

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук
Кафедра вычислительной механики и математики

Утверждено на заседании кафедры
«Вычислительная механика и математика»
« 14» января 2021 г., протокол № 5

Заведующий кафедрой


_____ В.В. Глаголев

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

"Математика"

**основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы бакалавриата**

по направлению подготовки

15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств

с направленностью (профилем)

Автоматизация технологических процессов и производств в машиностроении

Форма обучения: заочная

Идентификационный номер образовательной программы: 150304-01-21

Тула 2021

Разработчик:

Зотова С.В., ст. преподаватель каф ВММ

(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)

—  —

Инструкция

Самостоятельная работа студента для подготовки к дисциплине, которую можно проверить, заключается в выполнении контрольной работы.

При выполнении контрольной работы студент должен руководствоваться следующими указаниями:

1. Каждая работа должна выполняться или в отдельной тетради (в клетку) или можно оформить на ПК и в распечатанном виде на формате листа А4 сдать.
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ (на внешнюю обложку тетради **напечатать и вклеить**)

Министерство образования и науки РФ

Федеральное государственное бюджетное
общеобразовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук

Кафедра «Вычислительная механика и математика»

Контрольная работа № _____

по дисциплине _____

Группа _____

Фамилия _____ Имя _____ Отчество _____

№ зачетной книжки _____

№ варианта: таблица _____, вариант _____

Преподаватель: _____

Должность, ФИО

Не зачтенные задания

Дата сдачи работы	Отметка о зачете	Дата	Подпись

Тула, год.

2. Студент выполняет тот вариант контрольной работы, который совпадает с последней цифрой номера зачетной книжки.

Если предпоследняя цифра номера зачетной книжки есть число нечетное (1, 3, 5, 7, 9), то номера задач приводятся в таблице с нечетным номером; если же предпоследняя цифра — число четное (0, 2, 4, 6, 8), то номера задач даны в таблице с четным номером.

Номера таблиц выбираются в соответствии со специальностью:

Специальность	Номера таблиц
Все технические направления с нормативным сроком обучения, кроме направлений, указанных ниже	1, 2
Все направления сокращенной формы обучения, кроме направлений, указанных ниже	3, 4
Направление «Строительство. <i>Городское строительство и хозяйство</i> » сокращенной формы обучения	5, 6
Направление «Информатика и вычислительная техника. <i>Системы автоматизированного проектирования</i> » нормативной и сокращенной формы обучения	7, 8

3. Задачи следует располагать в порядке возрастания номеров.

Перед решением каждой задачи надо полностью переписать условие. (можно распечатать и вклеить)

Решение задач следует излагать подробно, комментируя ход рассуждений при решении, с указанием необходимых формул.

4. Решение задач геометрического содержания должно сопровождаться чертежами, с указанием осей координат и единиц масштаба.

5. Контрольные работы должны выполняться самостоятельно. Несамостоятельно выполненная работа лишает студента возможности проверить степень своей подготовленности по теме.

6. Получив не зачтенную работу, студент должен исправить **все** отмеченные ошибки и недочеты. Неправильно выполненные задачи исправляются целиком в конце работы (работа над ошибками). Исправленная работа представляется на повторное рецензирование.

7. Студент допускается до экзамена(зачета, диф. зачета) при наличии зачтенной контрольной работы.

Таблица 1

Номер варианта	Номера задач для контрольных работ										
	Работа 1					Работа 2					
0	1	22	33	44	55	76	97	118	129	140	151
1	2	23	34	45	56	77	98	119	130	131	152
2	3	24	35	46	57	78	99	120	121	132	153
3	4	25	36	47	58	79	100	111	122	133	154
4	5	26	37	48	59	80	91	112	123	134	155
5	6	27	38	49	60	71	92	113	124	135	156
6	7	28	39	50	51	72	93	114	125	136	157
7	8	29	40	41	52	73	94	115	126	137	158
8	9	30	31	42	53	74	95	116	127	138	159
9	10	21	32	43	54	75	96	117	128	139	160
	Номера задач для контрольных работ										
	Работа 3					Работа 4					
0	171	182	193	204	225	242	263	274	295	306	
1	172	183	194	205	226	243	264	275	296	307	
2	173	184	195	206	227	244	265	276	297	308	
3	174	185	196	207	228	245	266	277	298	309	
4	175	186	197	208	229	246	267	278	299	310	
5	176	187	198	209	230	247	268	279	300	301	
6	177	188	199	210	221	248	269	280	291	302	
7	178	189	200	201	222	249	270	271	292	303	
8	179	190	191	202	223	250	261	272	293	304	
9	180	181	192	203	224	241	262	273	294	305	

Таблица 2

Номер варианта	Номера задач для контрольных работ										
	Работа 1					Работа 2					
0	11	22	34	46	62	84	106	118	130	142	164
1	12	23	35	47	63	85	107	119	121	143	165
2	13	24	36	48	64	86	108	120	122	144	166
3	14	25	37	49	65	87	109	111	123	145	167
4	15	26	38	50	66	88	110	112	124	146	168
5	16	27	39	41	67	89	101	113	125	147	169
6	17	28	40	42	68	90	102	114	126	148	170
7	18	29	31	43	69	81	103	115	127	149	161
8	19	30	32	44	70	82	104	116	128	150	162
9	20	21	33	45	61	83	105	117	129	141	163
	Номера задач для контрольных работ										
	Работа 3					Работа 4					
0	172	184	196	211	233	251	262	283	294	305	
1	173	185	197	212	234	252	263	284	295	306	
2	174	186	198	213	235	253	264	285	296	307	
3	175	187	199	214	236	254	265	286	297	308	
4	176	188	200	215	237	255	266	287	298	309	
5	177	189	191	216	238	256	267	288	299	310	
6	178	190	192	217	239	257	268	289	300	301	
7	179	181	193	218	240	258	269	290	291	302	
8	180	182	194	219	231	259	270	281	292	303	
9	171	183	195	220	232	260	261	282	293	304	

Таблица 3

Номер варианта	Номера задач для контрольных работ											
	Работа 1						Работа 2					
0	31	52	73	94	135	156	171	192	203	244	275	306
1	32	53	74	95	136	157	172	193	204	245	276	307
2	33	54	75	96	137	158	173	194	205	246	277	308
3	34	55	76	97	138	159	174	195	206	247	278	309
4	35	56	77	98	139	160	175	196	207	248	279	310
5	36	57	78	99	140	151	176	197	208	249	280	301
6	37	58	79	100	131	152	177	198	209	250	271	302
7	38	59	80	91	132	153	178	199	210	241	272	303
8	39	60	71	92	133	154	179	200	201	242	273	304
9	40	51	72	93	134	155	180	191	202	243	274	305

