

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Тульский государственный университет»

Институт высокоточных систем им. В.П. Грязева  
Кафедра систем автоматического управления

Утверждено на заседании кафедры  
«Системы автоматического управления»  
«13» января 2021 г., протокол № 8

Заведующий кафедрой



О.В.Горячев

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
по выполнению лабораторных работ  
по дисциплине (модулю)**

**«Испытания и диагностика систем управления беспилотными  
летательными аппаратами»**

**основной профессиональной образовательной программы  
высшего образования – программы специалитета**

по специальности

**24.05.06 Системы управления летательными аппаратами**

со специализацией

**Системы управления беспилотными летательными аппаратами**

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 240506-01-21

Тула 2021 год

**Разработчик(и) методических указаний**

Воробьев В.В., профессор, к.т.н., доцент  
(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)

  
(подпись)

Институт высокопотенциальных систем им. В.П. Грязева  
Кафедра систем автоматического управления

Утверждено на заседании кафедры  
«Системы автоматического управления»  
«28» апреля 2017 г., протокол № 12

Заведующий кафедрой

О.В.Т.орядов

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
по выполнению лабораторных работ  
по дисциплине (модулю)

Содержание и структура курса

Основной профессиональный образовательный  
курс по специальности – программа

по специальности

Системы управления летательными аппаратами

по специальности

Системы управления движением летательных аппаратов

Федеральное государственное образовательное учреждение

Институт высокопотенциальных систем им. В.П. Грязева

дот 7105 актУ

## ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ МЕТОДОМ ПЛАНИРОВАНИЯ ФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

### 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

#### 1.1 Терминологические замечания

Эксперимент – система операций, воздействий и (или) наблюдений, направленных на получение информации об объекте при исследовательских испытаниях.

Опыт – воспроизведение исследуемого явления в определенных условиях проведения эксперимента при возможности регистрации его результатов.

План эксперимента – совокупность данных, определяющих число, условия и порядок реализации опытов.

Планирование эксперимента – выбор плана эксперимента, удовлетворяющего заданным требованиям.

Фактор – переменная величина, по предположению значительно влияющая на результаты эксперимента.

Уровень фактора – фиксированное значение фактора относительно начала отсчета.

Основной уровень фактора – натуральное значение фактора, соответствующее нулю в безразмерной шкале.

Нормализация факторов – преобразование натуральных значений факторов в безразмерные.

Факторное пространство – пространство, координатные оси которого соответствуют факторам.

Область экспериментирования (область планирования) – область факторного пространства, где могут размещаться точки, отвечающие условиям проведения опытов.

Активный эксперимент – эксперимент, в котором уровни факторов в каждом опыте задаются исследователем.

Пассивный эксперимент – эксперимент, при котором уровни факторов в каждом опыте регистрируются исследователем, но не задаются.

Отклик – наблюдаемая случайная переменная, по предположению, зависящая от факторов.

Функция отклика – зависимость математического ожидания отклика от факторов.

Оценка функции отклика – зависимость, получаемая при подстановке в функцию отклика оценок ее параметров.

Дисперсия оценки функции отклика – дисперсия оценки математического ожидания отклика в некоторой данной точке факторного пространства.

Поверхность отклика – геометрическое представление функции отклика.

Поверхность уровня функции отклика – геометрическое место точек в факторном пространстве, которому соответствует некоторое фиксированное значение функции отклика.

Область оптимума – область факторного пространства в окрестности точки, в которой функция отклика достигает экстремального значения.

Рандомизация плана – метод планирования эксперимента, имеющий целью свести эффект некоторого неслучайного фактора к случайной ошибке.

Параллельные опыты – рандомизированные во времени опыты, в которых уровни всех факторов сохраняются неизменными.

Временный дрейф – случайное или неслучайное изменение функции отклика во времени.

## 1.2 Рекомендации по планированию эксперимента

Исследователь при планировании эксперимента должен учитывать:

- к какому классу систем относится исследуемый объект управления (статическая или динамическая, непрерывная или дискретная, линейная или нелинейная, детерминированная или стохастическая, одномерная или многомерная система);

- определить, какой режим работы его интересует, стационарный (установившийся) или нестационарный;

- знать, в течение какого промежутка времени следует наблюдать за поведением (функционированием) системы;

- знать, какой объем испытаний (повторных экспериментов) сможет обеспечить требуемую точность оценок в статистическом смысле исследуемых характеристик системы.

Планирование экспериментов преследует две основные цели:

- сокращение потребного объема испытаний при соблюдении требований к достоверности и точности их результатов;

- повышение информативности каждого из экспериментов в отдельности.

В общем случае объект исследования можно представить с помощью схемы

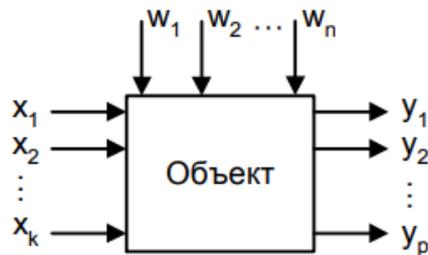


Рис. 1 – Представление объекта в виде «черного ящика»

Представление объекта в виде схемы на рис. 1 основано на принципе «черного ящика». Имеем следующие группы параметров:

- 1) входные  $x_i$  которые называются факторами;
- 2) выходные  $y_i$ , которые называются параметрами состояния;
- 3)  $w_i$  – возмущающие воздействия.

Предполагается, что возмущающие воздействия не поддаются контролю, либо являются случайными, либо изменяются во времени.

Каждый фактор имеет область определения, которая должна быть установлена до проведения эксперимента. Комбинацию факторов можно представить как точку в многомерном пространстве, характеризующую состояние входа системы.

На объект влияют как управляемые, так и неуправляемые факторы.

Под управляемыми факторами понимаются те факторы, которые можно измерить и целенаправленно изменять.

Под неуправляемыми факторами понимаются те факторы, которые измерить и изменить невозможно (например, влияние внешней среды). Неуправляемые факторы влияют на воспроизводимость эксперимента. Если воспроизводимость эксперимента не выполняется, то необходимо переходить к пассивно-активному эксперименту.

При планировании эксперимента под математической моделью обычно понимают уравнение, которое связывает параметр оптимизации с функцией отклика. Функция отклика имеет вид:

$$\eta = f(x_1, x_2, \dots, x_k),$$

где  $x_1, x_2, \dots, x_k$  - контролируемые факторы.

Для проведения эксперимента исследователь должен обладать возможностью влиять на поведение исследуемого объекта или системы. Значения, которые принимает фактор, называются уровнями. Фактор может принимать как непрерывный ряд значений, так и фикс-

сированный набор. Фиксированный набор определяет одно из возможных состояний исследуемого объекта или системы.

В тех случаях, когда функция отклика известна, оптимальные условия процесса устанавливаются аналитически, тем не менее чаще всего исследователь вынужден решать экстремальные задачи при неполном знании механизма процесса. Тогда выражение функции отклика становится неизвестным, и исследователь ограничивается ее представлением в виде полинома:

$$\eta = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \beta_{11} + x_{11}^2 + \dots,$$

где  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_{11}, \beta_{12}$  - коэффициенты регрессии.

По результатам эксперимента можно определить только выборочные коэффициенты регрессии  $b_0, b_1, b_2, b_{12} \dots$ , которые являются оценками теоретических коэффициентов  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_{11}, \beta_{12}$ . Уравнение регрессии, полученное на основании опытов и представляющее собой выборочную оценку функции отклика  $y$ , может быть записано следующим образом:

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2 + b_{11} + x_{11}^2 + \dots$$

На первом этапе планирования эксперимента, чтобы определить направление движения к оптимуму, функцию отклика принято выражать полиномом первой степени:

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + \dots + b_k x_k.$$

Чтобы найти коэффициенты  $b_0, b_1, b_2, b_3, \dots, b_k$ , достаточно реализовать факторный эксперимент типа  $2^k$ . Эксперимент типа  $2^k$  при планировании по схеме полного факторного эксперимента представляет собой комбинации всех возможных сочетаний факторов на выбранных для исследования уровнях.

В данной работе рассматривается два уровня факторов (верхний и нижний пределы).

Для определения всех коэффициентов уравнения необходимо реализовать план эксперимента, в котором каждый фактор варьируется не менее чем на двух уровнях. Планы экспериментов называются планами первого, второго и  $n$ -го порядка, порядок определяется порядком полинома.

Параметр-фактор должен быть доступным для измерения, определяться количественно и выражаться числом.

При планировании эксперимента можно проводить как полный, так и дробный факторный эксперимент. В соответствии с выбранным подходом строится матрица плана.

При двухфакторном эксперименте количество опытов

$$N_{\text{опытов}} = 2^k = 2^2 = 4.$$

Знаками «+» и «-» принято обозначать уровни факторов  $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$  - значения функции отклика.

Табл. 1

Матрица плана полного факторного эксперимента имеет вид

Номер опыта	$x_1$	$x_2$	$y$
1	+	+	$y_1$
2	-	-	$y_2$
3	+	-	$y_3$
4	-	+	$y_4$

Полный факторный эксперимент применим только в том случае, когда число факторов невелико. Такой подход объясним тем, что количество проведенных опытов равно  $N^k$ . Таким образом, при числе факторов, равном, например пяти, число опытов будет равно

$$N_{\text{опытов}} = 2^k = 2^5 = 32.$$

Так как эксперимент должен свести к минимуму влияние случайных параметров на функцию отклика, необходимо произвести несколько параллельных опытов при одних и тех же условиях. В таком случае выбирается усредненное значение функции отклика в выбранной точке по формуле:

$$\langle Y \rangle = \frac{\sum_{i=1}^n Y_{\varepsilon i}}{n}$$

где  $\varepsilon = 1 \dots N$  – номер опыта;  $i$  – номер параллельного опыта в строке;  $Y_i$  – значение  $Y$ , соответствующее  $i$ -му параллельному опыту в  $\varepsilon$ -м номере опыта;  $n$  – номер опыта.

Например, при проведении 10 параллельных опытов общее количество проведенных опытов будет равно

$$N_{\text{опытов}} = 2^k * 10 = 2^5 * 10 = 320.$$

При большом количестве факторов становится необходимо сокращать количество опытов.

Существуют два пути сокращения числа опытов:

- проведение дробного факторного эксперимента. Из всех случаев полного факторного эксперимента некоторые сочетания исключаются, и опыты при таких сочетаниях не производятся.
- составление композиционных планов. За основу принимают двухуровневый полный факторный эксперимент и добавляют к нему те эксперименты, которые необходимы на других уровнях.

### ЗАДАНИЕ НА РАБОТУ

*Определить связи между числами пазов статора и полюсов ротора вентильного магнитоэлектрического двигателя методом планирования факторного эксперимента.*

Электромеханические характеристики объекта обычно связаны с параметрами через сложные уравнения, отражающие действия ряда физических законов и конструктивного исполнения, через уравнения магнитных полей и электрических цепей, поэтому прямую связь между соотношением чисел пазов статора, полюсов ротора и значением коэрцитивной силы магнитов установить сложно.

Одним из методов получения таких связей является аппроксимация сложных математических зависимостей, выраженных в большом количестве интегро-дифференциальных уравнений, методом планирования эксперимента с определённой точностью и на определенном интервале.

Для аппроксимации взаимосвязи между результирующим моментом ( $y$ ), числом полюсов ротора ( $2P$ ), пазов статора ( $Z1$ ) и качеством магнитов ( $H_c$ ) можно воспользоваться (первое приближение) линейной взаимосвязью, поэтому для обработки экспериментов был выбран линейный план первого порядка.

При расчетах основные геометрические размеры, внешний и внутренний диаметры, фазное напряжение, коэффициент полюсного перекрытия при изменении числа полюсов оставались постоянными.

Для проведения экспериментов использовали матрицу планирования первого порядка (табл. 1) в кодových единицах (1):

$$X_i = \frac{x_i - x_0}{\Delta x} \quad (1)$$

Таблица 1

Матрица планирования первого порядка

<i>N</i> эксперимента	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_1 \cdot X_2$	$X_1 \cdot X_3$	$X_2 \cdot X_3$	$X_1 \cdot X_2 \cdot X_3$
1	0	-1	-1	-1	1	1	1	-1
2	0	1	-1	-1	-1	-1	1	1
3	0	-1	1	-1	-1	1	-1	1
4	0	1	1	-1	1	-1	-1	-1
5	0	-1	-1	1	1	-1	-1	1
6	0	1	-1	1	-1	1	-1	-1
7	0	-1	1	1	-1	-1	1	-1
8	0	1	1	1	1	1	1	1

В качестве центра плана была выбрана точка  $X_0$ , соответствующая максимальным значениям момента вращения ( $2P = 12$ ,  $Z_1 = 24$ ,  $H_c = 855$  кА/м). Диапазоны изменения значений каждой из переменных выбираются из следующих соображений:

$\Delta x_1 = 4$  – диапазон изменения числа полюсов, выбран из условий выполнимости машины и возможности расчета (дискретности изменения числа полюсов).

$\Delta x_2 = 6$  – диапазон изменения числа зубцов, выбран из условий возможности выполнения обмотки статора двигателя.

$\Delta x_3 = 100$  кА/м – определяется коэрцитивной силой возможных к применению постоянных магнитов.

С учетом этих данных и табл. 1 эксперимент (моделирование) был проведен в соответствии с табл. 2.

Таблица 2

Данные для проведения эксперимента

<i>N</i> эксперимента	$X_1$ ( $2P$ – число полюсов ротора)	$X_2$ ( $Z_1$ – число пазов статора)	$X_3$ ( $H_c$ – коэрцитивная сила магнитов), кА/м	$y$ ( $M_d$ – момент вращения), Н·м
1	8	18	750	3,59
2	16	18	750	8,71
3	8	30	750	3,63
4	16	30	750	6,42
5	8	18	955	2,4
6	16	18	955	8,90
7	8	30	955	2,17
8	16	30	955	7,72

Был выполнен регрессионный анализ на основании зависимости (2) и табл. 1:

$$b_i = \frac{\sum_{iu}^N x_{iu} \cdot y_{iu}}{N} \quad (2)$$

где  $b_1, b_2, \dots, b_i$  – коэффициенты регрессии (индекс  $i$  обозначает номер столбца в матрице планирования);  $x_1, x_2, \dots, x_i$  – независимые переменные;  $y_1, y_2, \dots, y_i$  – величины момента вращения, полученные с помощью числового эксперимента;  $N$  – количество экспериментов.

Расчет среднего значения момента вращения (центральная точка плана) определялся согласно выражению (3) и (4). Он составил  $5,445$  Н\*м:

$$b_0 = \frac{1}{8} \sum_{iu} y_{iu} = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 + y_7 + y_8}{8}, \quad (3)$$

$$b_0 = \frac{1}{8} \sum_{iu} y_{iu} = \frac{3,59 + 8,71 + 3,62 + 6,42 + 2,43 + 8,89 + 2,17 + 7,72}{8} = 5,445. \quad (4)$$

В результате были получены значения коэффициентов  $b_1 \dots b_{123}$ :

$$b_1 = 2,49; b_2 = -0,461; b_3 = -0,142; b_{12} = -0,405; b_{13} = 0,515; b_{23} = 0,105; b_{123} = 0,175.$$

Уравнение для значений момента вращения было определено по выражению (5):

$$Md = 2,49 \cdot X_1 - 0,46 \cdot X_2 - 0,14 \cdot X_3 - 0,4 \cdot X_1 \cdot X_2 - 0,5 \cdot X_1 \cdot X_3 + 0,105 \cdot X_2 \cdot X_3 + 0,175 \cdot X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 + 5,445. \quad (5)$$

Для проверки адекватности аппроксимирующей функции, когда  $S_{y\text{об}}^2 \approx 0$ , необходимо задаться допустимой погрешностью аппроксимации  $\Delta Y_{\text{доп}}$  и считать аппроксимацию адекватной, если её погрешность  $|Y - \hat{Y}|$  в точках плана в ряде контрольных точек не превосходит  $\Delta Y_{\text{доп}}$ .

Была принята  $\Delta Y_{\text{доп}} = 5\%$ , что соответствует требованиям инженерных расчетов.

Для рассматриваемого двигателя  $\Delta Y_{\text{доп}} = 5\%$  от  $Y_{\text{max}} = (8,9 \text{ Нм} \cdot 5\%) / 100\% = 0,45 \text{ Нм}$ .

Таблица 3

Значения отклонений момента вращения

$N$ эксперимента	$y$ ( $M_d$ – момент вращения), Н·м	$ Y - \hat{Y} $ (отклонение момента вращения), Н·м
1	3,59	0,032
2	8,71	0,172
3	3,63	0,394
4	6,42	0,196
5	2,4	0,156
6	8,90	0,236
7	2,17	0,182
8	7,72	0,388

Максимальное расхождение 0,388 Н·м не превосходит 0,45 Н·м, следовательно, всеми произведениями факторов  $X_1 \cdot X_2 \cdot X_3$  можно пренебречь.

Для конечного решения требовалось определение значимости произведений факторов  $X_1, X_2$  и  $X_3$  на значение величины  $Md$  с учетом допустимой погрешности 5% от  $y_{1\text{max}}$ . В этом случае формула для расчета значений момента вращения примет вид (6):

$$Md = 2,49 \cdot X_1 - 0,46 \cdot X_2 - 0,14 \cdot X_3 + 5,445. \quad (6)$$

Уравнение для расчета значений момента вращения вентильного магнитоэлектрического двигателя в конечном виде (7):

$$Md = 0,623 \cdot 2P - 0,077 \cdot Z1 - 0,0014 \cdot Hc + 1,012. \quad (7)$$

## ВЫВОДЫ

1. Полученная взаимосвязь между моментом вращения, количеством пазов статора, полюсов ротора и величиной коэрцитивной силы магнитов для вентильного магнитоэлектрического двигателя в виде аппроксимирующих функций показывает, что при требуемой величине момента вращения  $Md$  двигателя и заданной коэрцитивной силе магнитов  $H_c$  можно подобрать необходимые соотношения  $2P$  и  $Z1$ .

2. Увеличение коэрцитивной силы магнитов  $H_c$  не всегда приводит к увеличению момента вращения  $Md$ , что связано с увеличением реактивного момента (момента залипания) двигателя.

**ПОСТРОЕНИЕ РЕГРЕССИОННОЙ МОДЕЛИ СЛЕДЯЩЕГО  
ЭЛЕКТРОПРИВОДА МЕТОДОМ ПЛАНИРОВАНИЯ  
ФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА**

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1.1 Анализ точности электрического следящего привода (ЭСП) методом планирования факторного эксперимента

Рассмотрим примеры использования планирования факторного эксперимента в задачах анализа и синтеза высокоточных систем наведения и стабилизации.

Пример 1.

При оценке точности релейного ЭСП (автоколебательного, с ШИМ управлением, со скользящим режимом) по *фазовому сдвигу* (по ФЧХ) и *отношению амплитуд* выход/вход (по ЛАЧХ) по первой гармонике выходной координаты необходимо учитывать зависимость этих величин от *момента нагрузки*, а также от *амплитуды* и *частоты* входного сигнала в низкочастотной рабочей полосе

$$\varphi = \varphi(M_H, U_{BX}, \omega_{BX}) \quad (1)$$

Указанные три параметра внешних воздействий как при лабораторно-стендовых, так и виртуальных (компьютерных) испытаниях являются независимыми управляемыми факторами. Для вычисления фазового сдвига и коэффициента передачи на частоте по первой гармонике выходного сигнала в Simulink-схеме ЭСП используется стандартный блок Fourier Analyzer.

Искомую нелинейную непрерывную и непрерывно дифференцируемую функциональную зависимость (1) можно приближённо представить в виде полинома – отрезка ряда Тейлора, в который разлагается функция (1) в окрестности некоторой базовой точки, соответствующей номинальному режиму работы привода

$$\begin{aligned} \varphi = & \beta_0 + \beta_1 * M_H + \beta_2 * U_{BX} + \beta_3 * \omega_{BX} + \\ & + \beta_4 * M_H * \omega_{BX} + \beta_5 * U_{BX} * \omega_{BX} + \beta_6 * U_{BX} * M_H + \\ & + \beta_7 * U_{BX} * M_H * \omega_{BX} + \dots \end{aligned} \quad (2)$$

Идентификация коэффициентов регрессионной модели (2) производится методом планирования активного эксперимента.

Для получения массива данных в стенде в каждом эксперименте на вход ЭСП от генератора подается гармонический сигнал фиксированной амплитуды и частоты, а нагружающее устройство (привод или муфта) создает заданный момент нагрузки (рис. 1). Результаты эксперимента – вычисленные фаза и коэффициент передачи по первой гармонике выходного сигнала (угла поворота нагрузки) в установившемся режиме (за время не менее 2.5 периодов входного гармонического сигнала) заносятся в таблицу данных. На основе этих данных с помощью стандартных пакетов прикладных программ (например, пакета STATGRAPHICS) производится автоматизированная идентификация коэффициентов зависимости (2).

Регрессионная модель ЭСП позволяет в факторном пространстве параметров внешних воздействий выделять критические области с низкой динамической точностью (с наибольшим фазовым сдвигом) и области неработоспособности привода. Такая модель используется для оценки точности нелинейного электропривода, работающего в условиях произвольного характера внешних воздействий, как управляющих, так и возмущающих. Регрессионная модель ЭСП позволяет повысить надежность и достоверность результатов синтеза корректирующих устройств.

Общие виды лабораторных нагрузочных стендов для испытаний ЭСП даны на рис. 1, 2.

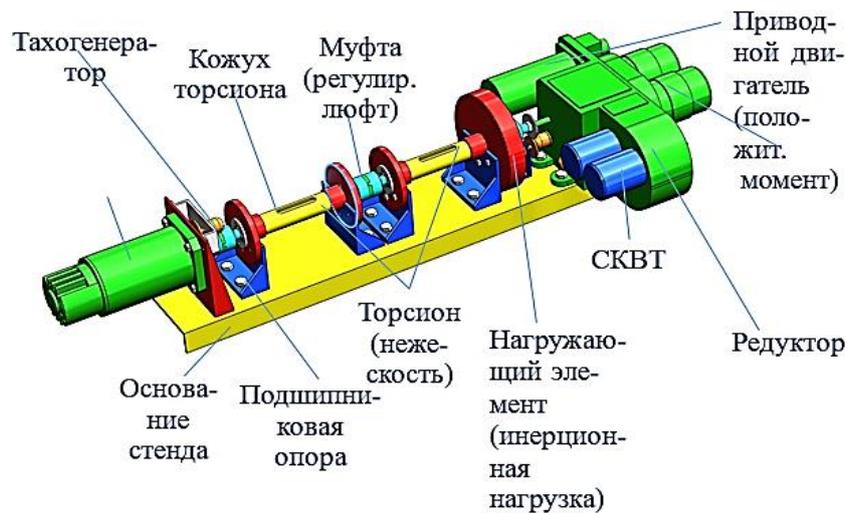


Рис. 1 – Принципиальная схема станда для испытаний ЭСП (в т.ч. постоянного тока)

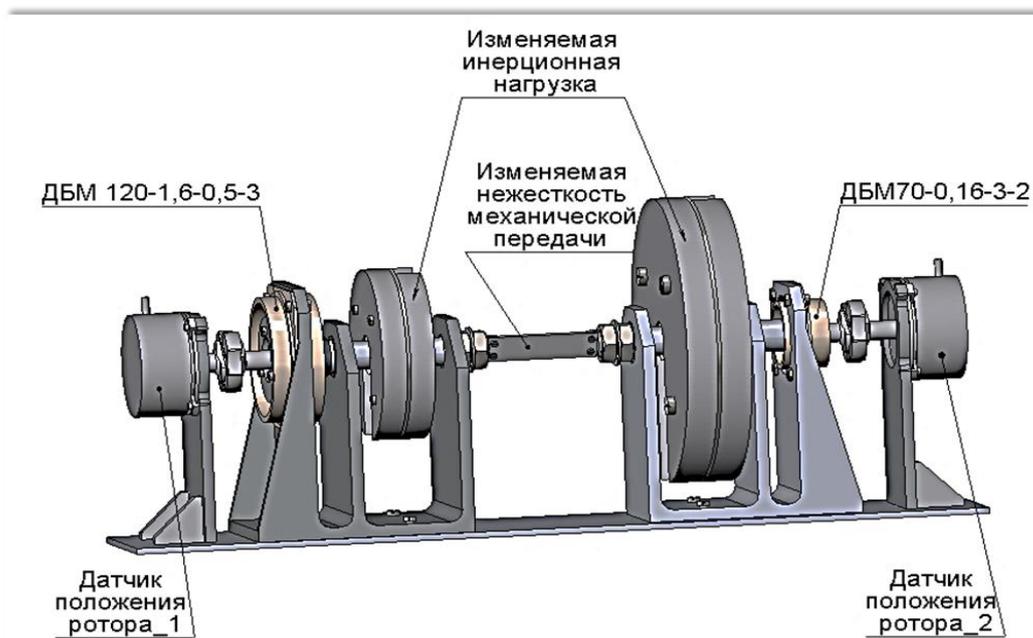


Рис. 2 – Принципиальная схема нагрузочного станда для испытаний моментных ЭСП

### Пример 2.

Другим примером использования метода планирования факторного эксперимента является построение по экспериментальным данным регрессионной модели точности релейного воздушно-динамического рулевого привода (ВДРП).

Известно, что ВДРП функционирует в условиях переменных по полету величин (независимых факторов):

- момента шарнирной нагрузки;
- амплитуды входного гармонического сигнала;
- частоты входного сигнала (частоты вращения ракеты);
- давления торможения (давления воздуха на входе привода).

Определение регрессионной модели точности ВДРП производится вначале по данным виртуальных испытаний ВДРП в пакете Simulink с использованием наиболее полной нелинейной математической модели пневмопривода, которая учитывает релейный закон управления, ограничения по расходу воздуха и развиваемому усилию, люфт, сухое трение, докритические режимы течения газа через дроссели и др.

По регрессионной модели ВДРП определяется вариант с наилучшими фазовым сдвигом и отношением амплитуд выход/вход (коэффициентом передачи) по первой гармонике угла поворота руля. На основе регрессионной модели получают параметры блока рулевого привода (апериодического звена) в составе контура управления МГР. Это повышает надежность и достоверность результатов синтеза корректирующего диффильтра.

Для построения более точной регрессионной модели точности ВДРП используют данные, полученные в полунатурном лабораторном нагрузочном стенде для испытаний пневмо и газовых приводов (рис. 3, 4).

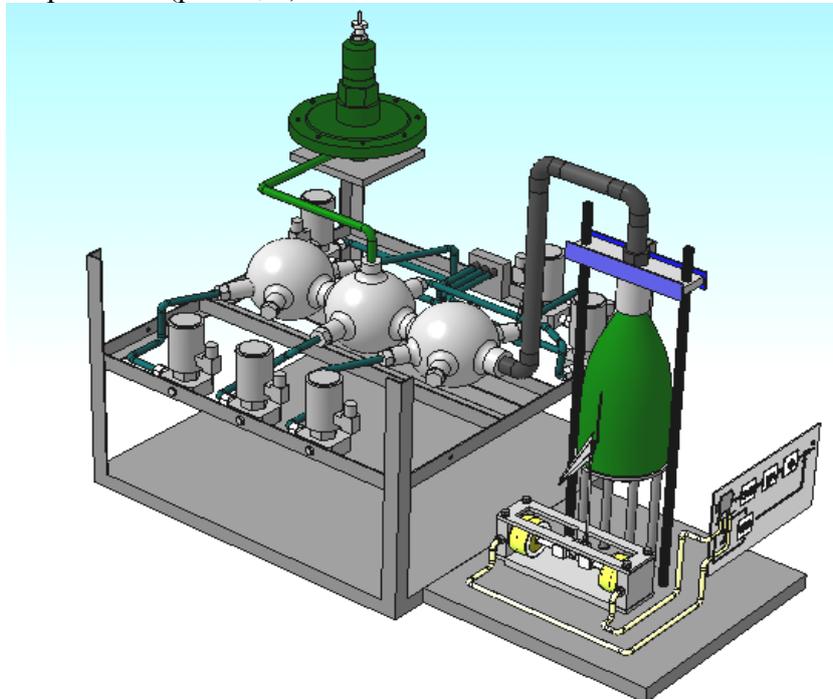


Рис. 3 – Принципиальная схема стенда для испытаний ВДРП

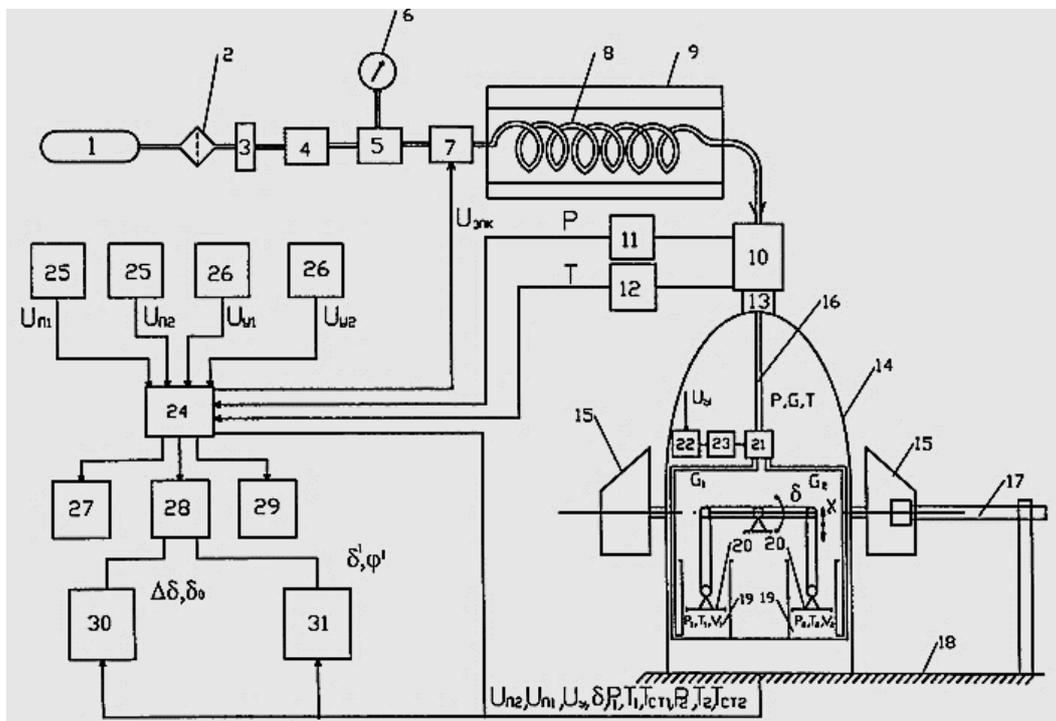


Рис. 4 – Схема стенда для испытаний ВДРП на горячем воздухе

## 1.2 Постановка задачи исследования

Требуется построить нелинейную регрессионную модель (PM) для заданного критерия качества (функции отклика) нелинейной динамической системы – приборного электропривода постоянного тока. PM строится на основе экспериментальных данных с помощью стандартной программы *STATGRAPHICS*.

Объект испытаний – релейный ЭСП с ШИМ-управлением, содержащий СКВТ в качестве датчика углового рассогласования. В ЭСП реализован принцип подчиненного регулирования. Рассчитаны корректирующие фильтры в позиционном и скоростном контурах управления.

Критерий точности ЭСП (функция отклика) рассматривается в двух вариантах:

- максимум модуля ошибки слежения за гармоническим сигналом (либо фазовый сдвиг первой гармоники выхода);
- время переброски нагрузки на заданный угол.

В качестве независимых управляемых факторов, существенно влияющих на динамическую точность ЭСП, рассматриваются: уровень входного сигнала, его частота, напряжение питания, момент нагрузки.

В качестве виртуального объекта для проведения экспериментов рассматривается Simulink-схема ЭСП (рис. 1).

