МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт высокоточных систем им. В.П. Грязева

Кафедра систем автоматического управления

Утверждено на заседании кафедры
«Системы автоматического управления»
«28» апреля 2017 г., протокол № 12

Заведующий кафедрой

_____О.В.Горячев

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
**по выполнению лабораторных работ
по дисциплине (модулю)**

«Специальные главы теории систем автоматического управления»

**основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы специалитета**

по специальности
24.05.06 Системы управления летательными аппаратами

со специализацией
Системы управления движением летательных аппаратов

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 240506-01-17

Тула 2017 год

2

Разработчик(и) методических указаний

Феофилов С.В., профессор, д.т.н., доцент
(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)

(подпись)

ВВЕДЕНИЕ

Данный лабораторный практикум включает пять виртуальных работ и основан на использовании системы научных и инженерных расчетов *MATLAB*.

Анализ и синтез систем автоматического управления (САУ) сопряжены с большим объемом теоретических и экспериментальных работ по исследованию их динамики и точности. Система *MATLAB* является одним из наиболее эффективных экспериментальных средств, позволяющих студентам в диалоговом режиме быстро и наглядно получать необходимые оценки качества САУ как во временной, так и в частотной областях. Указанная система позволяет за короткий промежуток времени на виртуальной модели выполнить большой объем экспериментов с широким изменением параметров. Таким образом, у студентов появляется возможность всесторонне изучить динамику типовых САУ (следящих, систем стабилизации), динамические испытания которых с помощью реальных стендов дороги, сложны и требуют значительного времени на получение и обработку измерительной информации.

Для имитационного моделирования как линейных, так и нелинейных динамических систем *MATLAB* использует специализированное средство моделирования – *SimuLink*. Создание виртуальных моделирующих стендов в пакете *SimuLink* основано на использовании технологии *Drag-and-Drop* (перетащи и оставь). В качестве “кирпичиков” для построения моделей применяются блоки, хранящиеся в библиотеке *SimuLink*. Ввод характеристик исследуемой САУ производится в диалоговом режиме путем графической сборки схемы соединений элементарных стандартных звеньев. Полученная модель хранится в файле с расширением *.mdl*.

В ходе моделирования имеется возможность наблюдать за графиками процессов, происходящих в системе. Для этого используются специальные смотровые окна, входящие в библиотеку *SimuLink*.

Построение основных частотных характеристик (ЧХ) САУ, таких как годограф амплитудно-фазовой ЧХ, логарифмические амплитудные и фазовые ЧХ, производится с помощью пакета прикладных программ *Control ToolBox*.

Для построения логарифмических амплитудных и фазовых ЧХ релейных систем по первой гармонике выходного сигнала используется специально разработанный блок, включенный в пакет *SimuLink*. Блок реализует средствами *SimuLink* способ расчета первой гармоники почти периодического выходного сигнала релейной системы, основанный на разложении в ряд Фурье. Этот способ не вносит дополнительных амплитудных и фазовых искажений в отличие от известного метода обработки выходного сигнала автоколебательной системы с помощью фильтра низкой частоты. Применение указанного блока позволяет заметно снизить трудоемкость построения экспериментальных ЛАФЧХ релейных автоколебательных систем и больше времени студентам уделить практическому освоению методов анализа динамики систем.

1. Цели и задачи исследования.

Цель исследования – практическое изучение динамических возможностей линейной следящей системы (СС) с пропорциональным управлением; анализ влияния дополнительных обратных связей на динамику и точность СС.

Достижение поставленной цели связано с необходимостью решения следующих задач:

- оценки устойчивости СС;
- оценки точности слежения в установившемся режиме;
- оценки качества регулирования в переходном режиме.

2. Теоретические сведения.

2.1. Определение показателей точности и устойчивости СС.

Рассмотрим СС базе электрических машин постоянного тока, принципиальная схема которой представлена на рис.1.

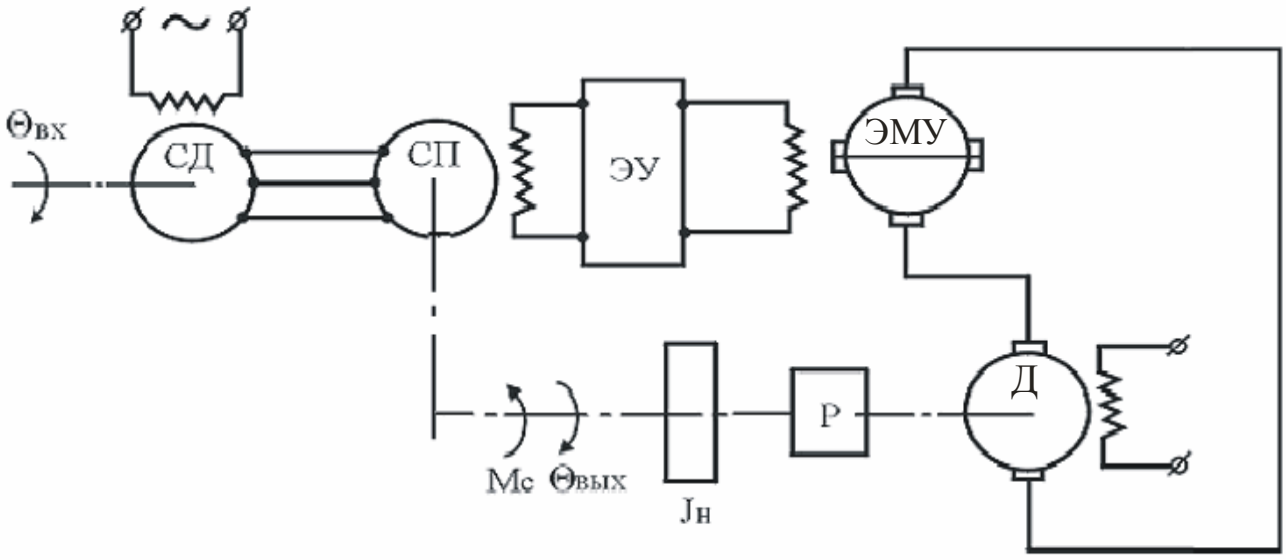


Рис. 1. Принципиальная схема следящей системы: СД – сельсин-датчик; СП – сельсин-приемник; ЭУ – электронный усилитель; ЭМУ – электромашинный усилитель; Д – двигатель; Р – редуктор.

Здесь обозначено: $\theta_{вх}, \theta_{вых}, M_c, J_н$ - угол поворота входного вала, угол поворота выходного вала, момент сил сопротивления, момент инерции нагрузки соответственно.

Математическому описанию функционирования данной следящей системы с помощью линейных дифференциальных уравнений соответствуют следующие структурная схема (рис.2) и схема моделирования в пакете *Simulink* (рис 3).

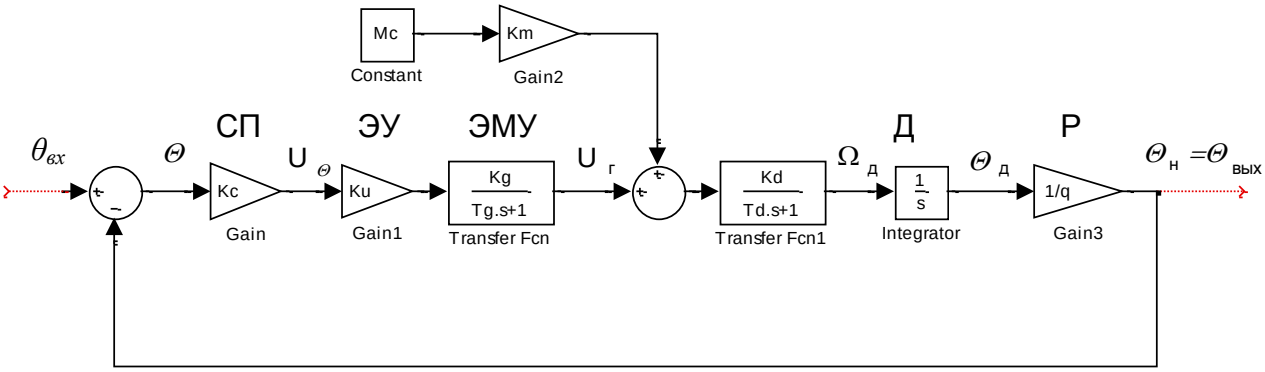


Рис. 2. Структурная схема следящей системы.

Здесь обозначено: θ - ошибка рассогласования; K_c, K_u, K_g, K_d - коэффициенты передачи сельсинной пары, ЭУ, ЭМУ, Д соответственно; q - передаточное отношение редуктора; T_g, T_d - постоянные времени ЭМУ и Д соответственно.

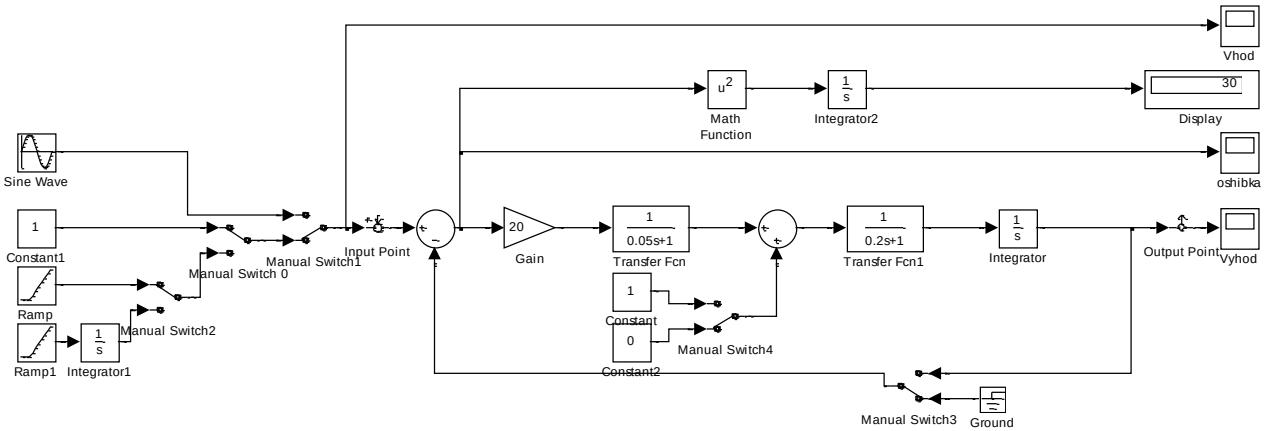


Рис. 3. Схема моделирования СС.