Таблица 4

Номер варианта	Номера задач для контрольных работ											
	Работа 1						Работа 2					
0	32	63	84	105	146	167	182	193	214	255	286	307
1	33	64	85	106	147	168	183	194	215	256	287	308
2	34	65	86	107	148	169	184	195	216	257	288	309
3	35	66	87	108	149	170	185	196	217	258	289	310
4	36	67	88	109	150	161	186	197	218	259	290	301
5	37	68	89	110	141	162	187	198	219	260	281	302
6	38	69	90	101	142	163	188	199	220	251	282	303
7	39	70	81	102	143	164	189	200	211	252	283	304
8	40	61	82	103	144	165	190	191	212	253	284	305
9	31	62	83	104	145	166	181	192	213	254	285	306

Таблица 5

Номер варианта	Номера задач для контрольных работ														
	Работа 1					Работа 2					Работа 3				
0	1	42	53	74	95	131	152	173	194	205	241	262	273	294	305
1	2	43	54	75	96	132	153	174	195	206	242	263	274	295	306
2	3	44	55	76	97	133	154	175	196	207	243	264	275	296	307
3	4	45	56	77	98	134	155	176	197	208	244	265	276	297	308
4	5	46	57	78	99	135	156	177	198	209	245	266	277	298	309
5	6	47	58	79	100	136	157	178	199	210	246	267	278	299	310
6	7	48	59	80	91	137	158	179	200	201	247	268	279	300	301
7	8	49	60	71	92	138	159	180	191	202	248	269	280	291	302
8	9	50	51	72	93	139	160	171	192	203	249	270	271	292	303
9	10	41	52	73	94	140	151	172	193	204	250	261	272	293	304

Таблица 6

Номер варианта	Номера задач для контрольных работ														
	Работа 1					Работа 2					Работа 3				
0	12	44	66	88	110	142	164	186	198	220	252	264	286	298	310
1	13	45	67	89	101	143	165	187	199	211	253	265	287	299	301
2	14	46	68	90	102	144	166	188	200	212	254	266	288	300	302
3	15	47	69	81	103	145	167	189	191	213	255	267	289	291	303
4	16	48	70	82	104	146	168	190	192	214	256	268	290	292	304
5	17	49	61	83	105	147	169	181	193	215	257	269	281	293	305
6	18	50	62	84	106	148	170	182	194	216	258	270	282	294	306
7	19	41	63	85	107	149	161	183	195	217	259	261	283	295	307
8	20	42	64	86	108	150	162	184	196	218	260	262	284	296	308
9	11	43	65	87	109	141	163	185	197	219	251	263	285	297	309

Таблица 7

Номер варианта	Номера задач для контрольных работ															
	Работа 1 (алгебра и геометрия)					Работа 2 (математический анализ)					Работа 3 (математический анализ)					
0	1	22	33	44	305	55	76	97	118	129	140	151	172	193	204	225
1	2	23	34	45	306	56	77	98	119	130	131	152	173	194	205	226
2	3	24	35	46	307	57	78	99	120	121	132	153	174	195	206	227
3	4	25	36	47	308	58	79	100	111	122	133	154	175	196	207	228
4	5	26	37	48	309	59	80	91	112	123	134	155	176	197	208	229
5	6	27	38	49	310	60	71	92	113	124	135	156	177	198	209	230
6	7	28	39	50	301	51	72	93	114	125	136	157	178	199	210	231
7	8	29	40	41	302	52	73	94	115	126	137	158	179	200	201	232
8	9	30	31	42	303	53	74	95	116	127	138	159	180	191	202	233
9	10	21	32	43	304	54	75	96	117	128	139	160	171	192	203	234

Таблица 8

Номер варианта	Номера задач для контрольных работ															
	Работа 1 (алгебра и геометрия)					Работа 2 (математический анализ)					Работа 3 (математический анализ)					
0	20	22	34	46	308	62	84	106	118	130	142	164	172	196	211	235
1	11	23	35	47	309	63	85	107	119	121	143	165	173	197	212	236
2	12	24	36	48	310	64	86	108	120	122	144	166	174	198	213	237
3	13	25	37	49	301	65	87	109	111	123	145	167	175	199	214	238
4	14	26	38	50	302	66	88	110	112	124	146	168	176	200	215	239
5	15	27	39	41	303	67	89	101	113	125	147	169	177	191	216	240
6	16	28	40	42	304	68	90	102	114	126	148	170	178	192	217	221
7	17	29	31	43	305	69	81	103	115	127	149	161	179	193	218	222
8	18	30	32	44	306	70	82	104	116	128	150	162	180	194	219	223
9	19	21	33	45	307	61	83	105	117	129	141	163	171	195	220	224

ЗАДАНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

В задачах 1—20 даны вершины треугольника ABC. Найти: 1) длину стороны AB; 2) уравнения сторон AB и AC в общем виде и их угловые коэффициенты; 3) внутренний угол A в радианах с точностью до 0,01; 4) уравнение высоты CD и ее длину; 5) уравнение окружности, для которой высота CD есть диаметр:

- | | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| 1 A(-5; 0), B(7; 9), C(5; -5) | 11 A(-5; 2), B(7; -7), C(5; 7) |
| 2 A(-7; 2), B(5; 11), C(3; -3) | 12 A(-7; 5), B(5; -4), C(3; 10) |
| 3 A(-5; -3), B(7; 6), C(5; -8) | 13 A(-7; 1), B(5; -8), C(3; 6) |
| 4 A(-6; -2), B(6; 7), C(4; -7) | 14 A(0; 3), B(12; -6), C(10; 8) |
| 5 A(-8; -4), B(4; 5), C(2; -9) | 15 A(-8; 4), B(4; -5), C(2; 9) |
| 6 A(0; -1), B(12; 8), C(10; -6) | 16 A(-2; 2), B(10; -7), C(8; 7) |
| 7 A(-6; 1), B(6; 10), C(4; -4) | 17 A(1; 2), B(13; -7), C(11; 7) |
| 8 A(-2; -4), B(10; 5), C(8; -9) | 18 A(-4; 1), B(8; -8), C(6; 6) |
| 9 A(-3; 0), B(9; 9), C(7; -5) | 19 A(-7; -1), B(5; -10), C(3; 4) |
| 10 A(-9; -2), B(3; 7), C(1; -7) | 20 A(-3; 3), B(9; -6), C(7; 8) |

В задачах 21—30 даны координаты точек A, B, C. Требуется: 1) записать векторы \overline{AB} и \overline{AC} в системе орт и найти модули этих векторов; 2) найти угол в градусах (с точностью до градуса) между векторами \overline{AB} и \overline{AC} ; 3) составить уравнение плоскости, проходящей через точку C перпендикулярно вектору \overline{AB} :