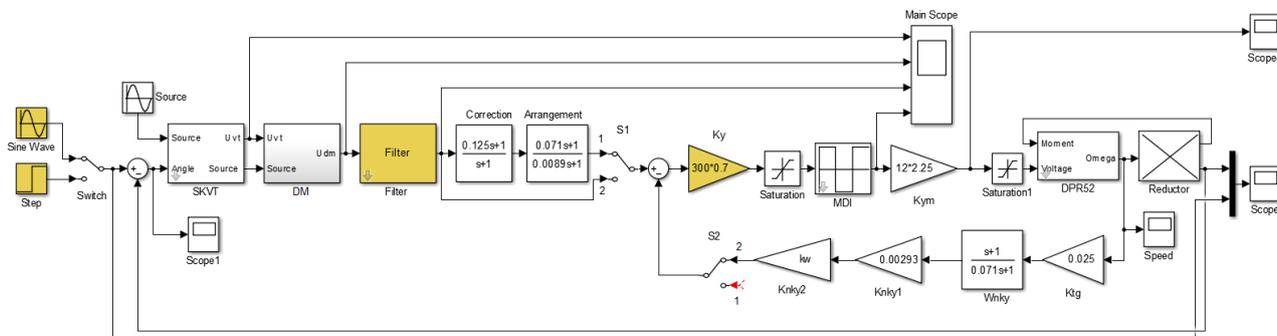


Рис. 1. Виртуальный объект исследования

### 1.3 Построение регрессионной модели точности по ошибке ЭСП методом планирования факторного эксперимента

Для постановки эксперимента необходимо составить матрицу плана двухуровневого полного факторного эксперимента с числом опытов  $2^k$ . Уровни факторов представляют собой границы исследуемой области по минимальному и максимальному значению факторов.

В планировании эксперимента используют нормированные факторы (табл. 1), т. е. безразмерные (кодированные) величины. Для удобства принято кодировать значения матрицы планирования на «+» и «-», где «+» – максимальное значение фактора, «-» – минимальное значение фактора. Был проведен полный факторный эксперимент с 8 вариантами взаимодействия уровней факторов ( $k = 3$ ).

В качестве факторов были приняты следующие переменные:

- $x_1$  – амплитуда входного сигнала;
- $x_2$  – частота входного сигнала;
- $x_3$  – значение напряжения ограничителя перед двигателем (к изменяемым параметрам в данном случае будут также относиться: значение "напряжения" ограничителя" перед ШИМ, коэффициенты  $k_f$  и  $k_w$ ).

Диапазоны варьирования переменных выбраны следующие:

- 1)  $\Delta x_1 = 0.025$ ;
- 2)  $\Delta x_2 = 0.25$ ;
- 3)  $\Delta x_3 = x_3 * 0.25$ .

В качестве центра плана выбрана точка, соответствующая номинальному режиму работы ЭСП

$(x_1 = 0.1; x_2 = 1; x_3(U_1 = 27; U_2 = 12; kf=1.8249; kw=0.2278))$ .

Функцией отклика является максимальный модуль ошибки слежения.

Экспериментальные данные приведены в таблице 1.

Табл. 1

Матрица планирования

№ эксперимента	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_1 \cdot x_2$	$x_1 \cdot x_3$	$x_2 \cdot x_3$	$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$
1	-	-	-	+	+	+	-
2	+	-	-	-	-	+	+
3	-	+	-	-	+	-	+
4	+	+	-	+	-	-	-
5	-	-	+	+	-	-	+
6	+	-	+	-	+	-	-
7	-	+	+	-	-	+	-
8	+	+	+	+	+	+	+

Табл. 2

Экспериментальные данные

№ эксперимента	$x_1$ (A – амплитуда вх. сигнала), рад	$x_2$ ( $\omega$ – частота вх. сиг- нала), рад/с	$x_3$ ( $U_1, U_2, B; kf, kw$ )	$y ( e $ – – модуль макси- мальной ошибки слежения), мрад
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				

Нахождение коэффициентов регрессионной модели с помощью пакета STATGRAPHICS

Задание функции регрессионной модели, зависимых переменных и их начальных приближений:

Dependent variable: e

Independent variables:

A

w

U

Function to be estimated:  $A \cdot b_1 + w \cdot b_2 + U \cdot b_3 + A \cdot w \cdot b_4 + A \cdot U \cdot b_5 + w \cdot U \cdot b_6 + A \cdot w \cdot U \cdot b_7 + b_0$

Initial parameter estimates:

$b_1 = 0,01$

$b_2 = 0,01$

$b_3 = 0,01$

$b_4 = 0,01$

$b_5 = 0,01$

$b_6 = 0,01$

$b_7 = 0,01$

$b_0 = 0,01$

Полученные коэффициенты регрессионной модели:

<i>Parameter</i>	<i>Estimate</i>
b1	-3,675
b2	0,0175
b3	0,000462963
b4	11,9
b5	0,0777778
b6	-0,00037037
b7	-0,251852
b0	-0,021875

Полученная регрессионная модель:

$$|e| = -0.021875 - 3.675 \cdot$$

$$x_1 + 0.0175 \cdot x_2 + 0.000462963 \cdot x_3 + 11.9 \cdot x_1 \cdot x_2 + +0.0777778 \cdot x_1 \cdot x_3 - 0.00037037 \cdot x_2 \cdot x_3 - 0.251852 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3;$$

$$|e| = -0.021875 - 3.675 \cdot$$

$$A + 0.0175 \cdot \omega + 0.000462963 \cdot U + 11.9 \cdot A \cdot \omega + +0.0777778 \cdot A \cdot U - 0.00037037 \cdot \omega \cdot U - 0.251852 \cdot A \cdot \omega \cdot U.$$

Графики, полученные с помощью программы, показаны на рис. 2 – 7.

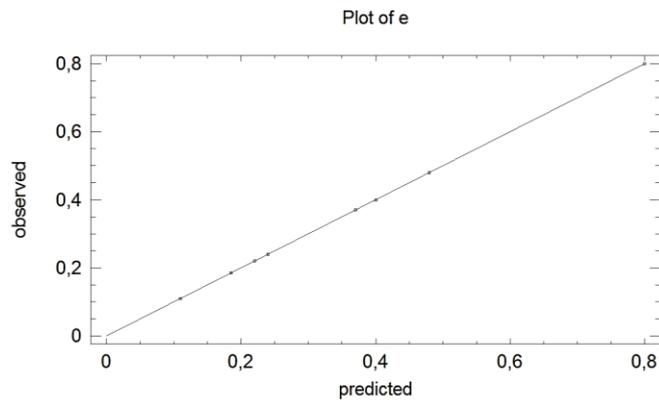


Рис. 2 График STATGRAPHICS

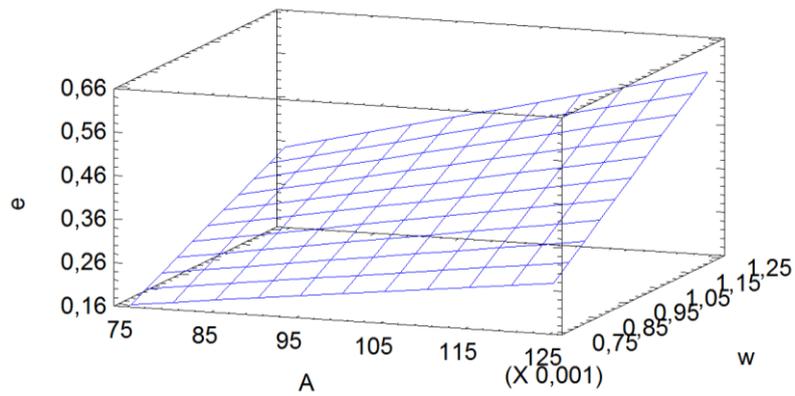


Рис. 3. График при  $U=27,5$

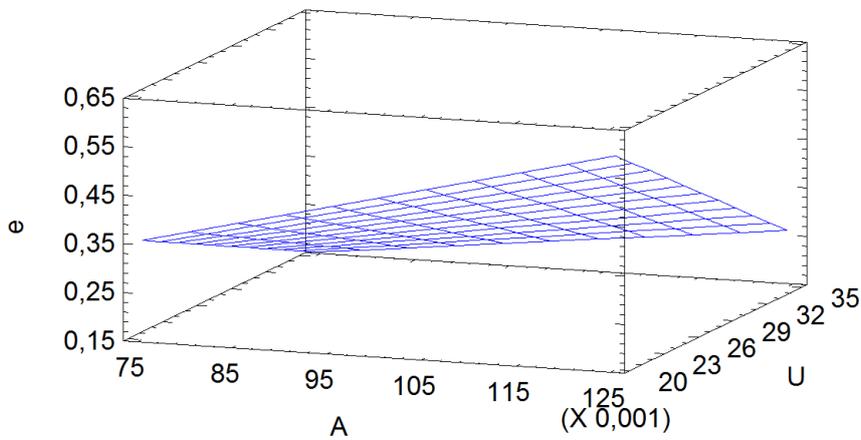


Рис. 3. График при  $\omega=1$

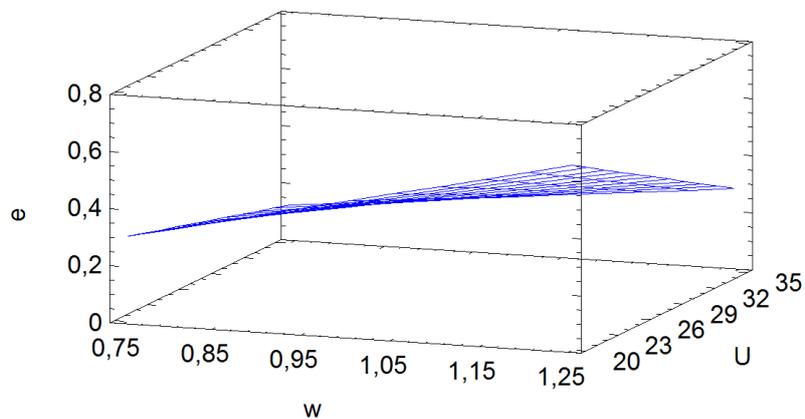


Рис. 4. График при  $A=0,1$

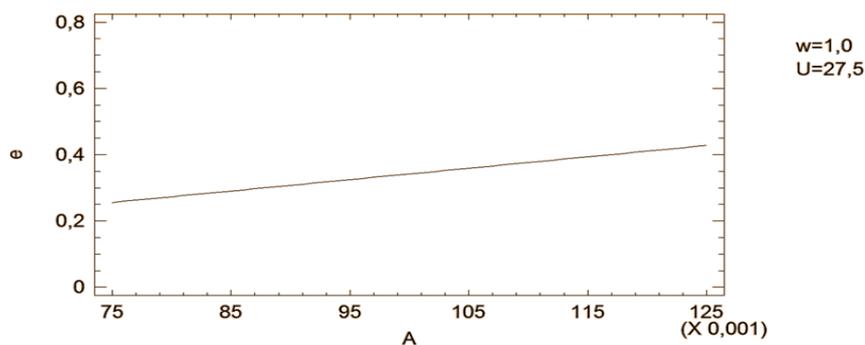


Рис. 5. График при  $\omega=1$  и  $U=27,5$

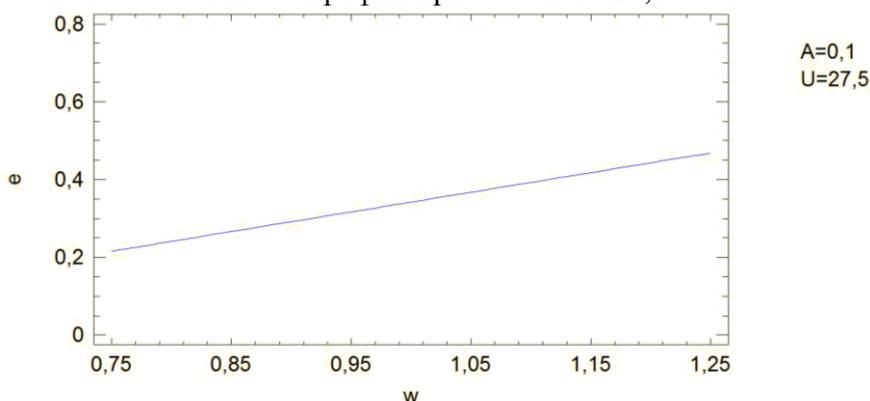


Рис. 6. График при  $A=0,1$  и  $U=27,5$

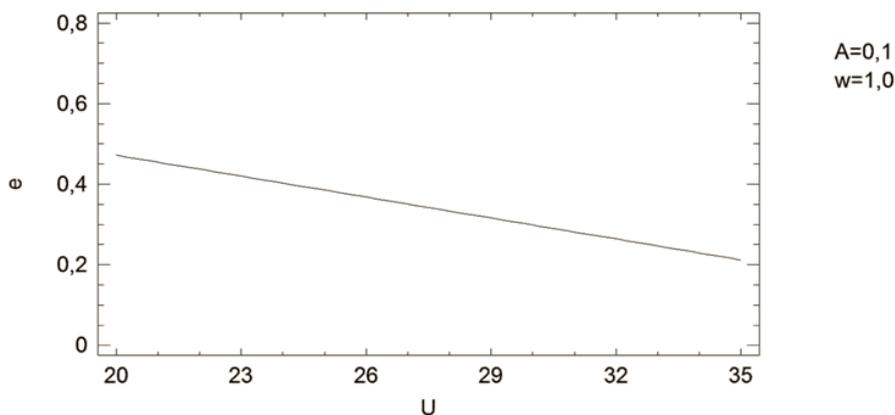


Рис. 7. График при  $A=0,1$  и  $\omega=1$

1.4 Построение регрессионной модели быстрого действия электропривода методом факторного эксперимента

В качестве независимых рассмотрим два фактора: 1) амплитуда входного сигнала; 2) напряжение питания, в т.ч. коэффициенты  $K_f$ ,  $K_w$ .

Исходные данные:

- Входной сигнал – ступенчатый;
- Амплитуда входного сигнала – 0.1;
- Напряжения питания на двигателе – 27 В;
- Коэффициент  $K_f$  - 2.7762;
- Коэффициент  $K_w$  – 0.1269;
- Функция отклика –  $t_{пер}$ , с.

Результаты факторного эксперимента приведены в таблице 3. Матрица планирования приведена в таблице 4.

Таблица 3

## Результаты эксперимента

№	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	Y
1	A <sub>вх</sub>	U <sub>пит, В</sub>	T <sub>рег, с</sub>
2	0.05	13.5	0.616
3	0.06	16.2	0.632
4	0.07	18.9	0.638
5	0.08	21.6	0.64
6	0.09	24.3	0.645
7	0.1	27	0.65
8	0.11	29.7	0.663
9	0.12	32.4	0.676
10	0.13	35.1	0.689
11	0.14	37.8	0.701
12	0.15	40.5	0.71

Таблица 4

## Матрица планирования

№	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>1</sub> X <sub>2</sub>	Y
1	-1	-1	1	Y <sub>1</sub>
2	-1	1	-1	Y <sub>2</sub>
3	1	-1	-1	Y <sub>3</sub>
4	1	1	1	Y <sub>4</sub>

Определим коэффициентов регрессионной модели

С помощью программы STATGRAPHICS определяем коэффициенты регрессионной модели:

**Estimation Results**

			<i>Asymptotic</i>	<i>95,0%</i>
		<i>Asymptotic</i>	<i>Confidence</i>	<i>Interval</i>
<i>Parameter</i>	<i>Estimate</i>	<i>Standard Error</i>	<i>Lower</i>	<i>Upper</i>
b0	0,611313	0,00453527	0,600589	0,622038
b1	-13,4585	0,0432421	-13,5607	-13,3562
b2	0,0497834	-1,#IND	-1,#IND	-1,#IND
b12	0,016964	0,00358682	0,00848246	0,0254455

**Analysis of Variance**

<i>Source</i>	<i>Sum of Squares</i>	<i>Df</i>	<i>Mean Square</i>
Model	4,80067	4	1,20017
Residual	0,00014398	7	0,0000205686
Total	4,80082	11	
Total (Corr.)	0,009216	10	

R-Squared = 98,4377 percent  
 R-Squared (adjusted for d.f.) = 97,7682 percent  
 Standard Error of Est. = 0,00453527  
 Mean absolute error = 0,00307565  
 Durbin-Watson statistic = 1,42272  
 Lag 1 residual autocorrelation = 0,155538

$$t = 0,611313 - 13,4585 \cdot A + 0,0497834 \cdot U + 0,016964 \cdot A \cdot U$$

График, полученный с помощью программы, показан на рис. 9.10.

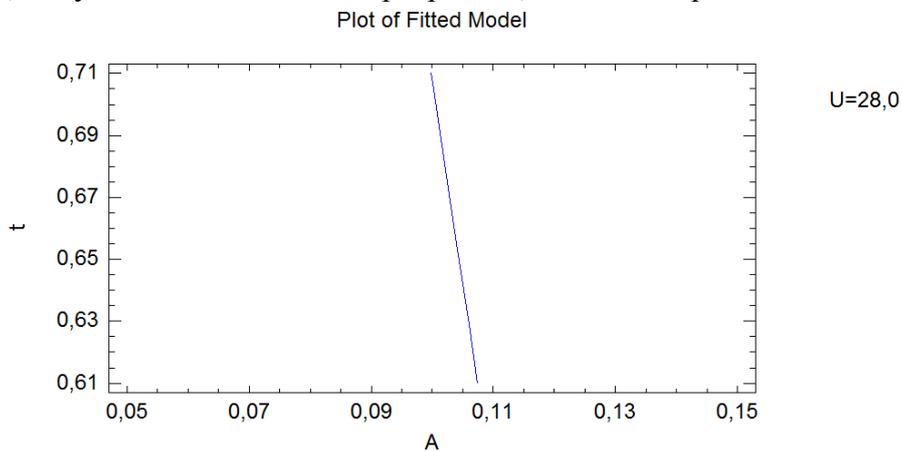


Рис. 8. График STATGRAPHICS

Результаты расчета в MathCad

Амплитуда	
A :=	0
	0.05
	0.06
	0.07
	0.08
	0.09
	0.1
	0.11
	0.12
	0.13
	0.14
	0.15

Ограничение	
U :=	0
	13.5
	16.2
	18.9
	21.6
	24.3
	27
	29.7
	32.4
	35.1
	37.8
	40.5

Время регулирования (функция отклика)	
t :=	0
	0.616
	0.632
	0.638
	0.64
	0.645
	0.65
	0.663
	0.676
	0.689
	0.701
	0.71

$$b_0 := 0.611313$$

$$b_1 := -13.4585$$

$$b_2 := 0.0497834$$

$$b_{12} := 0.016964$$

$$t(A, U) := b_0 + b_1 \cdot A + b_2 \cdot U + b_{12} \cdot A \cdot U$$

На рисунке 9 представлен график поверхности двух факторов.

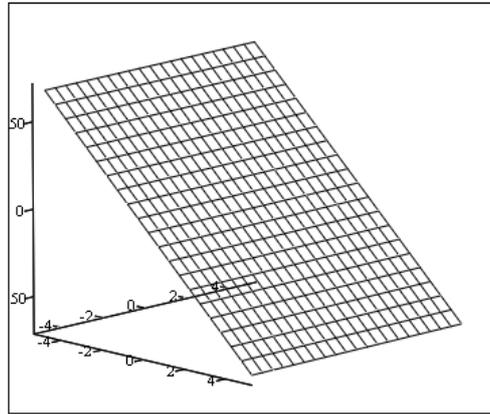


Рис. 9. График зависимости

## ВЫВОДЫ

1. Достоинства метода ПФЭ при экспериментальной отработке автоматических приводов заключаются в возможности:

- анализа взаимосвязи входных величин (факторов) и выходной величины (отклика) системы с помощью статистической регрессионной модели, построенной на основе экспериментальных данных в установившемся режиме работы привода;
- рационального выбора режимов испытаний с помощью регрессионной модели;
- снижения трудоёмкости испытаний (потребного объема испытаний) за счет рациональной программы испытаний;
- формирования статистически обоснованной неопределённости измерений для надежного выполнения требований к погрешности.

2. Применение полного ФЭ при большом числе влияющих факторов является нецелесообразным ввиду увеличения количества необходимых опытов. В этой ситуации необходимо использовать другие методы планирования эксперимента – дробный ФЭ.

3. Исходя из рассмотренных примеров, можно сделать вывод, что использование метода ПФЭ является простым и удобным методом повышения эффективности и снижения трудоёмкости лабораторно-стендовых полунатурных испытаний САУ, а также обеспечения точности и надежности экспериментальных оценок в условиях неопределённости.

## ИЗУЧЕНИЕ СТЕНДОВ ДЛЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ БЛОКОВ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ ЧУВСТВИТЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

### 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

#### 1.1 Конструкция блока инерциальных чувствительных элементов

Объект исследования в данной лабораторной работе – блок инерциальных чувствительных элементов (БИЧЭ) и стенд для его динамических испытаний.

БИЧЭ относится к измерительной технике. Этот блок применяется в системах навигации, ориентации и управления движением подвижных объектов.

Техническими характеристиками БИЧЭ являются оценки ошибок определения углов ориентации подвижного объекта-носителя в пространстве.

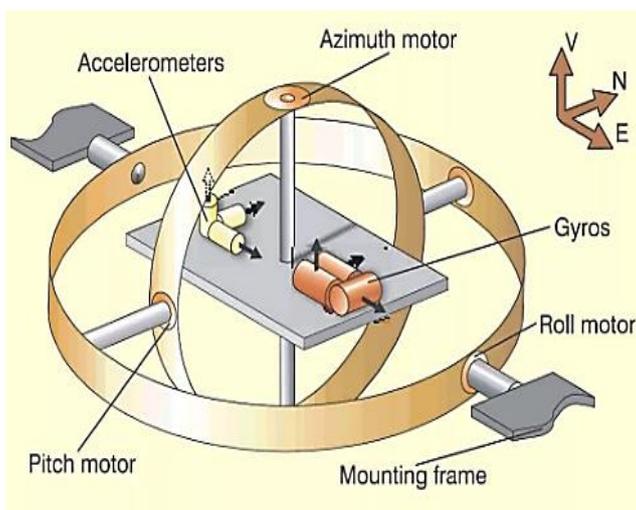


Рис.1 Принципиальная схема навигационной системы

На рис. 1 обозначены углы: pitch – тангажа; azimuth – азимута; roll – крена.

БИЧЭ содержит три гироскопа, три акселерометра, плату контроллера, микропроцессор. Корпус блока обычно выполняется в виде прямоугольной трехгранной пирамиды, на гранях которой размещены микромеханические гироскопы и акселерометры, измерительные оси которых перпендикулярны граням пирамиды. Ось симметрии пирамиды расположена параллельно продольной оси подвижного объекта-носителя.

БИЧЭ обеспечивает получение значений всех трех компонент угловой скорости (для гироскопов) и линейного ускорения (для линейных акселерометров) подвижного объекта.

На плате контроллера могут быть размещены три магнитометрических датчика, измерительные оси которых взаимно перпендикулярны и ориентированы по трем осям системы координат, связанной с объектом-носителем.

Блок инерциальных и магнитометрических чувствительных элементов (см. рис. 2) содержит корпус 1, первый измерительный преобразователь 2, второй измерительный преобразователь 3 и третий измерительный преобразователь 4. Каждый из трех измерительных преобразователей содержит микромеханический гироскоп и акселерометр, размещенные в едином металлокерамическом корпусе [19].

Корпус 1 блока выполнен в виде прямоугольной трехгранной пирамиды, на гранях которой размещены первый 2, второй 3 и третий 4 измерительные преобразователи. Измерительные оси гироскопов и акселерометров расположены перпендикулярно граням прямоугольной пирамиды, на которых они размещены.

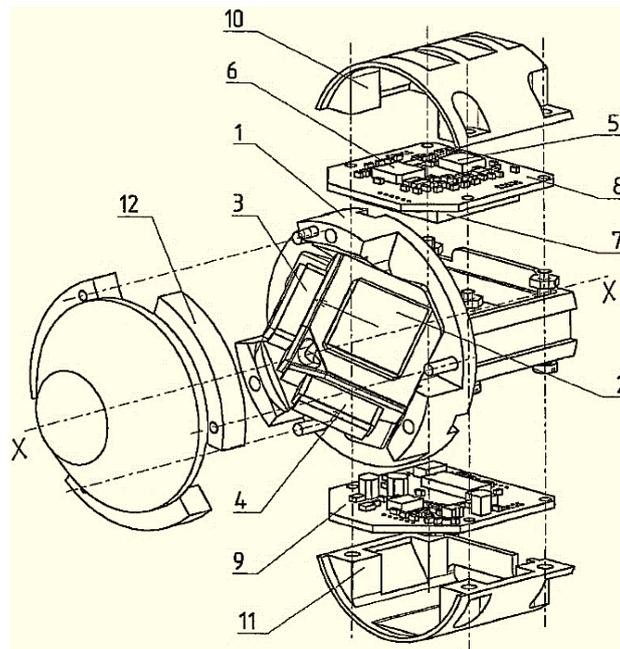


Рис. 2 Конструкция БИЧЭ

Ось симметрии прямоугольной пирамиды расположена параллельно продольной оси подвижного объекта-носителя и совпадает с направлением полета. На плате контроллера 8 расположен микропроцессор 7, а также магнитометрические датчики 5 и 6. Датчик 5 выполнен двухкомпонентным. Измерительные оси магнитометрических датчиков взаимно перпендикулярны и ориентированы по трем осям системы координат, связанной с подвижным объектом-носителем. Плата контроллера 8 и плата источника питания 9 размещены у основания пирамиды и закрыты верхней крышкой 10 и нижней крышкой 11. Передняя часть корпуса 1 закрыта передней крышкой 12.

Устройство работает следующим образом. При движении объекта-носителя, на котором установлен блок чувствительных элементов, на выходах первого 2, второго 3 и третьего 4 измерительных блоков появляются сигналы, пропорциональные проекциям вектора угловой скорости движения объекта и вектора его линейного ускорения на оси приборной системы координат, совпадающей с измерительными осями гироскопов и акселерометров.

На выходах магнитометрических датчиков 5 и 6 также появятся сигналы, пропорциональные проекциям вектора магнитной напряженности Земли на оси системы координат, связанной с объектом-носителем.

Сигналы с выходов всех чувствительных элементов поступают в микропроцессор 7 для дальнейшей обработки и выдачи команд в систему управления движением объекта-носителя.

Таким образом осуществляется измерение углов ориентации подвижного объекта в земной системе координат. Рассмотренный малогабаритный блок инерциальных и магнитометрических чувствительных элементов позволяет повысить точность определения углов ориентации подвижного объекта-носителя.

Габаритные размеры блока: диаметр 54 мм, длина 60 мм.

Масса блока - 0,25 кг.

1.2 Назначение и конструкция и одностепенного стенда 1-СТ для экспериментального исследования характеристик блока инерциальных чувствительных элементов.

Назначение стенда. Стенд 1-СТ предназначен для:

- отработки бортовой аппаратуры управления и программного обеспечения на этапе предполетных испытаний перспективных изделий
- получения информации о свойствах и характере физических процессов в бортовой аппаратуре управления.

- идентификации математических моделей бортовой аппаратуры и подготовка рабочих данных бортовых вычислителей.
- корректировки алгоритмов работы цифровых вычислителей аппаратуры целеуказания, сопровождения, навигации и выделения координат.
- экспериментальной отработки оптических и радиочастотных каналов аппаратуры наведения и сопровождения цели.
- отработка траекторных циклограмм функционирования перспективных изделий.
- получения статистических данных для формирования требований к жизненному циклу перспективных изделий.

Описание стенда.

Стенд представляет собой программно-аппаратный комплекс, обеспечивающий заданную угловую скорость вращения исследуемого инерциального чувствительного элемента относительно вертикальной оси стенда, автоматизированные приём, регистрацию и обработку данных эксперимента.

Практическая значимость.

Использование стенда при разработке инерциальных систем ориентации и навигации позволит добиться существенного улучшения их характеристик.

Технические характеристики.

Диапазон задаваемых угловых скоростей вращения: от \_\_\_ °/с до \_\_\_ °/с; точность измерения угла поворота: до °; регистрация параметров эксперимента с интервалом времени \_\_\_ мс; автоматизация эксперимента.

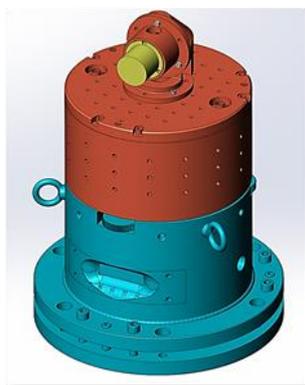


Рис. 1 – 3D-модель стенда 1-СТ



Рис. 2 – Общий вид стенда 1-СТ

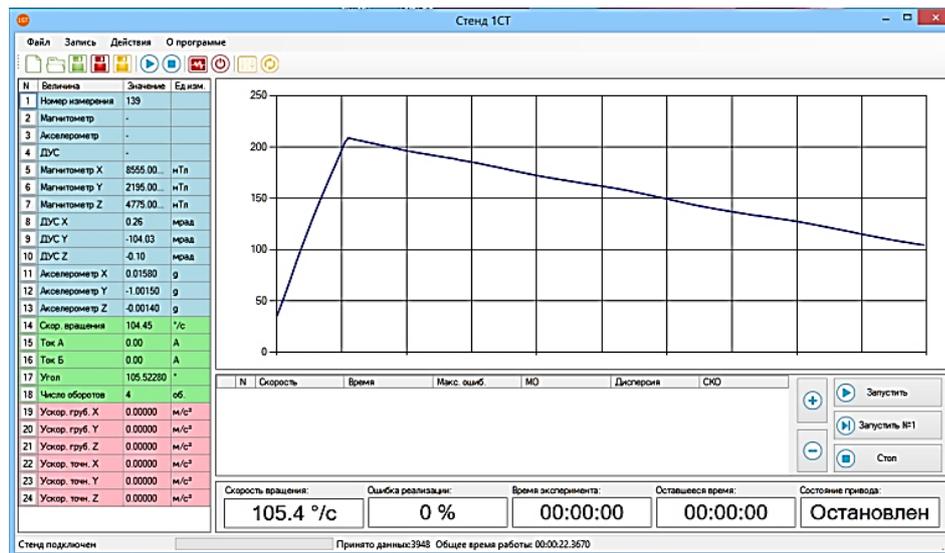


Рис. 3 – Интерфейс стенда 1-СТ для динамических испытаний БИЧЭ

### 1.3 Трехступенной стенд 3-СТ для динамических испытаний блоков инерциальных чувствительных элементов

Стенд 3-СТ предназначен для экспериментального исследования характеристик инерциальных чувствительных элементов, в т.ч. БИЧЭ, подвижного объекта (летательного аппарата).

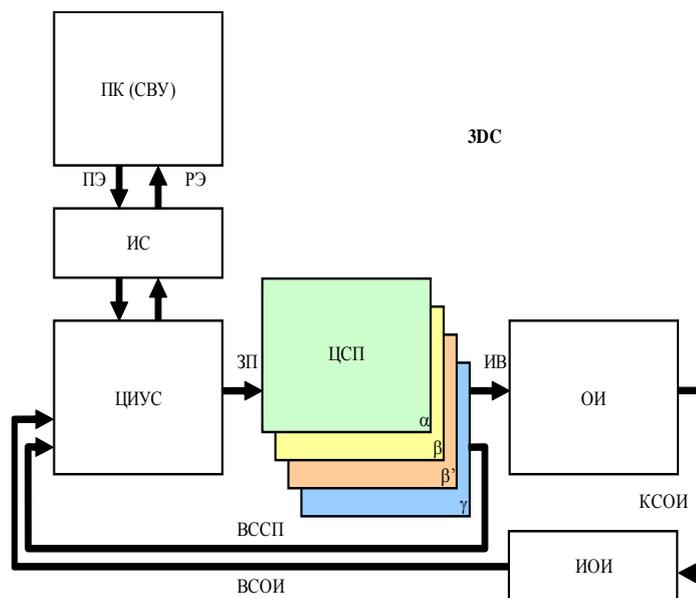


Рис. 1 – Программно-аппаратный комплекс для лабораторно-стендовых динамических испытаний БИЧЭ

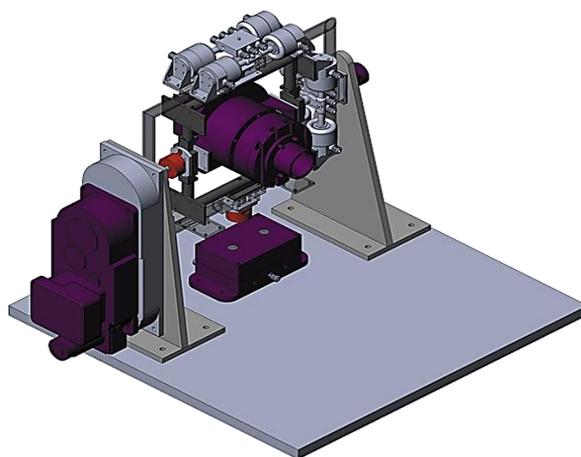


Рис. 2 – 3D-модель станда 3-СТ

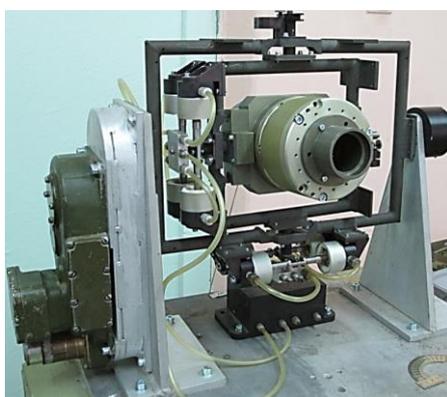


Рис. 3 – Общий вид станда 3-СТ

Станд 3-СТ обеспечивает получение экспериментальной информации в условиях вращения объекта по крену, колебаний и разворотов его по углам тангажа и рысканья по заданной программе:

- а) значения переменных состояния бортовой аппаратуры изделия по телеметрическому интерфейсу в реальном масштабе времени;
- б) проверку правильности реализации циклограммы задействования бортовых систем.