Структурной схеме СС соответствуют следующие основные передаточные функции (ПФ), которые необходимы для анализа динамики системы:

- ПФ разомкнутой системы

$$W(p) = \frac{\Theta_{вых}(p)}{\Theta(p)} = \frac{K}{(T_g p + 1)(T_d p + 1)p}, \qquad (1)$$

где $K = K_c \cdot K_u \cdot K_g \cdot K_d \cdot q^{-1}$;

- ПФ замкнутой системы при $M_c = 0$ (главная ПФ)

$$\Phi(p) = \frac{\Theta_{вых}(p)}{\Theta_{вх}(p)} = \frac{W(p)}{1 + W(p)} = \frac{K}{(T_g p + 1)(T_d p + 1)p + K}; \qquad (2)$$

-ПФ замкнутой СС для ошибки (при $M_c = 0$)

$$\Phi_0(p) = \frac{\Theta(p)}{\Theta_{вх}(p)} = \frac{1}{1+W(p)} = \frac{(T_g p+1)(T_d p+1)p}{(T_g p+1)(T_d p+1)p+K}. \qquad (3)$$

Рассматриваемая СС является астатической (с астатизмом первого порядка) по отношению к входному сигналу. Входной ступенчатый сигнал при отсутствии возмущающего момента ($M_c = 0$) отрабатывается системой с нулевой установившейся ошибкой. При $M_c \neq 0$ имеет место постоянная ошибка.

В установившемся режиме отработки равномерного входного сигнала $\theta_{вх} = \Omega t$, когда входной и выходной валы СС вращаются с постоянной скоростью $\Omega = p\theta_{вых}$, из (1) имеем

$$\Omega = K\theta_y \text{ или } \Omega/\theta_y = K. \qquad (4)$$

Соотношение (4) может быть получено и из анализа (3) в установившемся режиме.

Отношение скорости вращения выходного вала СС к установившейся ошибке θ_y называется добротностью по скорости, которая численно равна коэффициенту усиления разомкнутой системы и имеет размерность $[1/c]$:

$$D = \Omega/\theta_y = K. \qquad (5)$$

Отсюда следует, что значение установившейся ошибки слежения обратно пропорционально величине добротности. Таким образом, для повышения точности СС следует повышать ее добротность.

В соответствии с (2) имеем следующее характеристическое уравнение замкнутой системы

$$T_g T_d p^3 + (T_g + T_d)p^2 + p + D = 0. \qquad (6)$$

Алгебраический критерий Рауса-Гурвица позволяет, не прибегая к расчету корней уравнения (6), определить устойчивость СС и получить в общем виде соотношение между параметрами системы (постоянными времени, добротностью) при котором процессы в ней будут устойчивыми.

В рассматриваемом случае системы третьего порядка этот критерий формирует необходимые и достаточные условия устойчивости в виде положительности коэффициентов уравнения (6), а также неравенства, связывающего внутренние и внешние коэффициенты этого уравнения:

$$(T_g + T_d) > D \cdot T_g \cdot T_d \text{ или } D < \frac{T_g + T_d}{T_g \cdot T_d}. \qquad (7)$$

Практически величина D должна быть выбрана значительно меньше правой части неравенства (7), чтобы получить требуемый запас устойчивости, который будет компенсировать влияние неучтенных постоянных времени (например, электромагнитной постоянной времени якоря двигателя). Из (7) следует, что для увеличения запасов устойчивости СС (или для увеличения добротности при сохранении тех же запасов) нужно стремиться к уменьшению постоянных времени T_g, T_d.

Однако корректировать параметры СС не всегда возможно или возможно, но в узких пределах. В таком случае управляющий сигнал системы должен изменяться по другому закону; для чего, например, в систему вводятся внутренние связи, то есть корректируется структура СС.

2.2. Использование дополнительной обратной связи по скорости.

Рассмотрим как влияет на точность и устойчивость СС дополнительная отрицательная обратная связь по скорости выходного вала (рис.4, разомкнут ключ 2, замкнут ключ 4).

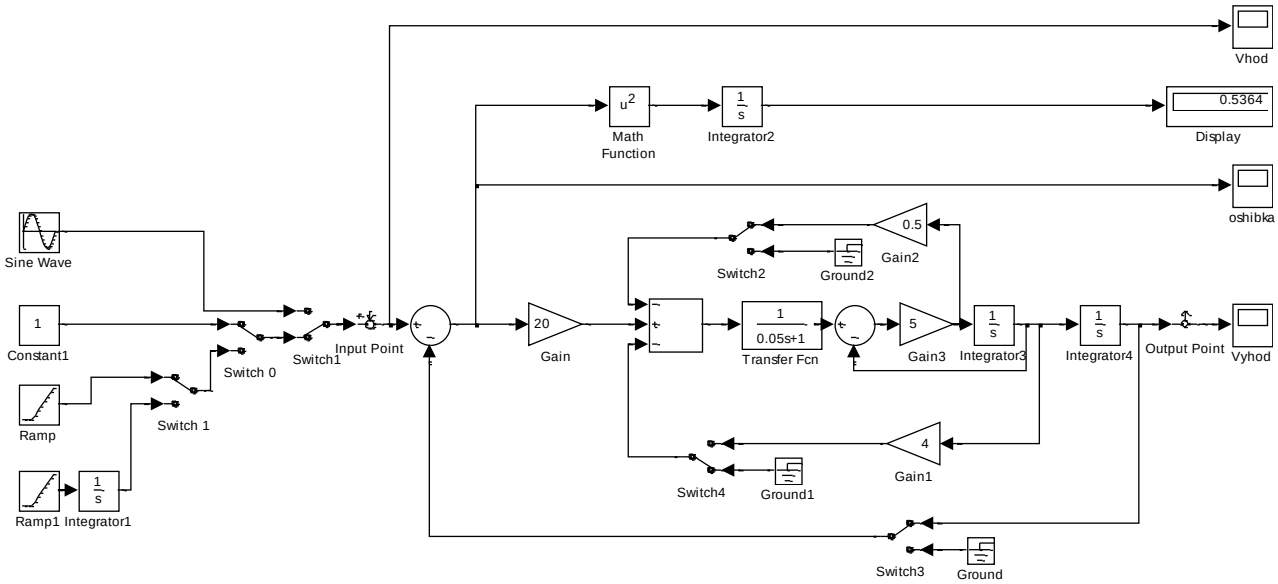


Рис. 4. Схема моделирования СС с дополнительными обратными связями.

Отрицательная обратная связь по скорости в совокупности с главной обратной связью позволяют формировать управление на исполнительном двигателе не только с учетом текущего углового положения нагрузки, но и с учетом тенденции к его изменению. Указанная связь реализуется с помощью тахогенератора, установленного на выходном валу системы. Сигнал с его выхода подается на инвертирующий вход электронного усилителя.

ПФ разомкнутой системы в данном случае принимает вид:

$$W_1(p) = \frac{K}{T_g T_d p^3 + (T_g + T_d) p^2 + (1 + k_v K) p}, \tag{8}$$

где k_v - коэффициент, характеризующий влияние сигнала, пропорционального скорости выходного вала.

В установившемся режиме слежения за равномерным входным сигналом в соответствии с (8) имеем

$$(1 + k_v K) \cdot \Omega = K \cdot \theta_y \text{ или } D_1 = \frac{K}{1 + k_v K} < D. \tag{9}$$

Отсюда следует, что при введении дополнительной обратной связи по скорости добротность скорректированной системы уменьшается по сравнению с добротностью исходной СС.

Характеристическое уравнение скорректированной замкнутой системы принимает вид

$$T_g T_d p^3 + (T_g + T_d) p^2 + (1 + k_v K) p + K = 0. \qquad (10)$$

Применяя алгебраический критерий устойчивости, получаем, что СС будет устойчивой, если

$$\frac{K}{1 + k_v K} < \frac{T_g + T_d}{T_g \cdot T_d}. \qquad (11)$$

Неравенство (11) показывает, что введение в СС дополнительной отрицательной обратной связи по скорости увеличивает запасы устойчивости системы. Рекомендуется коэффициент k_v выбирать так, чтобы обеспечивался запас по фазе $\Delta\varphi = 30^0 \div 40^0$ и запас по амплитуде $\Delta A = 3 \div 4$дб.

2.3. Использование дополнительной обратной связи по ускорению.

Вместо дополнительной обратной связи по скорости, для улучшения устойчивости СС может вводиться дополнительная отрицательная обратная связь по ускорению выходного вала (рис.4, замкнут ключ 2, разомкнут ключ 4). Ее можно осуществить, например, с помощью дифференцирующего контура RC, включенного последовательно в цепь якоря тахогенератора. Выход этого контура подается на инвертирующий вход электронного усилителя.

Примечание: в схеме *SimuLink* (рис. 4) для упрощения моделирования сигналы по ускорению и скорости выходного вала СС берутся со входов интеграторов 3,4 соответственно. Отметим, что в реальной СС указанные производные регулируемой величины получаются не в “чистом” виде, а с некоторой малой инерционностью. В частности, цепь RC более полно может быть описана, например, с помощью типового инерционного дифференцирующего звена. При этом эффект дифференцирования сигналов несколько снижается, но качественно он сохраняется.

