M$ , высверливается по всей длине центральная часть диаметром  $d$ . Как изменится упругая энергия бруса, если внешние моменты  $M$  остаются неизменными?

2.

Рассмотрим прямой брус, который изгибается двумя моментами  $M$

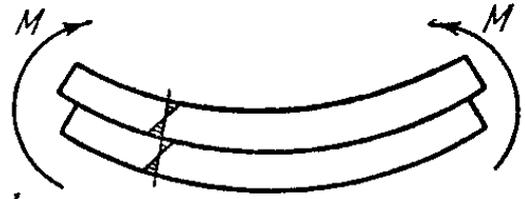
В нейтральной плоскости  $OO$  при чистом изгибе никаких напряжений, как известно, не возникает. Следовательно,



силовое взаимодействие между верхней и нижней частями бруса по этой плоскости отсутствует. Тогда сечением  $OO$

можно разделить брус на два более тонких, и это совершенно не должно отразиться на работе системы.

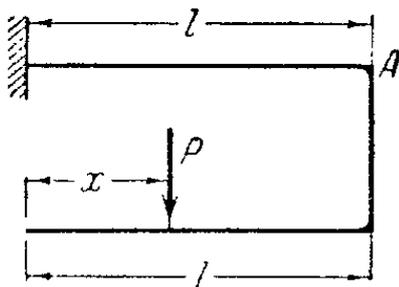
С другой стороны, возникает сомнение в законности такого действия. Ведь два бруса, сложенных вместе и нагруженных моментами  $M$ , изогнутся так, что на поверхности контакта будет иметь место продольное проскальзывание и эпюра напряжений в нормальном сечении обоих брусьев уже будет совсем не той, что была в целом бросе.



Так как же? Можно разделить брус на две части так, чтобы это не отразилось на его работе, или нельзя?

3.

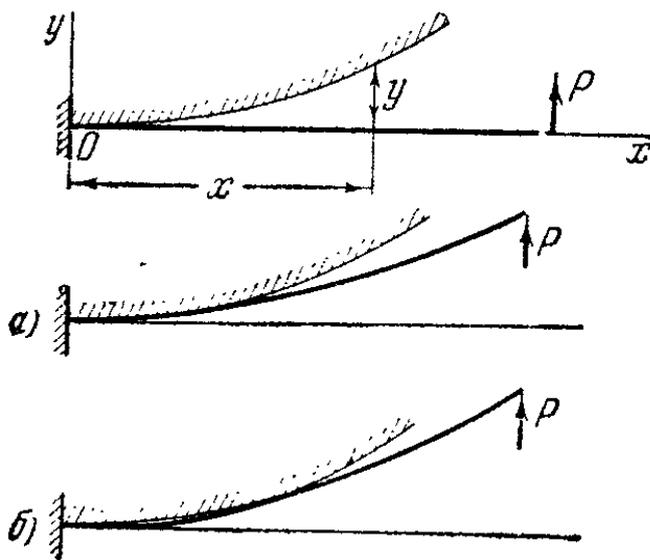
На каком расстоянии от конца бруса  $x$  следует приложить силу  $P$ , чтобы перемещение точки  $A$  равнялось нулю



4.

Плоская пружина постоянного сечения при изгибе накладывается на жесткое лекало, профиль которого  $y = y(x)$  задан.

При рассмотрении прогибов пружины возникает, прежде всего, вопрос о характере ее прилегания к лекалу. Здесь



возможны два основных случая:

1) Пружина на участке от места защемления до некоторой точки плотно прилегает к лекалу

а).

2) Пружина соприкасается с лекалом только в одной точке

б).

Считая, что функция  $y(x)$  монотонна сама и монотонна в своих ближайших производных и

что, кроме того,  $y$  мало по сравнению с  $x$ , установить, в каком случае будет иметь место тот или иной из указанных типов прилегания.

5.

Для круглых пластинок, нагруженных полярно-симметрично, вывести условие неразрывности деформаций:

$$\chi_r - \chi_t = r \cdot \frac{d\chi_t}{dr},$$

где  $\chi_r$  и  $\chi_t$  — кривизны в радиальном и тангенциальном направлениях. Начало координат в центре круга.

6.

Полагая, что круглая в плане пластинка нагружена полярно-симметричной нагрузкой произвольной напряженности  $q$ , вывести зависимость между  $q$  и поперечной силой  $Q$ .