Станд интегрируется в комплекс полунатурного моделирования контура управления изделием и обеспечивает оценку динамических характеристик в лабораторных условиях.

Параметры станда:

- вращение изделия по крену с угловой скоростью в диапазоне от \_\_\_\_ °/с до \_\_\_\_ °/с с частотой квантования измерительных и управляющих сигналов не менее \_\_\_\_ Гц и программно задаваемых угловых скоростей вращения;
- погрешность воспроизведения угловой скорости вращения по крену - не более \_\_\_\_ % от заданной величины;
- погрешность измерения угловых скоростей не должна быть накапливаемой;
- погрешность измерения угла поворота платформы не должна превышать величины \_\_\_\_ °;
- максимальная скорость изменения частоты вращения по крену - не менее \_\_\_\_ об/с<sup>2</sup>;
- синусоидальные колебания изделия в горизонтальной и вертикальной плоскостях (раздельно и совместно) в диапазоне частот от \_\_\_\_ Гц до \_\_\_\_ Гц с амплитудой колебаний от 0 до \_\_\_\_ град с погрешностью воспроизведения угловых координат не более \_\_\_\_ %.

## ДИНАМИЧЕСКИЕ ИСПЫТАНИЯ ВЫСОКОТОЧНЫХ ПРИВОДОВ НАВЕДЕНИЯ И СТАБИЛИЗАЦИИ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ПРЕДЕЛЬНЫХ ОТКЛОНЕНИЙ

### 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Метод предельных отклонений (гарантированной точности (ГТ)) разработан для линейных стационарных СС. В этом методе для определения предельной на заданном классе ошибки слежения используется расширенная система (рис. 6). Вводится понятие гарантированной точности слежения, которая понимается как максимум модуля ошибки слежения СС за сигналами  $v(t)$  из заданного класса  $V$  на заданном интервале времени, который может быть и бесконечным:

$$\Gamma(V, T) = \max_{v(t) \in V} (\varepsilon(v(t), T)) = \max_{v(t) \in V} \max_{0 \leq t \leq T} |\varepsilon(t)|$$

Пусть имеется некоторая стационарная линейная динамическая система, которую будем называть "задающим устройством" (ЗУ). Начальные условия для ЗУ полагаются нулевыми, а входным сигналом может быть любая ограниченная по уровню функция времени  $u_{3y}(t)$ ,  $|u_{3y}| \leq 1$ .

Все возможные при этих условиях выходные сигналы ЗУ и образуют класс  $V$  достаточно гладких входных сигналов СС.

Вычисление ГТ является задачей об оптимальном управлении. Оно сводится к отысканию такой ограниченной функции времени  $u_{3y}(t)$ , при которой норма в смысле пространства  $C$  функции  $\varepsilon(t)$ , вычисляемой как отклик расширенной системы при нулевых начальных условиях, достигает максимума. На основе принципа максимума Понтрягина нетрудно установить, что такое управление в каждый момент времени может принимать только значения 1 или -1. Будем называть такой сигнал  $u_{3y}^*(t)$  релейным.

Для класса линейных стационарных СС сформулированная задача решена путем сведения ее к задаче Б.В. Булгакова о накоплении возмущений. В аналитическом виде получены функционал гарантированной точности  $\Gamma$  и экстремальный сигнал  $u_{3y}^*(t)$  на входе ЗУ, обеспечивающий накопление ошибки СС на заданном интервале времени:

$$\Gamma = \int_0^T |w(t)| dt, \quad u_{3y}^*(t) = \text{sign}[w(T-t)], \quad \text{где } w(t) = L^{-1}(W_{\varepsilon u}(p))$$

Структура и параметры ЗУ также определяются с использованием метода ГТ, исходя из заданных предельных значений амплитуд и скоростей и области достижимости на фазовой плоскости «скорость-ускорение» (для детерминированных входных сигналов), либо исходя из заданных спектральных плотностей (для случайных стационарных входных сигналов).

Рассмотрим методику испытаний высокоточных приводов наведения и стабилизации на основе метода предельных отклонений.

В виртуальном стенде на вход ЭСП подается сигнал углового рассогласования (ошибка сопровождения цели). Расширенная методика испытаний ЭСП помимо типовых тестирующих сигналов (ступенчатого, гармонического, линейно нарастающего) использует также специальные тест-сигналы, разгоняющие привод по ошибке.

Программа статистических испытаний ЭСП предусматривает на первом этапе подачу на вход ЗУ детерминированного тест-сигнала  $u_{3y}^*(t)$  и регистрацию максимальной динамической ошибки. Затем программа расширяется за счет использования стохастических тест-

сигналов, которые формируются на базе сигнала  $u_{3У}^*(t)$ . Потребность в таких тест-сигналах обусловлена тем, что МО ЭСП, используемое для формирования сигнала  $u_{3У}^*(t)$ , является линеаризованным, т.е. неполным, приближенным.

Первая разновидность стохастического тест-сигнала имеет релейную форму с длительностями интервалов постоянства (интервалов между моментами переключения реле), которые образуют последовательность независимых случайных величин. Причем случайные интервалы времени подчиняются экспоненциальному закону распределения и имеют среднее значение, равное среднему интервалу постоянства тест-сигнала  $u_{3У}^*(t)$ . Полка реле тест-сигнала равна максимально допустимому уровню сигнала на входе ЗУ.

Вторая разновидность стохастического тест-сигнала имеет типовую форму. Это, так называемый, «типовой входной случайный сигнал СС» с широкой полосой частот.

Совместное использование рассмотренных типов тест-сигналов повышает достоверность и надежность результатов динамических испытаний ЭСП.

### 1.2 Математическое обеспечение динамических испытаний

Рассмотрим виртуальные статистические испытания ЭСП в пакете Simulink системы Matlab.

Математическое обеспечение испытаний включает Simulink-схемы:

- 1) задающего устройства;
- 2) вычисления ГТ;
- 3) формирования детерминированного и стохастических тест-сигналов;
- 4) виртуального испытательного стенда.

В состав обеспечения входят пользовательские программы (m-файлы), выполняющие функции:

- 1) формирования детерминированного тест-сигнала  $u_{3У}^*(t)$ ;
- 2) расчета среднего значение интервала постоянства сигнала  $u_{3У}^*(t)$ ;
- 3) формирования стохастического тест-сигнала релейной формы;
- 4) формирования «типового входного случайного сигнала СС».

Рассмотрим ЗУ для ЭСП в виде соединения колебательного звена и интегратора. ЗУ, при подаче на его вход «типового входного случайного сигнала СС», формирует класс входных сигналов  $V$  (либо случайный процесс с заданной спектральной плотностью) (см. рис. 7, 8). ЗУ соответствует нерегулярной качке носителя, которая должна парироваться системой стабилизации оптического поста, реализованной на базе ЭСП

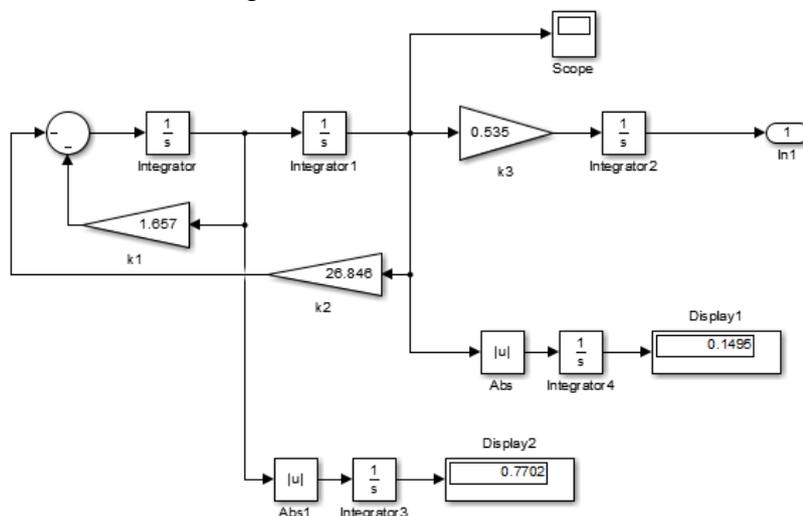


Рис. 1. Структурная схема ЗУ на трёх интеграторах

Примечание.

На рис. 1 начальное условие на первом интеграторе ненулевое. На дисплеях 1 и 2 зарегистрированы, соответственно, максимальные скорость и ускорение в точках пересечения с осями координат границы области достижимости входного сигнала на плоскости «скорость-ускорение».

Вид графика спектральной плотности скорости случайного процесса  $V(t)$  на выходе ЗУ при подаче на его вход широкополосного «типичного входного случайного сигнала СС» представлен на рис. 8.

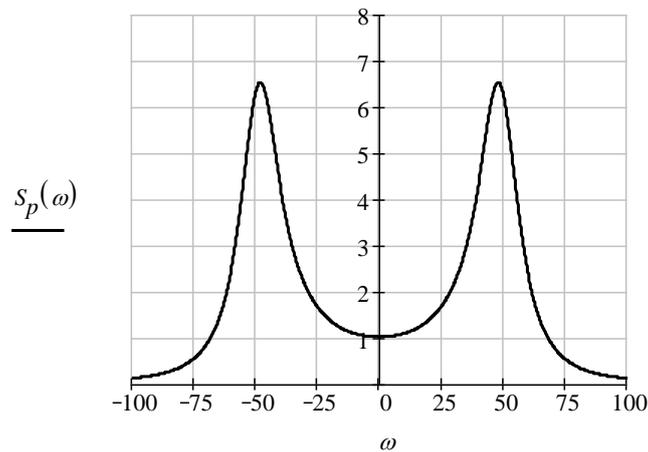


Рис. 2. График спектральной плотности скорости нерегулярной качки

Листинг m-файла, определяющего последовательность операций (технологический процесс) испытаний на динамическую точность ЭСП в виртуальном стенде:

```
dannye;  
run ('model');  
Get_TS;  
Schet;  
A = typical_12 (2,5000,10,nu/1,0,1,'rela');  
B = typical_12 (2,5000,10,nu/10,0,1,'unif',1);  
run ('model_2');
```

Листинг m-файла, задающего данные:

```
global Ce Kfu R Tn Cm L Td q ftrd Kdef Cr ftrn K1 K2 K3 mt Gtc Ku Kzu Tzu ksi  
global FF FF1  
K1dv=1.1417681919999999e+002;  
K2dv=5.844784515447536e-006;  
K3dv=0.00459962524030;  
Rdv=0.94156705432536;  
Cedv=-44.25308490313896;
```

Листинг m-файла, формирующего детерминированный тест-сигнал FF1 релейной формы:

```
global Ce Kfu R Tn Cm L Td q ftrd Kdef Cr ftrn K1 K2 K3 mt Gtc Ku Kzu Tzu ksi FF ES  
FF1  
sim('TestSignal');  
FF.time = ES.time;  
FF.signals(1,1).values = obrat(ES.signals(1,1).values,1);  
FF1.signals(1,1).values = FF.signals(1,1).values;  
for i = 1:size(FF.time,1)
```

```

    FF1.time(i)=FF.time(i);
end

FF1.time = ES.time;
tmp = size(ES.time,1);
for i=1:size(tmp, 1)
    tmp(i)=tmp(size(tmp,1)-i+1);
end
FF1.signals(1,1).values = tmp;
FF1.signals(1,1).values = FF.signals(1,1).values;
for i = 1:size(FF.time,1)
    FF1.time(i)=FF.time(i);
end

```

Листинг m-файла, предназначенного для расчета по результату работы файла, формирующего детерминированный тест-сигнал FF1, средней частоты его переключений, т.е. среднего времени  $T_S$  смены знака весовой функции  $w(T-t)$  расширенной системы:

```

j=0;
i=0;
b=size(FF1.signals.values,1)-1;
for i=1:b
    if ((FF1.signals.values(i+1,1)>0)&(FF1.signals.values(i,1)<0))
        j=j+1;
    elseif ((FF1.signals.values(i+1,1)<0)&(FF1.signals.values(i,1)>0))
        j=j+1;
    end
    i=i+1;
end
nu=FF1.time(length(FF1.time),1)/j;
T='Средняя продолжительность интервала=';
disp([T,num2str(nu)]);

```

Проиллюстрируем подготовку и проведение испытаний ЭСП.

Simulunk-схема, соответствующая расширенной системе (см. рис. 6), используется для получения ИПХ и вычисления критерия ГТ в соответствии с выражением (1):

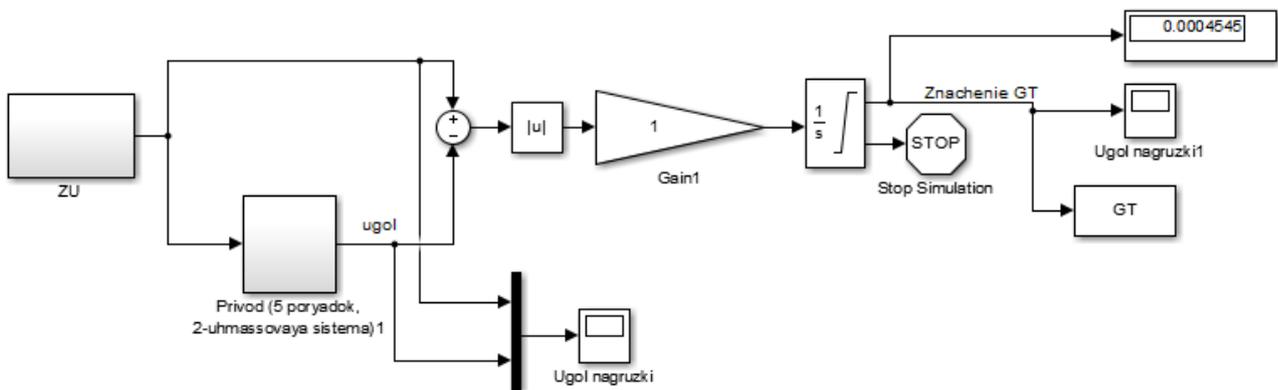


Рис. 3. Simulunk-схема для вычисления ИПХ и критерия ГТ

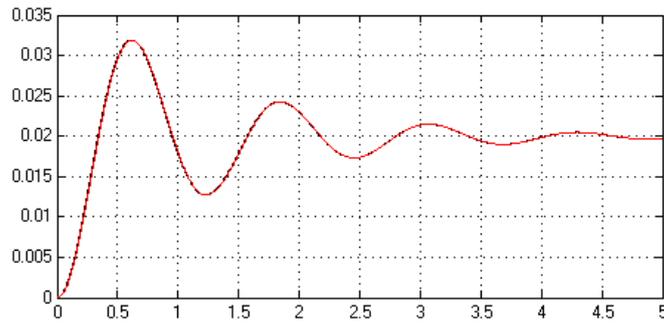


Рис. 4 ИПХ расширенной системы (соединения ЗУ и ЭСП)

Значение ГТ ЭСП, рассчитанное в соответствии с выражением (1),  
 $\Gamma T = 0.0004545$  рад.

Перейдем к формированию «разгоняющего» релейного сигнала FF1 для входа ЗУ. FF1 определяется выражением

$$u_{\text{ЗУ}}^*(t) = \text{sign}(w(T-t))$$

Файл, формирующий детерминированный тест-сигнал FF1, в процессе работы запускает Simulink-схему, которая моделирует реакцию расширенной системы на дельта-функцию  $\delta(t)$  (рис.11). Вычисляется ИПХ  $w(t)$  и на ее основе строится релейный сигнал ES в прямом времени. ES отправляется в рабочее пространство Matlab, где он преобразуется в обратном времени  $(T-t)$  для получения FF1.

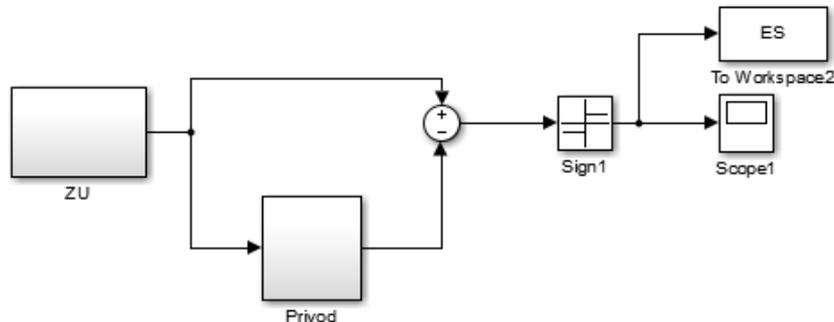


Рис. 5. Схема формирования релейного сигнала ES в прямом времени

Примечание. В схеме на рис. 5 для моделирования импульсного воздействия  $\delta(t)$  на входе расширенной системы используется единичное начальное условие на первом интеграторе ЗУ. Интервал интегрирования  $[0, T]$ , где  $T$  – время затухания ИПХ расширенной системы,  $T_i = 30$  с.

Файл, который преобразует сигнал ES в обратном времени, имеет вид

```
function Myobrat = obrat(input, k)
global tmp;
tmp = input;
for i=1:size(input, k)
    tmp(i)=input(size(input, k)-i+1);
end
Myobrat = tmp;
```

Детерминированный релейный тест-сигнал FF1 подается на вход ЗУ в виртуальном стенде (Simulink-схеме) для испытаний ЭСП на динамическую точность (рис. 12).

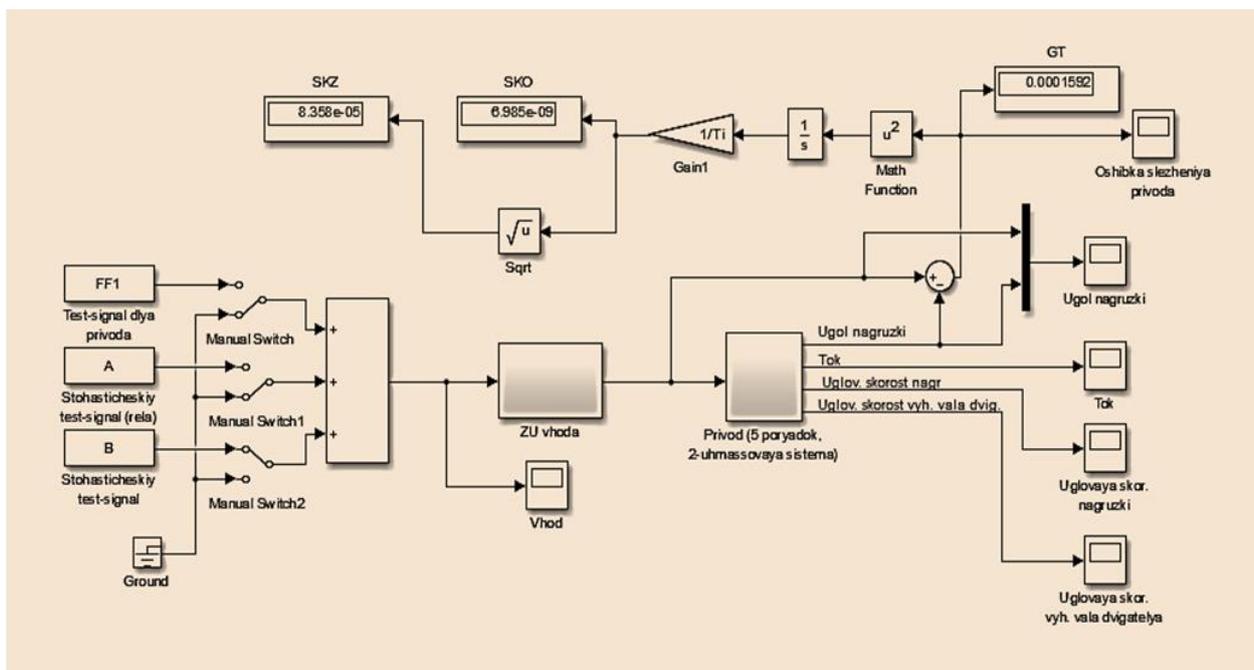


Рис.12. Виртуальный стенд для динамических испытаний ЭСП

Примечание.

Simulink-схема для испытаний ЭСП содержит дисплей SKO среднего по времени квадрата ошибки и дисплей SKZ среднеквадратичного значения ошибки, а также дисплей, регистрирующий максимальную ошибку в конечный момент времени интегрирования (для случая испытания ЭСП на тест-сигнал FF1). Это позволяет сравнивать среднеквадратичное и предельное значения ошибки.

Тест-сигнал FF1 разгоняет испытуемый ЭСП в стенде до предельной ошибки слежения на заданном классе входных сигналов  $V$  в конечный момент времени наблюдения (интегрирования)  $T_i = 30$  с. (где  $T$  – время затухания ИПХ расширенной системы)

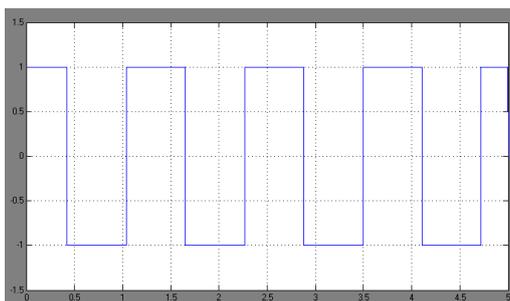


Рис 12. Детерминированный тест-сигнал FF1

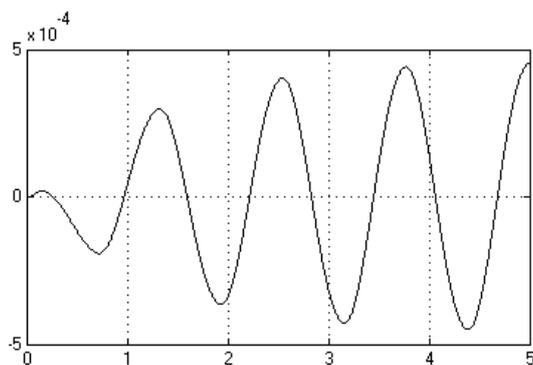


Рис.13. Оциллограмма накопления ошибки  $\varepsilon(t)$  линейной моделью ЭСП

Достигнутое в конечный момент времени интегрирования  $T_i = 30$  с. значение ГТ слежения ЭСП на классе входных сигналов  $V$  составило:

$$\text{ГТ} = 0.0004545 \text{ рад.}$$

Как и следовало ожидать, оно совпало с ранее вычисленным значением ГТ по схеме на рис. 9. Достигнутое значение ГТ гарантирует высокую динамическую точность испытуемого ЭСП на заданном с помощью ЗУ классе входных сигналов  $V$  произвольной формы.

Рассмотрим испытания нелинейного ЭСП. В Simulink-схему «Model 3» введём нелинейность типа «люфт редуктора» (см. рис.14). В ЭСП из-за люфта возникает автоколебательный режим слежения. При этом на медленно изменяющийся полезный сигнал накладывается высокочастотные вибрации (рис. 15).

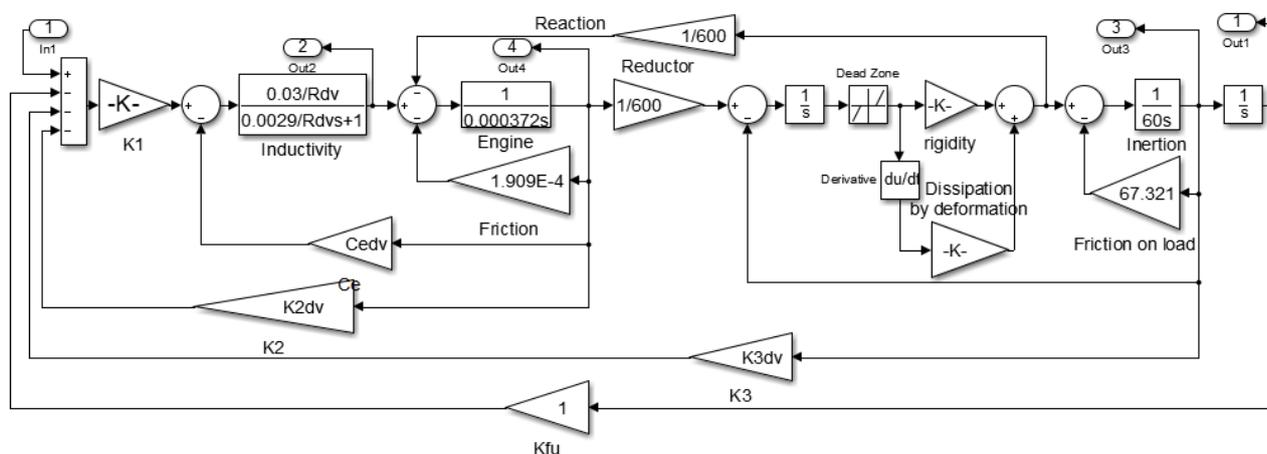


Рис.14. Нелинейная модель привода с люфтом

Расширенная программа испытаний нелинейного ЭСП предусматривает подачу на входе ЗУ трех тест-сигналов:

- 1) сигнал FF1 (детерминированный, релейной формы):

Реакция автоколебательного ЭСП на сигнал FF1 позволяет оценить предельную динамическую ошибку нелинейного привода на интервале наблюдения 30 с, равную 6 мрад.

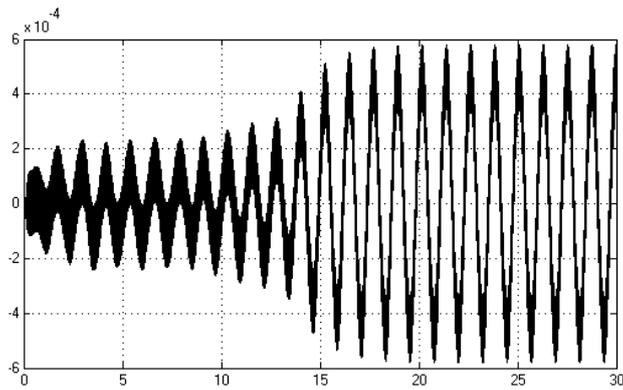


Рис. 15. Реакция нелинейного ЭСП на тест-сигнал FF1

Из осциллограммы на рис. 15 видно, что нелинейный автоколебательный ЭСП реагирует на тест-сигнал FF1 подобно линейному приводу. Имеет место накопление ошибки слежения.

2) сигнал A (случайный центрированный тест-сигнал релейной формы):

- средний интервал постоянства  $T_S = nu$ ,
- форма сигнала – *rela* ;
- уровень сигнала 1.

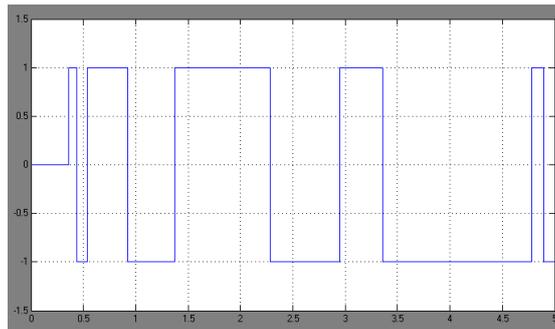


Рис.13. Реализация случайного тест-сигнала релейной формы

Реакция по ошибке автоколебательного ЭСП на сигнал A имеет вид

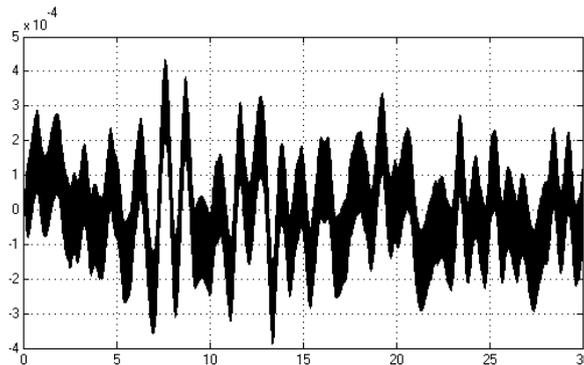


Рис.14. Реакция нелинейного ЭСП на случайный тест-сигнал A релейной формы

Как видим, сигнал на рис. 11 имеет среднюю частоту равную средней частоте детерминированного тест-сигнала FF1.

3) сигнал B («Типовой случайный входной сигнал СС»):

- средний интервал постоянства  $T_S = nu/100$ ;
- форма сигнала – *unif* ;
- максимальный уровень сигнала 1.

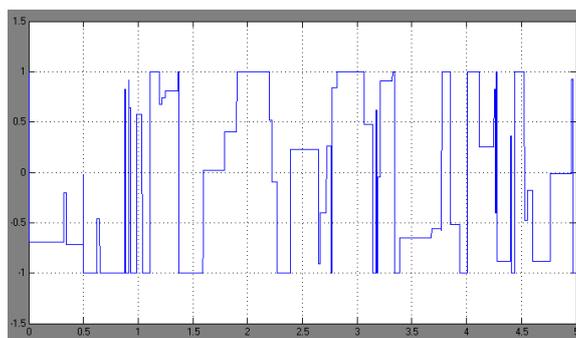


Рис.15. Реализация тест-сигнала «Типовой случайный входной сигнал СС»

Уровни постоянства и интервалы длительности постоянства сигнала  $V$  представляют собой последовательности независимых случайных величин.

Реакция по ошибке автоколебательного ЭСП на сигнал  $V$  имеет вид

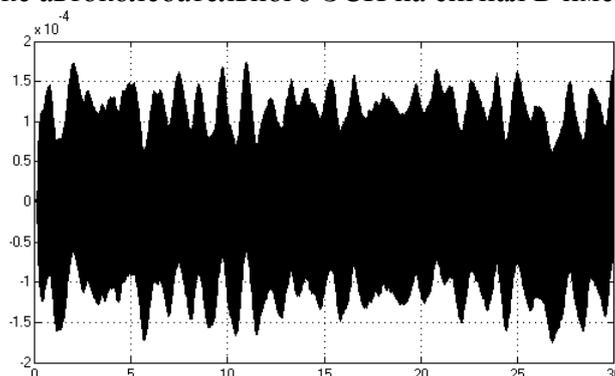


Рис.16. Реакция нелинейного ЭСП на случайный тест-сигнал  $V$

### Выводы по работе

1. Сравнивая оценки динамической точности линейной и нелинейной моделей ЭСП можно сделать вывод, что линейная модель достаточно полно описывает автоколебательный привод с люфтом. Рассчитанный по линейной модели детерминированный тест-сигнал обеспечивает разгон до предельной ошибки на заданном классе входных сигналов  $V$  как линейного, так и нелинейного ЭСП.

2. Стохастические тест-сигналы, построенные на основе рассчитанного по линеаризованной модели тест-сигнала, повышают надежность результатов точностных испытаний нелинейных систем, но требуют массовости испытаний (многократных запусков стенда) и большого времени наблюдения.

3. Сравнение среднеквадратичного по времени и предельного значений ошибки показывает, что последнее существенно больше. Таким образом, классический критерий СК не контролирует диапазон мгновенной ошибки привода.

4. Рациональная методика испытаний ЭСП в виртуальном стенде помимо типовых тестирующих сигналов (ступенчатого, гармонического, линейно нарастающего) использует специальные тест-сигналы, разгоняющие привод до максимальной ошибки. Это позволяет экспериментально отрабатывать в стенде регулятор ЭСП с контролем диапазона динамической ошибки на заданном классе сигналов, а не только с контролем среднеквадратичного её значения.

5. Достоинством методики является то, что она повышает надежность экспериментальных оценок точности ЭСП, причем при уменьшении потребного объема испытаний. Методика приближает лабораторно-стендовые испытания к реальным условиям эксплуатации привода, т.е. к условиям неопределенного (произвольного) характера входного сигнала из заданного класса.

## СТАТИСТИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЛИНЕЙНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

### 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

#### 1.1 Постановка задачи идентификации

Идентификацией называется определение структуры и параметров формализованной математической модели (математического описания) систем управления (СУ), обеспечивающих наилучшее совпадение выходных координат модели и объекта (оригинала) при одинаковых входных воздействиях.

Исходной информацией при использовании методов идентификации являются результаты экспериментального исследования СУ в лабораторном стенде или в условиях эксплуатации.

Задачи идентификации можно разделить на две группы:

- 1) структурная идентификация – определение модели объекта, когда предварительная информация об его структуре отсутствует или очень мала;
- 2) параметрическая идентификация – при известной структуре модели по экспериментальным данным определяются некоторые либо все её параметры.

В данной работе рассмотрим первую из задач, в частности, определение импульсной переходной характеристики (ИПХ) или весовой функции линейной стационарной СУ.

Специфика линейной динамической системы состоит в том, что ее динамика однозначно определяется реакцией на единичное импульсное воздействие.

Зависимости, которые взаимно однозначно связывают ИПХ с другими типами описания линейной СУ (в том числе с амплитудной и с фазовой частотными характеристиками; с моделью в виде дифференциальных уравнений; с моделью в виде передаточной функции) даны в теории автоматического управления.

Задание ИПХ однозначно определяет поведение выхода  $y(t)$  при детерминированном входном возмущении  $x(t)$  следующим образом

$$x(t) = \int_0^t w(\tau) \cdot y(t - \tau) d\tau, \quad (1)$$

где  $x(t) = 0$  при  $t < 0$  (т.е. до подачи входа объект находился в состоянии покоя).

Это выражение носит название интеграла свертки. Из формулы (1) видно, что для определения ИПХ  $w(\tau)$ , строго говоря, необходимо иметь измерения входа объекта  $y(t)$  за все время его существования, т. е. в пределах от  $t = 0$  до  $t = \infty$ . Однако весовая функция устойчивой СУ обладает очевидным свойством  $\lim_{t \rightarrow \infty} w(t) = 0$ . Поэтому для инженерной

оценки ИПХ достаточно рассмотреть ее на отрезке времени  $[0, T_w]$ , где  $T_w$  – момент времени, начиная с которого ИПХ не выходит из 5%-ого коридора, т.е.  $|w(t)| \leq 0.05 \cdot w_{\max}$  при  $t > T_w$ .

#### 1.2 Статистическая идентификация линейных стационарных систем

Рассмотрим уравнение Винера-Колмогорова-Хопфа:

$$R_{xy}(t) = \int_0^{\infty} w(\tau) R_{yy}(t - \tau) d\tau. \quad (2)$$

Это уравнение позволяет по известным автокорреляционной функции  $R_{yy}(t)$  случайного сигнала на входе  $Y(t)$  объекта и взаимной корреляционной функции  $R_{xy}(t)$

между выходом  $X(t)$  и входом  $Y(t)$  найти ИПХ  $w(\tau)$ .

Преимуществом *статистического* метода идентификации ИПХ, основанного на уравнении (2), по сравнению с обычным методом, требующим решения интегрального уравнения (1), является его *помехоустойчивость*.

Из уравнения (2) следует, что, если  $R_{yy}(t)$  имеет дельтообразный характер

$$R_{yy}(t) = 2\pi\sigma_y^2 \cdot \delta(t), \quad (3)$$

т.е. входной сигнал является белым шумом, то определение ИПХ линейного стационарного объекта упрощается:

$$\int_0^{\infty} w(\tau) \cdot 2\pi\sigma_y^2 \cdot \delta(t - \tau) d\tau = 2\pi\sigma_y^2 \cdot w(t) \text{ или}$$

$$w(t) = \frac{1}{2\pi\sigma_y^2} R_{xy}(t), \quad (4)$$

где  $\sigma_y^2$  — мощность белого шума.

Рассмотрим получение взаимной корреляционной функции  $R_{xy}(t)$ . Для центрированных *стационарных эргодических* процессов  $Y(t)$  и  $X(t)$  имеем зависимость для расчета взаимной корреляционной функции:

$$R_{yx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T y(t) \cdot x(t + \tau) dt. \quad (5)$$

С учетом свойства  $R_{yx}(-\tau) = R_{xy}(\tau)$  получаем зависимость, используемую при расчете правой части выражения (4):

$$R_{xy}(\tau) = R_{yx}(-\tau) \cong \frac{1}{2T} \int_{-T}^T y(t)x(t - \tau) dt = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T y(t - \tau)x(t) dt. \quad (6)$$

Будем использовать экспериментальную оценку взаимной корреляционной функции:

$$\widehat{R}_{yx}(-\tau_i) = \frac{1}{T - \tau_i} \int_{\tau_i}^T y(t - \tau_i)x(t) dt. \quad (7)$$

Окончательно получаем зависимость для идентификации ИПХ:

$$w(t) = \frac{1}{\sigma_y^2} \left( \frac{1}{T - \tau_i} \int_{\tau_i}^T y(t - \tau_i)x(t) dt \right). \quad (8)$$

Таким образом, при подаче на вход объекта сигнала белого шума взаимная корреляционная функция входа и выхода с точностью до постоянного множителя совпадает с весовой функцией объекта.

На этом факте основывается метод, получивший название *корреляционного*. Причем, так как состояние входа объекта управляется специальным образом, то такой метод идентификации называют *активным*.

Вычисление среднего значения произведения двух ординат осциллограмм  $y(t - \tau)$  и  $x(t)$ , находящихся друг от друга на расстоянии  $\tau$ , производится в стенде с помощью специального прибора – коррелятора. При этом, чем меньше шаг квантования, тем выше точность оценки ИПХ объекта.

В автоматизированном лабораторном стенде, содержащем натуральный образец системы, коррелятор и ГБШ могут быть реализованы на ПЭВМ стенда.

В литературе приводятся структуры математических моделей и соответствующие им ИПХ. Это позволяет подобрать структуру модели для экспериментально полученной ИПХ.

Активный метод идентификации связан с подачей специальных тестовых сигналов на вход исследуемого объекта. Такой эксперимент может быть реализован как в режиме эксплуатации (нормальной работы) объекта, так и при лабораторно-стендовых испытаниях объекта. В первом случае тестовый сигнал от генератора тестовых сигналов (ГТС) добавляется к рабочему сигналу, а во втором случае – на объект подается лишь тестовый сигнал.

Схема активного метода идентификации представлена на рисунке. Заметим, что не на все объекты в режиме эксплуатации можно подавать дополнительные возмущающие воздействия.

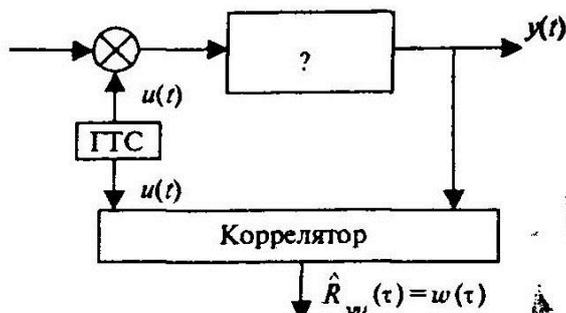


Рис. 1. Схема алгоритма активной идентификации в режиме эксплуатации объекта

### 1.3 Виртуальный идентификатор

Объектом исследования данной лабораторной работы служит *виртуальный* идентификатор, реализованный в системе Matlab в машинном масштабе времени. В качестве объекта идентификации выступают типовые элементы СУ (апериодическое и колебательное звено).

Пример 1. Объект – апериодическое звено.

Объект идентификации – звено  $W(p) = \frac{k}{Tp + 1}$ .

Simulink-схема вычисления произведения, стоящего под интегралом в выражении (8) и вычисления самого интеграла, имеет вид:

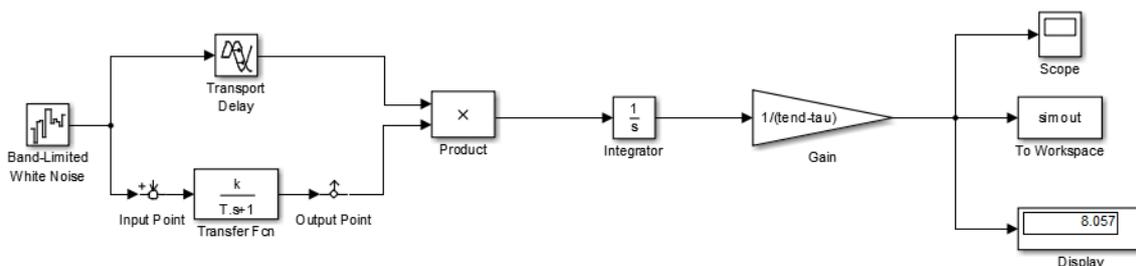


Рис. 1.2. Simulink-схема виртуального идентификатора

Мощность белого шума равна 1, время выборки 0.00001 с.  
Эталонная ИПХ апериодического звена имеет вид:

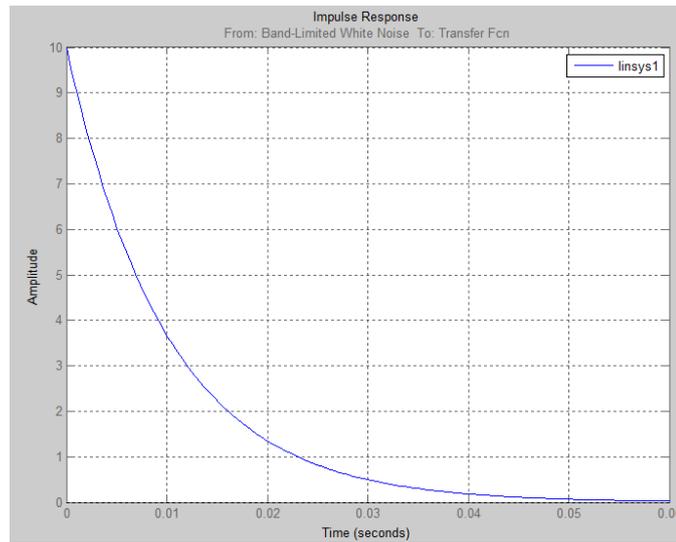


Рис. 1.3. Эталонная ИПХ аperiodического звена

Результаты работы идентификатора:

$\tau_i$	0.00005	0.0001	0.0005	0.001	0.0015	0.002
$w(\tau_i)$	11.3930	10.7032	11.2560	11.0222	9.8706	10.4868

$\tau_i$	0.003	0.005	0.01	0.02	0.03	0.04
$w(\tau_i)$	9.4816	8.3964	3.7445	1.9874	0.6988	0.3414

Ниже на графиках приведены экспериментальная ИПХ (ломанная линия), получившаяся в результате идентификации, и график ее кубической интерполяции.

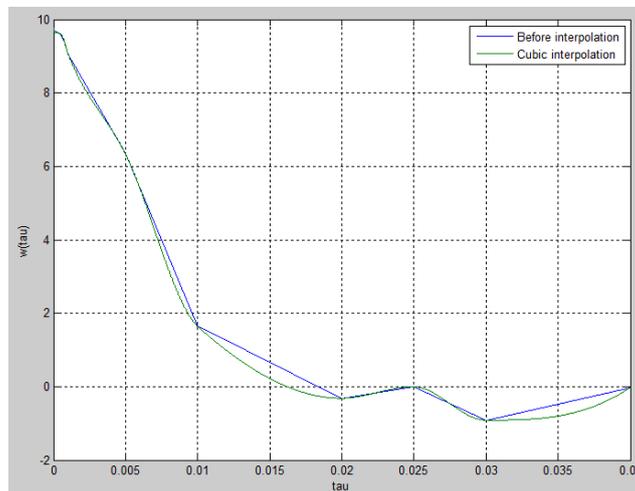


Рисунок 1.4. Кубическая интерполяция экспериментальной ИПХ

Пример 2. Объект – колебательное звено

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\xi Tp + 1}$$

Параметры звена:  $k = 0.1$ ,  $T = 0.01$ ,  $\xi = 0.45$ .

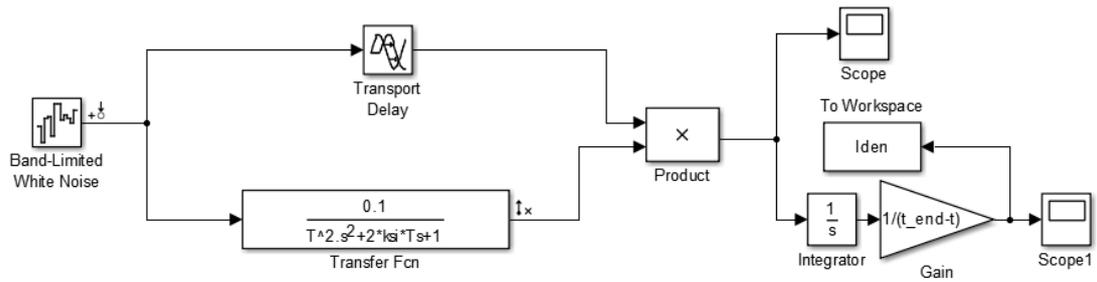


Рисунок 1.5. Simulink-схема виртуального идентификатора

Эталонная ИПХ звена имеет вид:

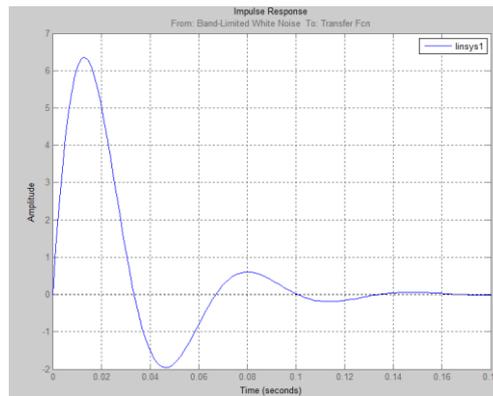


Рисунок 1.6. Эталонная ИПХ колебательного звена

Экспериментальные данные:

$\tau_i$	0.0001	0.0005	0.001	0.005	0.01	0.05	0.075	0.1	0.15
$w(\tau_i)$	-2.2144	-2.0571	-1.6623	2.3809	4.5017	-1.3519	0.1552	0	0

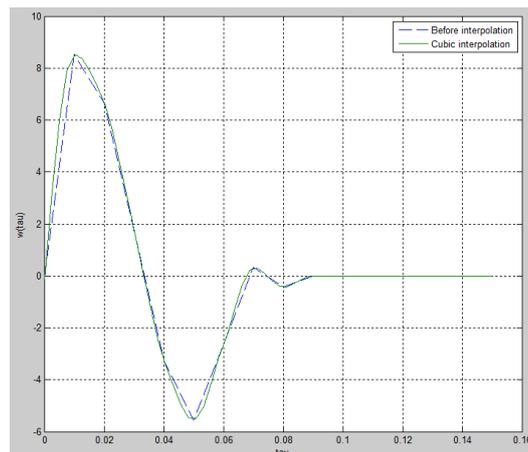


Рисунок 1.7. Интерполяция сплайном экспериментальной ИПХ

На графиках приведены кривая, получившаяся в результате идентификации, и график ее интерполяции сплайном.

### ЗАДАНИЕ НА РАБОТУ

1. Построить виртуальный идентификатор.
2. Идентифицировать весовую функцию динамического объекта корреляционным методом.
3. Оценить ошибку идентификации.

### ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Выполнить сборку идентификатора с использованием библиотеки Simulink.

Примечание. Регулируемое запаздывание на величину  $\tau_i$  реализуется блоком Transport Delay. Этот блок обеспечивает задержку сигнала на заданное количество шагов модельного времени.

2. Задать параметры белого шума (мощность, время выборки, исходное зерно). Примечание: уменьшение времени выборки повышает точность идентификации. Это особенно важно для медленно затухающих характеристик.

3. Выполнить моделирование схемы  $n$  раз ( $n = 10-15$ ). Данные накапливаются в рабочей области Matlab.

4. Вычислить определённый интеграл (8).

6. Выполнить интерполяцию экспериментальных данных.

По результатам интегрирования и интерполяции экспериментальных данных строится график, вид которого соответствует ИПХ объекта.

7. Получить график эталонной ИПХ по известной передаточной функции объекта. Сравнить эталонную ИПХ с результатом идентификации и оценить ее точность.

### ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ ОТЧЕТА

Отчет должен содержать: постановку задачи идентификации; схему идентификатора; таблицы данных; графики эталонной и экспериментальной ИПХ.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое идентификация объекта?
2. Как классифицируются задачи идентификации?
3. В чем состоит математическая постановка задачи идентификации?
4. Что такое активный метод идентификации?
5. Что такое пассивный метод идентификации?
6. От чего зависит точность идентификации?
7. Какую корреляционную функцию имеет белый шум?
8. В чем суть статистического (корреляционного) метода идентификации? В чем его достоинство?
9. Что является исходной информацией для идентификации?
10. Какие элементы содержит идентификатор?
11. Как используется свойство эргодичности случайных процессов?
12. Для чего применяется процедура интерполяции?
13. От чего зависит точность идентификации?
14. Для чего используется ИПХ?

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ ГАЗОВОЙ СИЛОВОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ. ИЗУЧЕНИЕ КОНСТРУКЦИИ СТЕНДА ДЛЯ ИСПЫТАНИЙ

### 1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ РАБОТЫ

Цель работы – экспериментальное исследование влияния на динамику и точность автоколебательной газовой силовой системы управления (ГССУ) амплитуды и частоты гармонического входного сигнала, а также флуктуаций параметров системы.

Достижение поставленной цели связано с решением следующих задач:

- построение схемы моделирования релейной ГССУ;
- определение зависимости амплитуды и частоты автоколебаний от параметров входного сигнала и параметров системы;
- построение схемы моделирования ГССУ с блоком вычисления амплитуды и фазового сдвига первой гармоники выходного сигнала;
- построение экспериментальных частотных характеристик ГССУ по первой гармонике выходного сигнала;
- оценка точности ГССУ по фазовому сдвигу, вносимому системой на частоте полезного сигнала;
- оценка степени сглаживания (фильтрации) вибрационной составляющей колебаний руля в контуре телеуправления ракетой.

### 2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

#### 2.1. Вводные замечания

Автоколебания, сопровождающие процесс управления, свойственны многим нелинейным системам, в частности, релейным, с логическим управлением и др.

К статическим нелинейностям рулевого привода относятся: ограничение фазовых координат, гистерезис в электромагнитной подсистеме, сухое трение и люфт в механической подсистеме и др. Нелинейности негативно сказываются на динамике и точности рулевых приводов и их влияние стремятся уменьшить. Для этой цели в приводе с релейным регулятором организуется вибрационный режим одного из следующих видов:

- автоколебательный;
- широтно-импульсной модуляции;
- скользящий.

Высокочастотные колебания обеспечивают вибрационное сглаживание и вибрационную линеаризацию нелинейной системы по медленно изменяющемуся полезному сигналу. Эквивалентная в режиме слежения линейная система используется для синтеза закона управления. При этом используются хорошо развитые методы линейной теории, например, частотные методы.

Практически важно, что в релейных приводах транзисторы импульсного усилителя мощности работают в ключевом режиме (“открыт-закрыт”). Это в сравнении с линейным законом управления обеспечивает высокий коэффициент полезного действия усилителя и упрощает систему охлаждения. Кроме того, в гидравлических и газовых приводах высокочастотные колебания давления и расхода рабочего тела препятствуют засорению дросселей смолами и продуктами горения пороха.

#### 2.2 Особенности функционирования рулевых приводов

Характерной особенностью релейных приводов является то, что в них возникают незатухающие свободные периодические колебания, называемые автоколебаниями. Автоколебания являются установившимся процессом, который возникает в автономной системе, когда входной сигнал отсутствует либо представляет собой постоянную величину.

Для многих релейных систем автоколебания являются рабочим режимом. Поэтому при проектировании таких систем большое внимание уделяется исследованию возникающих в них автоколебаний. Однако в газовом рулевом приводе с пропорциональным управлением также могут возникать автоколебания, когда в нем имеются люфт, сухое трение, ограничения координат (например, в газораспределительном устройстве).

Автоколебательный рулевой привод (РП) может быть с двухпозиционным или трехпозиционным релейным управлением.

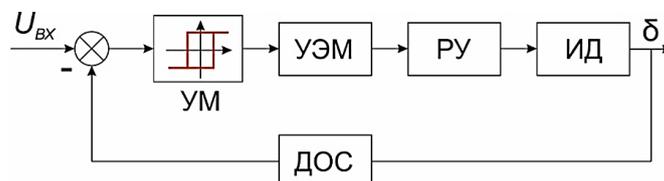


Рисунок 1 – Автоколебательный РП с двухпозиционным управлением

Для автоколебательных рулевых приводов характерно следующее соотношение между амплитудой автоколебаний и максимальных отклонение руля (рис. 2)

$$\frac{\delta_a}{\delta_m} = 0,2 \dots 0,8$$

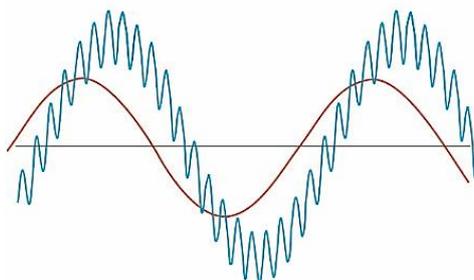


Рисунок 2 – Осциллограммы отработки полезного гармонического сигнала автоколебательным рулевым приводом:

- задающий сигнал (красная линия);
- колебания руля (синяя линия).

Из рис. 2 видно, что процесс на выходе рулевого привода содержит полезную медленную и автоколебательную быструю (вибрационную) составляющие. Система обрабатывает полезный входной сигнал с фазовым сдвигом, который зависит от частоты и амплитуды входного сигнала.

При подаче на вход релейной системы периодического сигнала (как правило, пилообразной формы) от внешнего генератора, последний может подавить автоколебания и осуществить принудительную синхронизацию (рис. 3).

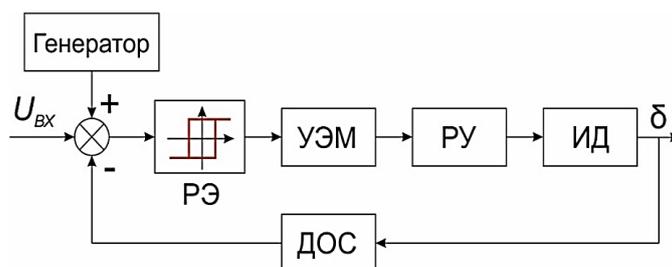


Рисунок 3 – РП с внешним генератором

В этом случае в релейной системе возникают периодические колебания, частота которых совпадает с частотой входного сигнала. При этом система работает в режиме вынужденных колебаний. При исследовании релейных систем режиму вынужденных колебаний также уделяется большое внимание, так как в одних системах его возникновение недопустимо и, следовательно, необходимо исключить возможность его появления, а в ряде практически важных случаев данный режим используется в качестве рабочего.

## 2.2 Постановка задачи моделирования динамических испытаний газового рулевого привода

### 2.2.1 Построение принципиальной схемы рулевого привода

Общий вид РП с пороховым аккумулятором давления (ПАД) дан на рис. 4.



Рисунок 4 – Общий вид РП с ПАД

Принципиальная схема ГССУ представлена на рис. 5.

Газораспределительное устройство (ГРУ) 5 реализовано по типу «сопло-шарик-заслонка». Электронный усилитель 6 имеет три составляющие части:

- устройство, выделяющее сигнал рассогласования ( $U_g - U_{oc}$ );
- усилитель сигнала рассогласования по напряжению (может быть линейным либо релейным; линейный усилитель характеризуется коэффициентом передачи  $K_Y$ );
- усилитель мощности, который вместе с электромагнитом 7 образует единую динамическую систему – электромеханический преобразователь (ЭМП).

ЭМП управляет ГРУ. В представленной схеме использован нейтральный электромагнит.

Рулевой тракт ГССУ имеет электрическую обратную связь. Для повышения надежности потенциометр датчика обратной связи сдвоен.

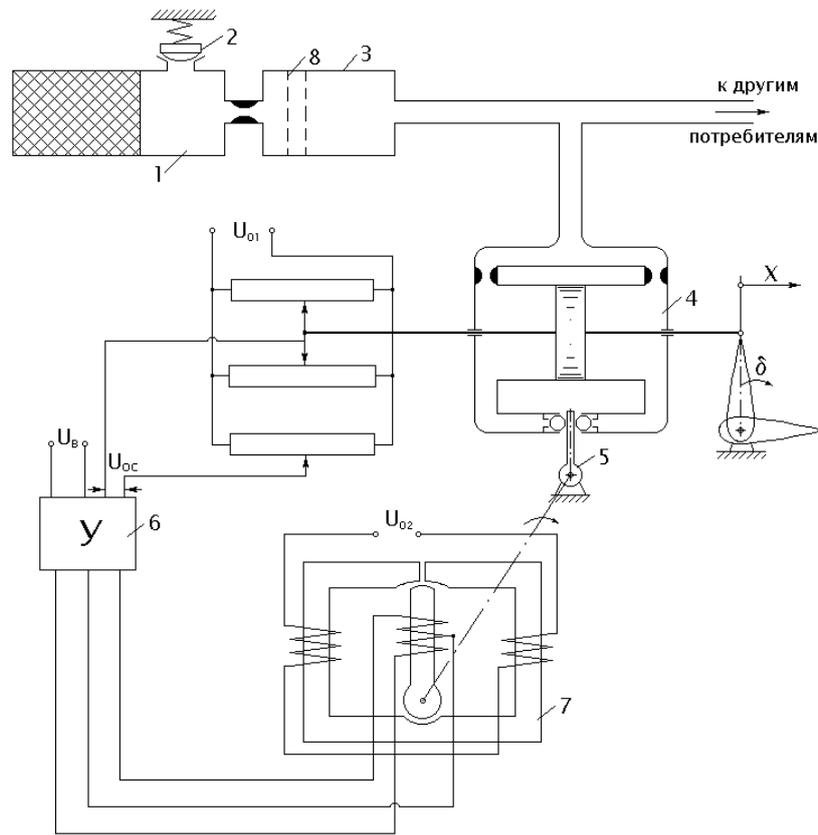


Рисунок 5 – Принципиальная схема системы: 1 - генератор газа; 2 - сбросовый клапан; 3 - ресивер; 4 - двигатель; 5 - газораспределительное устройство; 6 - усилитель; 7 - электромагнит; 8 - фильтр очистки

### 2.2.2 Построение математического описания функционирования рулевого привода

Построим математическое описание (МО) функционирования газового РП в переходных и установившихся режимах функционирования. При допущении о равенстве температуры газа в ресивере и рабочих полостях получаем нелинейное МО функционирования релейного РП во всех возможных режимах функционирования



коэффициент позиционной нагрузки (жесткость пружины);  $k$ ,  $R$  - показатель адиабаты и газовая постоянная;  $K_y$ ,  $K_{oc}$  - коэффициенты усиления сигнала рассогласования  $U_\varepsilon$  и сигнала обратной связи  $U_{oc}$ , соответственно;  $\tau_s$  - время эквивалентного запаздывания ЭМП;  $(t_T - t_0)$  - время функционирования;  $p_{m1,2}$ ,  $T_{m1,2}$ ,  $V_m$  - параметры границы рабочей области фазового пространства системы.

Отметим, что данное МО отражает как критические, так и докритические режимы течения газа через дроссели. МО отражает релейный режим работы ГРУ с учетом зоны неоднозначности (гистерезиса). В РП реализован принцип управления по отклонению, для чего в систему введена отрицательная обратная связь по положению руля.

Вид входного задающего воздействия (полезного сигнала)  $U_{ex}(t)$  может быть:

- ступенчатым (либо прямоугольный импульс) – в режиме переборки руля;
- гармоническим – в режиме слежения.

Силовая часть ГССУ может быть представлена линейной моделью в отклонениях от нейтрального положения, структурная схема которого показана на рис. 6. Эта модель имеет седьмой порядок. Без существенной потери точности привод можно описывать моделью 3-го порядка (рис. 7). Упрощенное МО используют для исследования автоколебательного режима и режима отработки полезного сигнала.

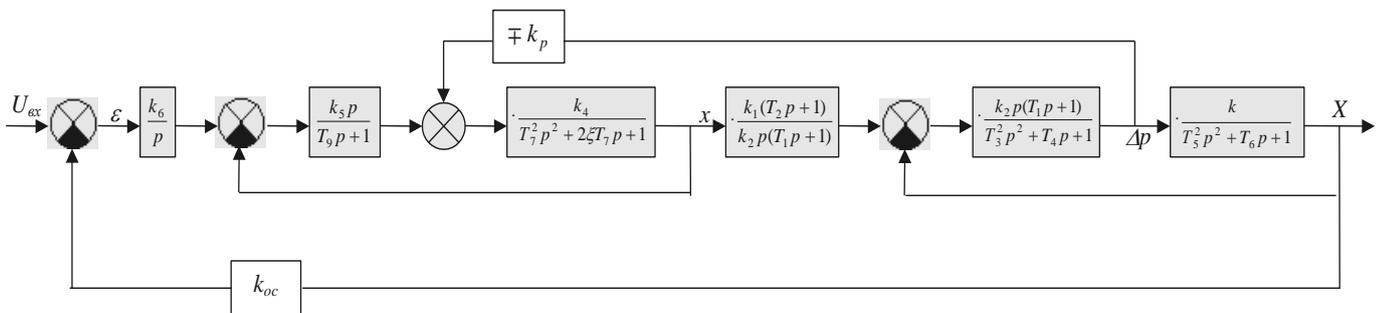


Рисунок 6 – Структурная схема замкнутой ГССУ седьмого порядка с пропорциональным управлением

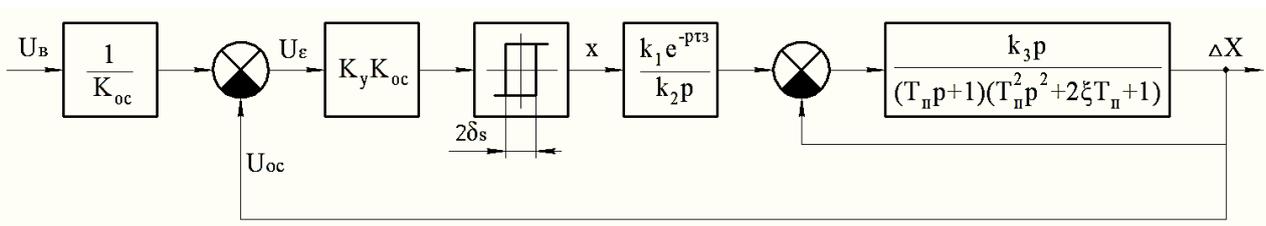


Рисунок 7 – Структурная схема ГССУ с релейным управлением

Здесь обобщенные параметры силовой системы РП определяются через конструктивные и эксплуатационные параметры по зависимостям

$$k_1 = \frac{2bp_p c}{a^2}; \quad k_2 = \frac{2S_n p_p c}{a^2 k_0 \sqrt{RT_p}}; \quad k_3 = \frac{k_2 S_n}{\eta}; \quad T_n = \frac{W_n}{akk_0 \sqrt{RT_p}}; \quad T_m = \sqrt{\frac{M}{\eta}}; \quad \xi = \frac{h}{\sqrt{M\eta}}.$$

### 2.2.3 Построение Simulink-схемы рулевого привода

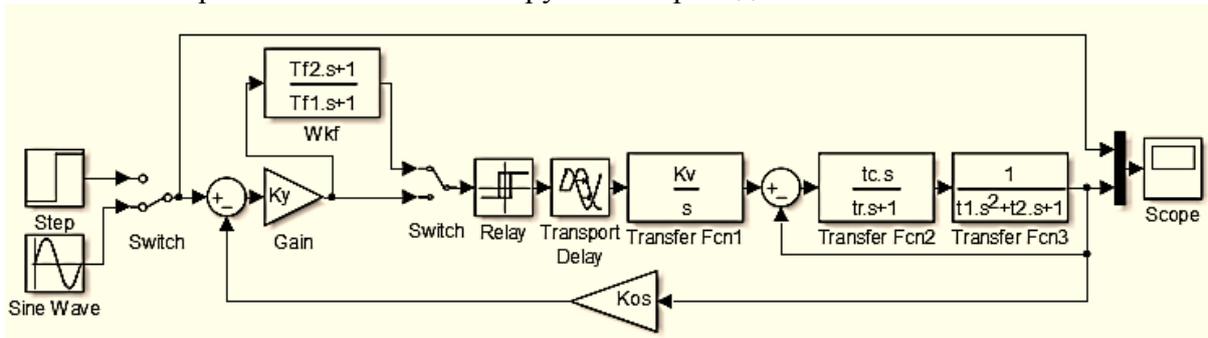


Рисунок 8 – Simulink-схема релейной ГССУ с корректирующим фильтром

Параметры ГССУ следующие.