ПФ разомкнутой системы в данном случае принимает вид:

$$W_1(p) = \frac{K}{T_g T_d p^3 + (T_g + T_d + k_a K) p^2 + p}, \qquad (12)$$

где k_a - коэффициент, характеризующий влияние сигнала, пропорционального ускорению выходного вала.

В установившемся режиме слежения за равномерным входным сигналом в соответствии с (12) имеем

$$\Omega = K \cdot \theta_y \qquad (13)$$

Откуда $\Omega / \theta_y = K = D$, то есть добротность рассматриваемой скорректированной СС равна добротности исходной системы.

В данном случае имеем следующее характеристическое уравнение замкнутой системы

$$T_g T_d p^3 + (T_g + T_d + k_a K) p^2 + p + K = 0. \qquad (14)$$

Применяя алгебраический критерий устойчивости, получаем, что СС будет устойчивой, если ее добротность удовлетворяет неравенству

$$D < \frac{T_g + T_d + k_a K}{T_g \cdot T_d}. \qquad (15)$$

Выражение (15) показывает, что введение в СС дополнительной отрицательной обратной связи по ускорению увеличивает запасы устойчивости и позволяет повысить добротность системы, а, следовательно, и ее точность. Таким образом, этот вариант коррекции наиболее предпочтителен, хотя и сложнее предыдущего в реализации.

2.4. Анализ точности слежения за типовыми входными сигналами.

Точность отработки СС типовых входных сигналов определяется величиной установившейся ошибки. Определим ее в общем виде с помощью метода коэффициентов ошибок.

Разложим ПФ (3) для ошибки исходной системы в степенной ряд путем деления числителя на знаменатель:

$$\begin{aligned}\Phi_0(p) &= c_0\Theta_{вх}(p) + c_1\dot{\Theta}_{вх}(p) + \frac{1}{2!}c_2\ddot{\Theta}_{вх}(p) + \ldots + \frac{1}{n!}c_n\Theta^{(n)}{}_{вх}(p) = \\ &= \frac{1}{D}p + \frac{p^2}{D}(T_g + T_d - \frac{1}{D}) + \ldots\end{aligned} \qquad (16)$$

Ограничимся первыми двумя членами ряда. Тогда получаем, что $c_0 = 0$; $c_1 = \frac{1}{D}$; $c_2 = \frac{2}{D}(T_g + T_d - \frac{1}{D})$.

Таким образом, для расчета установившейся ошибки слежения получаем следующую приближенную формулу

$$\theta_y \approx \frac{1}{D}p\theta_{вх} + \frac{1}{D}(T_g + T_d - \frac{1}{D})p^2\theta_{вх} \qquad (17)$$

Подставляя в зависимость (17) выражение для исследуемого типа входного сигнала, оцениваем значение установившейся ошибки.

3. Объект исследования.

Объектом исследования является линейный контур управления следящей системы на базе электрических машин постоянного тока.

4. Задание на исследование.

1. Определить устойчивость СС с помощью алгебраического критерия при заданных значениях параметров. Проанализировать с помощью полученного неравенства влияние на устойчивость СС изменения постоянных времени и добротности системы.

2. Оценить запасы устойчивости по амплитуде и по фазе с помощью частотных характеристик и годографа Найквиста для различных значений постоянной времени T_g.

3. Определить с помощью метода коэффициентов ошибок выражения для установившихся значений θ для типовых входных сигналов: единичного ступенчатого $\theta_{вх} = 1(t)$; равномерного $\theta_{вх} = \Omega \cdot t$, $\Omega = const$; равноускоренного $\theta_{вх} = a \cdot \frac{t^2}{2}$, $a = const$; синусоидального $\theta_{вх} = A \cdot \sin \omega t$.

4. Оценить установившуюся ошибку отработки СС типовых входных сигналов путем моделирования работы системы (при отсутствии возмущающего момента M_c). Определить составляющую ошибки слежения, обусловленную возмущающим моментом M_c при ступенчатом входном воздействии.

5. Оценить качество переходного процесса в системе при ступенчатом входном сигнале $\theta_{вх} = 1(t)$. Определить время регулирования и перерегулирование путем моделирования работы системы. Получить косвенную оценку качества переходного процесса с помощью интегрального квадратичного критерия $J = \int_0^\infty \theta^2(t)dt$. Сопоставить полученные результаты.

6. Проанализировать различные варианты коррекции исходной системы: с помощью введения дополнительных отрицательных обратных связей по скорости и ускорению выходного вала.

При выполнении заданий принять следующие значения параметров: коэффициент по контуру (добротность системы по скорости) $K = 20$; постоянные времени: $T_g = 0.05c$; $T_d = 0.2c$; возмущающий момент $M_c = 1\,Н \cdot м$.

5. Порядок выполнения работы.

1. На основе исходных данных, используя алгебраический критерий, определить устойчивость заданной системы. Сделать выводы относительно влияния изменения параметров системы на ее устойчивость.

2. Построить логарифмические частотные характеристики и годограф Найквиста, с использованием пакета *Control ToolBox*:

а) запустить систему *Matlab;*

б) запустить *Simulink* (нажать соответствующую кнопку на панели инструментов);

в) открыть файл с исходной моделью (указывается преподавателем);

г) выбрать в главном меню пункт *Tools*$\rightarrow$*Linear analysis.* В открывшемся окне выбрать *Simulink*$\rightarrow$*Get linearized model;*

д) для построения частотных характеристик в контекстном меню выбрать *Plot types*$\rightarrow$*Bode*

е) для вывода информации о запасах устойчивости выбрать в контекстном меню *Characteristics*$\rightarrow$*Stability(All crossing)*

ж) для построения годографа Найквиста выбрать *Plot types*$\rightarrow$*Niquist.*

<u>Примечание</u>: для удобства перехода между замкнутой и разомкнутой системами в обратную связь введен переключатель 3 (рис. 3).

3. С помощью метода коэффициентов ошибок определить установившиеся значения ошибки слежения за типовыми входными сигналами.

4. Подтвердить полученные результаты путем моделирования (схема *SimuLink* , рис.3). Входной сигнал задается переключением соответствующих ключей 0, 1, 2. Запуск моделирования осуществляется нажатием кнопки “*Start simulation”* на панели инструментов.

5. Подать единичный ступенчатый входной сигнал. Выполнить моделирование при отсутствии возмущающего момента M_c (схема *SimuLink* , рис.3). По графику переходного процесса определить значения показателей качества: время регулирования и перерегулирование. Полученное в результате моделирования значение интегрального квадратичного критерия качества регистрируется с помощью блока *Display.*

6. Определить составляющую ошибки слежения, обусловленную наличием момента M_c при ступенчатом входном воздействии (включить ключ 4).

7. Открыть файл, содержащий модель с дополнительными отрицательными обратными связями (рис.4).

8. Ввести дополнительную отрицательную связь по скорости (замкнуть ключ 4, разомкнуть ключ 2). Построить логарифмические частотные характеристики, определить запасы устойчивости по амплитуде и по фазе. Промоделировать систему, определить характеристики переходного процесса (время регулирования, перерегулирование) при единичном ступенчатом входном сигнале. Определить значение установившейся ошибки при типовых входных сигналах.

9. Ввести дополнительную отрицательную связь по ускорению (замкнуть ключ 2, разомкнуть ключ 4). Построить логарифмические частотные характеристики, определить запасы устойчивости по амплитуде и по фазе. Промоделировать систему, определить характеристики переходного процесса (время регулирования, перерегулирование) при единичном ступенчатом входном сигнале. Определить значение установившейся ошибки при типовых входных сигналах.

10. На основе полученных результатов сделать выводы о достоинствах и недостатках рассмотренных типов коррекции.

6. Требования к оформлению отчета.

Отчет должен содержать принципиальную и структурную схемы системы; результаты теоретического анализа динамики и точности исходной СС и СС с дополнительными обратными связями; графики частотных характеристик и значения запасов устойчивости; результаты моделирования процессов слежения.

7. Контрольные вопросы

1. Что такое добротность СС по скорости?
2. Как влияет изменение добротности СС на ее точность и устойчивость?

3. Как влияет изменение постоянных времени СС на ее запасы устойчивости?
4. Как влияет введение в СС дополнительной обратной связи по скорости на ее точность и устойчивость?
5. Как влияет введение в СС дополнительной обратной связи по ускорению на ее точность и устойчивость? Какая из дополнительных обратных связей предпочтительнее?
7. Является ли СС статической или астатической по отношению к входному сигналу?
8. В чем суть метода коэффициентов ошибок?
9. Чему равна установившаяся ошибка при ступенчатом входном сигнале и наличии возмущающего момента ($M_c = const$)? При отсутствии момента ($M_c = 0$)?
10. Какова будет ошибка в установившемся режиме при равномерном входном сигнале?
11. Какова будет ошибка в установившемся режиме при равноускоренном входном сигнале?
12. Какова будет ошибка в установившемся режиме при синусоидальном входном сигнале?

Библиографический список

1. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1975. – 767 с.
2. Теория автоматического управления: Учеб. для вузов. В 2 ч. Теория линейных систем автоматического управления/ Под ред. А.А. Воронова.-М.-Высш.шк., 1986.– 303 с.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2
Анализ линейной следящей системы при различных законах управления

1. Цели и задачи исследования.

Цель исследования – практическое знакомство с основными законами управления линейной следящей системой; изучение влияния структуры и параметров регулятора на динамику и точность системы.

Достижение поставленной цели связано с необходимостью решения следующих задач:

- изучения типовых линейных законов управления;
- сравнительного анализа законов управления на основе экспериментальных данных о показателях динамики и точности системы.