- | | |
|----|--|
| 21 | A(7; -4; 1), B(12; -3; 1), C(10; 1; 5). |
| 22 | A(0; -3; 3), B(5; -2; 3), C(3; 2; 7). |
| 23 | A(-2; -1; -2), B(3; 0; -2), C(1; 4; 2) |
| 24 | A(-6; 0; 0), B(-1; 1; 0), C(-3; 5; 4) |
| 25 | A(-2; -3; -8), B(3; -2; -8), C(1; 2; -4) |
| 26 | A(1; 0; -1), B(6; 1; -1), C(4; 5; 3) |
| 27 | A(-1; 4; 1), B(4; 5; 1), C(2; 9; 5) |
| 28 | A(3; -6; -3), B(8; -5; -3), C(6; -1; 1) |
| 29 | A(1; 0; 0), B(6; 1; 0), C(4; 5; 4) |
| 30 | A(2; -8; -2), B(7; -7; -2), C(5; -3; 2) |

В задачах 31—40 даны векторы $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3, \bar{b}$. Показать, что векторы $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3$ образуют базис трехмерного пространства и найти координаты вектора \bar{b} в этом базисе:

- | | |
|----|--|
| 31 | $\bar{a}_1 = \{2; 1; 3\}, \bar{a}_2 = \{3; -1; 1\}, \bar{a}_3 = \{1; -1; -2\}, \bar{b} = \{7; 0; 7\}$ |
| 32 | $\bar{a}_1 = \{5; 3; 1\}, \bar{a}_2 = \{-2; -1; 2\}, \bar{a}_3 = \{-2; 1; 4\}, \bar{b} = \{3; 0; 1\}$ |
| 33 | $\bar{a}_1 = \{1; 3; 5\}, \bar{a}_2 = \{-2; -1; -1\}, \bar{a}_3 = \{4; -2; 4\}, \bar{b} = \{-7; 3; -1\}$ |
| 34 | $\bar{a}_1 = \{3; 1; 6\}, \bar{a}_2 = \{-2; 2; -3\}, \bar{a}_3 = \{-4; 5; -1\}, \bar{b} = \{3; 0; 1\}$ |
| 35 | $\bar{a}_1 = \{4; 1; 4\}, \bar{a}_2 = \{-2; -1; 1\}, \bar{a}_3 = \{3; 1; 5\}, \bar{b} = \{-3; -2; 1\}$ |
| 36 | $\bar{a}_1 = \{1; 2; 5\}, \bar{a}_2 = \{2; -3; 4\}, \bar{a}_3 = \{1; -1; -2\}, \bar{b} = \{3; 0; 1\}$ |
| 37 | $\bar{a}_1 = \{5; 1; 2\}, \bar{a}_2 = \{3; 4; -1\}, \bar{a}_3 = \{-4; 2; 1\}, \bar{b} = \{-3; 5; 4\}$ |
| 38 | $\bar{a}_1 = \{2; 1; 5\}, \bar{a}_2 = \{-4; 3; 5\}, \bar{a}_3 = \{1; -1; -4\}, \bar{b} = \{4; -1; -3\}$ |
| 39 | $\bar{a}_1 = \{3; 1; 4\}, \bar{a}_2 = \{-4; 2; 3\}, \bar{a}_3 = \{2; -1; -2\}, \bar{b} = \{7; -1; 0\}$ |

$$40 \quad \bar{a}_1 = \{1; 4; 2\}, \bar{a}_2 = \{5; -2; -3\}, \bar{a}_3 = \{-2; -1; 1\}, \bar{b} = \{-3; 2; 4\}$$

В задачах 41—50 систему уравнений записать в матричной форме и решить ее с помощью обратной матрицы:

$$41 \quad \begin{cases} x + y - 3z = 0, \\ 3x + 2y + 2z = -1, \\ x - y + 5z = -2. \end{cases} \quad 46 \quad \begin{cases} x + 2y - 3z = 1, \\ 2x - 3y - z = -7, \\ 4x + y - 2z = 0. \end{cases}$$

$$42 \quad \begin{cases} 2x + 3y + z = 1, \\ x + y - 4z = 0, \\ 4x + 5y - 3z = 1. \end{cases} \quad 47 \quad \begin{cases} 3x - y + 4z = 2, \\ x + 2y + 3z = 7, \\ 5x + 3y + 2z = 8. \end{cases}$$

$$43 \quad \begin{cases} 3x - 2y - z = -5, \\ x + 3y + 2z = 2, \\ 5x - 2y + 4z = -7. \end{cases} \quad 48 \quad \begin{cases} 3x - 3y + 2z = -4, \\ 2x + y - 3z = -1, \\ x - 2y + 5z = 1. \end{cases}$$

$$44 \quad \begin{cases} x - 4y + 2z = -5, \\ 4x + y - 3z = -3, \\ 2x + 3y + 4z = 1. \end{cases} \quad 49 \quad \begin{cases} 4x - y + 3z = 1, \\ 3x + 2y + 4z = 8, \\ 2x - 2y + 4z = 0. \end{cases}$$

$$45 \quad \begin{cases} 2x + 4y - 3z = 2, \\ x + y + 2z = 0, \\ 3x - 2y + z = -5. \end{cases} \quad 50 \quad \begin{cases} 2x - y + 3z = 1, \\ x - 2y - 5z = -9, \\ 4x + 3y - 2z = 4. \end{cases}$$

В задачах 51—70 найти указанные пределы (не пользуясь правилом Лопиталья):

$$51. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 7x + 2}{2x^2 - 5x + 2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{4x^2 + x - 2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} 2x}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-2} \right)^{2x+3};$$

$$52. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 8x + 7}{x - 7}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x-2} - 2}{x-2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{3x}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{2}{x}};$$

$$53. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + x - 1}{5x^2 + 4x - 1}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 2x - x^2}{4x^2 - 5x + 2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\arcsin 3x}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x-1} \right)^{4x};$$

$$54. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3}{4x^3 + 5x};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{ctg} 4x; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{3}{x}};$$

$$55. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^3 + 1}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x});$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x+1} \right)^{2x+2};$$

$$56. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 10x + 8}{x^2 - 4}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} - 2x}{3x + 1};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\operatorname{arctg} 2x}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1} \right)^{3x}.$$

$$57. a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x - 1};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos x};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x+1} \right)^{6x-4}.$$

$$58. a) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x} - 2};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{\operatorname{tg} 3x};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x+4} \right)^{2x-1}.$$

$$59. a) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + 1};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x);$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\operatorname{tg} 3x};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 5x)^{\frac{3}{x}}.$$

$$60. a) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 + 4x + 3};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1} - 1}{\sqrt{3x+4} - 2};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{x};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+2}{4x-1} \right)^{2x+2}.$$

$$61. a) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 5x - 2}{x^2 + 3x + 2};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt[3]{8-x} - \sqrt[3]{8+x}};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{tg} 3x \cdot \operatorname{ctg} 5x;$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{x+4} \right)^{x-1}.$$

$$62. a) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 9};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-4}{x + \sqrt[3]{x}};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\operatorname{arctg} 3x};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{3x-1} \right)^{6x+4}.$$