Коэффициенты передачи:

$$K_v = 440 \text{ 1/с}$$

$$K_{os} = 0.25 \text{ В/рад}$$

$$K_y = 3.26$$

- добротность системы по скорости

- коэффициент обратной связи;

- коэффициент предусилителя;

Постоянные времени механической подсистемы газового двигателя:

$$t_1 = 11.6 \cdot 10^{-3} \text{ с,}$$

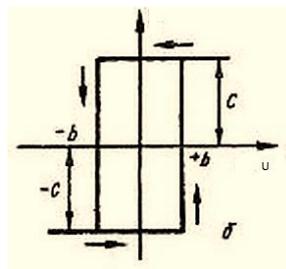
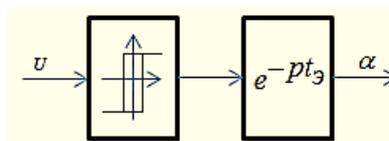
$$t_2 = 0.00349 \text{ с;}$$

Постоянные времени термодинамической подсистемы газового двигателя:

$$t_c = 0.0455 \text{ с;}$$

$$t_r = 0.0273 \text{ с.}$$

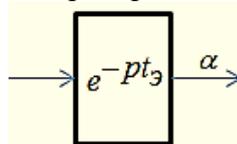
Параметры нейтрального ЭМП:



Параметры релейного звена *Relay* следующие.

Величины полок реле (параметр  $c = \pm 0.0255$  задается в настройках звена *Relay*), ширина петли гистерезиса  $2b$  (параметр  $\pm b$  задается в настройках звена *Relay*) – подбирается экспериментально для получения автоколебаний амплитудой до 0.035 рад и частотой до 100 Гц.

Моделирование электромеханического преобразователя (ЭМП):



В настройке звена *Transport Delay* задается время эквивалентного запаздывания ЭМП равно  $\tau_e = 1.98 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ .

Параметры корректирующего устройства – интегрирующего фильтра при частоте входного сигнала 10 Гц и частоте автоколебаний 100 Гц следующие:

$$T_{f1} = (0.1, \dots, 0.3) \frac{2\pi}{\omega_0} = (0.1, \dots, 0.3) \cdot \frac{1}{8} = 0.0375 \text{ с};$$

$$T_{f2} = (3..5) \frac{2\pi}{\omega_a} = (3..5) \cdot \frac{1}{90} = 3 \cdot 0.01 \approx 0.03 \text{ с}; \quad T_{f1} > T_{f2}$$

Simulink-схема релейной ГССУ с блоком вычисления ЛАФЧХ по первой гармонике выходного сигнала представлена на рис. 9

Для исследуемого рулевого привода соотношение между амплитудой автоколебаний руля (4 град) и максимальным отклонением руля (15 град) от нейтрального положения имеет вид (в радианах):

$$\frac{\delta_a}{\delta_m} = \frac{0.07}{0.2617} = 0,27$$

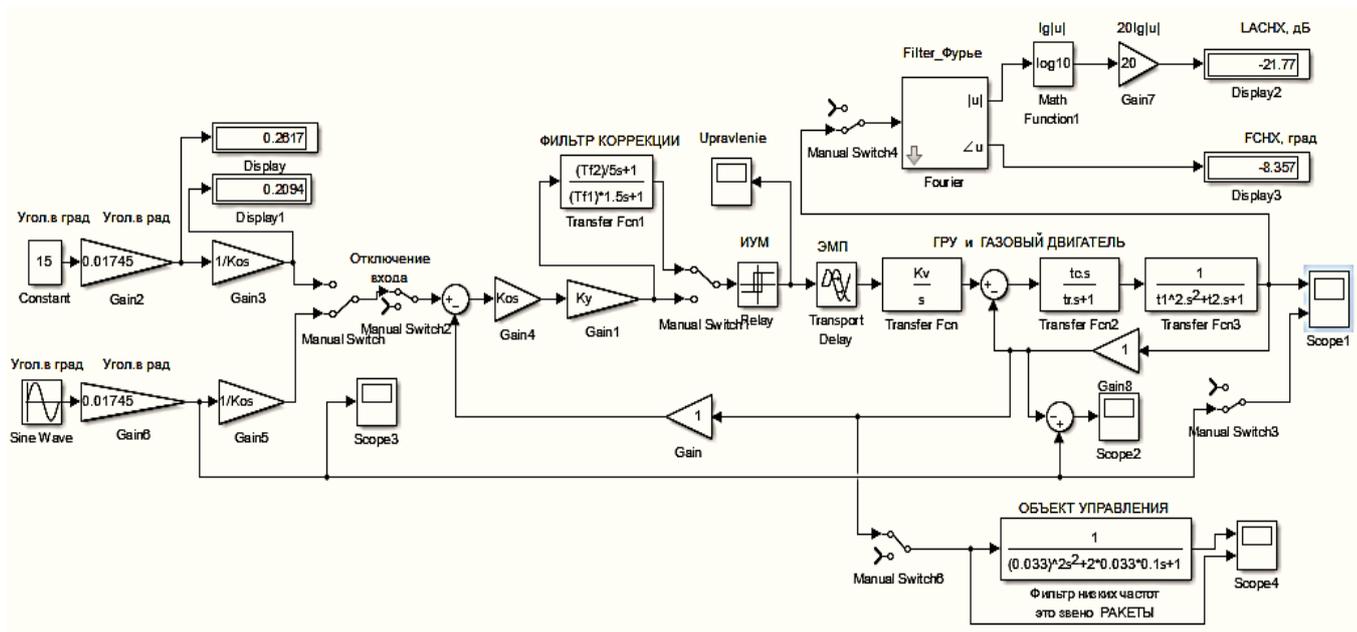


Рисунок 9 – Simulink-схема ГССУ с подключенным блоком вычисления ЛАФЧХ

### 2.3 Методика динамических испытаний привода

Испытания и экспериментальная отработка автоколебательной ГССУ производится в следующих тестовых режимах:

- автоколебательном;
- отработки ступенчатого сигнала (переброски руля на максимальный угол);
- отработки синусоидального входного сигнала малой амплитуды;
- отработки синусоидального входного сигнала большой амплитуды;
- захватывания (принудительной синхронизации).

Контроль точности привода проводится по величине фазового запаздывания. Значение ФЧХ на частоте полезного сигнала 10 Гц должна быть не менее (- 10 град).

Simulink-схема релейной ГССУ с блоком вычисления ЛАЧХ и ФЧХ по первой гармонике выходного сигнала представлена на рис. 9.

Проведем динамические испытаний ГССУ и получим осциллограммы ее работы в тестовых режимах. Осциллограмма автоколебаний с амплитудой 0.07 рад и частотой 100 Гц представлен на рис. 10.

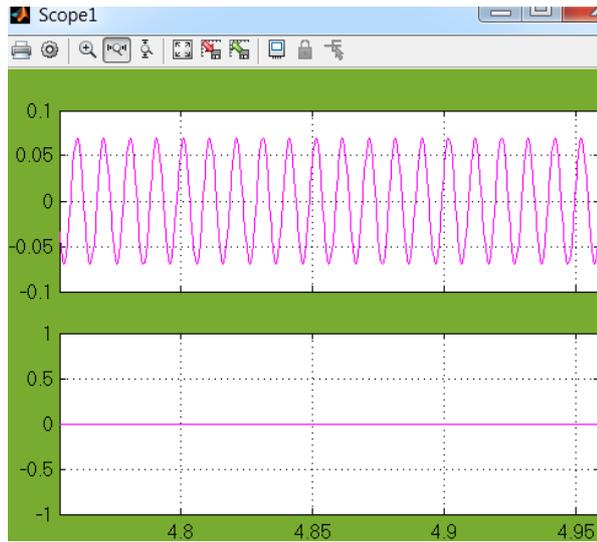


Рисунок 10 – Осциллограмма автоколебательного процесса при отсутствии входного сигнала на привод (см. нижний график).

Осциллограмма режима переборки руля на максимальный угол 0.2617 рад представлена на рис. 11. Время регулирования составляет 0.1 с.

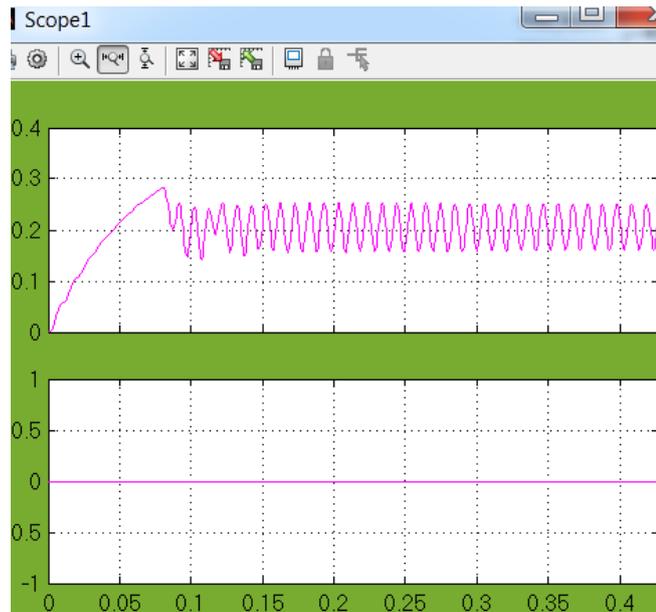


Рисунок 11 – Осциллограмма режима переборки

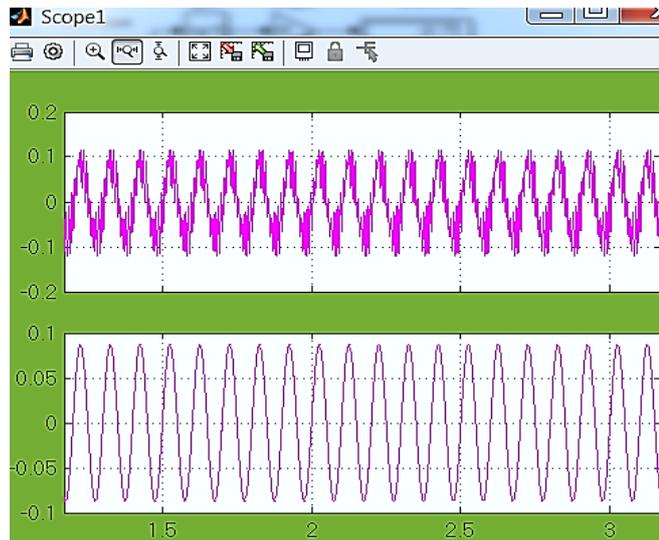


Рисунок 12 – Осциллограмма отработки ГССУ полезного входного сигнала малой амплитуды ( $15/3$  град) и частотой 10 Гц: сверху – отклонение руля; внизу – входной сигнал

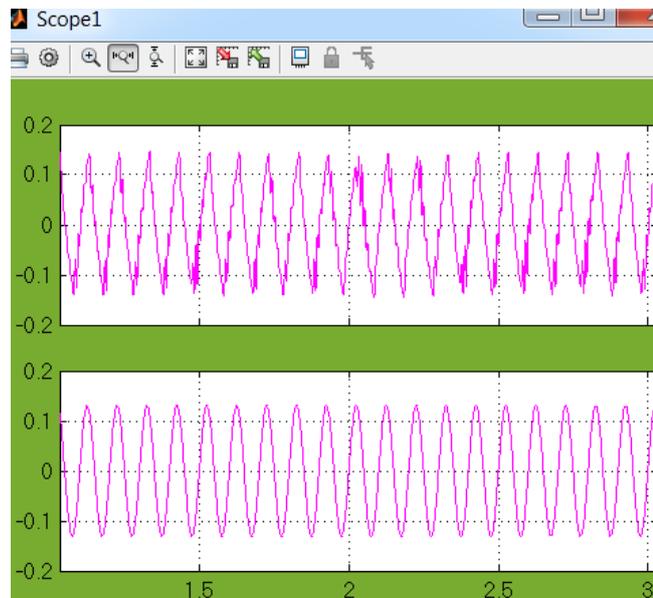


Рисунок 13 – Осциллограмма отработки ГССУ гармонического входного сигнала большой амплитуды ( $15/2$  град) частотой 10 Гц: сверху – отклонения руля; внизу – входной сигнал

В рассмотренных случаях режим слежения является рабочим, так как фазовое запаздывание ГССУ, вычисленное по первой гармонике выходного сигнала, не превышает допустимых по ТЗ уровня 10 град.

Режим захватывания (принудительной синхронизации) имеет место, когда в релейной ГССУ возникают периодические колебания, частота которых совпадает с частотой входного сигнала. При этом релейный привод работает в режиме вынужденных колебаний.

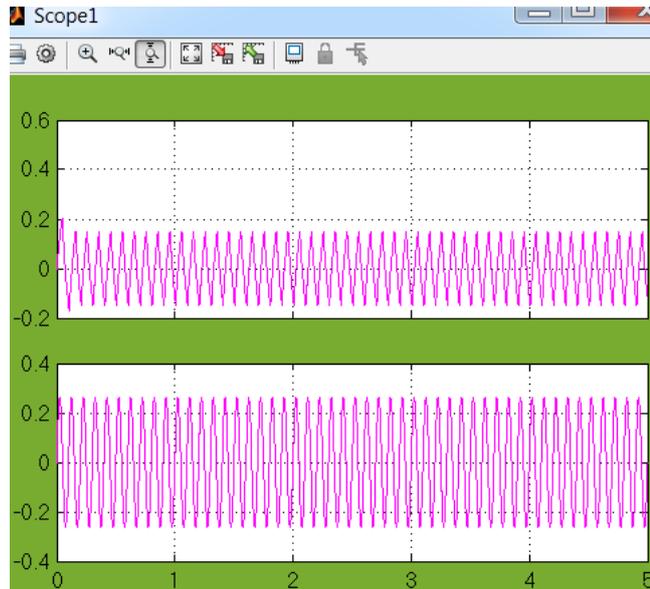


Рисунок 14 – Осциллограмма режима захватывания при гармоническом входном сигнале максимальной амплитуды (15 град): вверху – отклонение руля; внизу – входной сигнал ГССУ; частота захватывания 10 Гц

В данном случае режим работы является нерабочим, так как фазовый сдвиг имеет неприемлемое значение (- 103 град). Заметим, что максимальный ход (15 град) используется в режиме переброски руля на упор с целью создания предельной перегрузки при управлении ракетой на траектории полета.

#### 2.4 Построение экспериментальных ЛАЧХ и ФЧХ

Рассмотрим построение экспериментальных ЛАЧХ и ФЧХ релейной автоколебательной ГССУ по первой гармонике выходного сигнала.

Периодический выходной сигнал нелинейной системы при обработке ею гармонического входного сигнала раскладывается в ряд Фурье в соответствии с выражениями

$$y = F(a \sin \omega t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos n\omega t + B_n \sin n\omega t), \quad A_0 = \frac{\omega}{\pi} \int_0^{2\pi/\omega} F(a \sin \omega t) dt,$$

$$A_n = \frac{\omega}{\pi} \int_0^{2\pi/\omega} F(a \sin \omega t) \cos n\omega t dt,$$

$$B_n = \frac{\omega}{\pi} \int_0^{2\pi/\omega} F(a \sin \omega t) \sin n\omega t dt.$$

С использованием представленных зависимостей рассчитывается первая гармоника выходного сигнала ГССУ. Для построения ЛАЧХ и ФЧХ по первой гармонике выходного сигнала в Simulink-схему привода вводится фильтр Фурье (блок **Fourier Analyzer** из пакета прикладных программ *Sim Power Systems*) с резонансным подъемом на частоте обрабатываемого гармонического входного сигнала.

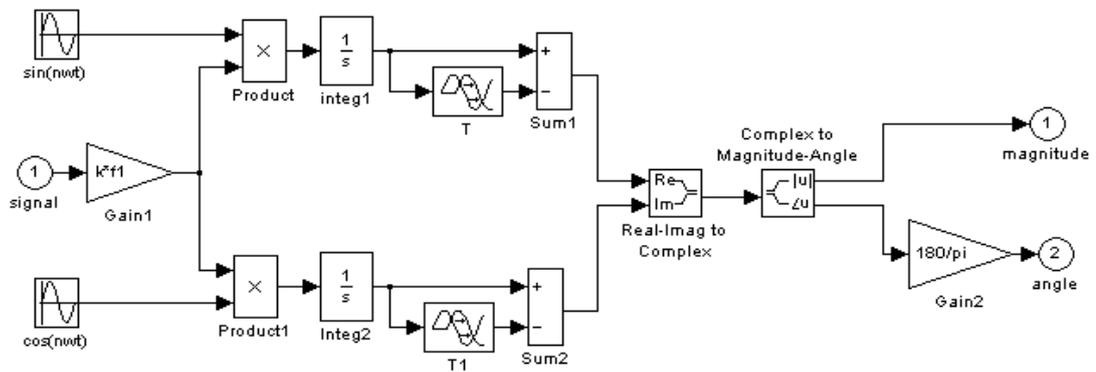


Рисунок 15 – Simulink-схема блока Fourier Analyzer

В процессе снятия экспериментальных ЛАЧХ и ФЧХ ГССУ в ее Simulink-схеме варьируется вручную значение частоты входного синусоидального сигнала. При этом задание одинаковой частоты производится как в меню генератора синусоидального входного сигнала, так и в меню Mask Parameters блока Fourier Analyzer (см. рис. 9).

**ВНИМАНИЕ!** Значения частоты в настройках источника входного сигнала (генератора) и блока Fourier Analyzer должны совпадать!

Заметим, что в отличие от линейных систем для нелинейных САУ строится семейство ЛАФЧХ для характерных «больших» и «малых» уровнях входного сигнала. Программа построения семейства экспериментальных ЛАФЧХ следующая.

Задаются характеристики набора гармонических сигналов на входе системы:

- характерные амплитуды входного сигнала рулевого привода (град):

$$\text{Amp1} = 15/3; \text{Amp2} = 15/2; \text{Amp3} = 15;$$

- диапазон частот (Гц):  $\text{freqn} = 0; \text{freqk} = 10;$

- шаг по частоте (1/с):  $\text{dfreq1} = 0.5.$

## 2.5 Оценка сглаживания автоколебательной вибрационной составляющей в контуре управления ракеты

Звено ракеты является самым инерционным звеном контура телеуправления. Оно выполняет роль фильтра низкой частоты (ФНЧ) (см. рис. 6, 7). ФНЧ сглаживает автоколебательную вибрационную составляющую (в данном случае частотой 100 Гц) движений аэродинамического руля ракеты, причем как в автономном режиме работы при нулевом входном сигнале (рис. 16), так и при отработке приводом полезного гармонического сигнала частотой 10 Гц (рис. 17).

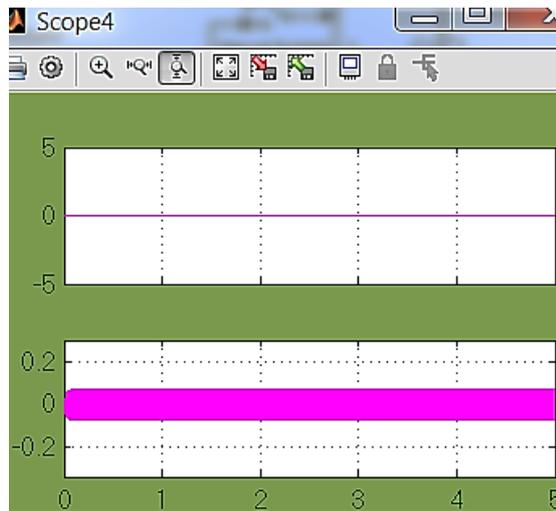


Рисунок 16 – Сглаживание звеном ракеты автоколебаний руля: сверху - нулевой выход звена ракеты; внизу – автоколебания руля относительно нейтрали (автономная ГССУ при отсутствии входного сигнала)

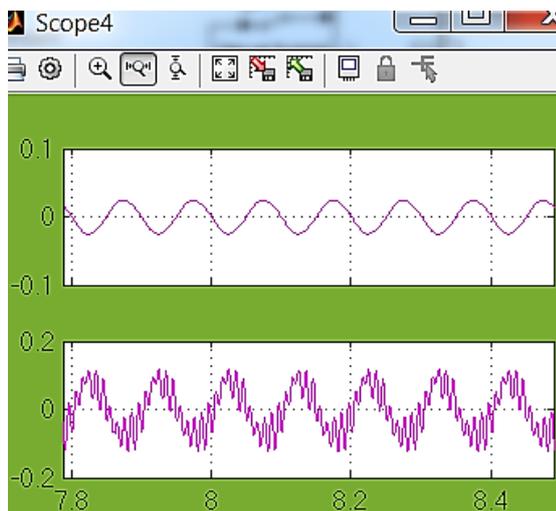


Рисунок 17 – Сглаживание звеном ракеты при обработке гармонического сигнала частотой 10 Гц автоколебательной вибрационной составляющей: сверху – выход звена ракеты; внизу – двухчастотный режим колебаний на выходе ГССУ

2.6 Конструкция полунатурного стенда для динамических испытаний ГССУ, работающей на горячем газе

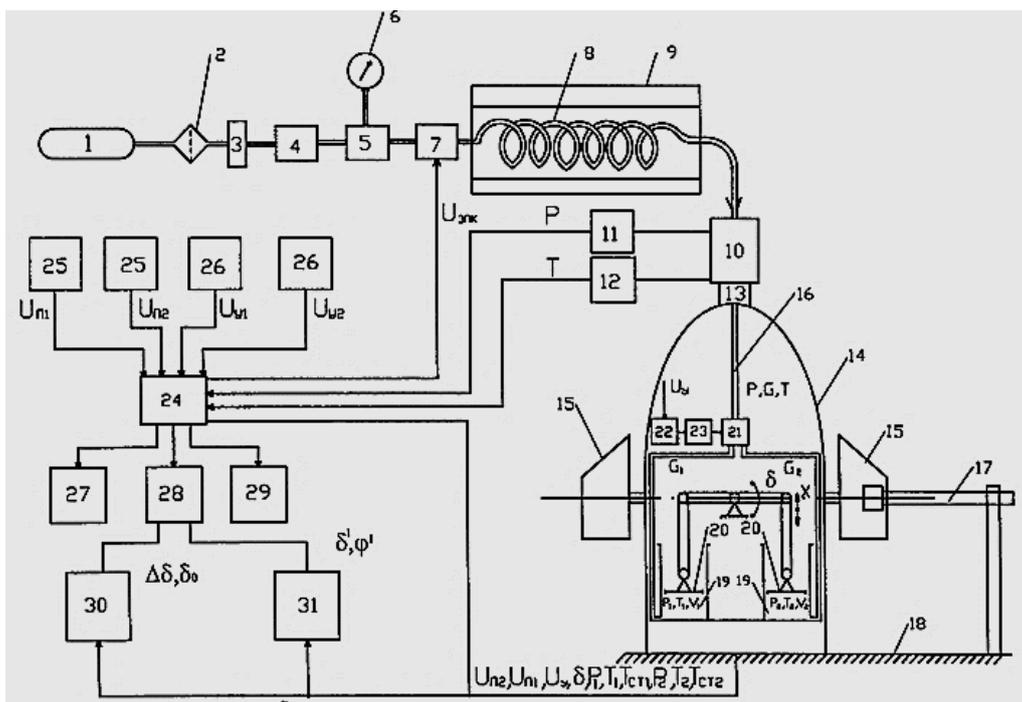


Рис. 18 – Схема стенда для динамических испытаний ГССУ на горячем воздухе

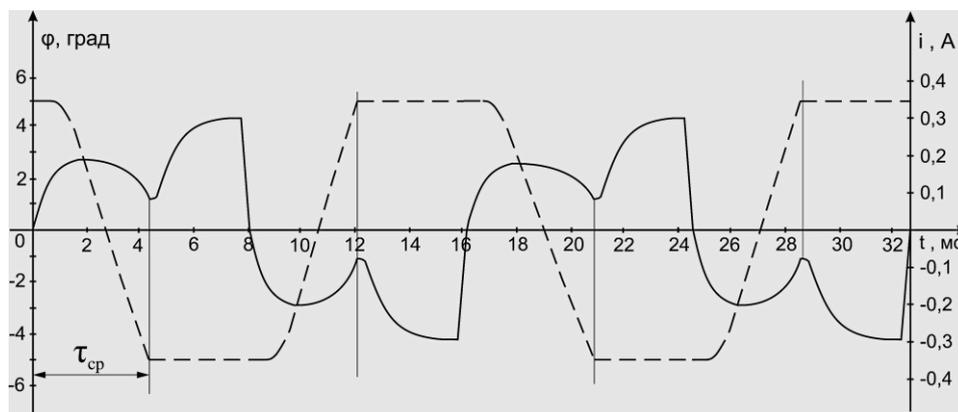


Рис. 19 Осциллограммы фазовых координат привода: ток якоря – сплошная линия; угол поворота якоря – пунктирная линия;  $\tau_{ср}$  – время срабатывания

2.7 Стенд для физического моделирования динамических испытаний ГССУ, работающей на горячем газе

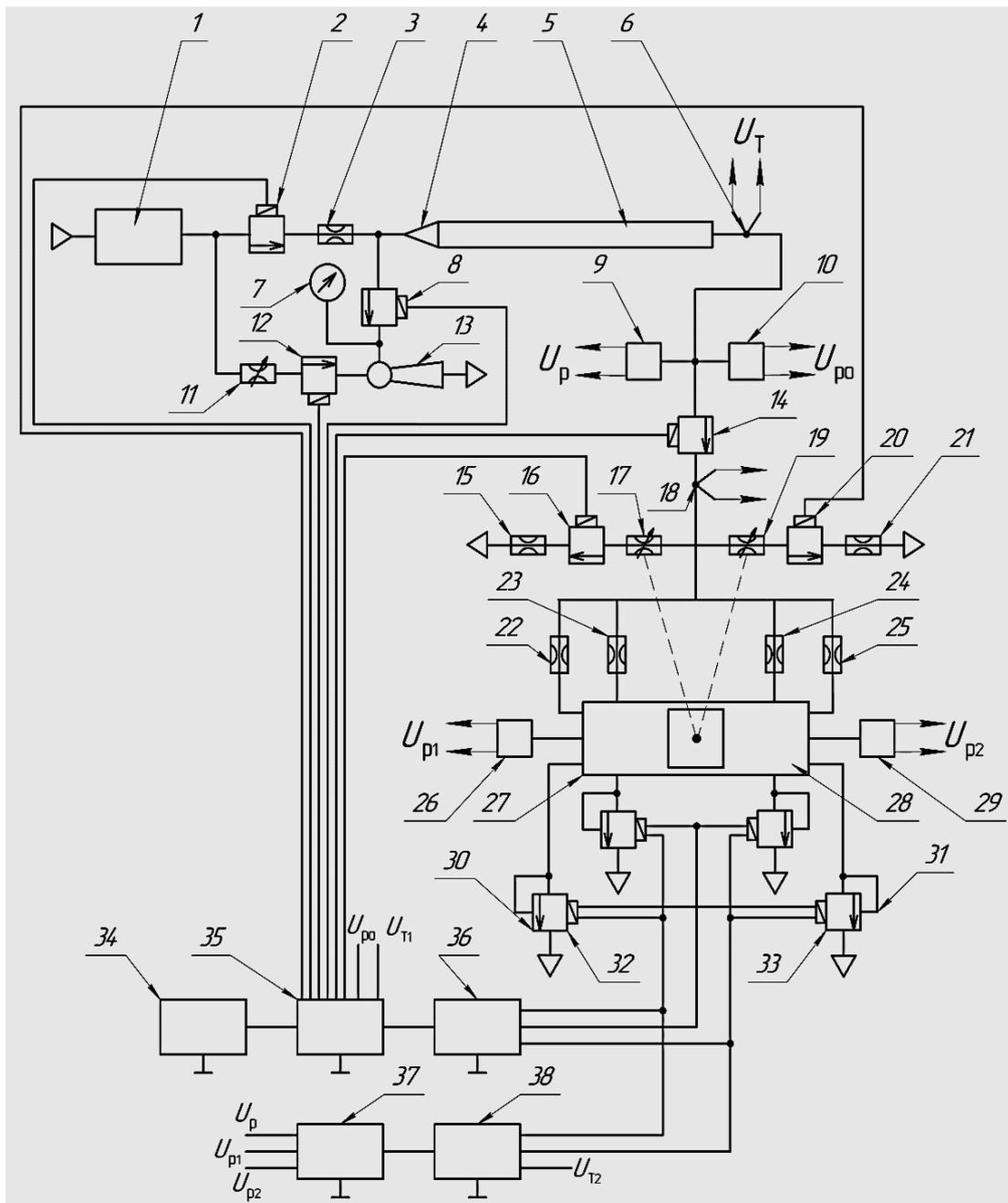


Рис. 20 – Схема стенда для динамических испытаний ГССУ на горячем воздухе

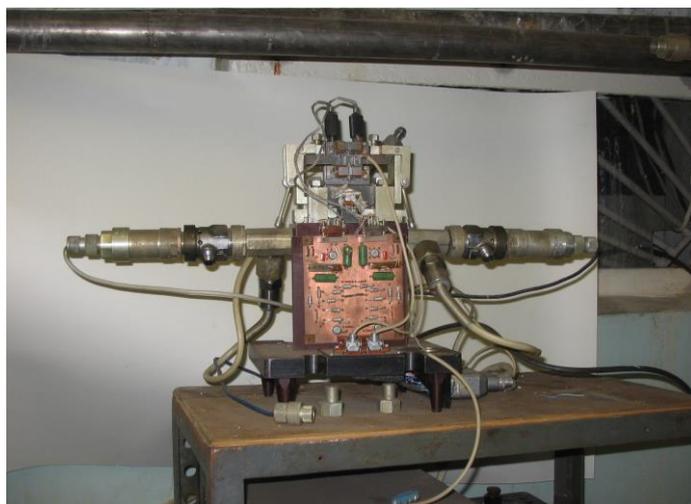


Рис. 21 – Вид стенда для динамических испытаний ГССУ на горячем воздухе



Рис. 22 – Вид стенда для динамических испытаний ГССУ на воздухе

## ВЫВОДЫ

На основе экспериментальных исследований функционирования ГССУ в виртуальном динамическом стенде установлено следующее.

1. Увеличение амплитуды и частоты входного гармонического сигнала сказываются на амплитуде автоколебательной составляющей, причем, чем больше амплитуда и/или частота сигнала на входе, тем значительно уменьшается амплитуда автоколебаний.

2. При критически большой амплитуде входного сигнала автоколебательный режим срывается. Система переходит в режим захватывания (принудительной синхронизации). Такие движения ГССУ называются вынужденными колебаниями.

Величина критической амплитуды зависит от частоты входного сигнала: чем она выше, тем, соответственно, ниже уровень амплитуды, вызывающий режим захватывания и срыв автоколебаний.

3. Срыв автоколебаний оказывает негативное влияние на частотные характеристики ГССУ по первой гармонике выходного сигнала, т.е. на динамическую точность системы:

- увеличивается фазовое отставание первой гармоники выходного сигнала по отношению к входному сигналу в рабочей полосе частот;
- уменьшается отношение амплитуды первой гармоники выходного сигнала к величине амплитуды входного сигнала (уменьшается эквивалентный коэффициент передачи замкнутого привода).

4. Анализ параметрической чувствительности ГССУ показывает следующее. Изменения (флуктуации) параметров контура управления ГССУ (в частности, ширины зоны гистерезиса, коэффициента обратной связи, постоянных времени корректирующего фильтра) значительно влияют на амплитуду и частоту автоколебаний и фазовый сдвиг, вносимый ГССУ на контрольной частоте.

5. Оценка степени сглаживания (фильтрации) автоколебательной вибрационной составляющей в контуре управления ракетой показывает следующее. Звено ракеты в составе контура телеуправления выполняет роль ФНЧ, который полностью сглаживает вибрационную составляющую движений руля. Звено ракеты реагирует только на медленно изменяющуюся полезную среднюю составляющую колебаний аэродинамического руля.

## 2. ЗАДАНИЕ НА РАБОТУ

1. Построить Simulink-схему релейной ГССУ с блоком вычисления ЛАФЧХ по первой гармонике выходного сигнала.