2. Теоретические сведения.

2. 1. Общие сведения.

Если СС с пропорциональным законом управления (см. лаб. раб.№1) не удовлетворяет предъявленным требованиям, например, по времени регулирования, перерегулированию, точности в установившемся режиме и др. показателям, то необходимо провести коррекцию (изменение с целью улучшения) динамических свойств. Здесь возможно два пути. Первый состоит в том, чтобы достигнуть желаемого изменения динамики СС путем изменения параметров системы. С изменением параметров меняются соответственно коэффициенты уравнений и частотные характеристики, а значит и качество процесса. Однако корректировать параметры исполнительных блоков системы мы не можем или можем в довольно узких пределах. Более рациональным способом коррекции, как правило, является способ, основанный на преобразовании сигнала ошибки.

С точки зрения теории управления в САУ можно выделить объект управления и регулятор. Объект управления обычно представляет собой устройство, структура и параметры которого жестко заданы. Регулятор (управляющее устройство) вводится в систему для придания ей желаемых качеств. Его структура и параметры формируются специалистом - управленцем и могут варьироваться в достаточно широких пределах. Выходной сигнал управляющего устройства – управляющее воздействие – вырабатывается с учетом полезных и возмущающих воздействий, а также с учетом того в каком положении реально находится система в данный момент. При этом под законом управления понимают функциональную зависимость, в соответствии с которой управляющее устройство формирует управляющее воздействие $u(t)$.

Ограничимся рассмотрением линейных законов, когда управляющее устройство вырабатывает величину $u(t)$ в функции ошибки x:

$$u = W_{рег}(p) \cdot x$$

в соответствии с линейной формой

$$u = (k_0 + \frac{k_1}{p} + \frac{k_2}{p^2} + ... + k_3 p + k_4 p^2 + ...)x$$

.

Таким образом, в общем случае управление формируется регулятором не только в зависимости от сигнала ошибки, но и в зависимости от интегралов и производных этого сигнала.

Введение интегралов является методом создания или повышения порядка астатизма системы, а значит должно обеспечивать повышение точности в установившемся режиме. В частности, такой регулятор, введенный в исходную астатическую СС, поднимает ее порядок астатизма до второго. Это позволяет без ошибки отрабатывать равномерный входной сигнал; с постоянной ошибкой отрабатывается равноускоренный сигнал. Причем, поскольку астатизм вводится в регулятор (т.е. до точки приложения возмущающего момента M_c), то это позволяет устранить установившуюся ошибку слежения исходной системы, обусловленную этим моментом. Однако, надо иметь в виду, что введение интегратора в регулятор является дестабилизирующим фактором, уменьшающим запасы устойчивости системы.

Введение производных, напротив, является стабилизирующим фактором, увеличивающим запасы устойчивости системы и повышающим качество переходного процесса за счет усиления затухания (демпфирования). При управлении по производной показатели точности системы не могут быть улучшены, т. к. установившиеся значения ошибки остаются такими же, как и в системе без дифференцирующего регулятора. Однако регулирование по производной имеет большое значение в качестве вспомогательного средства, т. к. оно учитывает не только наличие ошибки, но и тенденцию к ее росту или уменьшению.

2. 2. Типовые законы управления линейными системами.

Рассмотрим применительно к представленной в лаб. раб. №1 астатической СС некоторые важные типовые линейные законы управления. Эти законы имеют свои названия.

1. Пропорциональный закон управления (“П”)

$$u = k_0 \cdot \theta(t), \qquad (1)$$

где u - управляющее воздействие; θ - сигнал ошибки.

2. Интегральный закон управления (“И”)

$$u = k_1 \int_0^t \theta(t)dt \qquad (2)$$

3. Пропорционально-интегральный закон управления (“ПИ”)

$$u = k_0 \cdot \theta(t) + k_1 \int_0^t \theta(t)dt \qquad (3)$$

4. Пропорционально-интегрально-дифференциальный закон (“ПИД”)

$$u = k_0 \cdot \theta(t) + k_1 \int_0^t \theta(t)dt + k_2 \cdot \dot{\theta}(t) \qquad (4)$$

Представленные законы управления в операторном виде иллюстрируются структурной схемой на рис. 1.

Отметим, что закон управления (3) называется также законом изодромного регулирования. Это название связано с тем, что в этом законе сигнал ошибки преобразуется так же, как входной сигнал изодромным корректирующим звеном:

$$U(p) = W_k(p) \cdot \Theta(p), W_k(p) = \frac{k_0 p + k_1}{p}. \qquad (5)$$

Изодромное корректирующее устройство обеспечивает сочетание точности интегрального и быстродействия пропорционального регулирования. С точки зрения частотных свойств оно корректирует низкочастотную часть амплитудной ЧХ СС, влияющей на точность системы (повышает ее). При этом отрицательный сдвиг фазы в среднечастотной области, существенной для устойчивости системы, мал.

2. 3. Коррекция с использованием дифференцирующего фильтра.

На практике часто задача проектирования линейной САУ по заданным требованиям к ее динамике и точности сводится к синтезу последовательного корректирующего фильтра методом желаемой ЛАЧХ. Введение в контур управления СС, например, дифференцирующего фильтра с передаточной функцией

$$W_ф = k_ф \frac{T_ф p + 1}{k_ф \cdot T_ф + 1}, \qquad (6)$$

(где $k_ф$, $T_ф$ – коэффициент передачи и постоянная времени фильтра, $k_ф < 1$) позволяет увеличить частоту среза ω_c системы и расширить ее полосу пропускания при обеспечении необходимых запасов устойчивости. Такая коррекция позволяет получить наклон ЛАЧХ вблизи частоты ω_c равным -20 дб/дек, что соответствует свойствам апериодического звена. При этом обеспечивается наименьшая колебательность переходного процесса в замкнутой СС.

Для рассматриваемой СС с астатизмом первого порядка, когда входной вал равномерно вращается со скоростью Ω, коэффициент передачи K по скорректированному контуру должен выбираться из условия обеспечения заданного значения $\theta_{доп}$ установившейся ошибки слежения: $K = \Omega / \theta_{доп}$.

Звено (7), как правило, реализуется в виде пассивного контура RC. При этом надо иметь в виду, что его коэффициент передачи $k_ф < 1$, то есть коэффициент передачи электронного усилителя должен быть соответственно увеличен с целью обеспечения рассчитанного значения K.

Определение значения $T_ф$ осуществляется с учетом заданных времени регулирования и запасов устойчивости.

При выполнении работы сравнительный анализ рассмотренных законов управления (1) – (6) следует проводить на основе значений показателей частотных характеристик (запасов устойчивости, частоты среза, наклона АЧХ на этой частоте), значений установившейся ошибки слежения, а также полученных путем моделирования значений показателей качества переходных процессов.

Сопоставление переходных процессов следует проводить как по прямым показателям качества процессов (время регулирования, перерегулирование), так и по косвенным оценкам. В качестве последней удобно использовать интегральную квадратичную оценку

$$J = \int_0^\infty \theta^2(t)dt, \qquad (7)$$

значение которой рассчитывается непосредственно в процессе моделирования (см. схемы рис.1,2).

3. Объект исследования.

Объектом исследования является линейная следящая система (описанная в лаб. раб. №1) с регулятором, имеющим перенастраиваемую структуру.

4. Задание на исследование.

1. Провести с использованием схемы на рис.1 сравнительный анализ влияния различных законов управления (П, И, ПИ, ПИД) на запасы устойчивости и на величину установившейся ошибки (при типовых входных сигналах в условиях наличия возмущающего момента), а также влияния на качество переходных процессов.

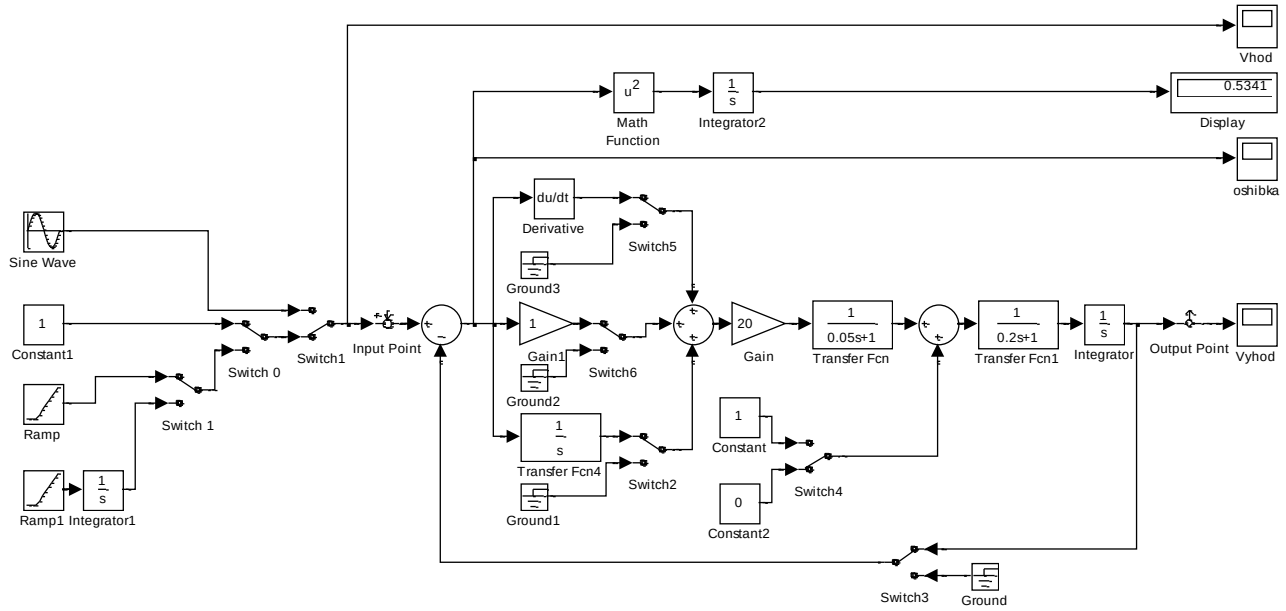


Рис. 1. Схема моделирования с ПИД регулятором.