$$63. a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 6x + 5};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+2} + x}{x+1};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 4x};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2x)^{\frac{4}{x}}.$$

$$64. a) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{7x^2 + 8x + 1}{2x + 2};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 + 3x});$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 6x}{\operatorname{tg} 3x};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+2}{5x-3} \right)^{2x+1}.$$

$$65. a) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 + 6x - 8}{x^2 - 16};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sqrt[3]{x^2 + 1} - 1};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{tg} 4x \cdot \operatorname{ctg} 2x;$$

$$г) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{5}{x}}.$$

$$66. a) \lim_{x \rightarrow 10} \frac{5x^2 - 51x + 10}{2x - 20};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\arcsin 2x};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x-3}{4x+2} \right)^{2x+1}.$$

$$67. a) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 7x + 3}{x^2 - x - 6};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{\sqrt{2x-1} - 3};$$

$$\begin{array}{ll}
\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \operatorname{ctg} 3x; & \text{з) } \lim_{x \rightarrow -1} (2x + 3)^{\frac{1}{x+1}}. \\
68. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 2x - 1}{2x^2 + 3x + 1}; & \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 3x - 2x^2}{x^3 - 4x + 3}; \\
\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\operatorname{tg} 4x}; & \text{з) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+3} \right)^{4-x}. \\
69. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{4x^2 - 7x - 2}; & \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{4x^2 - 5x + 2}; \\
\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \operatorname{ctg} 2x; & \text{з) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x+1} \right)^{x-2}. \\
70. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{8 + 2x - x^2}{x^2 - 16}; & \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x + 3}{x^3 + 2x^2 - 1}; \\
\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{x}; & \text{з) } \lim_{x \rightarrow 4} (x-3)^{\frac{2}{x-4}}.
\end{array}$$

В задачах 71—90 найти производные функций:

$$\begin{array}{ll}
71. \text{ а) } y = x \operatorname{tg} x + \ln \cos x + e^{5x}; & \text{б) } y = e^{x - \arcsin x^2}; \text{ в) } x^3 y^3 - 2xy + 3 = 0. \\
72. \text{ а) } y = \ln \frac{x^2}{x+1} + 3x\sqrt[3]{x}; & \text{б) } y = 2^{\arctg x - x^2}; \text{ в) } x^2 y^2 - \cos(xy) = 0 \\
73. \text{ а) } y = x^2 + x \arcsin x + \sqrt{1 - x^2}; & \text{б) } y = 2^{\frac{\arcsin 1}{x}}; \text{ в) } \cos(xy) - 2x = 0. \\
74. \text{ а) } y = \ln \frac{(x-1)^2}{x+2} + 3\sqrt[3]{x^2}; & \text{б) } y = 2^{\frac{4}{\sin x}}; \text{ в) } \frac{x}{y} + xy - 2 = 0. \\
75. \text{ а) } y = \ln \frac{x^2}{x-1} + 4x\sqrt[4]{x}; & \text{б) } y = (e^{\sin x} + 3x)^3; \text{ в) } 5x^2 y^2 - 10y + 4 = 0. \\
76. \text{ а) } y = x^3(3 \ln x - 1) - \frac{x+1}{e^x}; & \text{б) } y = (5^{\operatorname{tg} 2x} + 3)^4; \text{ в) } x^3 y^3 - 2xy + 1 = 0. \\
77. \text{ а) } y = \ln \frac{(x+1)^2}{x+3} + 3x\sqrt[3]{x}; & \text{б) } y = 5^{\arcsin x^2}; \text{ в) } x^2 + xy + y^2 = 3. \\
78. \text{ а) } y = e^{5x}(5x-1) - \frac{2 \ln x + 1}{x^2}; & \text{б) } y = 4^{\arctg \frac{3}{x}}; \text{ в) } x^2 + y^2 - xy = 0. \\
79. \text{ а) } y = \ln \frac{(x+1)^2}{x-2} + 4\sqrt[4]{x^3}; & \text{б) } y = 2^{\sin^3 \frac{1}{x}}; \text{ в) } x^3 + y^3 - 3xy = 0. \\
80. \text{ а) } y = x(\ln x - 1) + e^{3x}(3x - 1); & \text{б) } y = 3^{\cos^2 4x}; \text{ в) } x^4 + y^4 = 2x^2 y^2. \\
81. \text{ а) } y = x \arccos \frac{x}{2} - \sqrt{4 - x^2}; & \text{б) } y = e^{x \sin^2 x}; \text{ в) } y = 1 + x e^y. \\
82. \text{ а) } y = \frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{x}{a}; & \text{б) } y = e^{\sqrt{x+1}}; \text{ в) } y^3 + e^{xy} = 0. \\
83. \text{ а) } y = \ln(3x^2 + \sqrt{9x^4 + 1}); & \text{б) } y = x \cdot 10^{\sqrt{x}} \text{ в) } xy + e^y = 0. \\
84. \text{ а) } y = -\operatorname{ctg}^2 \frac{x}{2} - 2 \ln \sin \frac{x}{2}; & \text{б) } y = 2^{x \operatorname{tg} x}; \text{ в) } x^2 y^3 - \sin y + 3 = 0. \\
85. \text{ а) } y = -\frac{(2x+1)\sqrt{x^2-x}}{x^2}; & \text{б) } y = e^{-x^2} \ln x; \text{ в) } \sin x + xy^2 = 0.
\end{array}$$

$$86. a) y = \frac{\sqrt{2x} + 3(x-2)}{x^2}; \quad б) y = e^{\sqrt{\ln x}}; \quad в) x^3 y^2 - \cos y + 4 = 0.$$

$$87. a) y = \frac{1+x^2}{2\sqrt{1+2x^2}}; \quad б) y = e^{1-\sin^2 x}; \quad в) \ln y + xy - 5 = 0.$$

$$88. a) y = e^x (\cos 2x + 2 \sin 2x); \quad б) y = 2^{\sin^2 x}; \quad в) x^2 y^3 + x \ln y = 0.$$

$$89. a) y = \arcsin \sqrt{x} + \sqrt{1-x}; \quad б) y = e^{\arcsin 2x}; \quad в) \operatorname{tg} y - xy^2 = 0.$$

$$90. a) y = \operatorname{arctg}(x+1) + \frac{x+1}{x^2+2x+2}; \quad б) y = \sin 2^x; \quad в) \sin y - xy^2 + 4 = 0.$$