2. Провести экспериментальную отработку ГССУ с помощью виртуального стенда в следующих режимах:

- автоколебательном;
- отработки ступенчатого сигнала (переброски руля на заданный угол);
- отработки синусоидального входного сигнала малой амплитуды;
- отработки синусоидального входного сигнала большой амплитуды;

Получить осциллограммы (скриншоты) работы ГССУ в заданных режимах.

Контроль точности проводить по величине фазового запаздывания ГССУ на частоте полезного гармонического входного сигнала.

Примечание. ФЧХ правильно спроектированной замкнутой ГССУ на частоте полезного сигнала должна быть не менее, чем минус 10 град.

3. Выполнить исследование режима захватывания (принудительной синхронизации) в ГССУ. Определить частоту захватывания для характерных уровней (амплитуд) гармонического входного сигнала:  $Amp1 = 15/3$  град;  $Amp2 = 15/2$  град;  $Amp3 = 15$  град.

4. Выполнить анализ параметрической чувствительности ГССУ. Определить, как влияют изменения ширины зоны гистерезиса и коэффициента обратной связи на частоту автоколебаний и точность отработки синусоидального входного сигнала малой амплитуды. Определить, как влияют флуктуации постоянных времени корректирующего интегрирующего фильтра на точность ГССУ.

5. Сформулировать выводы по работе.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Каковы достоинства вибрационных режимов в следящих приводах?
2. Какие движения динамической системы называются автоколебаниями?
3. За счет чего в ГССУ возникают автоколебания?
4. Как влияют параметры линейной части системы на амплитуду и частоту симметричных автоколебаний?
5. Какова амплитуда и частота автоколебаний исследуемого рулевого привода?
6. Как влияет амплитуда и частота входного сигнала на существование и амплитуду автоколебаний?
7. Как строятся ЛАЧХ и ФЧХ автоколебательного релейного привода?

8. Почему для нелинейной системы в отличие от линейной требуется строить семейство ЛАФЧХ?
9. Почему для коррекции ГССУ используется интегрирующий фильтр?
10. Как сказывается увеличение амплитуды и частоты входного сигнала на частотных характеристиках ГССУ по первой гармонике и, соответственно, на точность слежения?
11. Как настраивается блок Fourier Analyzer в процессе построения ЛАФЧХ?
12. Зависит ли характер ЛАФЧХ релейной системы от амплитуды входного гармонического сигнала?
13. Как влияет изменение эквивалентного коэффициента усиления нелинейности на точность отработки медленно меняющегося полезного сигнала?
14. В чем заключается явление захватывания? Как переход в этот режим сказывается на точности автоколебательной ГССУ?
15. Зависит ли частота захватывания от амплитуды входного гармонического сигнала?
16. За счет чего происходит сглаживание автоколебательной вибрационной составляющей в контуре управления ракетой?

**ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ОТРАБОТКА РЕЛЕЙНОЙ  
СЛЕДЯЩЕЙ СИСТЕМЫ.  
ИЗУЧЕНИЕ КОНСТРУКЦИИ СТЕНДА ДЛЯ ИСПЫТАНИЙ СИСТЕМЫ**

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1. Обзор методов синтеза управления в высокоточных следящих системах

Задача повышения быстродействия и точности следящей системы (СС) может быть решена следующими способами:

- за счет увеличения коэффициента передачи разомкнутой системы, то есть за счет увеличения мощности всех элементов СС;
- путем синтеза нелинейного управляющего устройства, позволяющего полностью использовать энергетические возможности элементов СС.

Второй способ является предпочтительным, т.к. не требует увеличения мощности источников питания, массы и габаритов элементов системы.

Кроме того высокого качества работы СС можно достигнуть, используя принцип *комбинированного* управления. При таком способе управляющее воздействие на объект складывается, как из составляющей, зависящей от отклонения (рассогласования), так и из составляющих, зависящих от внешних воздействий (управляющего, возмущающих).

Для реализации комбинированного управления необходимо измерять внешние воздействия и их производные, вводить корректирующие устройства в цепь возмущения. Такой способ сложен с точки зрения аппаратной реализации устройства управления (регулятора). В частности, трудно осуществлять измерение внешнего возмущения, например, момента нагрузки на выходном валу системы.

В целях повышения точности СС можно ограничиться введением в закон управления производных входного (задающего) сигнала.

Далее будем рассматривать СС с *релейным* управлением, которое позволяет максимально использовать *энергетические* возможности элементов системы.

2. Классификация законов управления в рулевых приводах

Функциональные схемы релейного рулевого привода (РП), работающего в автоколебательном и широтно-импульсно моделированном (ШИМ) режимах даны на рис. 1, 2, соответственно. Функциональная схема релейного РП, работающего в скользящем режиме дана на рис. 4.

2.1 Автоколебательный РП

Автоколебательный РП может быть с двухпозиционным или трехпозиционным управлением.

Характерной особенностью релейных систем является то, что в них возникают незатухающие периодические колебания, называемые *автоколебаниями*. Автоколебания для релейных систем являются установившимся процессом, который возникает в автономном режиме работы системы, когда входной сигнал отсутствует либо представляет собой постоянную величину. Для многих релейных систем автоколебания являются рабочим режимом.

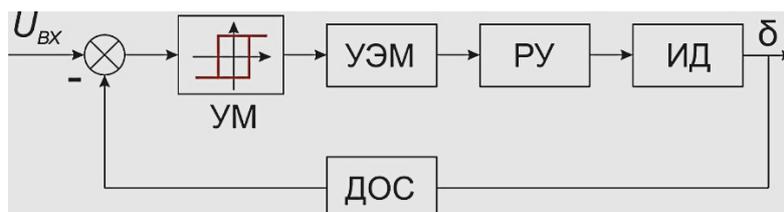


Рис. 1 – Функциональная схема автоколебательного привода с двухпозиционным управлением: УМ – усилитель мощности (импульсный); УЭМ – управляющий электромаг-

нит; РУ – распределительное устройство; ИД – исполнительный двигатель; ДОС – датчик обратной связи;

При подаче на вход релейной системы периодического сигнала, последний может подавить автоколебания, осуществить *принудительную синхронизацию*, при этом в релейной системе возникают периодические колебания, частота которых совпадает с частотой входного сигнала. В данном случае, релейная система работает в режиме вынужденных колебаний.

При исследовании релейных систем режиму вынужденных колебаний также уделяется большое внимание, так как в одних системах его возникновение недопустимо и, следовательно, необходимо исключить возможность его появления, а иногда данный режим используется в качестве рабочего.

## 2.2 РП с внешним генератором

Здесь реализуется широтно-импульсный (ШИМ) закон управления.

В данном типе РП (рис. 3) частота линеаризации жестко задана и не изменяется в зависимости от входного полезного сигнала.

Высокочастотный сигнал (в котором амплитуда превышает амплитуду входного сигнала), подаваемый с генератора «захватывает» автоколебательную составляющую, чтобы система работала в заданном режиме. Захват частоты происходит в тот момент, когда сигнал с внешнего генератора перекрывает частоту автоколебаний так, что привод не успевает отрабатывать автоколебания.

Применяется как двух, так и трехпозиционный релейный элемент (РЭ).

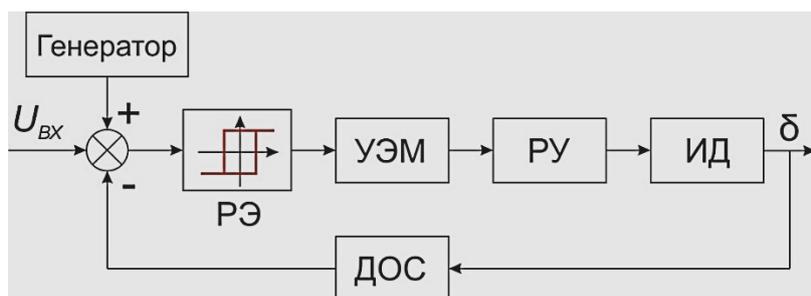
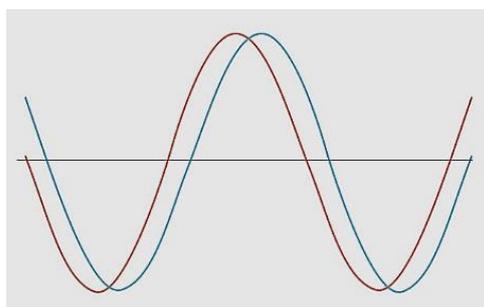


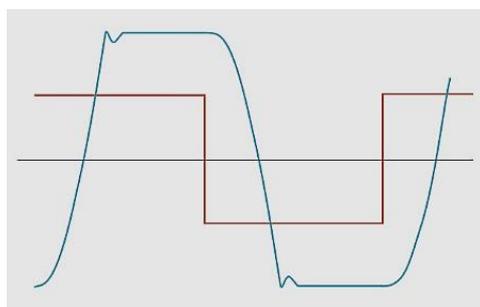
Рис. 2 – Функциональная схема привода с ШИМ-управлением

Осциллограммы функционирования РП с различными типами закона управления представлены на рис. 3.



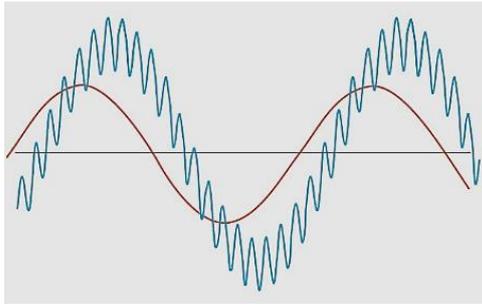
**Линейный РП**

$$\frac{\delta_a}{\delta_m} = 0,1$$



**Релейный 2-х позиционный РП**

$$\frac{\delta_a}{\delta_m} = 1,0$$



**Автоколебательный РП**

$$\frac{\delta_a}{\delta_m} = 0,2 \dots 0,8$$



**Релейный 3-х позиционный РП**

$$\frac{\delta_a}{\delta_m} = 0,2 \dots 0,3$$

Рис. 3 – Осциллограммы функционирования РП с различными типами закона управления:  $\delta_a$  – амплитуда автоколебаний;  $\delta_m$  – максимальный угол поворота руля

### 2.3 Релейные системы со скользящим режимом

В высокоточных СС могут использоваться релейные регуляторы, работающие в скользящем режиме (СР). Релейные регуляторы обеспечивают системе ряд практически полезных качеств: простота реализации и настройки, надежность работы, малая стоимость.

В СР достигаются высокая точность слежения при низкой чувствительности (инвариантность, робастность) к задающим и возмущающим воздействиям, а также к флуктуациям параметров объекта управления в процессе эксплуатации.

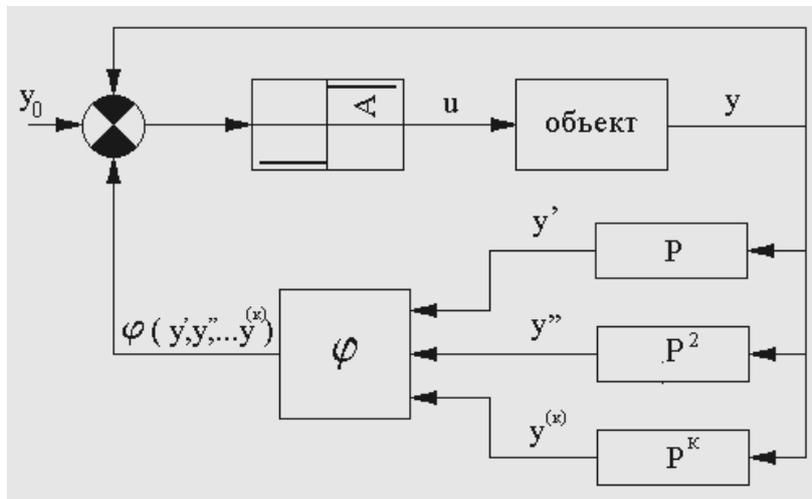


Рис. 4 – Структурная схема релейной СС со скользящим режимом

Важно, что в СР слежения в случае использования в регуляторе только линейных обратных связей (нелинейный блок в схеме на рис. 5 – сумматор) имеет место скользящая линеаризация релейной системы с понижением порядка математического описания. Это упрощает анализ и синтез релейной СС.

Релейное управление в СС тратится лишь на создание скользящего режима, а желаемый характер движений системы обеспечивается соответствующим выбором уравнений поверхности (плоскости в случае линейных обратных связей) переключения, т.е. выбором коэффициентов обратных связей. При этом анализ точности в скользящем режиме слежения и синтез указанных коэффициентов производится с помощью хорошо разработанных методов линейной теории, например, частотными методами.

При расчёте релейных регуляторов, предназначенных для работы в скользящем режиме слежения, одним из важных вопросов, подлежащих решению, является вопрос исключения возможности автоколебаний и обеспечения условий существования скользящего режима не только «в малом», но и «в большом».

В такой системе исключается наличие устойчивого предельного цикла, а также исключается наличие нескольких предельных циклов, например, двух: неустойчивого, ограничивающего область притяжения СР, и устойчивого предельного цикла. В данном случае при больших начальных отклонениях от СР полирежимная СС попадает в область притяжения к устойчивому предельному циклу и в ней возникнут автоколебания.

### 3. Методика синтеза релейной СС со скользящим режимом

Рассмотрим методику синтеза релейного регулятора, работающего в скользящем режиме, основанную на использовании методов фазового пространства и гармонической линеаризации.

Методика позволяет получить для заданного класса входных сигналов необходимые точность слежения и робастность при обеспечении условий существования скользящего режима «в большом».

Методика предусматривает использование линейных обратных связей в структуре регулятора и выполняется в следующей последовательности.

1) Построение вырожденной линейной системы, т.е. системы линейных дифференциальных уравнений более низкого, чем исходная система, порядка. Эти уравнения описывают СР движения изображающей точки строго по плоскости переключений реле.

2) Формирование условий существования СР «в малом» на основе метода фазового пространства.

3) Расчет величины полки реле, исходя из условий существования СР, полученных в п. 2.

4) Анализ условий существования автоколебаний на основе метода гармонической линеаризации и использования частотных характеристик.

5) Расчет коэффициентов обратных связей частотным методом, исходя из обеспечения минимума фазового сдвига в рабочем диапазоне частот и целенаправленного нарушения условий существования автоколебаний, полученных в п. 4.

6) Моделирование функционирования релейной СС в переходном режиме (при ненулевых начальных отклонениях) и в установившемся режиме слежения за входным гармоническим сигналом (в рабочем диапазоне частот и амплитуд).

7) Оценка достигнутых показателей динамики и точности СС.

Рассмотрим реализацию методики на примере.

### 4. Синтез релейной СС со скользящим режимом

#### 4.1 Математическое описание системы

Рассмотрим работу СС в скользящем режиме.

С практической точки зрения СР характеризуется быстрыми переключениями релейного элемента. В случае, когда время запаздывания при срабатывании релейного элемента стремится к нулю, частота его переключений стремится к бесконечности. Такой режим называется *идеальным* СР. При конечной частоте переключений реле получается режим, называемый *квазискользящим*. В *квазискользящем* режиме изображающая точка колеблется относительно плоскости переключений.

Далее используем следующие обозначения:

$y_0$  – входной сигнал, В;

$y$  – выходной сигнал, рад;

$U$  – управляющий сигнал, В;

$C_i$  – коэффициент передачи цепи обратной связи по  $i$ -й производной выходной координаты;

$y^{(i)}$  –  $i$ -я производная выходной координаты;

Рассмотрим релейную систему, при формировании закона управления которой используется полная информация о фазовом векторе.

На рис. 5 в целях упрощения последующих рассуждений обратные связи выбраны в виде выходной координаты и ее производных. Однако все сказанное ниже сохраняет силу, если в качестве обратных связей выбирать линейные комбинации функций  $y, y^I, y^{II}, \dots, y^{(k)}$ .

Предположим, что движение объекта определяется уравнением:

$$y^{(n)} + a_{n-1} * y^{(n-1)} + \dots + a_1 y^I + a_0 y = U. \quad (2.1)$$

Из рис. 5 видно, что управление  $U(t)$  задается равенством

$$U = A * \text{sign} [y_0 - y - \varphi(y^I, y^{II}, \dots, y^{(k)})] \quad (2.2)$$

где,  $y_0$  – входное воздействие;  $k = n - 1$ .

Представленную на рис. 1 структуру имеет, например, оптимальная по быстродействию САР, рассчитанная на ступенчатое входное воздействие.

В режиме скольжения на вход релейного элемента подается нулевой сигнал. Из формулы (2.2) следует тогда, что

$$S = y_0 - y - \varphi(y^I, y^{II}, \dots, y^{(n-1)}) = 0 \quad (2.3)$$

или

$$y + \varphi(y^I, y^{II}, \dots, y^{(n-1)}) = y_0(t) \quad (2.3)$$

Равенство (2.3) представляет собой описание поверхности  $S$  разрыва дифференциального уравнения (2.1) движения системы (поверхности переключения) в расширенном фазовом пространстве  $Y^*$  (см. ниже). С другой стороны уравнение (2.3) представляет собой нелинейное дифференциальное уравнение  $(n-1)$ -го порядка (называемое также вырожденным). Если задать входное воздействие  $y_0(t)$ , то решение уравнения (2.3) определит движение САР в скользящем режиме.

Будем считать, что

$$\varphi(0, 0, \dots, 0) = 0. \quad (2.4)$$

Это означает, что при  $y_0 = \text{const}$  уравнение (2.3) имеет тривиальное решение

$$y \equiv y_0, \quad y^{(I)} \equiv 0, \dots, y^{(n-1)} \equiv 0. \quad (2.5)$$

Из равенства (2.4) следует, что, независимо от вида передаточной функции объекта управления, работающая в скользящем режиме релейная САР всегда является астатической. Заметим, что последний вывод относится к системам, в которых в качестве обратных связей выступают чистые производные, получаемые путем дифференцирования выходного сигнала.

Если равенство (2.3) представляет собой уравнение поверхности переключения оптимальной по быстродействию САР, а  $y_0$  – расчетный входной сигнал, то решением уравнения (2.3) является оптимальная траектория, ведущая в положение равновесия, при этом, в соответствии с методом построения оптимальной поверхности переключения, положение равновесия устойчиво.

### 3.2 Условия существования скользящего режима

Запишем условия существования скользящего режима «в малом», используя метод фазового пространства, т. е. рассматривая поведение фазовых траекторий САР в малой окрестности поверхности переключения. Для этого рассмотрим производную по времени от функции  $S$ , описывающей поверхность переключения. Вычислим ее в силу исходных уравнений (2.1) при соответствующих значениях управления  $U$  и запишем неравенства:

$$\begin{aligned} d/dt [y_0 - y - \varphi(y^I, y^{II}, \dots, y^{(n-1)})]_{U=A} &> 0; \\ d/dt [y_0 - y - \varphi(y^I, y^{II}, \dots, y^{(n-1)})]_{U=A} &< 0; \end{aligned} \quad (2.6)$$

Выполняя дифференцирование и учитывая уравнение (2.1), находим:

$$\begin{aligned} (y_0)' - (y)' - (\partial\varphi/\partial y^I) y^{II} - (\partial\varphi/\partial y^{II}) y^{III} - \dots - (\partial\varphi/\partial y^{(n-2)}) y^{(n-1)} - \\ - \partial\varphi/\partial y^{(n-1)} [-A - a_0 y - a_1 y^I - \dots - a_{(n-1)} y^{(n-1)}] > 0; \\ (y_0)' - (y)' - (\partial\varphi/\partial y^I) y^{II} - (\partial\varphi/\partial y^{II}) y^{III} - \dots - (\partial\varphi/\partial y^{(n-2)}) y^{(n-1)} - \end{aligned}$$

$$-\partial\varphi/\partial y^{(n-1)}[A-a_0*y-a_1*y^I-\dots-a_{(n-1)}*y^{(n-1)}] < 0; \quad (2.7)$$

Эта система неравенств означает, что фазовая точка не может покинуть поверхность переключения, если производная  $\dot{S}$ , вычисленная в силу исходных уравнений движения (2.1), будет положительной при  $U = -A$ , и отрицательной при  $U = A$ .

Движение в скользящем режиме, как уже отмечалось, определяется уравнением (2.3). Находя производную  $\dot{y}_0$  из равенства (2.3) и подставляя ее в неравенства (2.7), получаем

$$\begin{aligned} -\partial\varphi/\partial y^{(n-1)}[-A-a_0*y-a_1*y^I-\dots-a_{(n-1)}*y^{(n-1)}-y^{(n)}] > 0; \\ -\partial\varphi/\partial y^{(n-1)}[A-a_0*y-a_1*y^I-\dots-a_{(n-1)}*y^{(n-1)}-y^{(n)}] < 0; \end{aligned} \quad (2.8)$$

Отметим, что неравенства системы (2.8) проверяются на траекториях, которые являются решениями уравнения (2.3).

Условия (2.8), как легко видеть, эквивалентны следующим неравенствам:

$$\begin{aligned} |y^{(n)}+a_{(n-1)}*y^{(n-1)}+\dots+a_0*y| < A; \\ \partial\varphi/\partial y^{(n-1)} > 0 \end{aligned} \quad (2.9)$$

Первое из неравенств (2.9) представляет собой ограничение на выходной сигнал  $y(t)$ . Отметим, что это ограничение совпадает с динамическими возможностями объекта управления (2.1).

Второе из условий (2.9) является ограничением на вид функции

$$\varphi(y^I, y^{II}, \dots, y^{(n-1)}).$$

Если  $\varphi(y^I, y^{II}, \dots, y^{(n-1)}) = \sum_{i=1}^{n-1} \varphi_i(y^{(i)})$ , то второе из (2.9) принимает вид:

$$\frac{d\varphi_{n-1}(y^{(n-1)})}{dy^{(n-1)}} > 0 \quad (2.10)$$

Неравенство (2.10) должно выполняться в каждой точке  $y^{(n-1)}(t)$ .

Отметим, что первое из условий (2.9) не является критическим. Действительно, в правильно спроектированной системе допустимое входное воздействие  $y_0(t)$  всегда удовлетворяет неравенству

$$|y_0^{(n)}+a_{(n-1)}*y_0^{(n-1)}+\dots+a_0*y_0| < A; \quad (2.11)$$

Только такое входное воздействие, в принципе, может быть воспроизведено динамическим (инерционным) объектом (2.1). Поэтому, по крайней мере, высокоточная следящая система (система, ошибка слежения которой близка к нулю) удовлетворяет первому неравенству (2.9).

Неравенство (2.11) при заданных максимальных значениях входного сигнала и его производных может быть использовано для расчета потребной величины полки реле  $A$ .

Обозначим через  $U^*$  пространство с декартовыми координатами

$$x = y_0, y, y^I, y^{II}, \dots, y^{(n-1)}.$$

Равенство (2.3) определяет в пространстве  $U^*$  некоторую поверхность  $S$ . Будем считать, что в каждой точке поверхности  $S$  выполняется второе условие (2.9).

Пусть в некоторый момент  $t^*$  вектор состояния:

$$y^*(t^*) = (x(t^*), y'(t^*), \dots, y^{(n-1)}(t^*))$$

выходит на поверхность  $S$ . Момент  $t^*$  назовём «точкой захвата», если при  $t \geq t^*$  движение происходит в скользящем режиме. Отметим, что условия (2.9) получены с привлечением уравнения (2.3) и потому не могут быть использованы для определения «точки захвата».

«Точка захвата» может быть найдена с помощью неравенств (2.7). При  $t > t^*$  эти неравенства эквивалентны условиям (2.9). Как следует из (2.7), момент захвата  $t^*$  (если он существует) определяется не только видом функции  $\varphi(y^I, y^{II}, \dots, y^{(n-1)})$ , но зависит также от входного воздействия  $y_0(t)$ .

В релейной системе, если она работает в режиме скольжения, режим слежения определяется уравнением (2.3). Будем такой режим слежения называть *скользящим режимом* (СР) слежения.

Скользящий режим слежения в реальной САР возможен, если решения уравнения (2.3) устойчивы при любом допустимом входном воздействии  $y_0(t)$ . Однако устойчивое уравнение (2.3) не гарантирует (даже если выполнены условия (2.9)) СР работы релейной системы, заданной уравнениями (2.1) и (2.2).

Как легко видеть, из условий (2.9) и устойчивости решения уравнения (2.3) вытекает лишь устойчивость в малом решения  $y(t)$  уравнения (2.3), если его относить к системе (2.1), (2.2). Однако вопрос выхода фазового вектора  $y^*(t)$  на СР слежения при «конечном» отклонении от решения  $y(t)$  представляет собой проблему устойчивости в большом.

Релейные системы, как известно, имеют склонность к автоколебаниям. В связи с этим в процессе проектирования САР необходимо рассмотреть вопрос о возможности возникновения автоколебаний в системе и получить условия их существования. Это может быть сделано, например, на основе метода точечных отображений или с помощью приближенного метода гармонической линеаризации. Подбор значений параметров регулятора САР, нарушающих условия существования автоколебаний, должен обеспечить устойчивость в большом СР слежения системы.

Таким образом, синтез регулятора (расчет коэффициентов обратных связей) САР, предназначенной для работы в СР, должен выполняться как из условия обеспечения необходимой точности скользящего режима слежения, так и из условия ликвидации в системе возможного автоколебательного режима.

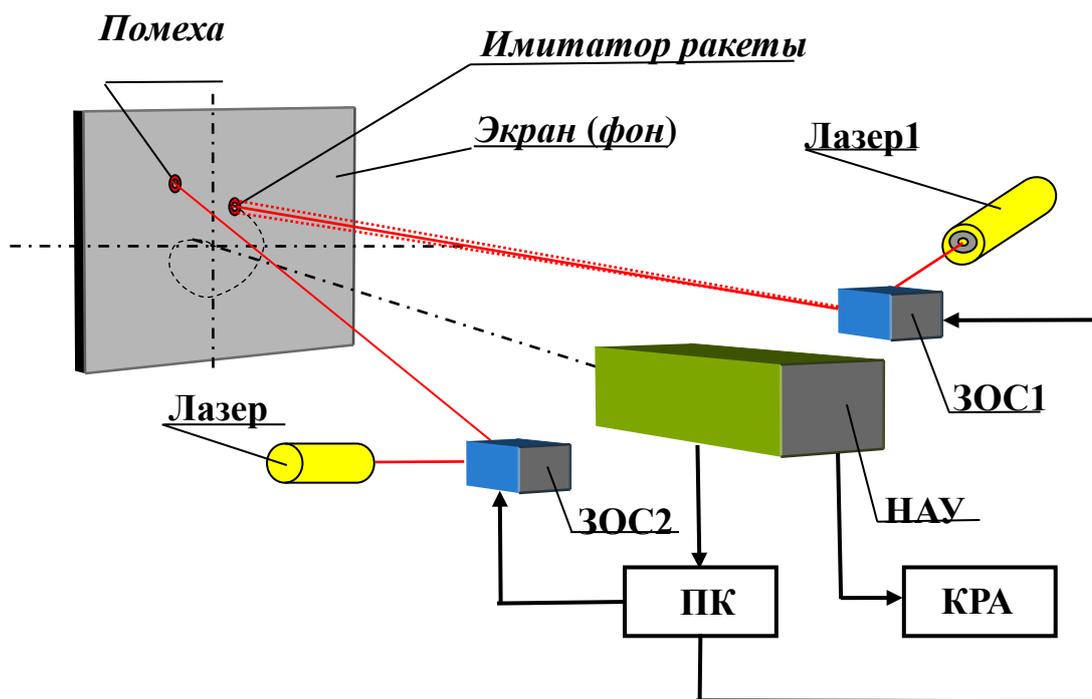


Рис. 5 – Стенд для моделирования фоноцелевой обстановки при полунатурных динамических испытаниях и испытаниях на помехозащищенность систем телеуправления: НАУ – наземная аппаратура управления комплекса; ПК – персональный компьютер; КРА – контрольно-регистрающая аппаратура

### 3.3 Анализ точности системы в скользящем режиме слежения

Рассмотрим задачу расчёта скользящего режима слежения. Уравнение (2.3) в общем случае представляет собой нелинейное дифференциальное уравнение  $(n-1)$ -го порядка, решение которого часто затруднительно. Сказанное в особой мере относится к оптимальной по быстродействию САР, так как обычно в результате расчётов поверхность переключения задаётся численно в виде таблицы. Решать табличное уравнение (2.3) трудно даже с применением ПЭВМ. Однако точность оптимальной САР в режиме слежения может быть сравнительно просто оценена.

Вместо входного воздействия  $y_0(t)$  зададим выход системы  $y(t)$ , предположим, что  $y(t) = B \sin \omega t$ . Используя уравнение (2.3), по заданному  $y(t)$  легко найти соответствующее ему  $y_0(t)$  (табличное задание уравнения (2.3) в этом случае не является препятствием). Сравнивая  $y(t)$  и  $y_0(t)$ , легко сделать заключение о точности системы в СР слежения.

В практически важном частном случае использования в структуре регулятора линейных обратных связей, т. е. когда  $\varphi$  – линейная функция

$$\varphi(y^I, y^{II}, \dots, y^{(n-1)}) = \sum_{i=1}^{n-1} C_i y^{(i)}, \quad (2.12)$$

точность слежения в СР оценивается передаточной функцией

$$W(p) = \frac{1}{C_{n-1}p^{n-1} + C_{n-2}p^{n-2} + \dots + C_1p + 1} \quad (2.13)$$

Таким образом, в этом случае имеет место скользящая линеаризация нелинейной САР с понижением порядка, то есть исходная релейная система  $n$  – порядка вырождается в СР в линейную систему  $(n-1)$  – порядка. В связи с этим передаточную функцию (2.13) называют также вырожденной.

Из равенства (2.13) следует, что в установившемся скользящем режиме (при  $p \rightarrow 0$ ) ошибка отработки постоянного входного сигнала равна нулю. В этом режиме релейная САР с линейными обратными связями эквивалентна замкнутой линейной САУ (без астатизма) с бесконечным коэффициентом усиления разомкнутой цепи.

Точность отработки системой гармонических входных сигналов в СР слежения может оцениваться по фазовой ЧХ вырожденной линейной системы (2.13) при изменении частоты гармонического входного сигнала в заданном диапазоне.

Из (2.3) и (2.13) следует, что движение системы в СР не зависит от изменения параметров объекта управления и величины полки реле (до тех пор, пока выполняются условия существования СР). Кроме того, имеет место инвариантность к возмущающему воздействию на объект, например, к моменту сил сопротивления на исполнительном двигателе.

### 3.4 Пример проектирования следящей системы со скользящим режимом

Рассмотрим пример проектирования зеркально-отклоняющей системы (ЗОС) в составе стенда для полунатурных динамических испытаний системы телеуправления (СТУ) ракеты. Стенд обеспечивает моделирование движений излучателя ракеты (лампы-фары) и трех оптических (световых) помех в поле зрения объективов натурной (штатной) аппаратуры выделения координат (АВК) (рис. 5, 5\*).