2. Изучить с использованием схемы на рис. 2 влияние на характеристики системы введения в контур управления дифференцирующего фильтра.

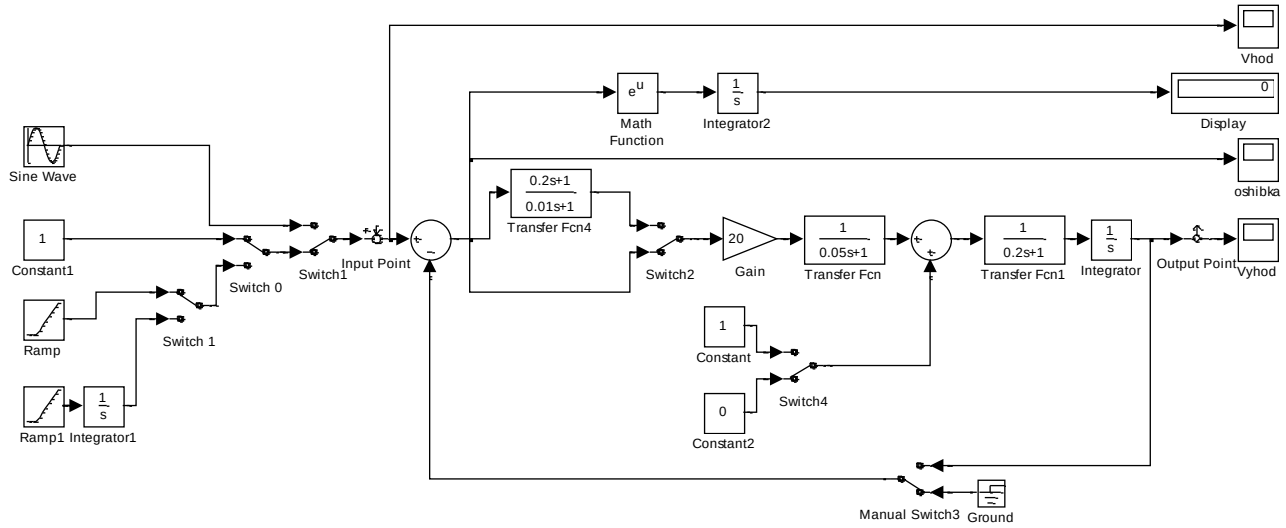


Рис. 2. Схема моделирования с дифференцирующим фильтром.

5. Порядок выполнения работы.

1. Запустить систему *Matlab.* Запустить *Simulink.* Открыть файл с моделью, реализующей ПИД - регулятор (рис.1).

2. Включить П - регулятор (переключатель 6). Построить логарифмические частотные характеристики, определить запасы устойчивости по амплитуде и по фазе.

Подать на вход системы единичный ступенчатый сигнал. Промоделировать систему, получить графики переходных процессов по выходной координате и по ошибке. Определить время регулирования, перерегулирование, значение функционала (7), значение установившейся ошибки при типовых входных сигналах.

3. Включить ПИ - регулятор (переключатели 2,6).

Построить логарифмические частотные характеристики, определить запасы устойчивости по амплитуде и по фазе.

Промоделировать систему, получить графики переходных процессов по выходной координате и по ошибке. Определить время регулирования, перерегулирование, значение функционала (7), значение установившейся ошибки при типовых входных сигналах.

4. Включить ПИД - регулятор (переключатели 2,5,6).

Построить логарифмические частотные характеристики, определить запасы устойчивости по амплитуде и по фазе.

Промоделировать систему, получить графики переходных процессов по выходной координате и по ошибке. Определить время регулирования, перерегулирование, значение функционала (7), значение установившейся ошибки при типовых входных сигналах.

<u>Примечание</u>: в связи с тем, что пакет *Control ToolBox* не предусматривает работу со звеном вида “du/dt” в процессе построения частотных

характеристик это звено следует заменить инерционным дифференцирующим звеном $$W_0(p) = \frac{p}{T_0 p + 1},$$

где T_0 - достаточно малая постоянная времени (например, $T_0 = 10^{-4}$ с).

5. Рассмотреть влияние постоянного возмущающего момента M_c (переключатель 4) на установившуюся ошибку при различных законах управления.

6. На основе полученных данных провести сравнение и сделать выводы о достоинствах и недостатках рассмотренных законов управления.

7.Открыть файл с моделью, реализующей коррекцию дифференцирующим фильтром (рис.2).

Построить логарифмические частотные характеристики, определить запасы устойчивости по амплитуде и по фазе, а также значения частоты среза и наклона ЛАЧХ в окрестности этой частоты.

Промоделировать систему, получить графики переходных процессов по выходной координате и по ошибке. Определить время регулирования, перерегулирование, значение функционала (7), значение установившейся ошибки при типовых входных сигналах.

6. Требования к оформлению отчета.

Отчет должен содержать структурные схемы СС с разными вариантами регулятора; результаты экспериментального анализа динамики и точности рассмотренных систем; графики частотных характеристик и значения запасов устойчивости; результаты моделирования переходных и установившихся процессов.

7. Контрольные вопросы

1. Что собой представляет закон управления в общем случае?
2. На что влияет введение интеграла в закон управления?
3. В чем состоит недостаток введения интегратора в регулятор? За счет чего можно компенсировать этот недостаток?
4. Как влияет на запасы устойчивости системы введение в закон управления производных ошибки?
5. Как влияет на точность и качество регулирования системы введение в закон управления производных ошибки?
6. Укажите положительные отличия изодромного закона регулирования.
7. Укажите положительные отличия коррекции с помощью диффильтра.

Библиографический список

1. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1975. – 767 с.

2. Теория автоматического управления: Учеб. для вузов. В 2 ч. Теория линейных систем автоматического управления/ Под ред. А.А. Воронова.-М.-Высш.шк., 1986.- 303 с.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3
Особенности процессов управления в нелинейных автоматических системах

1. Цели и задачи исследования.
Практическое знакомство с простейшими моделями нелинейных автоматических систем; выявление особенностей протекающих в них процессов в сравнении с линейными САУ.

2. Теоретические сведения.
Рассмотрим понятие нелинейной системы автоматического управления и основные особенности таких систем.
Если все функциональные элементы, входящие в САУ, описываются линейными дифференциальными уравнениями, то и вся система описывается линейным дифференциальным уравнением и ее принято называть линейной. Свойства таких систем изучались в первой части курса «Теория автоматического управления».
С точки зрения исследования линейные системы имеют ряд преимуществ, позволяющих достаточно просто описать их поведение. Особенно важно то, что для них выполняется принцип суперпозиции, предполагающий выполнение свойств аддитивности и однородности как по входным сигналам, так и по начальным условиям.
Важным подклассом линейных систем являются линейные стационарные системы, т.е. системы, описываемые линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами. Их свойства могут быть достаточно просто проанализированы с помощью преобразования Лапласа, частотными методами и т.п.
Нелинейной системой автоматического управления называется система, которая содержит хотя бы одно звено, описываемое нелинейным уравнением. Исследование таких систем значительно сложнее, чем линейных. Существует много случаев, когда поведение нелинейной системы сильно отличается от поведения линейных систем в аналогичной ситуации, система ведет себя "не так, как надо”. Перечислим некоторые такие возможные случаи поведения.
2.1. Неограниченность реакции на конечном интервале времени.

Выходной сигнал неустойчивой линейной системы неограниченно растет, лишь когда время стремится к бесконечности, в то время как в нелинейной системе выходная реакция может стремиться к бесконечности на конечном интервале времени.

2.2. Состояние равновесия в нелинейных системах.

Выходной сигнал устойчивой линейной системы в отсутствие входных воздействий неизбежно стремится к нулю. Это не обязательно для нелинейных

систем. Положение равновесия может вообще отсутствовать, может быть единственным, а также может существовать целая зона равновесных состояний, и система может находиться в любом из них.

2.3. Наличие автоколебаний.

Для того, чтобы в линейной стационарной системе существовали незатухающие автоколебания, передаточная функция системы должна иметь чисто мнимую пару полюсов $\pm j\omega_0$. При этом наблюдаемые в системе колебания изменяются по гармоническому закону о частотой $\omega_0\ [1/c]$. Амплитуда колебаний не зависит от параметров линейной системы и определяется начальными условиями.

В нелинейных автоматических системах в отсутствие входного сигнала также могут возникать устойчивые периодические движения – автоколебания. Особенно склонны к автоколебаниям системы с разрывными нелинейными характеристиками, например, релейного типа. При этом в нелинейных системах величины амплитуды и частоты колебаний определяются только параметрами системы и не зависят от начальных условий. Форма периодических движений в нелинейной системе не является гармонической. В фазовом пространстве системы автоколебаниям соответствует изолированный предельный цикл.

2.4. Субгармонические, гармонические или почти периодические колебания при гармоническом входном сигнале.

В устойчивой линейной системе синусоидальный входной сигнал определяет выходной сигнал той же частоты. Поведение нелинейной системы при синусоидальном входном сигнале может быть совершенно иным. Так как на выходе нелинейного элемента возникают дополнительные гармоники, то частота выходного сигнала может быть кратна частоте входного сигнала. Иногда в таких системах возникают субгармонические колебания, тогда период выходного сигнала кратен периоду входного (т.е. частота сигнала на выходе в несколько раз меньше частоты на входе). Особый интерес представляет возможность возникновения в некоторых нелинейных системах почти периодических движений при периодическом (в частном случае синусоидальном) сигнале на входе.