В задачах 91—110 исследовать данные функции методами дифференциального исчисления и построить их графики. Исследование функции рекомендуется проводить по следующей схеме: 1) найти область определения функции; 2) исследовать функцию на непрерывность; 3) определить, является ли данная функция четной, нечетной; 4) найти интервалы монотонности функции и точки ее экстремума; 5) найти интервалы выпуклости и вогнутости графика функции и точки перегиба; 6) найти асимптоты графика функции:

$$91. y = \frac{2}{1+x^2}. \quad 92. y = \frac{4x}{x^2+16}. \quad 93. y = \frac{2x}{x^2+4}.$$

$$94. y = \frac{9x}{x^2+9}. \quad 95. y = \frac{(x+2)^2}{x^2+4}. \quad 96. y = \frac{6}{x^2+3}.$$

$$97. y = \frac{3-x^2}{x^2+3}. \quad 98. y = \frac{(x-3)^2}{x^2+9}. \quad 99. y = \frac{x^2}{x^2+5}.$$

$$100. y = \frac{x^2-1}{x^2+1}. \quad 101. y = \frac{x}{x^2+1}. \quad 102. y = \frac{(x+3)^2}{x^2+9}.$$

$$103. y = -\frac{2x}{x^2+4}. \quad 104. y = \frac{4-x^2}{x^2+4}. \quad 105. y = \frac{(x+1)^2}{x^2+1}.$$

$$106. y = \frac{x}{x^2+2}. \quad 107. y = \frac{2}{x^2+4}. \quad 108. y = -\frac{x}{x^2+1}.$$

$$109. y = \frac{5-x^2}{x^2+5}. \quad 110. y = \frac{(x-2)^2}{x^2+4}.$$

111. Каковы радиус основания R и высота H открытого цилиндрического бака данного объема V , чтобы на его изготовление пошло наименьшее количество листового металла?

112. Сечение тоннеля имеет форму прямоугольника, завершеного сверху полукругом. Периметр сечения 18 м. При каком радиусе полукруга площадь сечения будет наибольшей?

113. Найти стороны прямоугольника наибольшей площади, который можно вписать в эллипс $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

114. Найти наибольший объем цилиндра, полная поверхность которого равна S .

115. Найти наибольший объем конуса, образующая которого равна l .

116. Определить размеры открытого бассейна с квадратным дном объемом 32 м^3 так, чтобы на облицовку его стен и дна пошло наименьшее количество материала.

117. Сумма двух положительных чисел равна a . Каковы эти числа, если сумма их кубов будет наименьшей?

118. Найти высоту цилиндра наибольшего объема, который можно вписать в шар радиуса R .

119. На параболе $y = x^2$ найти точку, наименее удаленную от прямой $y = 2x - 4$.

120. Из всех прямоугольников, вписанных в круг радиуса R , найти тот, который имеет наибольшую площадь.

В задачах 121—125 исследовать на экстремум функцию двух переменных:

$$121. z = 3x + 3y - x^2 - y^2 + 6.$$

122. $z = 7x + 8y - x^2 - xy - y^2 - 10$.
 123. $z = 8x - 4y + x^2 - xy + y^2 + 15$.
 124. $z = x^2 + y^2 - 6x - 8y + 12$.
 125. $z = 2x - 8y - x^2 - y^2 - 9$.

В задачах 126—130 найти наименьшее и наибольшее значения функции двух переменных в данной замкнутой области:

126. $z = x^2 + xy - 6x - 2y + 2$ в прямоугольнике $1 \leq x \leq 3, 1 \leq y \leq 4$.
 127. $z = x^2 + 4xy - y^2 - 5$ в треугольнике, ограниченном осями Ox и Oy и прямой $y = 2 - x$.
 128. $z = x^2 + y^2 - 10x - 2y + 15$ в прямоугольнике $2 \leq x \leq 6, 0 \leq y \leq 5$.
 129. $z = x^2 - xy + 8x - y + 7$ в области, ограниченной параболой $y = -x^2 - 4x$ и осью Ox .
 130. $z = x^2 + 2y^2 + 4xy + 2x + 4y + 2$ в квадрате $0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2$.

В задачах 131—150 найти указанные неопределенные интегралы и результаты интегрирования проверить дифференцированием:

	а	б	в
131	$\int e^{x^2+3} x dx$	$\int \frac{x^3}{x^2-4} dx$	$\int x \sin 2x dx$
132	$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4-x^3}}$	$\int \frac{x^3-1}{x^2-2x-3} dx$	$\int \ln x dx$
133	$\int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt{1+\sin^2 x}}$	$\int \frac{x^3+2}{x^2+4x+5} dx$	$\int x e^{3x} dx$
134	$\int \frac{x^3 dx}{1+x^8}$	$\int \frac{x^3-3}{x^2+6x+5} dx$	$\int \arcsin x dx$
135	$\int \frac{dx}{x\sqrt{\ln x+3}}$	$\int \frac{x^3+4}{x^2+4x+4} dx$	$\int x^2 \ln x dx$
136	$\int \sin^3 x \cos x dx$	$\int \frac{x^3-2}{x^2-3x+2} dx$	$\int \arccos 2x dx$
137	$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^6}}$	$\int \frac{x^3+2}{x^2+2x+1} dx$	$\int x \cos 3x dx$
138	$\int \frac{\sec^2 x dx}{\operatorname{tg}^2 x - 9}$	$\int \frac{x^3+1}{x^2-7x+10} dx$	$\int x e^{-4x} dx$
139	$\int \frac{e^{2x}}{4+e^{2x}} dx$	$\int \frac{x^3-4}{x^2+5x+6} dx$	$\int \arcsin 2x dx$
140	$\int \sin x \cos^2 x dx$	$\int \frac{x^3+2}{x^2+6x+9} dx$	$\int x^3 \ln x dx$
141	$\int \frac{x^4 dx}{\sqrt{x^{10}-3}}$	$\int \frac{x^3-2}{x^2-4x+3} dx$	$\int \arccos 5x dx$
142	$\int \frac{e^{\sqrt{2x-1}} dx}{\sqrt{2x-1}}$	$\int \frac{x^3}{x^2+4x-5} dx$	$\int \frac{\ln x dx}{x^2}$
143	$\int x(x^2+4)^9 dx$	$\int \frac{x^3-5}{x^2+4x+8} dx$	$\int x e^{-3x} dx$

144	$\int \frac{dx}{x(\ln^2 x + 1)}$	$\int \frac{x^3 + 7}{x^2 - 5x + 6} dx$	$\int \operatorname{arctg} 5x dx$
145	$\int \frac{\sin x dx}{2 + \cos x}$	$\int \frac{x^3 + 2}{x^2 - 7x + 12} dx$	$\int x^4 \ln x dx$
146	$\int \operatorname{tg} 5x dx$	$\int \frac{x^3 + 1}{x^2 - 4x + 4} dx$	$\int \frac{\ln x}{x^4} dx$
147	$\int \frac{\sqrt{\operatorname{arctg} 2x dx}}{1 + 4x^2}$	$\int \frac{x^3 - 4}{x^2 + 6x + 9} dx$	$\int x e^{-x} dx$
148	$\int \frac{1 + \operatorname{tg} 3x}{\cos^2 3x} dx$	$\int \frac{x^3 + 3}{x^2 - 2x + 1} dx$	$\int x \sin 2x dx$
149	$\int \sin 4x \cdot e^{\cos 4x} dx$	$\int \frac{x^3}{x^2 - 10x + 24} dx$	$\int \operatorname{arctg} 4x dx$
150	$\int x(1 - 5x^2)^7 dx$	$\int \frac{x^3 - 5}{x^2 + 4x + 3} dx$	$\int \arccos 6x dx$

В задачах 151—160 вычислить площадь фигуры, ограниченной указанными линиями. Сделать чертеж.