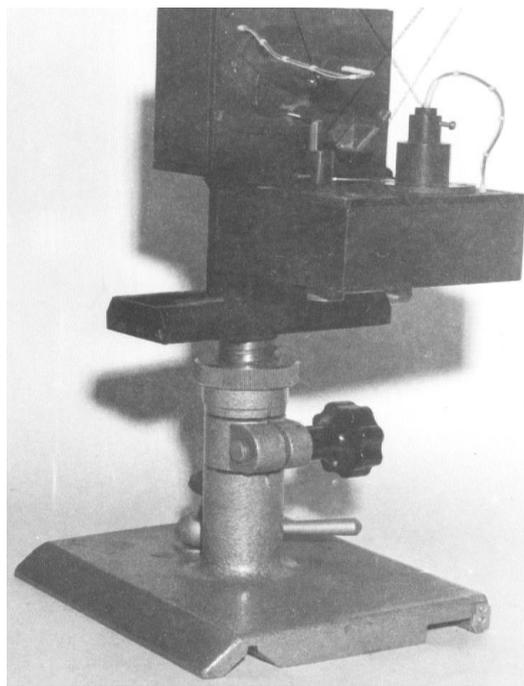
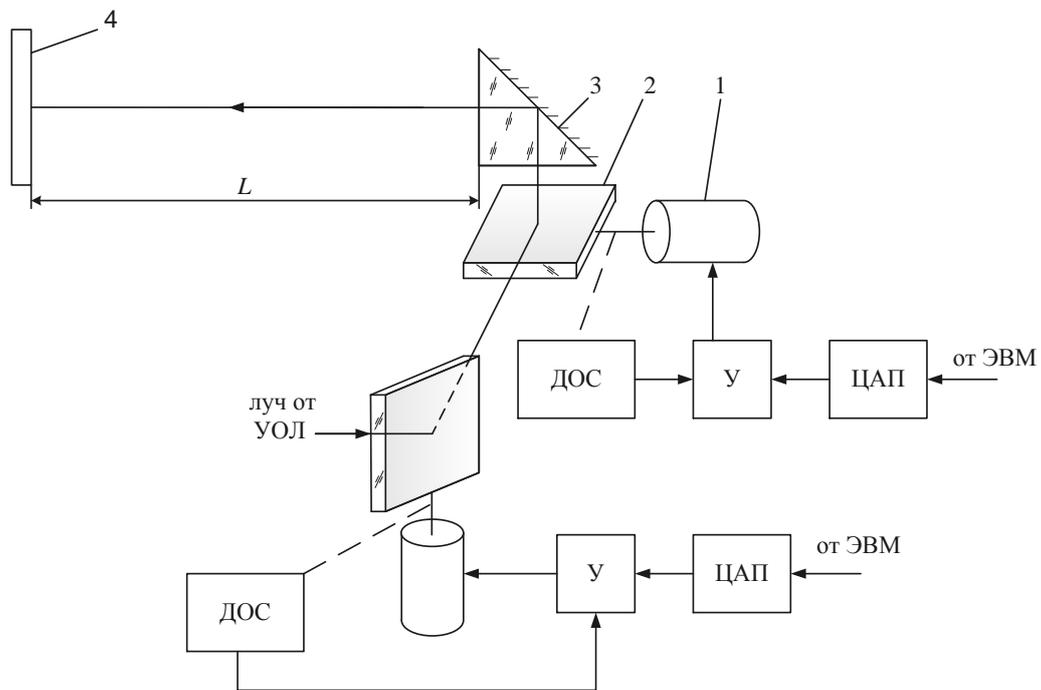


Рис. 5\* – Принципиальная схема и общий вид зеркально-отклоняющей системы:  
 1 – ЭМП; 2 – зеркало; 3 – призма; 4 – экран; ДОС – датчик обратной связи; У – усилитель;  
 ЦАП – цифроаналоговый преобразователь

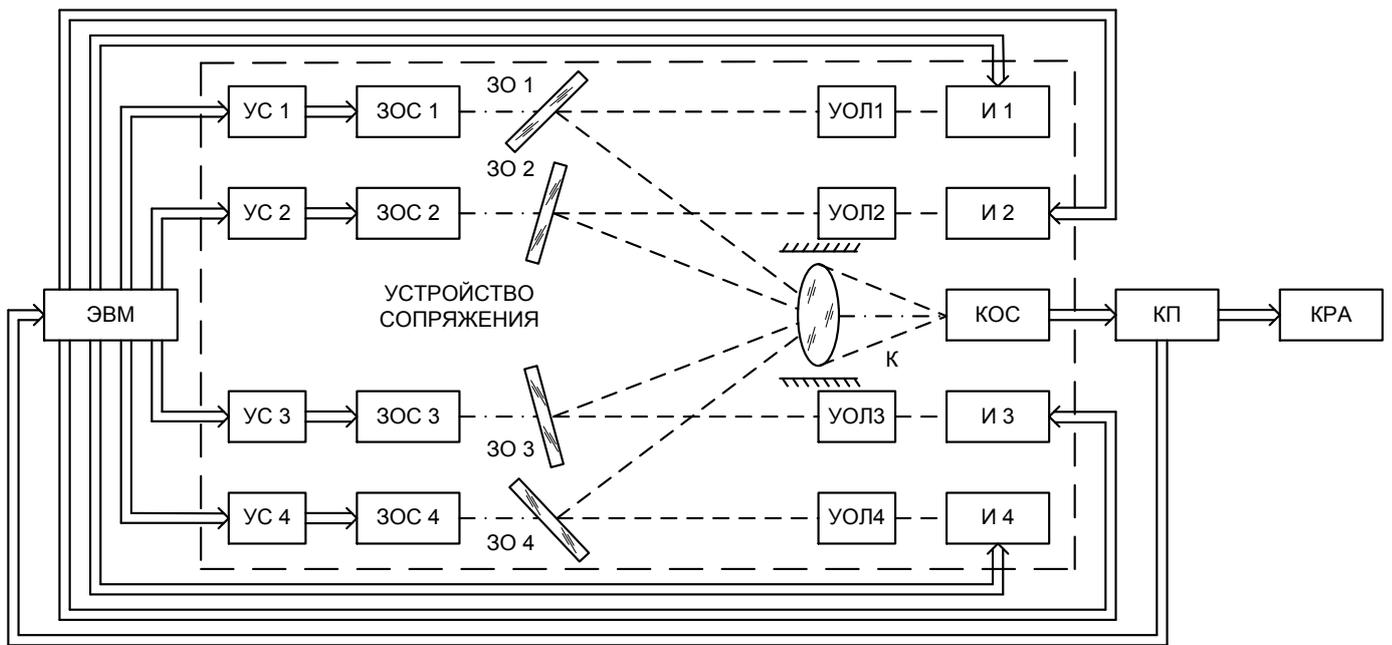


Рис. 5\*\* – Функциональная схема стенда: КП – командный пункт (штатная наземная аппаратура управления); К – конденсорный объектив; КОС – коллиматорно-оптическая система; ЗОС – зеркально-отклоняющая система; И – излучатель; ЗО – зеркальный отражатель; УОЛ – устройство обработки луча; УС – устройство сопряжения; ЭВМ – вычислительная машина; КРА – контрольно-регистрающая аппаратура.

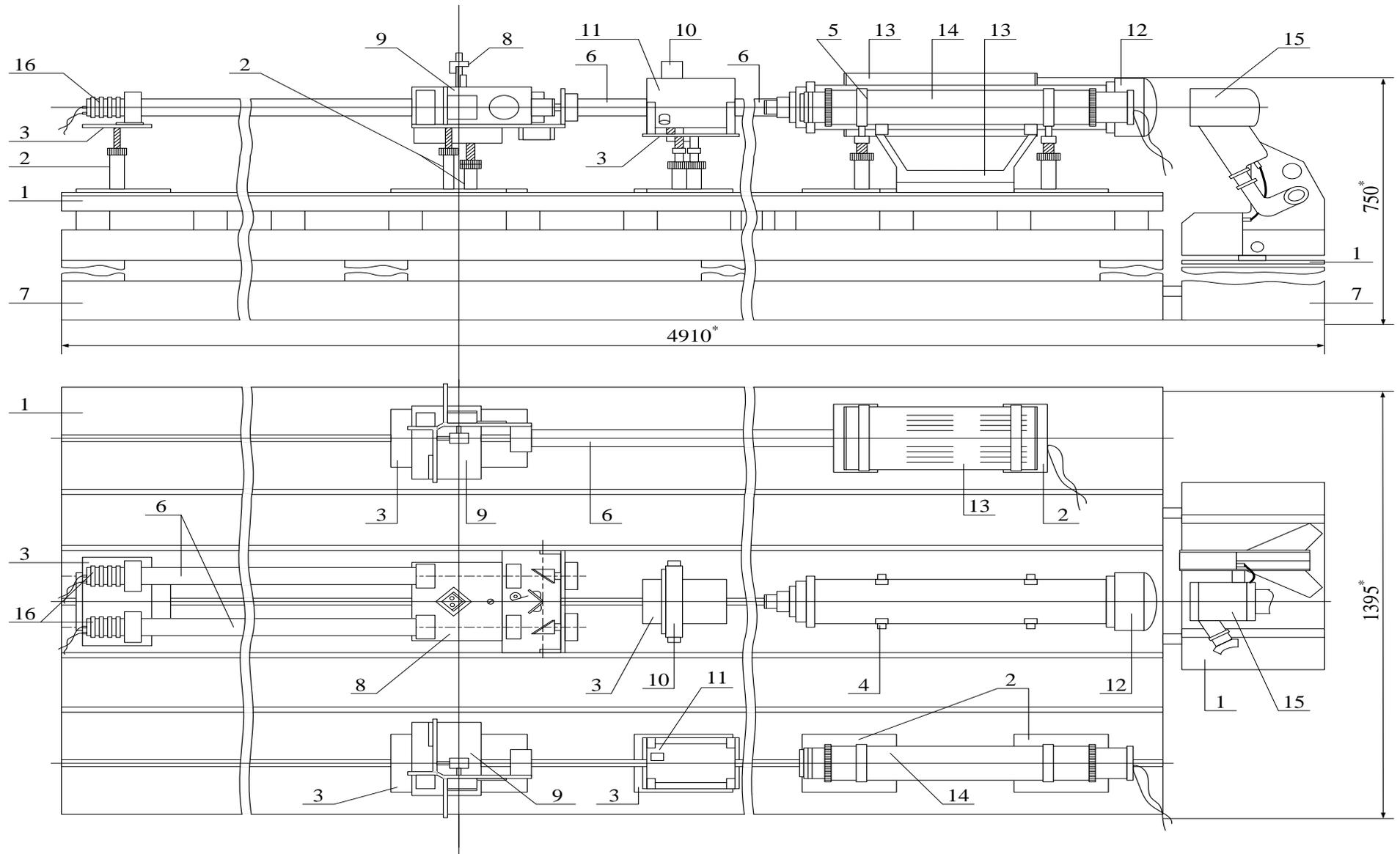


Рис. 6 – Сборочный чертеж станда

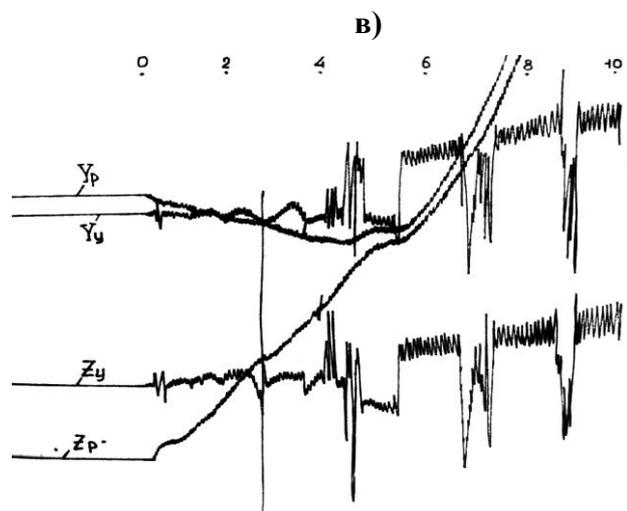
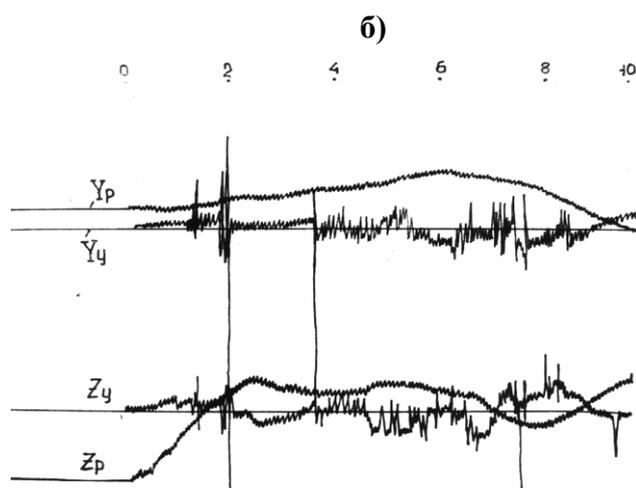
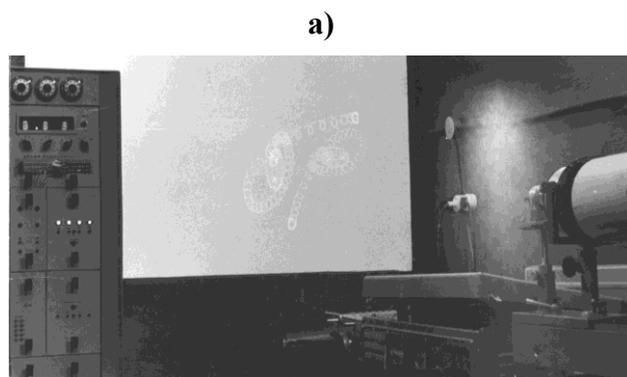


Рис. 8 – Вид траекторий движений ракеты и световой помехи на экране (а); осциллограммы испытаний (б) – вывод ракеты в контур цели в условиях действия световой помехи на 2 секунде полета; (в) – срыв наведения ракеты из-за воздействия световой помехи на 4 секунде полета

Для анализа с помощью стенда показателей помехозащищенности СТУ в стенде на экране воспроизводится движения как лампы-фары ракеты, так и трех “точечных” световых помех. Для этого помимо ЗОС имитатора лампы-фары в стенде установлены три ЗОС световых помех с источниками излучения (светодиодами). ПК стенда в реальном времени формирует случайные законы движения каждой из трех помех в картинной плоскости (на экране).

Заметим, что в стенде светорассеивающий экран используется для настройки и

юстировки. При испытаниях СТУ в качестве экрана используется конденсорный объектив. Такое техническое решение позволяет исключить фильтрацию экраном спектра излучателей, а также потерь энергии при отражении на экране.

3.4.2 Синтез коэффициентов линейных обратных связей в ЗОС со скользящим режимом

ЗОС создана на базе двух серийных электромеханических преобразователей типа МП-120а. На валах ЭМП закреплены зеркальные отражатели. Источником излучения в имитаторе лампы-фары ракеты служит перенастраиваемый лазер ЛГ-126, имеющий три длины волн излучения. ЗОС каждого излучателя реализуется в виде релейной следящей системы со скользящим режимом. Синтез регулятора осуществляется с помощью методики, описанной выше. Структурная схема линеаризованной модели ЭМП (объекта управления), дана на рис. 9.

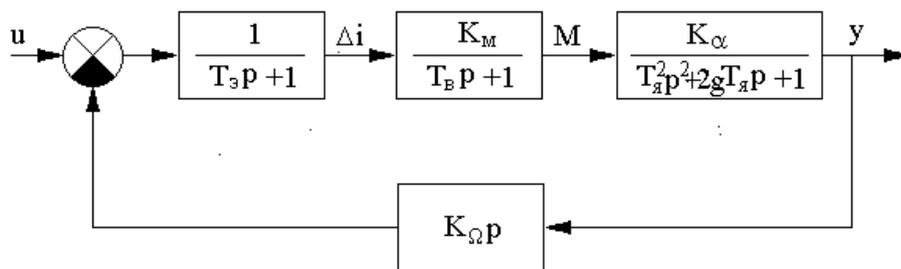


Рис. 9 – Структурная схема ЭМП

Здесь использованы обозначения:

$\Delta i$  – разность токов в обмотках управления, *A*;

$T_3$  – постоянная времени апериодического звена, описывающего динамику нарастания разности токов  $\Delta i$ , *c*;

$T_b$  – постоянная времени апериодического звена, учитывающего потери на вихревые токи, *c*;

$T_я$  – постоянная времени механического колебательного звена, *c*;

$M$  – движущий момент на якоре, *H м*;

$K_m$  – коэффициент передачи ЭМП по моменту, *H м/A*;

$K_α$  – коэффициент передачи ЭМП по углу поворота якоря, *рад/H м*;

$K_Ω$  – коэффициент противоэдс, *B c/рад*.

$\zeta_я$  – коэффициент колебательности;

$y$  – угол поворота якоря, *рад*;

Заметим, что ввиду малости коэффициента  $K_Ω$  в целях упрощения можно исключить из рассмотрения скоростную обратную связь.

Объект управления (рис. 2) имеет четвертый порядок ( $n = 4$ ) и для управления им помимо главной обратной связи по углу поворота якоря требуются  $n-1$  обратных связей по производным угла (т.е. три обратные связи по  $\dot{y}$ ,  $\ddot{y}$ ,  $\dddot{y}$ ).

Будем выбирать коэффициенты  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  так, чтобы управление

$$u = A \cdot \text{sign} \left[ y_0 - y - \sum_{i=1}^3 C_i y^{(i)} \right] \quad (2.14)$$

обеспечивало, с одной стороны, устойчивый «в большом» скользящий режим, а с другой стороны, гарантировало высокую точность слежения.

Из (2.14) и (2.20) следует, что СР функционирования описывается вырожденной передаточной функцией третьего порядка.

Далее будем считать, что условия существования СР в малом вида (2.10), (2.11) выполнены.

При этом условие (2.10) сводится к выполнению неравенства  $C_{n-1} = C_3 > 0$ , то есть к условию отрицательности обратной связи по третьей производной выхода.

Условие (2.11) при заданных максимальных значениях входного сигнала  $y_0(t)$  и его производных обеспечивается выбором величины полки реле  $A$ , которая характеризует мощностные показатели системы.

Рассмотрим реализацию п. п. 4 – 6 методики проектирования релейной СС со скользящим режимом.

Точность режима слежения будем оценивать по значениям ФЧХ соответствующей вырожденной линейной системы третьего порядка при изменении частоты входного гармонического сигнала в заданных пределах.

Как отмечалось выше, скользящий режим слежения определяется уравнением вида (2.3) в данном случае линейным. Если решение уравнения (2.3) устойчиво при любом допустимом входном сигнале  $y_0(t)$ , то из условий (2.8) вытекает устойчивость «в малом» скользящего режима слежения. Однако фактическая реализация скользящего режима слежения зависит от того, является ли рассматриваемая релейная система устойчивой «в большом», т.е. возможен ли выход на скользящий режим слежения при «конечных» возмущениях вектора  $y^*(t)$ .

Релейная система, как хорошо известно, «имеет склонность» к автоколебаниям. В частности, если охватить ЭМП с релейным усилителем главной отрицательной обратной связью, то в такой замкнутой системе возникнут автоколебания.

Существование автоколебаний в СС, от которой требуется скользящий режим слежения, недопустимо. Устранение автоколебаний возможно за счет введения в структуру регулятора отрицательных обратных связей по производным выхода  $y(t)$  (см. закон (2.14)).

Для определения коэффициентов обратных связей, устраняющих автоколебания, воспользуемся методом гармонической линеаризации. Будем считать, что для линейной части СС выполняется гипотеза низкочастотного фильтра.

Вначале получим условия существования автоколебаний. Коэффициент гармонической линеаризации релейного элемента задаётся равенством

$$q = \frac{4A}{\pi a}, \quad (2.15)$$

где  $a$  – амплитуда автоколебаний.

Из равенства (2.15) следует, что гармонически линеаризованный релейный элемент представляет собой коэффициент усиления, численное значение которого определяется амплитудой автоколебаний  $a$ . При этом для рассматриваемого релейного элемента без гистерезиса соответствующий линейный эквивалент не вносит временного запаздывания (т.е. его фазовый сдвиг равен нулю).

В соответствии с методом гармонической линеаризации условия возникновения автоколебаний задаются равенствами (уравнения баланса амплитуд и фаз на частоте автоколебаний):

$$\left. \begin{aligned} A(\omega_a) &= 1; \\ \varphi(\omega_a) &= -\pi \end{aligned} \right\} \quad (2.16)$$

Здесь обозначены

$A(\omega_a)$  – амплитудная ЧХ (с учетом эквивалентного коэффициента (2.15));

$\varphi(\omega_a)$  – фазовая ЧХ разомкнутой системы.

Обозначим через  $W(p)$  передаточную функцию линейной части СС (то есть без релейного элемента, но с учетом линейных обратных связей):

$$W(p) = \frac{K_M K_\alpha M(p)}{(T_\Theta p + 1)(T_B p + 1)(T_J^2 p^2 + 2\xi_J T_J p + 1) + K_M K_\alpha K_\Omega p} \quad (2.17)$$

Здесь полином  $M(p) = C_3 p^3 + C_2 p^2 + C_1 p + 1$  соответствует закону управления (2.14). Оставшаяся часть ( $W(p)/M(p)$ ) описывает динамику объекта, то есть ЭМП.

Если фазовая частотная характеристика  $\arg W(j\omega)$  пересекает прямую

$$\varphi = -\pi \quad (2.18)$$

то, как следует из формулы (2.15), выбором амплитуды  $a$  всегда можно добиться выполнения первого из условий (2.16). Таким образом, условия возникновения автоколебаний (2.16) эквивалентны одному условию

$$\arg W(j\omega) = -\pi \quad (2.19)$$

Выше отмечалось, что в релейной системе, если последняя должна работать в скользящем режиме, автоколебания недопустимы. Поэтому передаточную функцию  $M(p)$  следует выбирать так, чтобы фазовая частотная характеристика  $\arg W(j\omega)$  не пересекала прямой (2.18).

Напомним, что точность в скользящем режиме слежения определяется вырожденной передаточной функцией

$$W_B(p) = \frac{1}{M(p)} \quad (2.20)$$

Передаточную функцию  $M(p)$  всегда можно представить произведением элементарных звеньев (апериодических, колебательных). При этом в соответствии с (2.20) значение ФЧХ вырожденной системы в низкочастотной рабочей области, а, следовательно, и ошибка слежения, будут тем меньше, чем меньше постоянные времени этих звеньев.

При синтезе  $M(p)$  рекомендуется поступать следующим образом:

1. Построить логарифмическую ФЧХ объекта управления.
2. Подобрать такие элементарные звенья (входящие в определение  $M(p)$ ), которые за счет введения дополнительного положительного фазового сдвига позволят компенсировать участок ФЧХ объекта, лежащий ниже прямой  $\varphi = -\pi$ . При этом надо добиться, чтобы ФЧХ вырожденной системы в диапазоне рабочих низких частот была близка к нулю.

Для построения ЧХ удобно использовать пакет прикладных программ *Control Toolbox* системы MATLAB.

На рис. 10 представлены фазовая частотная характеристика объекта, ФЧХ для вырожденной передаточной функции  $W_B(p)$  и ФЧХ разомкнутой системы  $\arg W(j\omega)$ .

Указанный подход к выбору передаточной функции  $M(p)$  обладает простотой и наглядностью и позволяет получить коэффициенты обратных связей, близкие к оптимальным (по точности режима слежения). Проведённые исследования, в частности показали, что, используя только линейные обратные связи, можно добиться высокой точности в режиме слежения.

При параметрах объекта (в технической системе единиц):

$$T_\Theta = 0.002 \text{ с}; T_B = 0.0005 \text{ с}; T_J = 0.0008 \text{ с}; \xi_J = 0.2;$$

$$K_\alpha = 4.5 \text{ град/кГ*см}; K_M = 2 \text{ кГ*см/А}; K_\Omega = 0.0001 \text{ А*с/град},$$

Приближения по коэффициентам обратных связей имеют значения:

$$C_1 = 0.075 * 10^{-8} \text{ см/с};$$

$$C_2 = 0.095 * 10^{-5} \text{ см/с}^2;$$

$$C_3 = 0.193 \cdot 10^{-2} \text{ см/с}^3;$$

Полка реле  $A = 27 \text{ В}$ ;

В законе управления (2.14) от чистых производных выходного сигнала можно перейти к «естественным» внутренним координатам системы. В качестве таких координат можно рассматривать, например, перемещение, скорость, разность токов в обмотках, вращающий момент  $y, \dot{y}, \Delta i, M$ .

Однако при этом инвариантность в СР к параметрам объекта управления утрачивается. Если закон управления формируется на основе «естественных» координат САУ (ток, момент, давление и т.п.), то через эти координаты параметры системы входят в уравнение, описывающее движение в СР.

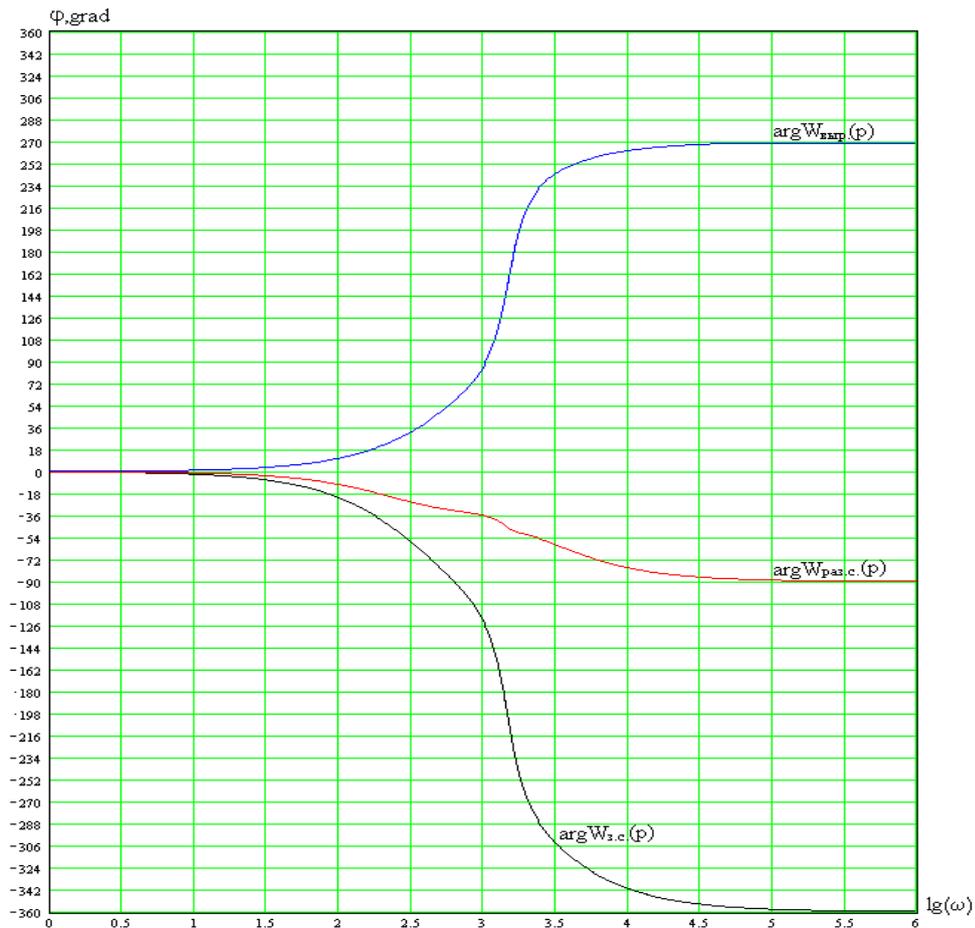


Рис. 10 – Фазовые частотные характеристики: ФЧХ объекта управления (черный), ФЧХ вырожденной линейной системы (синий), ФЧХ разомкнутой скорректированной набором обратных связей системы (красный)

Отметим в заключение, что, выполнив условия (2.8) и выбрав линейные обратные связи с тем, чтобы в системе отсутствовали автоколебания, нельзя гарантировать устойчивость «в большом» скользящего режима слежения.

Для окончательной проверки синтезированной таким образом релейной системы рекомендуется провести моделирование, например, с помощью пакета SimuLink. Моделирование, кроме того, даёт возможность оценить показатели переходного процесса (быстродействие, величину перерегулирования и т.п.).

При учете гистерезиса в релейном элементе идеальный СР преобразуется в квазискользкий режим, характеризующийся быстрыми переключениями реле конечной частоты. В фазовом пространстве этому режиму соответствуют высокочастотные (как правило, 1 КГц и более) колебания изображающей точки относительно поверхности переключения. При

уменьшении ширины петли гистерезиса,  $b \rightarrow 0$ , частота колебаний увеличивается, а их амплитуда стремится к нулю. Отмеченные выше положительные отличия квазискользющего режима при этом качественно сохраняются.

Отметим, что вибрационные колебания малой амплитуды зеркала ЗОС, а следовательно, и изображения лампы-фары на экране, не воспринимаются штатной АВК, т.к. коллиматорно-оптическая система (КОС) обеспечивает “точечность” имитатора излучателя.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №8

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ОТРАБОТКА СЛЕДЯЩЕГО ПРИВОДА. ИЗУЧЕНИЕ КОНСТРУКЦИИ СТЕНДА ДЛЯ ИСПЫТАНИЙ ПРИВОДА

#### ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

- построение математической модели и Simulink-схемы силового электрического следящего привода (ЭСП) с широтно-импульсной модуляцией управления;
- экспериментальное исследование в виртуальном стенде динамики и точности ЭСП;
- получение экспериментальных частотных характеристик ЭСП по первой гармонике выходного сигнала;
- изучение конструкции нагрузочного стенда для динамических испытаний ЭСП.

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ: ЭСП реализован на базе двигателя постоянного тока серии ЭДМ-14. Паспортные данные двигателя ЭДМ-14: номинальная мощность – 400 Вт; потребляемый ток - 10,5А, не более 25А; номинальный момент - 0,130 кгс\*м; номинальная частота вращения - 3000 об/мин. В силовой системе привода двигатель работает совместно с понижающим редуктором.



Рис. 1 – Вид двигателя ЭДМ-14

В качестве датчика углового положения вала используется бесконтактный многополюсный вращающийся трансформатор БВТО-60-С28 типа «редуктосин» (разновидность бесконтактного синусно-косинусного вращающегося трансформатора).



Рис. 2 – Вид вращающегося трансформатора типа БВТО-60-С28

Данные с датчиков углового положения нагрузки и скорости ротора (тахогенератора) оцифровываются.

Система управления – цифровая, реализованная на базе 15-ти разрядного микропроцессора. Двигатель управляется в режиме широтно-импульсной модуляции (ШИМ). Напряжение питания +/-27 В. Частота пилообразного сигнала, поступающего на вход реле от генератора 1 КГц.

#### 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

##### 1.1 Широтно-импульсная модуляция сигналов

Аббревиатура «ШИМ» (англ. *pulse-width modulation (PWM)*) расшифровывается как широтно-импульсная модуляция – это один из методов модуляции сигнала не за счёт вели-

чины выходного напряжения, а за счёт изменения ширины импульсов.

Широтно-импульсная модуляция – процесс управления мощностью методом пульсирующего включения и выключения потребителя энергии.

Различают аналоговую ШИМ и цифровую ШИМ, двоичную (двухуровневую) ШИМ и троичную (трёхуровневую) ШИМ.

Основные характеристики ШИМ-сигнала:

1. Частота импульсов – от этого зависит рабочая частота преобразователя. В промышленности типовыми являются частоты выше 20 кГц, фактически 40-100 кГц.

2. Коэффициент заполнения и скважность. Это две смежных величины характеризующие одно и то же. Коэффициент заполнения – часть времени от периода, когда на выходе контроллера формируется управляющий сигнал, всегда меньше 1.

Скважность всегда больше 1.

Пример.

Пусть при частоте 100 кГц период сигнала равен 10 мкс, ключ открыт в течении 2.5 мкс. Тогда коэффициент заполнения – 0.25 (в процентах – 25%), скважность равна 4.

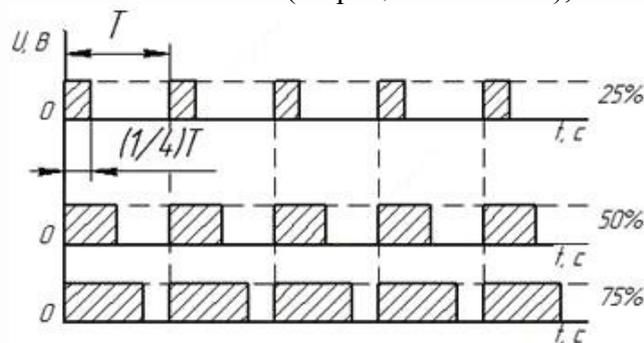


Рис. 3 – Пример, иллюстрирующий ШИМ-сигналы и соответствующие им значения коэффициента заполнения

В результате прохождения ШИ-модулированного сигнала через систему на выходе инерционного объекта управления формируется желаемый непрерывный сигнал. Это достигается за счет интегрирующих свойств объекта, т.е. за счет сглаживания импульсов. Например, при подаче ШИ-модулированного напряжения на вход LC-цепи, цепь сгладит импульсы так, как показано на рис. 4.

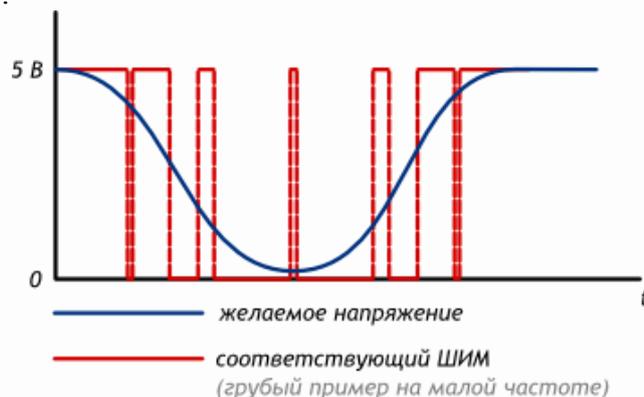


Рис. 4 – Формирование желаемого закона изменения напряжения на выходе LC-цепи с помощью ШИМ

График на рис. 5 иллюстрирует применение трёхуровневой ШИМ для управления электродвигателем. Такая ШИМ используется в приводах асинхронных электродвигателей с переменной частотой. Напряжение от ШИ-модулятора, подается на обмотку машины (изображено синим (V)). Магнитный поток в статоре машины показан красным (B). Из рисунка видно, что магнитный поток имеет приблизительно синусоидальную форму, благодаря соответствующему закону ШИМ.