2.5. Неоднозначность поведения.

В линейной системе при отсутствии входных сигналов качественный характер протекающих в системе процессов не зависит от величины начальных условий. В частности, устойчивая линейная система всегда будет заканчивать свое движение в единственно возможном нулевом положении равновесия.

В некоторых же нелинейных системах при отсутствии входного воздействия выходной сигнал в зависимости от начальных условий стремится к одному или нескольким устойчивым состояниям покоя или к предельному циклу. Кроме того, в системе может существовать несколько предельных циклов.

Для систем, на входе которых действует гармонический сигнал, выходной сигнал может представлять гармонические, субгармонические или почти периодические колебания в зависимости от амплитуды входного сигнала.

Неоднозначность поведения проявляется также за счет явлений, указанных в п.п. 6-8 .

2.6. Синхронизация или явление захвата частоты.

Когда нелинейная система управляется периодическим входным сигналом малой амплитуды, на выходе могут возникать колебания кратной частоты или почти периодические колебания. При увеличении амплитуды входного сигнала существует момент, когда частота выходного сигнала становится равной частоте входного воздействия. Это явление называется синхронизацией или явлением захвата. Оно используется, например, в радио и телевизионных приемниках.

2.7. Скачкообразный резонанс.

Возникновение скачкообразного резонанса характерно для случая, когда в нелинейной системе с входным сигналом наблюдается явление захвата (т.е. когда частоты периодических сигналов на входе и выходе совпадают). Казалось бы, что при постоянной амплитуде входного сигнала и плавном изменении частоты амплитуда выходного периодического сигнала также должна меняться достаточно плавно. Однако в некоторых случаях при переходе частоты через некоторое граничное значение наблюдается скачок амплитуды выходного сигнала. Это явление называется скачкообразным резонансом. Типичный для системы со скачкообразным резонансом график зависимости амплитуды выходного сигнала от частоты приведен на рис.1. Легко видеть, что для одного и того же значения частоты, удовлетворяющего соотношению

$f_{1гр} < f < f_{2гр}$,

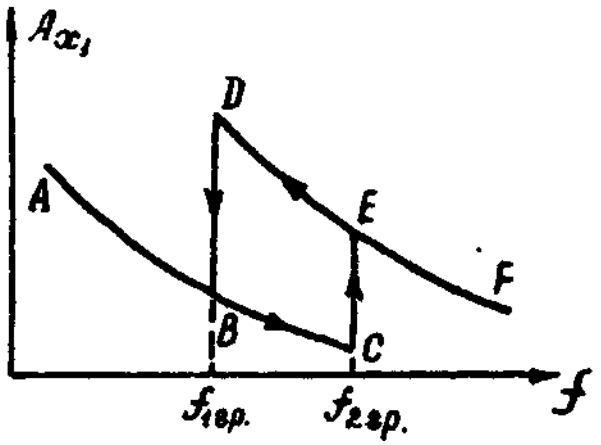


Рис.1.

амплитуда выходного сигнала может принимать два различных значения, в зависимости от того, какая ветвь графика – ABC иди DEF – реализуется в данный момент.

2.8. Скачкообразный резонанс по амплитуде и частоте.

В нелинейных системах при условиях, описанных в предыдущем пункте, может наблюдаться явление скачкообразного изменения как амплитуды, так и частоты выходного сигнала.

3. Объекты исследования

Модели нелинейных систем второго и третьего порядков с различными типовыми статическими нелинейностями.

4. Задание на исследование

Провести экспериментальное исследование процессов управления в нелинейных системах с различными типовыми нелинейностями, выявить особенности переходных и установившихся режимов в нелинейных системах.

5. Порядок выполнения работы

5.1. *Неограниченность реакции нелинейной системы на конечном интервале времени.*

Пусть нелинейная система описывается дифференциальным уравнением первого порядка

$$\frac{dx}{dt} = x^2 .$$

1) Найти общее решение этого уравнения, соответствующее начальному условию $x(t = t_0) = x_0$ ($x_0 \neq 0$) (решение уравнения находится методом разделения переменных).

2) Исследовать подученное решение и показать , что выходной сигнал $x(t)$ будет стремиться к бесконечности при $t \to \frac{1}{x_0}$.

5.2. *Состояние равновесия в нелинейных системах.*

Структурная схема исследуемой системы приведена на рис.2.

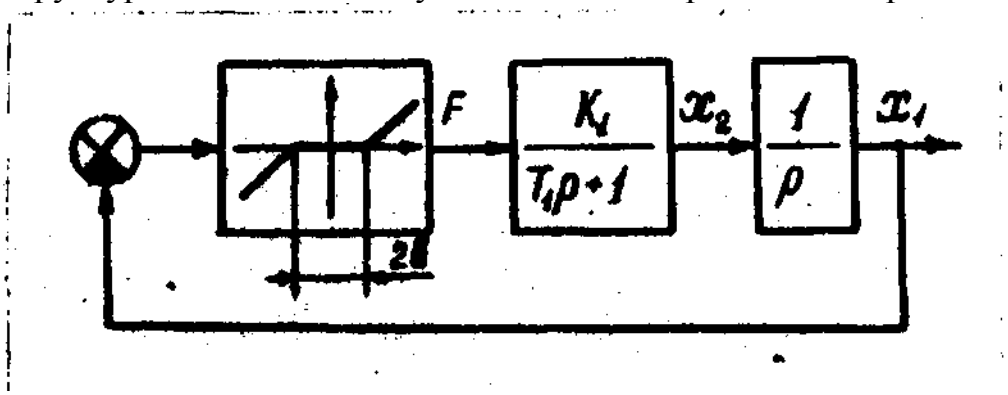


Рис.2.

1) Запустить систему *Matlab*. Запустить Simulink. Открыть файл с моделью, соответствующей структуре рис.2.

2) Записать систему дифференциальных уравнений, описывающих поведение системы, разрешив их относительно производных $\frac{dx_1}{dt}$ и $\frac{dx_2}{dt}$.

3) Приравнивая нулю значения производных ($\frac{dx_1}{dt} = 0, \frac{dx_2}{dt} = 0$), определить аналитически область возможных положений равновесия этой системы на фазовой плоскости x_1, x_2.

4) Задаваясь различными начальными значениями фазовых координат x_1, x_2, провести на модели исследование фазового портрета системы (варьирование начальных условий производится из диалоговых окон “Свойства” соответствующих звеньев “*Integrator*”, вызываемых с помощью правой кнопки манипулятора (мыши)):

а) определить экспериментально область возможных положений равновесия системы и сравнить ее с полученной в п.3). Область возможных положений равновесия определится как область начальных значений x_{10}, x_{20}, при движении из которых система остается в исходном состоянии, т.е.

$x_1(t) \equiv x_{10},\ x_2(t) \equiv x_{20};$

б) убедиться, что в процессе движения из разных начальных положений система приходит в различные положения равновесия. Зарисовать с экрана монитора фазовые траектории системы, соответствующие любым двум различным конечным положениям равновесия.

5.3. *Автоколебания в нелинейных системах.*

Структурная схема исследуемой системы приведена на рис.3.

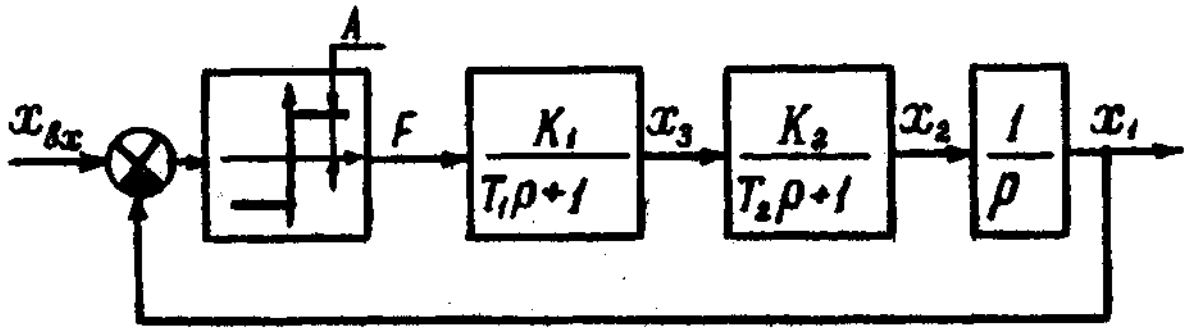


Рис.3

1) Открыть файл с моделью, соответствующей структуре рис.3.

2) Исследуя движение системы при различных начальных условиях x_{10}, x_{20}, x_{30} и рассматривая проекции фазовых траекторий на плоскости x_3Ox_1, x_2Ox_1 (рис 4) на экране осциллографа, убедиться, что установившимся движениям системы соответствует один и тот же предельный цикл.

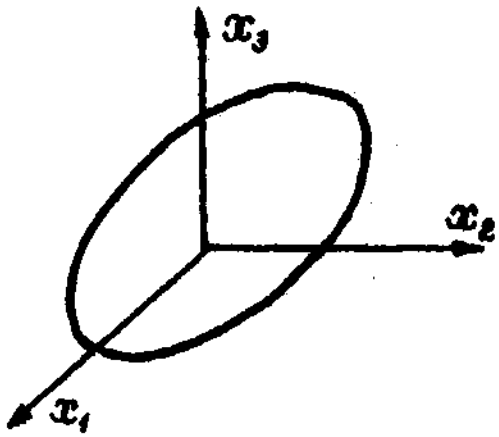


Рис 4.

3) Определить параметры предельного цикла нелинейной системы (частоту автоколебаний, амплитуды сигналов $x_1(t),\ x_2(t),\ x_3(t)$) и убедиться в их независимости от начальных условий.