151. $y = x^3$; $y = \sqrt{x}$.	156. $y = x^2 - 4x + 4$; $y = x$.
152. $y = \frac{5}{x}$; $y = 6 - x$.	157. $y = \frac{1}{4}x^2$; $y^2 = 4x$.
153. $y = \frac{1}{2}x^2$; $y = 4 - x$.	158. $y = \frac{6}{x}$; $y = 7 - x$.
154. $y = x^2 + 2$; $y = 4 - x^2$.	159. $y = 3x^2 + 1$; $y = 3x + 7$.
155. $y = -x^2 + 1$; $y = x - 1$.	160. $y = 2x - x^2$; $y = -x$.

В задачах 161—165 вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной указанными линиями (сделать чертеж):

161. $y^2 = x$; $y = x^2$.
162. $xy = 4$; $x = 1$; $x = 4$; $y = 0$.
163. $y = \sin x$ (одна полуволна); $y = 0$.
164. $y = x^2 + 1$; $y = 3x - 1$.
165. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

В задачах 166—170 вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oy фигуры, ограниченной указанными линиями (сделать чертеж):

166. $y^2 = 4 - x$; $x = 0$.
167. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.
168. $x + y - 2 = 0$; $x = 0$; $y = 0$.
169. $xy = 2$; $x = 0$; $y = 1$; $y = 4$.
170. $y = -x^2 + 4$; $x = 0$; $y = 0$; $y = 3$.

В задачах 171—190 найти общее решение дифференциальных уравнений первого порядка:

а) с разделяющимися переменными:

171	$(e^{2x} + 1)dy + ye^{2x}dx = 0$	172	$(2 + y)dx - (2 - x)dy = 0$
173	$x^2dy + (y - 1)dx = 0$	174	$y(e^x + 1)dy - e^xdx = 0$
175	$(e^x + 2)y' = ye^x$	176	$y' = e^{x-y}$
177	$yy' = 3x^2$	178	$y'tgx - y = 0$
179	$(1 + x^2)y' = 1 + y^2$	180	$y' \cos x - y \sin x = 0$

б) линейные:

181	$xy' - y = x^3$	182	$y' + ytgx = \cos^2 x$
183	$(x+1)y' - y = e^x(x+1)^3$	184	$xy' - y = x^3 \sin x$
185	$xy' + y = x + 1$	186	$y' - yctgx = 2x \sin^2 x$
187	$xy' - y = -\ln x$	188	$y' - 4xy = -4x$
189	$xy' - y = x^3 \ln x$	190	$xy' + y = x \sin x$

В задачах 191—200 найти частное решение дифференциального уравнения второго порядка, удовлетворяющее указанным начальным условиям:

191. $y'' + y' - 2y = 6x^2$, $y(0) = -4$, $y'(0) = -1$.

192. $y'' - 4y = 8x^3$, $y(0) = 2$, $y'(0) = -3$.

193. $y'' - 2y' + y = 8e^x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 3$.

194. $y'' + 2y' + 5y = 4e^{-x}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.

195. $y'' + 6y' + 9y = 10 \sin x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

196. $y'' + 9y = \cos 3x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 3$.

197. $y'' - 3y' + 2y = e^x$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 2$.

198. $y'' - 5y' + 6y = 78 \sin 3x$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 2$.

199. $y'' - 2y' = 2x + 1$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.

200. $y'' + y' = 2x^3 - x + 2$, $y(0) = 3$, $y'(0) = -2$.

В задачах 201—220 дан степенной ряд. Найти интервал сходимости ряда и исследовать его сходимость на концах интервала:

201. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{\ln(n+1)}$.

202. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(3n+1) \cdot 2^n}$.

203. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot x^n}{(n+2)}$.

204. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^{2n+1}}{3n+8}$.

205. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^5 \cdot x^{2n}}{2n+1}$.

206. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt[3]{8n-11}}$.

207. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{\sqrt{n+2}}$.

208. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$.

209. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot x^{n+1}}{2^n}$.

210. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n \cdot 9^n}$.

211. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{(n+4)\ln(n+4)}$.

212. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{2^n(n+1)}$.

$$213. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}(x-2)^n}{n^2+1}.$$

$$214. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)(x+3)^n}{2^n}.$$

$$215. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n}.$$

$$216. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{18^n \cdot (n+3)}.$$

$$217. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x+1)^n}{n^3+1}.$$

$$218. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2(x+1)^{2n}}{4^n}.$$

$$219. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{13^n \cdot \sqrt{n+2}}.$$

$$220. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x+2)^n}{(2n-1)^3}.$$

В задачах 221—240 вычислить определенный интеграл с точностью до 0,001 путем разложения подынтегральной функции в ряд и почленного интегрирования ряда:

$$221 \quad \int_0^{0,5} \frac{\ln(1+x^2)}{x} dx$$

$$222 \quad \int_0^{0,5} e^{-4x^2} dx$$

$$223 \quad \int_0^{0,2} \frac{e^{-x} - 1}{x} dx$$

$$224 \quad \int_0^1 \cos \sqrt{x} dx$$

$$225 \quad \int_0^{0,5} \frac{dx}{\sqrt[3]{1+x^3}}$$

$$226 \quad \int_0^{0,1} \cos(10x^2) dx$$

$$227 \quad \int_0^1 \frac{\sin x}{\sqrt{x}} dx$$

$$228 \quad \int_0^{0,5} \cos(2x^2) dx$$

$$229 \quad \int_0^{0,5} \sqrt{1+x^3} dx$$

$$230 \quad \int_0^{0,3} e^{-2x^2} dx$$

$$231 \quad \int_0^1 x \sin \sqrt{x} dx$$

$$232 \quad \int_0^{0,5} \frac{dx}{\sqrt[3]{1+x^2}}$$

$$233 \quad \int_0^{0,4} e^{-5x^2} dx$$

$$234 \quad \int_0^{0,5} \frac{\sin 4x}{x} dx$$

$$235 \quad \int_0^1 x \cos \sqrt[3]{x} dx$$

$$236 \quad \int_0^{0,2} \frac{1 - e^{-x}}{x} dx$$

$$237 \quad \int_0^{0,2} \cos(x^2) dx$$

$$238 \quad \int_0^{0,5} \frac{dx}{\sqrt[3]{1+x^4}}$$

$$239 \quad \int_0^{0,1} \frac{\ln(1+x)}{x} dx$$

$$240 \quad \int_0^{0,5} \frac{\sin x}{\sqrt[3]{x}} dx$$

241. В читальном зале имеется 6 учебников по теории вероятностей, из которых три в мягком переплете. Библиотекарь взял два учебника. Найти вероятность того, что оба учебника окажутся в мягком переплете.