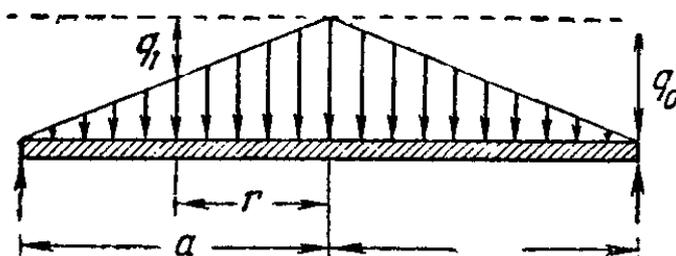
7.

Круглая пластинка, шарнирно-опертая по контуру, несет равномерно-распределенную нагрузку. Определить максимальные прогиб и моменты.

8.

Рассмотреть случай нагружения круглой пластинки полярно-симметричной нагрузкой по конусу с наибольшей интенсивностью  $q_0$ . Найти моменты для двух вариантов закрепления контура:

- I свободное опирание,
- II защемление.



Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.3)

1.

Прямоугольная пластинка со сторонами  $a$  и  $b$  изгибается согласно уравнению

$$w = c \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b},$$

где оси  $x$  и  $y$ , расположенные в срединной плоскости недеформированной пластинки совпадают со сторонами  $a$  и  $b$ . Выяснить, какой поперечной нагрузке, каким статическим граничным условиям и какому типу закрепления соответствует заданный изгиб пластинки.

2.

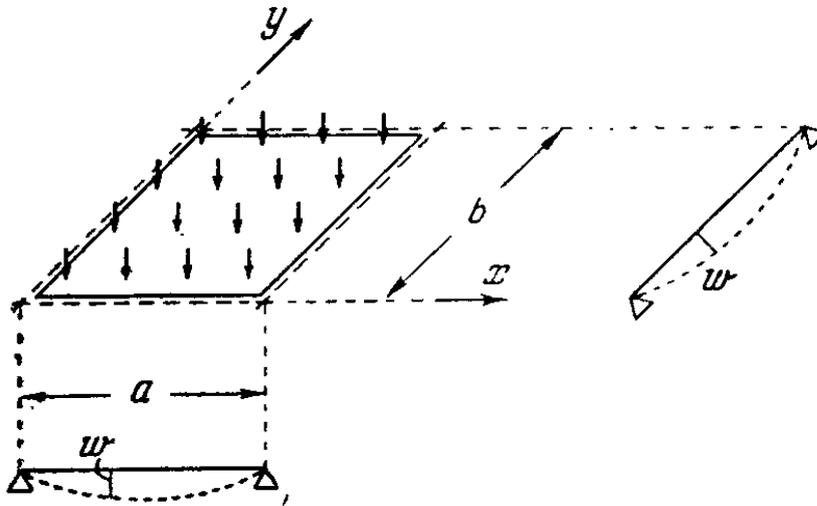
Задано уравнение изогнутой срединной поверхности прямоугольной в плане пластинки

$$w = Axy(x - a)(y - b),$$

где  $a$  — сторона вдоль оси  $Ox$  и  $b$  — сторона вдоль оси  $Oy$ .  
Выяснить, каким граничным кинематическим и статическим условиям и какой нагрузке это соответствует?

3.

Прямоугольная пластинка, шарнирно-опирающаяся по контуру, нагружена распределенной по всей площади нагрузкой постоянной интенсивности  $p = \text{const}$ .  
Определить максимальный прогиб и наибольшие нормальные напряжения



4.

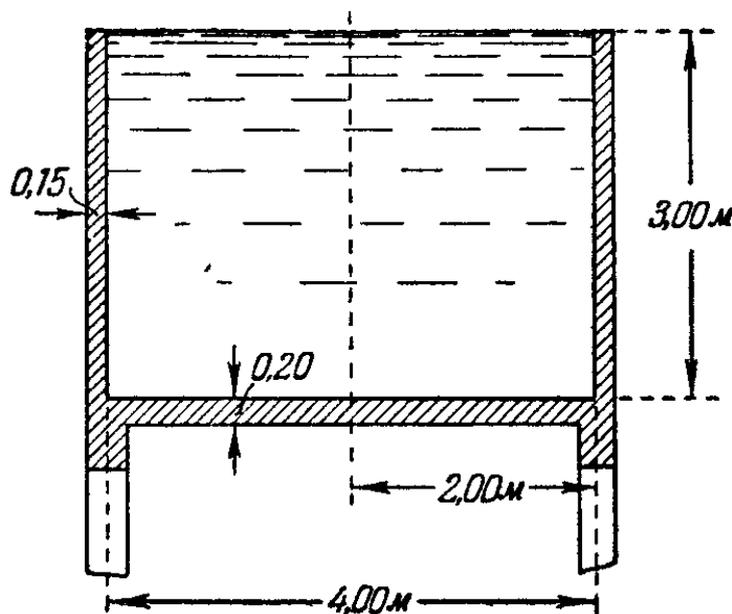
Пластинка имеет начальное искривление срединной поверхности  $w_0(x, y)$ . Под действием поперечной нагрузки возникнет дополнительный прогиб  $w_1(x, y)$ . Показать, что уравнение изогнутой поверхности такой пластинки при наличии сил в срединной плоскости запишется так:

$$\frac{\partial^4 w_1}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w_1}{\partial y^4} =$$

$$= \frac{1}{D} \left[ q + N_x \frac{\partial^2 (w_0 + w_1)}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 (w_0 + w_1)}{\partial x \cdot \partial y} + N_y \frac{\partial^2 (w_0 + w_1)}{\partial y^2} \right].$$

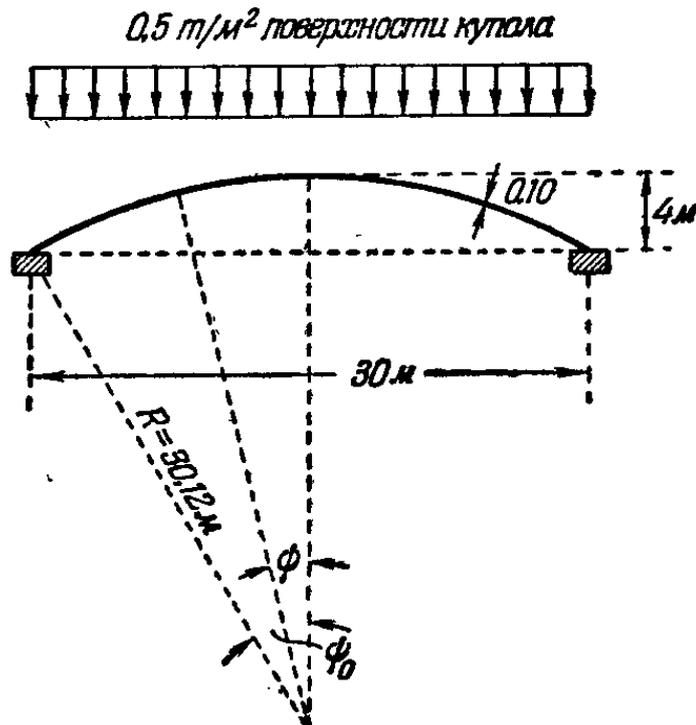
5.

Определить усилия, возникающие в сечении цилиндрической оболочки резервуара, в месте соединения оболочки с плоским днищем. Данные: радиус резервуара  $R = 2,00$  м, высота слоя воды, она же длина оболочки,  $l = 3,0$  м, толщина стенок оболочки  $h = 0,15$  м и днища  $h_1 = 0,20$  м. Расчетной нагрузкой принять давление воды (собственный вес конструкции в расчет не включать).



6.

Определить усилия в сферическом куполе в месте его прикрепления к опорному кольцу, которое считать абсолютно жестким. Расчет выполнить приближенным методом, исходя из предположения, что изгибающие моменты существенны только в местах резкого перелома поверхности купола, в данном случае у опор, а далее они быстро уменьшаются и на больших расстояниях практически исчезают. Данные:  $R = 30,12$  м, пролет купола  $l = 30$  м, высота  $H = 4$  м, толщина  $h = 0,10$  м, купол имеет нагрузку  $q = 0,5$  кг/м, угол  $\phi_0 = 29^\circ 52'$ .



7.

При каком отношении сторон  $\frac{a}{b}$  ( $a > b$ ) в прямоугольной пластинке с шарнирным опиранием концов при выпучивании одна полуволна вдоль стороны  $a$  сменяется двумя, две полуволны — тремя и вообще  $m$  полуволн сменяются  $m + 1$  полуволнами.

8.

Сравнить частоты основного тона свободных колебаний плиты прямоугольной формы в случае свободного опирания и в случае защемления по контуру.