4) Зарисовать проекции предельного цикла нелинейной системы на плоскости x_3Ox_1, x_2Ox_1, x_3Ox_2.

5.4. *Неоднозначность поведения.*

Структурная схема исследуемой системы приведена на рис.5.

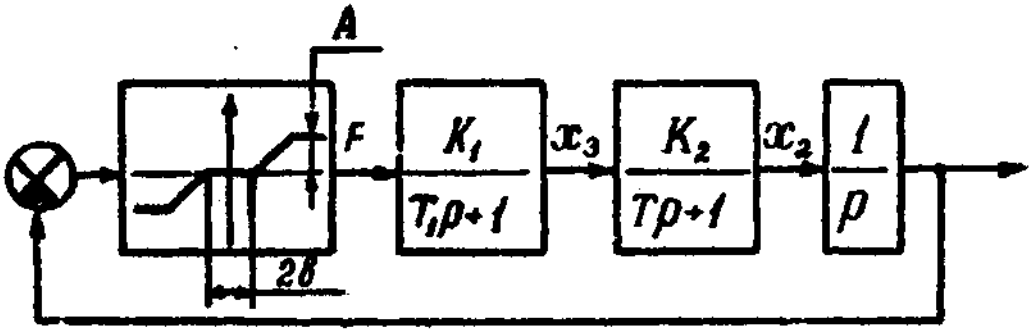


Рис. 5.

1) Открыть файл с моделью, соответствующей структуре рис.5.

2) Задаваясь различными начальными значениями фазовых координат x_1, x_2, x_3 и рассматривая на осциллографе проекция фазовых траекторий на плоскости x_1Ox_2, x_1Ox_3, определить возможные установившиеся движения системы; убедиться, что изменение начальных условий может привести к качественным изменениям поведения системы.

3) Зарисовать проекции фазовых траекторий, соответствующих различным типам установившегося движения системы.

5.5. *Синхронизация или явление захвата частоты.*

Структурная схема исследуемой системы приведена на рис.3, т.е. она совпадает со схемой, рассматривавшейся при изучении автоколебаний.

1) Открыть файл с моделью, соответствующей структуре рис.3.

2) Подать на вход системы гармонический сигнал

$x_{вх} = A\sin\omega t$, $\omega = 6.28\,[1/c]$.

Изменяя амплитуду входного сигнала, просмотреть процессы в системе (переменные $u(t), x_1(t), x_2(t), x_3(t)$). Убедиться в возникновении явления захвата при превышении амплитудой *A* некоторой критической величины $A_{кр}$.

3) Для ряда значений ω в пределах $\omega = 3.14 \div 31.4\,[1/c]$ определить $A_{кр}$ и построить график – кривую захвата $A_{кр} = A_{кр}(\omega)$.

4) Зарисовать процессы в системе $u(t)$ и $x_1(t)$ при

$A < A_{кр}$, $A > A_{кр}$.

5.6. *Скачкообразный резонанс.*

Это явление может возникать в достаточно простых нелинейных системах, например, в системе, структурная схема которой представлена на рис.6.

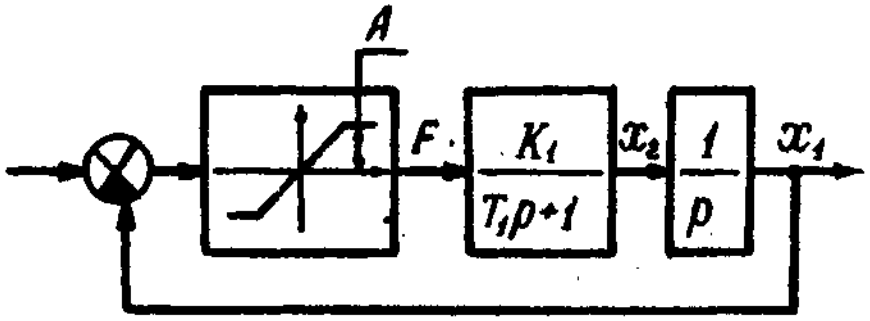


Рис.6.

1) Открыть файл с моделью, соответствующей структуре рис.6.

2) Подать на вход системы гармонический входной сигнал

$x_{вх} = A\sin 2\pi ft,\ \ A = 3 \div 4B,\ \ f \geq 0.1Гц$.

3) Изменяя частоту входного сигнала, определить, наблюдается ли скачкообразный резонанс в системе; построить зависимость амплитуды выходного сигнала от частоты.

6. Оформление отчета

В отчете должны быть приведены структурные схемы исследуемых систем; результаты аналитического и экспериментального определения области возможных положений равновесия и фазовые траектории, соответствующие различным положениям равновесия (п. 5.2); параметры предельного цикла и его вид (п.5.3); фазовые траектории, соответствующие различным типам установившихся движений (п.5.4); графики установившихся процессов и кривая захвата (п.5.5); зависимость амплитуды выходного сигнала от частоты (п.5.6).

7. Контрольные вопросы

1. Назовите основные особенности поведения, которые могут наблюдаться в нелинейных автоматических системах.
2. Сколько и какие положения равновесия может иметь устойчивая автономная линейная система?
3. Какие движения нелинейных систем называются автоколебаниями? В чем их отличие от периодических движений линейных систем?

4. Типичная зависимость амплитуды захвата от частоты $A_{кр}(\omega)$ представлена на рис.7.

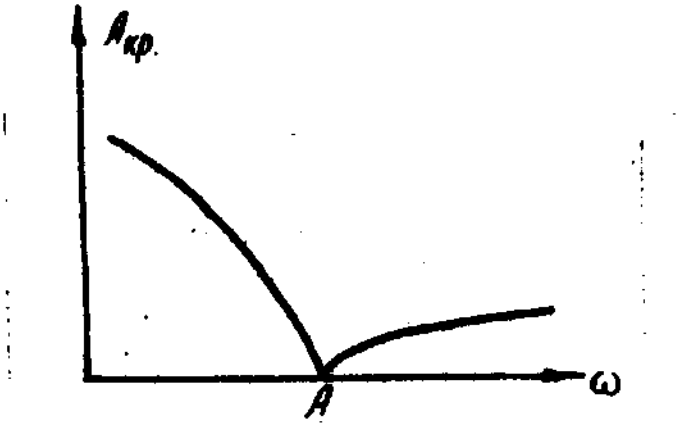


Рис.7.

Частоту каких движений системы определяет точка *A* графика?

5. Возможно ли положение равновесия в системе, структурная схема которой приведена на рис.8? Если возможно, то при каком условии?

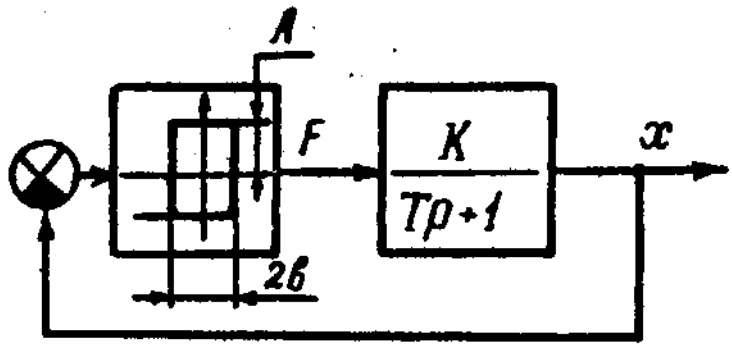


Рис. 8

Библиографический список

1. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1975. – 767 с.

2. Воронов А. А. Основы теории автоматического управления: Особые линейные и нелинейные системы. –-М.: Энергоиздат, 1981.– 304 с.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4

Анализ нелинейной динамической системы второго порядка методом фазовой плоскости.

1. Цель и задачи работы.

Практическое знакомство с методом фазовой плоскости; приобретение навыков теоретического и экспериментального построения фазового портрета релейной системы, работающей в скользящем режиме; получение наглядного представления об особенностях поведения нелинейных систем по сравнению с линейными.

2. Теоретические сведения.

2.1. Вводные замечания. Метод фазового пространства.

Рассмотрим динамическую систему, описываемую дифференциальными уравнениями вида

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, x_2, ..., x_n, t), i = \overline{1,n} \qquad (1)$$

или, в частном случае, автономную систему

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, x_2, ..., x_n), i = \overline{1,n} \qquad (2)$$

Пространство переменных $x_1, x_2, ..., x_n$ называется фазовым пространством X, а сами переменные – фазовыми переменными или фазовыми координатами. Совокупность значений фазовых переменных x_i, $i = \overline{1,n}$ в некоторый момент времени t определяет в фазовом пространстве X некоторую точку, которая называется изображающей. Траектория, описываемая в фазовом пространстве изображающей точкой в процессе движения, называется фазовой траекторией.

Практически очень важным классом нелинейных систем являются кусочно-линейные системы, которые можно интерпретировать как совокупность линейных систем, каждая из которых определена в некоторой области фазового пространства. Фазовые траектории таких систем складываются из отдельных кусков, представляющих собой решение уравнений системы по участкам.

Для исследования кусочно-линейных систем весьма широко используется метод фазового пространства. Это объясняется тем, что рассмотрение фазового пространства системы (для систем второго порядка фазовое пространство вырождается в плоскость) позволяет наглядно представить геометрическую интерпретацию происходящих в ней процессов. Топологическую структуру разбиения фазового пространства на фазовые траектории называют фазовым портретом.

2.2. Уравнения движения системы. Построение фазового портрета.

Рассмотрим релейную систему автоматического регулирования второго порядка, функционирование которой описывается уравнениями вида:

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = x_2; \\ \dfrac{dx_2}{dt} = k \cdot (-c \cdot sign(x_1 + k_{oc} x_2) + w). \end{cases} \qquad (3)$$

Здесь обозначено: k – коэффициент передачи линейного объекта управления; k_{oc} – коэффициент обратной связи по скорости изменения регулируемой величины; c – величина полки реле; w – внешнее возмущение по ускорению, $w = const > 0$; $w < c$.