242. Студент знает ответы на 20 из 25 вопросов программы. Найти вероятность того, что он знает ответы на предложенные ему экзаменатором три вопроса.

243. Для некоторой местности в июле шесть пасмурных дней. Найти вероятность того, что первого и второго июля будет ясная погода.

244. Из 200 рабочих норму выработки не выполняют 15 человек. Найти вероятность того, что два случайно выбранных рабочих не выполняют норму.

245. Три стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в цель первым стрелком равна 0,6, вторым — 0,7, третьим — 0,8. Найти вероятность того, что при одном выстреле попадут

в цель: а) все три стрелка; б) попадет хотя бы один из них.

246. В ящике лежат 20 электрических лампочек, из которых две нестандартные. Найти вероятность того, что взятые одна за другой две лампочки окажутся стандартными.

247. Одновременно бросаются две игральные кости. Найти вероятность того, что на каждой кости появится нечетное число очков.

248. Из заготовленной для посева пшеницы зерно первого сорта составляет 40%, второго сорта — 50%, третьего сорта — 10%. Вероятность того, что взойдет зерно первого сорта, равна 0,8, второго — 0,5, третьего — 0,3. Найти вероятность того, что взойдет наугад взятое зерно.

249. В магазин поступили телевизоры из трех заводов. Вероятность того, что телевизор изготовлен на первом заводе, равна 0,3, на втором — 0,2, на третьем — 0,5. Вероятность того, что телевизор окажется бракованным, для первого завода равна 0,2, для второго — 0,1, для третьего — 0,3. Найти вероятность того, что наугад взятый телевизор окажется не бракованным.

250. В мастерской на трех станках изготавливаются однотипные детали. Вероятность безотказной работы первого станка равна 0,3, второго — 0,4, третьего — 0,3. Вероятность изготовления бракованной детали на первом станке равна 0,2, на втором — 0,3, на третьем — 0,1. Найти вероятность того, что наугад выбранная деталь окажется стандартной.

251. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,7. Производится 4 выстрела. Найти вероятность того, что цель будет поражена: а) три раза; б) не более двух раз.

252. Вероятность всхожести пшеницы равна 0,8. Какова вероятность того, что из пяти семян взойдет не менее трех?

253. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,8. Написать закон распределения вероятностей попаданий в цель при 5 выстрелах.

254. Всхожесть семян пшеницы составляет 90%. Определить наиболее вероятное число всходов из 200 посеянных семян.

255. Семена пшеницы содержат 0,2% сорняков. Найти вероятность того, что в 1 000 семян будет 6 семян сорняков.

В задачах 256—260 дана вероятность p того, что семя злака прорастет. Найти вероятность того, что из n посеянных семян прорастет ровно k семян.

256. $n = 100$, $p = 0,9$, $k = 95$.

257. $n = 400$, $p = 0,8$, $k = 330$.

258. $n = 900$, $p = 0,36$, $k = 340$.

259. $n = 225$, $p = 0,64$, $k = 158$.

260. $n = 250$, $p = 0,81$, $k = 200$.

В задачах 261—270 дана вероятность p появления события A в каждом из n независимых испытаний. Найти вероятность того, что в этих испытаниях событие A появится не менее k_1 и не более k_2 раз.

261. $n = 360$, $p = 0,8$, $k_1 = 280$, $k_2 = 300$.

262. $n = 490$, $p = 0,6$, $k_1 = 320$, $k_2 = 350$.

263. $n = 640$, $p = 0,9$, $k_1 = 500$, $k_2 = 540$.

264. $n = 225$, $p = 0,2$, $k_1 = 50$, $k_2 = 60$.

265. $n = 810$, $p = 0,4$, $k_1 = 340$, $k_2 = 400$.

266. $n = 250$, $p = 0,7$, $k_1 = 150$, $k_2 = 180$.

267. $n = 300$, $p = 0,3$, $k_1 = 110$, $k_2 = 130$.

268. $n = 625$, $p = 0,8$, $k_1 = 480$, $k_2 = 500$.

269. $n = 100$, $p = 0,5$, $k_1 = 60$, $k_2 = 80$.

270. $n = 256$, $p = 0,9$, $k_1 = 200$, $k_2 = 220$.

В задачах 271—280 задан закон распределения дискретной случайной величины X (в первой строке указаны возможные значения величины X , во второй строке даны вероятности P этих значений). Найти: 1) математическое ожидание MX ; 2) дисперсию DX ; 3) среднее квадратическое отклонение σ :

271.

X	4	5	6	8
P	0,3	0,4	0,2	0,1

272.

X	23	25	27	29
P	0,2	0,1	0,3	0,4

273.

X	6	8	9	10
P	0,3	0,1	0,2	0,4

274.

X	32	35	37	40
P	0,1	0,2	0,4	0,3

275.

X	41	42	43	45
P	0,3	0,3	0,2	0,2

276.

X	11	12	13	15
P	0,5	0,1	0,2	0,2

277.

X	51	52	54	57
P	0,2	0,1	0,4	0,3

278.

X	20	21	22	26
P	0,2	0,5	0,2	0,1

279.

X	30	32	34	36
P	0,4	0,3	0,2	0,1

280.

X	48	50	51	53
P	0,2	0,3	0,2	0,3

В задачах 281—290 случайная величина X задана интегральной функцией распределения $F(x)$. Найти: 1) дифференциальную функцию распределения $f(x)$; 2) математическое ожидание MX ; 3) дисперсию DX :

$$281. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ x^2 & \text{при } 0 \leq x \leq 1, \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases} \quad 286. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \frac{x^3}{8} & \text{при } 0 \leq x \leq 2, \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

$$282. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \frac{x^2}{16} & \text{при } 0 \leq x \leq 4, \\ 1 & \text{при } x > 4. \end{cases} \quad 287. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 \leq x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$283. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 2, \\ x - 2 & \text{при } 2 \leq x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases} \quad 288. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 1, \\ x - 1 & \text{при } 1 \leq x \leq 2, \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

$$284. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \frac{x^2}{4} & \text{при } 0 \leq x \leq 2, \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases} \quad 289. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ x & \text{при } 0 \leq x \leq 1, \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

$$285. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 4, \\ x - 4 & \text{при } 4 \leq x \leq 5, \\ 1 & \text{при } x > 5. \end{cases} \quad 290. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \frac{x^3}{27} & \text{при } 0 \leq x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

291. Случайные отклонения размера детали от номинала распределены нормально. Математическое ожидание размера детали равно 200 мм, среднее квадратическое отклонение равно 0,25 мм. Стандартными считаются детали, размер которых заключен между 199,5 мм и 200,5 мм. Найти процент стандартных деталей.