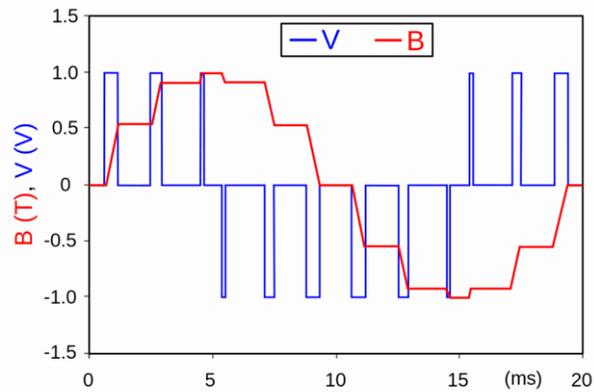


Рис. 5 – Трехуровневое ШИМ-напряжение на обмотках (синий) формирует магнитный поток (красный) в электродвигателе

При ШИМ в качестве ключевых элементов используют транзисторы (могут быть применены и другие полупроводниковые приборы) работающие не в линейном, а в ключевом режиме, то есть транзистор всё время либо разомкнут (выключен), либо замкнут (находится в состоянии насыщения).

### 1.2 Аналоговая ШИМ

Рассмотрим один из методов двухуровневой ШИМ с помощью аналогового компаратора. На один из входов компаратора подаётся пилообразное напряжение от вспомогательного генератора, на другой вход – модулирующее управляющее напряжение. Состояние выхода компаратора – ШИ-модуляция.

Пример.

На рисунке 6: вверху – пилообразный сигнал от генератора (синий) и модулирующее напряжение (красный); внизу – результат ШИМ (фиолетовый).

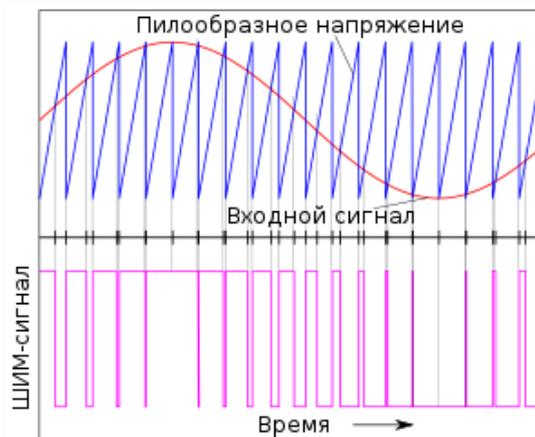


Рис. 6 – Формирование двухуровневого ШИМ-сигнала

ШИМ-сигнал генерируется аналоговым компаратором, на один вход (инвертирующий) которого подаётся вспомогательный опорный пилообразный или треугольный сигнал, значительно большей частоты, чем частота модулирующего сигнала, а на другой — модулирующий непрерывный аналоговый сигнал.

Частота повторения выходных импульсов ШИМ равна частоте пилообразного или треугольного напряжения. В ту часть периода пилообразного напряжения, когда сигнал на инвертирующем входе компаратора выше сигнала на неинвертирующем входе, куда подается модулирующий сигнал, на выходе получается *отрицательное* напряжение, в другой части периода, когда сигнал на инвертирующем входе компаратора ниже сигнала на неинвертирующем входе — будет *положительное* напряжение.

Аналоговая ШИМ применяется в усилителях низкой частоты класса «D».

### 1.3 Цифровая ШИМ

В двоичной цифровой технике, выходы в которой могут принимать только одно из двух значений, приближение желаемого среднего уровня выхода при помощи ШИМ является совершенно естественным. Схема проста: пилообразный сигнал генерируется N-битным счётчиком. Цифровые устройства (ЦШИП) работают на фиксированной частоте, обычно намного превышающей реакцию управляемого объекта.

Управляемыми «уровнями», как правило, являются параметры питания силовой установки, например, напряжение импульсных преобразователей /регуляторов постоянного напряжения/ или скорость электродвигателя.

В цифровой ШИМ прямоугольные импульсы, заполняющие период, могут стоять в любом месте периода, на среднюю величину за период влияет только их количество. Например, при разбиении периода на 8 частей последовательности 11110000, 11101000, 11100100, 11100010, 11100001 и др. дают одинаковую среднюю за период величину, но отдельно стоящие «1» ухудшают режим работы ключа (транзистора).

### 1.4 Моделирование ЭСП в пакете Simulink

Simulink-схема ESP\_model\_1.slx, предназначенная для динамических испытаний ЭСП в режимах переборки и слежения, представлена на рис. 7.

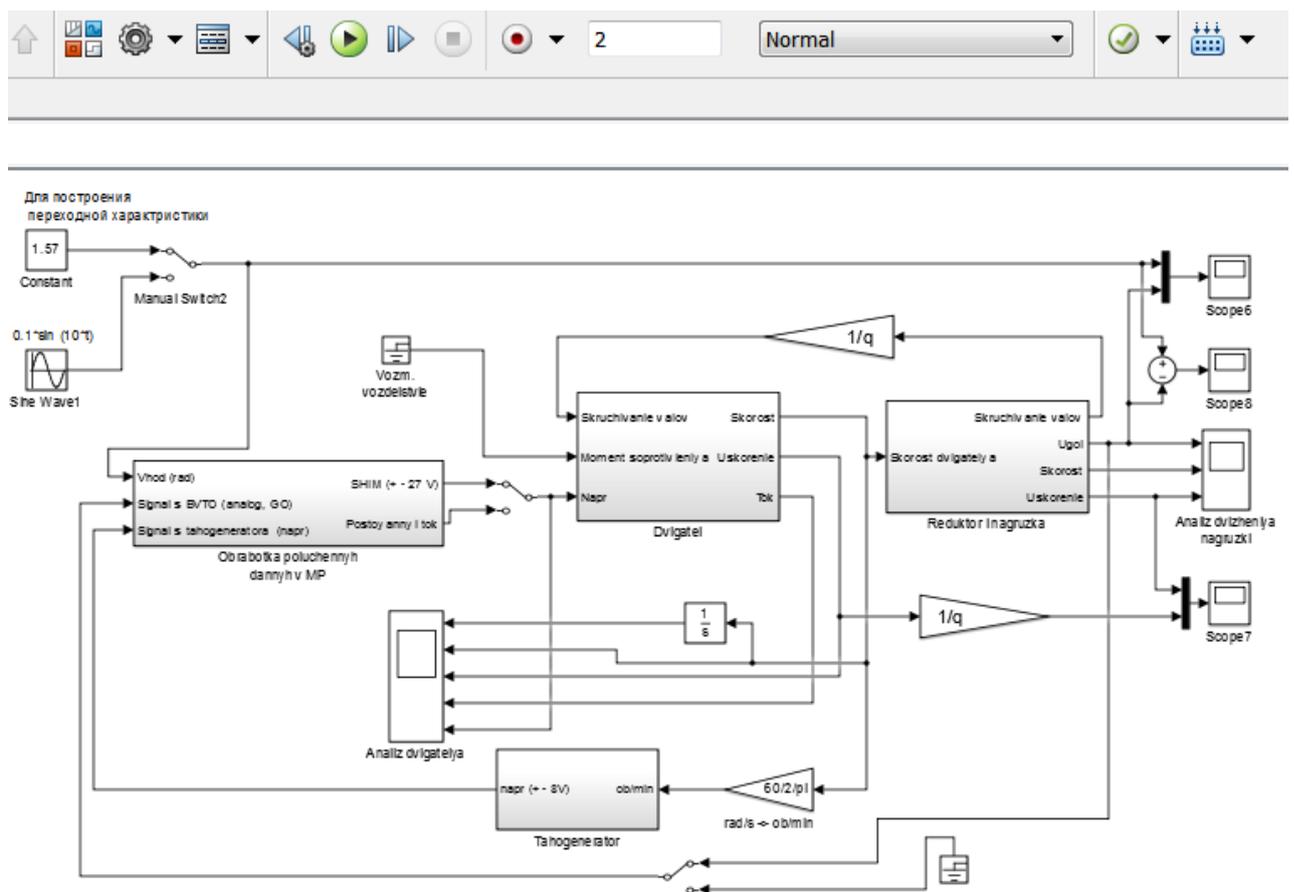


Рис. 7 – Simulink-схема ESP\_model\_1.slx для динамических испытаний ЭСП (вкл. режим переборки)

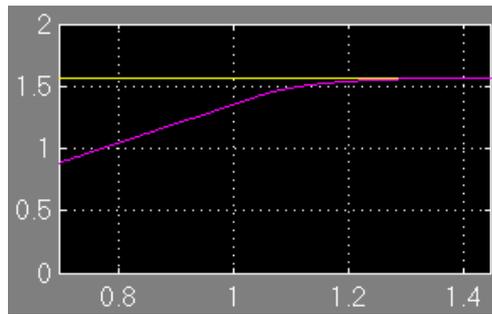


Рис. 8 – Осциллограмма режима переброски на угол 1.57 рад (90 град): время регулирования менее 1.2 с, вид переходного процесса – аperiodический (без перерегулирования)

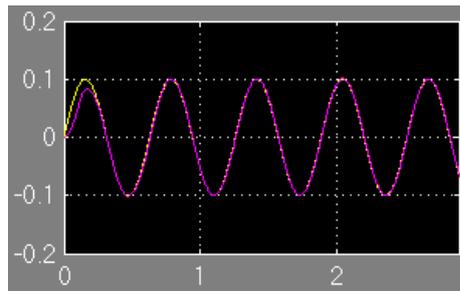


Рис. 9 – Осциллограмма слежения за входным сигналом  $u(t) = 0.1 * \sin(10 * t)$

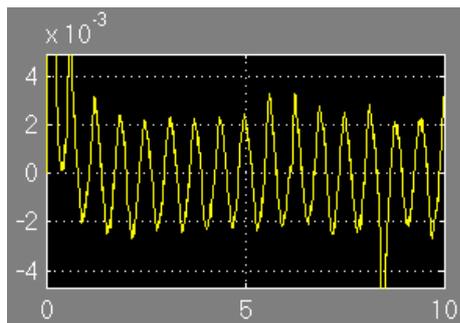


Рис. 10 – Осциллограмма слежения за входным сигналом  $u(t)=0.1 * \sin(10 * t)$ ; ошибка слежения менее 4 мрад

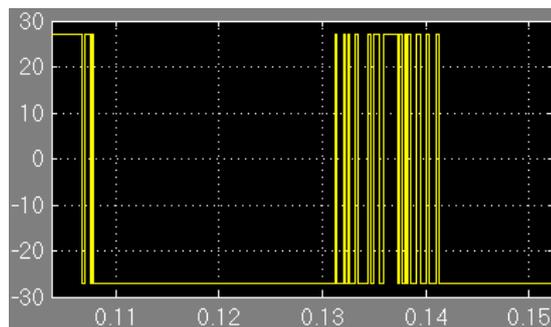


Рис. 11 – Осциллограмма ШИ-модулированного напряжения на якорной обмотке двигателя; частота ШИМ 1 кГц; полка реле 27 В

### 1.5 Автоматизированное построение графиков частотных характеристик нелинейной системы

На рис. 12 представлена Simulink-схема 'ESP\_LACHX', которая содержит блок Fourier Analyzer, предназначенный для построения частотных характеристик по первой гармонике выходного сигнала. Режим испытаний привода – установившийся. Входной сигнал – гармонический. Автоматическое изменение частоты в настройках генератора и блока Fourier Ana-

lyzer в диапазоне частот (0 – 20) Гц, с шагом 0.5 Гц.

В настройках схемы время интегрирования обозначено идентификатором  $T$ . В m-файле оно задано 15 периодами входного сигнала,  $T = 15/\text{freq}$ .

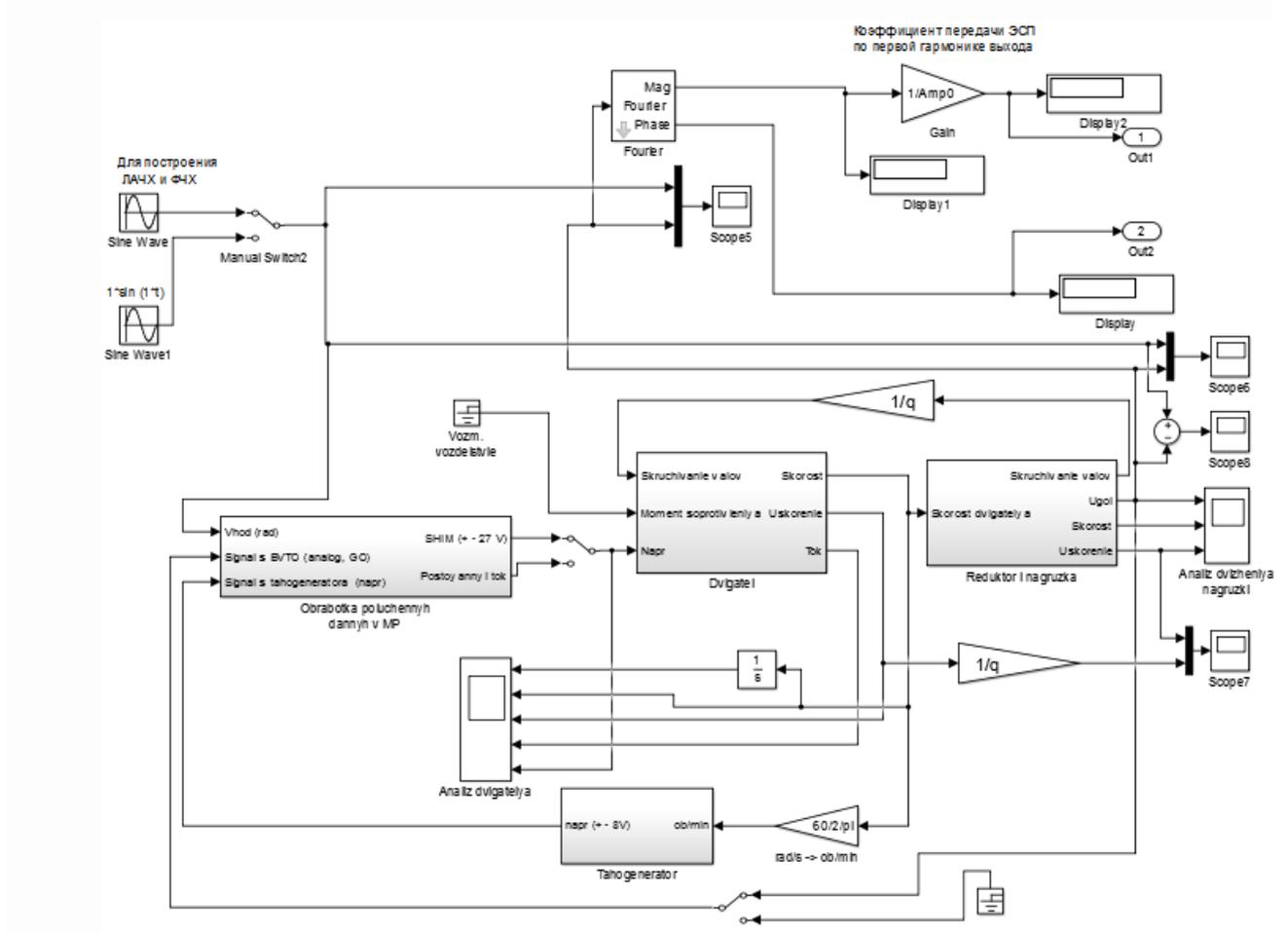


Рис. 12 – Simulink-схема ESP\_LACHX.slx, содержащая блок построения частотных характеристик

Программа автоматизированного построения графиков логарифмических АЧХ и ФЧХ нелинейной следящей системы для случая амплитуды гармонического входного сигнала  $A_{mp0} = 0.1$  (рад), диапазона частот (0 – 20) Гц, шага 0.5 Гц дана ниже. Регистрация данных для построения ЧХ производится в установившемся режиме после 15 периодов входного сигнала.

Исследуемая система нелинейная, поэтому для анализа динамики и точности ЭСП строится семейство ЛАФЧХ при характерных уровнях входного сигнала («большого», среднего, «малого»). Используется несколько значений амплитуды  $A_{mp0}$ , которое задается в программе LACHX\_FCHX.m.

Результаты построения графиков ЛАЧХ и ФЧХ для ЭСП следующие.

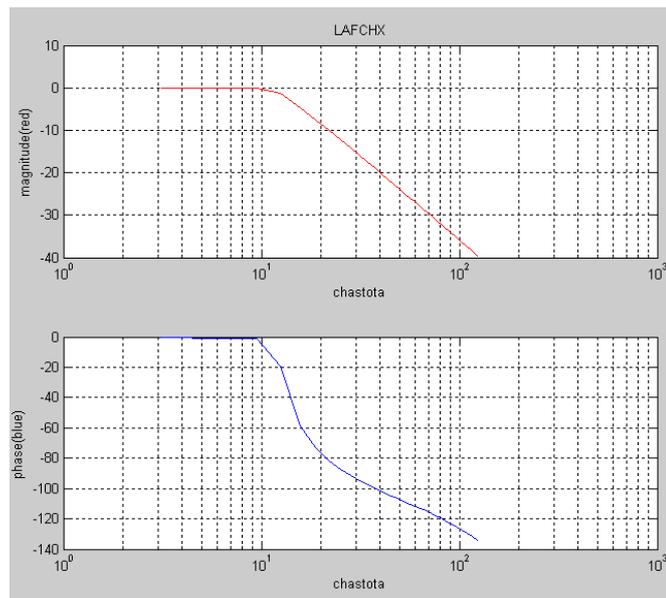


Рис. 13 – ЛАЧХ и ФЧХ замкнутого привода при малом уровне входного сигнала  $A_{mp0} = 0.1$  рад = 5.73 (град)

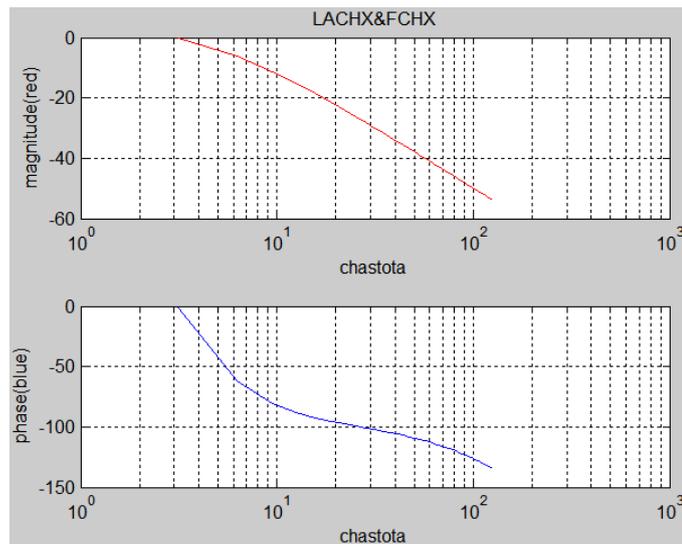


Рис. 14 – ЛАЧХ и ФЧХ замкнутого привода при среднем уровне входного сигнала  $A_{mp0} = 0.4$  рад

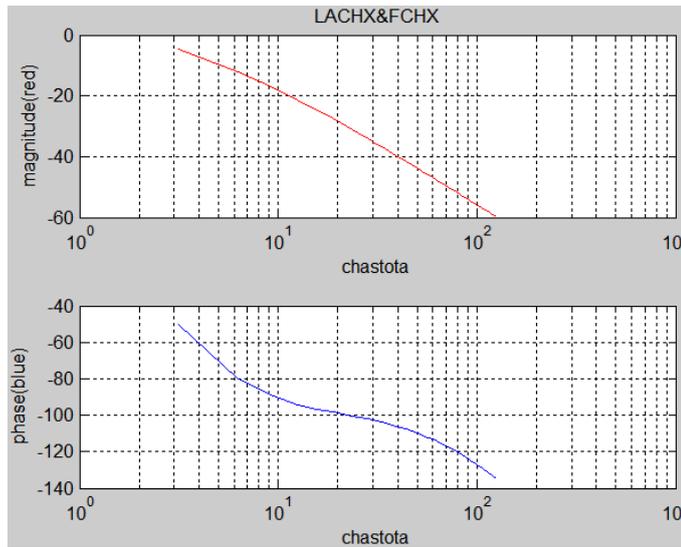


Рис. 15 – ЛАЧХ и ФЧХ замкнутого привода при большом уровне входного сигнала  $A_{mp0} = 1$  рад

Исследуем влияние на динамику и точность привода нелинейностей в объекте управления и оценим степень робастности привода (чувствительности к люфту). Для этого надо ввести люфт в кинематическую передачу.

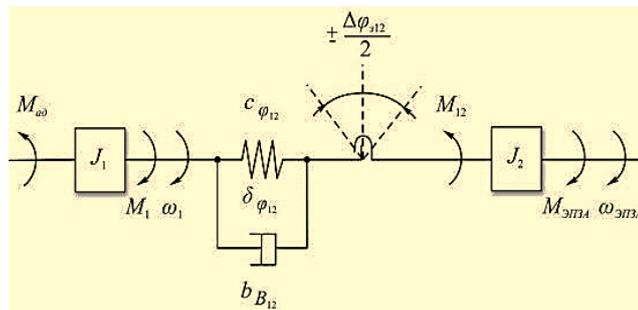


Рис. 16 – Принципиальная схема нежесткой кинематической передачи с люфтом

Введём в Simulink-схему ЭСП нелинейность типа «люфт редуктора» по образцу схемы на рис. 17.

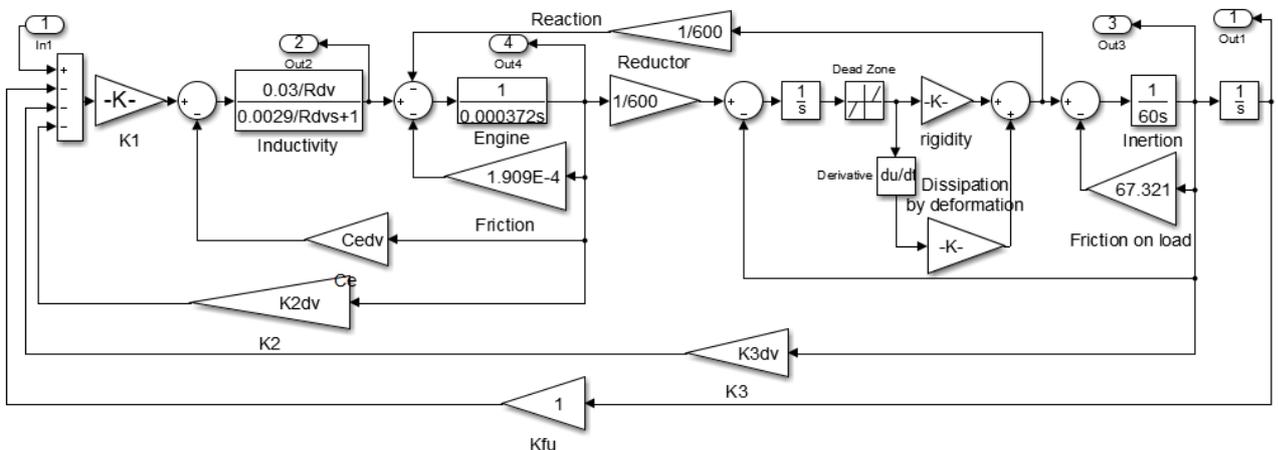


Рис.17 – Пример модели ЭСП с нежесткой кинематической передачей и люфтом

1.6 Конструкция полунатурного стенда для динамических испытаний ЭСП  
Рассмотрим конструкцию нагрузочного стенда для динамических испытаний ЭСП в лабораторных условиях (рис. 16).

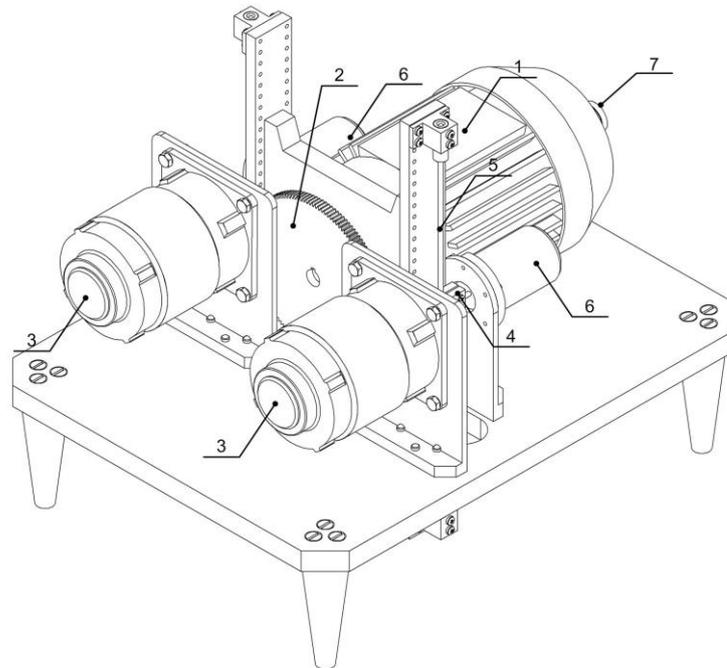


Рис. 16 – Принципиальная схема нагрузочного стенда

#### ЗАДАНИЕ НА РАБОТУ

1. Построить математическую модель и Simulink-схему цифрового электрического следящего привода с широтно-импульсной модуляцией управления.
2. Исследование динамики и точности ЭСП (программа испытаний):
  - запустить m-файл данных и схему моделирования ESP\_model\_1.slx.
  - получить осциллограммы процессов в режимах переброски и слежения (по углу и скорости нагрузки, по току в якорной цепи);
  - получить осциллограммы процессов в регуляторе (в т.ч. ШИМ-управление);
  - оценить количественные показатели динамики и точности при разных входных гармонических сигналах;
  - выполнить анализ динамики и точности при воздействии момента нагрузки; оценить робастность привода (чувствительность к внешнему возмущению по моменту);
  - выполнить анализ динамики и точности при учете люфта; оценить робастность привода (чувствительность к люфту);
  - выполнить анализ динамики и точности при изменении частоты ШИМ; оценить чувствительность привода к изменению частоты ШИМ.
3. Экспериментальное построение ЛАФЧХ:
  - запустить m-файл данных и схему моделирования ESP\_LACHX.slx;
  - запустить m-файл автоматического построения графиков частотных характеристик LACHX\_FCHX.m;
  - получить семейство ЛАФЧХ замкнутого привода для разных уровней входного сигнала и выявить наихудший вариант с точки зрения точности слежения.

4. Изучить конструкцию и элементную базу полунатурного нагрузочного стенда для динамических испытаний ЭСП.
5. Разработать программу динамических испытаний ЭСП в лабораторном стенде.
6. Сформулировать выводы по работе.

#### ВЫВОДЫ ПО РАБОТЕ

1. Моделирование динамических испытаний ЭСП в режиме переброски показало, что силовой привод имеет высокое быстродействие (время регулирования менее 1.2 с) и аperiodический характер переходного процесса.

2. Экспериментальные ЛАФЧХ и моделирование режима слежения ЭСП показали, что привод удовлетворительно обрабатывает синусоидальный входной сигнал с малой амплитудой  $A = 0.1$  (рад) = 5.73 (град) в диапазоне частот до 10 рад/с (до 1.5 Гц).

Модуль установившейся ошибки при частоте 10 рад/с не превышает 4 мрад.

3. Исследуемая система нелинейная, поэтому ЛАФЧХ необходимо снимать для разных уровней входного сигнала и выявлять наилучший вариант с точки зрения точности слежения.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бесекерский В.А. Теория систем автоматического управления: [Учебное издание] / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. – 4-е изд., перераб. и доп. — СПб: Профессия, 2004. – 752с.
2. Пупков К.А. Методы классической и современной теории автоматического управления. Т.5, Методы современной теории автоматического управления / К.А. Пупков [и др.]; под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова: учебник для вузов: в 5 т. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: МГТУ им. Баумана, 2004. – 784с.
3. Коновалов Б.И., Лебедев Ю.М. Теория автоматического управления: учебное пособие / Б.И. Коновалов, Ю.М. Лебедев – 3-е изд. доп. и перераб. – СПб.: Лань, 2010. – 224 с.
4. Воронов А.А. Основы теории автоматического управления: Особые линейные и нелинейные системы. – М.: Энергоиздат, 1981. – 304 с.
5. Иванов В.А., Фалдин Н.В. Теория оптимальных систем автоматического управления. – М.: Наука, 1981. – 336 с.
6. Уткин В.И. Скользящие режимы в задачах оптимизации и управления. – М.: Наука. 1981. – 368 с.
7. Фалдин Н.В. Синтез оптимальных по быстродействию замкнутых систем управления. – Тула: ТулПИ, 1990. – 100 с.
8. Цыпкин Я.З. Релейные автоматические системы. – М.: Наука, 1974. – 576 с.
9. Мамонтов М.А. Аналогичность. – М.: изд. МО СССР, 1971. – 60 с.
10. Кочубиевский И.Д. Динамическое моделирование и испытания технических систем / И.Д. Кочубиевский, В.А. Стражмейстер, Л.В. Калиновская, П.А. Матвеев – М.: Изд-во Энергия, 1978. – 303 с.
11. Подчуфаров Б.М., Подчуфаров Ю.Б., Воробьев В.В. Построение и использование физических имитационных систем: учеб. пособие - Тула, ТулПИ, 1986. – 96 с.
12. Моделирование динамических испытаний оптико-электронных систем управления // Борисов В.В., Воробьев В.В., Лебеденко И.С., Фатеев О.И. Моделирование и оптимизация систем автоматического управления и их элементов. – Тула: ТулПИ, 1989. – С. 137 – 145.
13. Воробьев В.В. и др. Комбинированное моделирование систем автоматического управления: Учеб. пособие. – Тула: ТулПИ, 1991. – 96 с.
14. Воробьев В.В. Метод гарантированной точности для релейных следящих систем/ В.В. Воробьев, Н.Н. Макаров, Парамонова А.А. //Мехатроника, автоматизация, управление, № 10 (127). – М., Новые технологии, 2011. – С. 32 – 38.
15. Воробьев В.В. Системный подход к разработке и испытаниям высокоточных систем на классе сигналов / В.В. Воробьев, О.О. Морозов, А.Г. Ефромеев, А.А. Огурцов, А.К. Ломакин // Известия ТулГУ. Технические науки. Вып. 12: в 3 ч. Ч. 3, Тула: Изд-во ТулГУ, 2017. С. 115 - 126.
16. Елецкая Г.П., Илюхина Н.С., Панков А.П. Электромеханические системы: учеб. пособие. – Тула, ТулПИ, 1990. – 116 с.
17. Макаров Н.Н. Анализ и синтез систем автоматического управления с использованием системы MATLAB: учеб. пособие / Н.Н. Макаров, С.В. Феофилов. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2010. – 68 с.
18. Макаров Н.Н., Феофилов С.В. Применение пакета MATHCAD в анализе и синтезе систем автоматического управления: учеб. пособие / Н.Н. Макаров, С.В. Феофилов ; ТулГУ .— Тула : Изд-во ТулГУ, 2007 .— 169 с.
19. Попова И.В., Волков К.В., Лестев А.М., Луковатый Ю.С. Малогабаритный блок инерциальных и магнитометрических чувствительных элементов. Патент RU 126124.

Заявка: 2012146062/28, 2012.10.29.

20. <http://knowledge.su/i/ispitaniya-v-tekhnikе>
21. [https://studopedia.ru/3\\_180605\\_znacheniya-ispitaniy-novoy-tehniki.html](https://studopedia.ru/3_180605_znacheniya-ispitaniy-novoy-tehniki.html).
22. ГОСТ 15.309-98. Система разработки и постановки продукции на производство. Испытания и приемка выпускаемой продукции. Основные положения.
23. ГОСТ 16504-81. Система государственных испытаний продукции. Испытания и контроль качества продукции. Основные термины и определения.