292. Средний диаметр стволов деревьев на некотором участке равен 25 см, среднее квадратическое отклонение равно 5 см. Считая диаметр ствола случайной величиной, распределенной нормально, найти процент деревьев, имеющих диаметр свыше 20 см.

293. Процент всхожести семян равен 90%. Оценить вероятность того, что из 1 000 посеянных семян взойдет от 850 до 950 семян включительно.

294. Среднее квадратическое отклонение нормально распределенной случайной величины равно 0,5. Найти вероятность того, что отклонение случайной величины от ее математического ожидания по абсолютной величине не превосходит 1.

295. Длина детали представляет собой нормально распределенную случайную величину с математическим ожиданием 150 мм и средним квадратическим отклонением 0,5 мм. Какую точность размера детали можно гарантировать с вероятностью 0,95.

296. Средний вес зерна равен 0,2 г, среднее квадратическое отклонение равно 0,05 г. Определить вероятность того, что вес наудачу взятого зерна окажется в пределах от 0,16 г до 0,22 г, если вес зерна подчиняется закону нормального распределения.

297. Норма высева семян на 1 га равна 200 кг. Фактический расход семян на 1 га колеблется около этого значения со средним квадратическим отклонением 10 кг. Определить вес семян, обеспечивающих посев на площади 100 га с гарантией 0,95. Принять закон нормального распределения.

298. Случайные отклонения размера детали от номинала распределены нормально. Математическое ожидание размера детали равно 200 мм, среднее квадратическое отклонение равно 0,25 мм. Стандартными считаются детали, размер которых заключен между 199,5 мм и 200,5 мм. Из-за нарушения технологии точность изготовления деталей уменьшилась и характеризуется средним квадратическим отклонением 0,4 мм. На сколько повысился процент бракованных деталей?

299. Масса яблока, средняя величина которой равна 150 г., является нормально распределенной случайной величиной со средним квадратическим отклонением 20 г. Найти вероятность того, что масса наугад взятого яблока будет заключена в пределах от 130 до 180 г.

300. Устройство состоит из 20 однотипных независимо работающих элементов. Вероятность безотказной работы каждого элемента за 10 часов равна 0,9. Оценить вероятность того, что абсолютная величина разности между числом отказавших элементов и средним числом отказов за 10 часов окажется меньше двух.

В задачах 301—310 заданы комплексные числа. Требуется: а) выполнить действия над комплексными числами и записать ответ в алгебраической форме; б) найти все значения корня и представить ответ в алгебраической форме:

	а)	б)
301	$29i \frac{4+3i}{5-2i}$	$\sqrt[4]{-1}$
302	$\frac{1+i}{(\sqrt{3}+i)(1+i\sqrt{3})}$	$\sqrt[3]{i}$
303	$\frac{2i}{1+i} - \frac{3i}{1-i}$	$\sqrt[3]{-i}$
304	$\frac{1+i}{1-i} + i^7$	$\sqrt[4]{1-i}$

$$305 \quad i^5 + \frac{1-i}{1+i} \quad \sqrt{1+i\sqrt{3}}$$

$$306 \quad (1-i\sqrt{3})^3 + \frac{1}{i} \quad \sqrt[4]{-i}$$

$$307 \quad (5-i)(i-3)^2 \quad \sqrt[3]{1+i}$$

$$308 \quad \left(\frac{2+i}{i-1}\right)^2 \quad \sqrt{2-2i}$$

$$309 \quad 17 \frac{(4+i)^3}{4-i} \quad \sqrt[3]{4(1+i)^2}$$

$$310 \quad \left(\frac{1}{2+i} + \frac{1}{i-2}\right)^2 \quad \sqrt[3]{i-\sqrt{3}}$$

Библиографический список

1. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. – М.: Наука, 1985. – Т. 1 – 432 с. – Т. 2 – 429 с.
2. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.1,2. – М.: Высшая школа, 1986.
3. Сборник задач по курсу высшей математики/Под ред. П.Е. Дюбюка и Г.М. Кручковича. – М.: Высшая школа, 1965. – 592 с.

Основная литература

1. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник для вузов / Д. В. Беклемишев. — 18-е изд., перераб. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-4916-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/152643>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Клетеник, Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии : учебное пособие / Д. В. Клетеник ; под редакцией Н. В. Ефимова. — 17-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 224 с. — ISBN 978-5-8114-1051-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/130489>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Кузнецов, Л. А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты : учебное пособие / Л. А. Кузнецов. — 13-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 240 с. — ISBN 978-5-8114-0574-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/168472>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебник для вузов : в 3 томах / Г. М. Фихтенгольц. — 15-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, [б. г.]. — Том 1 — 2021. — 608 с. — ISBN 978-5-8114-7061-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/154399>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.
5. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебник для вузов : в 3 томах / Г. М. Фихтенгольц. — 15-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, [б. г.]. — Том 2 : Курс дифференциального и интегрального исчисления — 2021. — 800 с. — ISBN 978-5-8114-7377-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/159505>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.
6. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебник для вузов : в 3 томах / Г. М. Фихтенгольц. — 11-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020 — Том 3 — 2020. — 656 с. — ISBN 978-5-8114-6652-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/149365>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.
7. Дерр, В. Я. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие для вузов / В. Я. Дерр. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 596 с. — ISBN 978-5-8114-6515-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/159475>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

Дополнительная литература

1. Аверин, В. В. Математика. Ч. 1 [электронный ресурс] : курс лекций: учебное пособие/ В. В. Аверин, М. Ю. Соколова, Д. В. Христинич; ТулГУ. - Тула: Изд-во ТулГУ, 2010. - 254 с. : ил. - ISBN 978-5-7679-1748-8. :<https://tsutula.bibliotech.ru/Reader/Book/2014100214370663049600009433>, Режим доступа: для авторизованных пользователей.
2. Аверин, В. В. Математика. Ч. 2 [электронный ресурс] : курс лекций: учебное пособие/ В. В. Аверин, М. Ю. Соколова, Д. В. Христинич; ТулГУ. - Тула: Изд-во ТулГУ, 2010. - 275 с. : ил. - ISBN 978-5-7679-1749-5 :<https://tsutula.bibliotech.ru/Reader/Book/2014100214412943155100008498>, Режим доступа: для авторизованных пользователей.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. Электронный читальный зал “БИБЛИОТЕХ” : учебники авторов ТулГУ по всем дисциплинам.- <https://tsutula.bibliotech.ru/> Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. ЭБС IPRBooks универсальная базовая коллекция изданий.- <http://www.iprbookshop.ru/> Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Научная Электронная Библиотека eLibrary – библиотека электронной периодики, режим доступа: <http://elibrary.ru/> Режим доступа: для авториз. пользователей.