Системой (3) описывается, например, функционирование плоского контура управления малогабаритной ракетой с релейным регулятором в предположении безынерционности составляющих контур звеньев, линейности их статических характеристик и постоянства коэффициентов передачи по времени. При этом x_1, x_2 – отклонение и скорость ракеты относительно линии прицеливания соответственно.

Системе (3) соответствует следующая структурная схема (при нулевой ширине b петли гистерезиса релейного элемента).

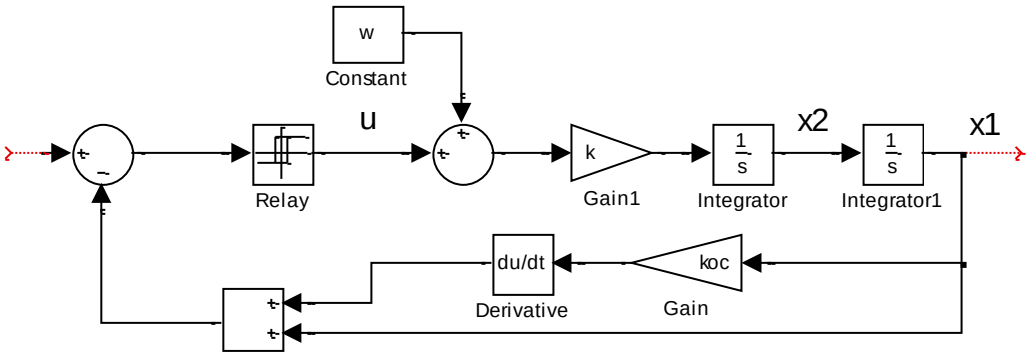


Рис. 1. Структурная схема релейной САР.

Отметим, что САР содержит два интегратора и без релейного регулятора с одной жесткой отрицательной обратной связью будет являться структурно неустойчивой (неустойчивой при любых значениях параметров).

Дифференциальное уравнение фазовых траекторий:

$$\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{k}{x_2}(-c \cdot sign(x_1 + k_{oc}x_2) + w) \quad . \qquad (4)$$

Линия переключения на фазовой плоскости (x_1, x_2) (см. рис. 2) описывается уравнением

$$S(x_1, x_2) = x_1 + k_{oc}x_2 = 0 \; или \; x_2 = -\frac{1}{k_{oc}}x_1 \quad . \qquad (5)$$

Справа от этой линии $x_1 + k_{oc}x_2 > 0$. Поэтому уравнение фазовых траекторий (4) принимает вид

$$x_2 \cdot dx_2 = k \cdot (-c + w) \cdot dx_1, \qquad (6)$$

откуда

$$x_2^2 = 2 \cdot k \cdot (-c + w) \cdot x_1 + C_1. \qquad (7)$$

Таким образом, фазовые траектории – это параболы, ветви которых направлены в отрицательную сторону оси x_1. Положение вершины параболы определяется произвольной постоянной C_1, то есть начальными условиями переходного процесса $x_1(t_0), x_2(t_0)$. Эти параболы изображены на рис.2. справа от линии переключения.

Слева от линии переключения $x_1 + k_{oc} x_2 < 0$ и уравнение фазовых траекторий (4) принимает вид

$$x_2 \cdot dx_2 = k \cdot (c + w) \cdot dx_1, \qquad (8)$$

откуда

$$x_2^2 = 2 \cdot k \cdot (c + w) \cdot x_1 + C_2. \qquad (9)$$

Эти параболы изображены на рис. 2 слева от линии переключения. Видно, что на отрезке линии переключения AB фазовые траектории встречаются, упираясь в этот отрезок.

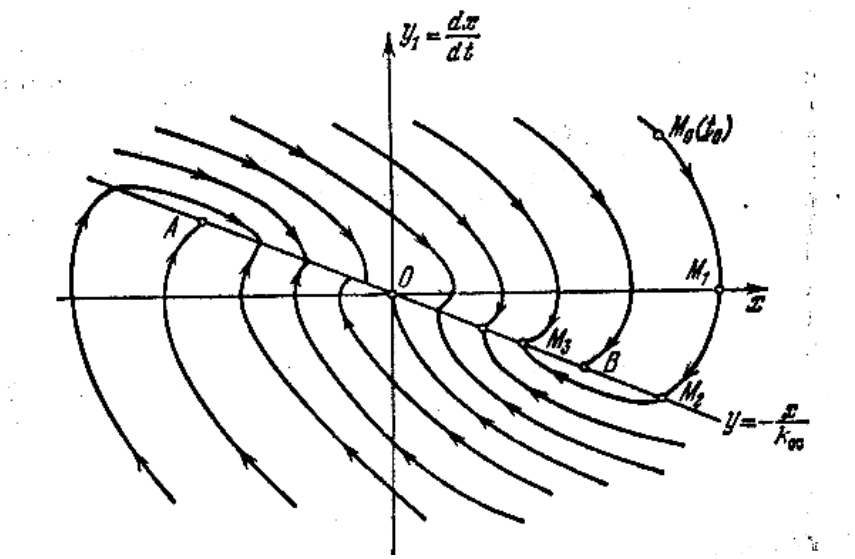


Рис. 2. Фазовый портрет.

Здесь оси абсцисс соответствует переменная x_1; оси ординат – переменная x_2.

Направление движения изображающей точки M по параболам определяется следующим образом. В верхней полуплоскости, справа от линии переключения – движение слева направо, то есть в сторону увеличения x_1, так как там скорость $\dot{x}_1 = x_2 > 0$; в нижней полуплоскости, слева от линии переключения, наоборот, – справа налево. Ось x_1 пересекается фазовыми траекториями под прямым углом, так как скорость $x_2 = 0$, то есть имеет место *max* или *min* величины x_1.

2.3. Скользящий режим и условия его существования.

Непрерывный переход фазовой точки через прямую переключения вне отрезка *AB* из одной области линейности в другую соответствует ”сшиванию” решений уравнения (4) по непрерывности. При попадании на отрезок AB изображающая точка вынуждена двигаться по нему по нему до тех пор, пока не достигнет состояния равновесия в начале координат. Перемещение изображающей точки по отрезку AB называется скользящим режимом (СР).

Получим в аналитическом виде условия существования СР. Для этого рассмотрим поведение фазовых траекторий в малой окрестности прямой переключения. Очевидно, изображающая точка не может покинуть линию переключения (5), если производная

$$\frac{d}{dt}S(x_1,x_2)=\frac{\partial S}{\partial x_1}\cdot\dot{x}_1+\frac{\partial S}{\partial x_2}\dot{x}_2=x_2+k_{oc}\cdot k\cdot(-u+w), \qquad (10)$$

вычисленная в силу уравнений движения (3), будет положительной (неотрицательной) при $u=-c$, и отрицательной (неположительной) при $u=c$, то есть

$$|x_2|\le kk_{oc}(c-w). \qquad (11)$$

В случае знака равенства выражения (11) и (5) определяют положения концов отрезка *AB*. Следовательно, отрезок СР тем больше, чем больше полка реле и коэффициенты усиления прямой и обратной связи.

Из (11) следует, что существование СР зависит от внешнего воздействия w. В случае нарушения условия (11) при $w>c$ фазовые траектории, которые принадлежат области, расположенной справа от линии переключения, будут представлять собой параболы, ветви которых направлены в положительную сторону оси x_1 (см. уравнение (7)). При этом фазовый портрет исходной системы (рис. 2) качественно изменяется и представляет собой множество траекторий, всюду пересекающих прямую переключения в одном направлении.

В установившемся режиме при $x_2=0$ условие (11) преобразуется к виду

$$w\le c. \qquad (12)$$

На основе (11) – (12) можно сделать вывод, что в САР, предназначенной для работы в скользящем режиме, величина полки реле должна с запасом превышать заданное возмущение.

Из условия (11) вытекает устойчивость “в малом” СР. Фактическая реализация СР зависит от того, является ли рассматриваемая релейная система устойчивой “в большом”, то есть возможен ли выход на СР при “конечных“ отклонениях вектора состояния. Последнее может быть установлено, например, путем моделирования работы системы с помощью пакета *SimuLink*. Моделирование, кроме того, дает возможность оценить качество переходного процесса (быстродействие, величину перерегулирования и т.п.). Другой аналитический способ может быть основан, например, на исследовании точечного отображения линии переключения в себя [1].

2.4. Уравнение движения в скользящем режиме. Свойства СР.

Линия переключения является линией разрыва правой части уравнений (3), поэтому этими уравнениями движение вдоль отрезка AB не определяется. Получим уравнение СР.

Предположим, что на отрезке AB выполняется условие (11). Это означает, что фазовая точка, попав на линию переключения (5), не может покинуть этой линии, то есть в процессе движения должно выполняться

условие (5). Но это равенство, учитывая уравнения (3), можно переписать в виде

$$\frac{dx_1}{dt} + \frac{1}{k_{oc}} x_1 = 0 \quad . \qquad (13)$$

Решением этого уравнения является

$$x_1 = x_{10} \cdot \exp(-t / k_{oc}), \qquad (14)$$

где значения $t = 0$ и $x_1 = x_{10}$ считаются в момент попадания изображающей точки на отрезок AB. Таким образом, переходный СР происходит по экспоненциальному закону, причем время регулирования определяется только коэффициентом обратной связи k_{oc} (наклоном линии переключения).

Из (13) следует, что единственное состояние равновесия САР находится в начале координат $x_1 = x_2 = 0$, то есть в установившемся режиме ракета движется по линии прицеливания с нулевой ошибкой.

Таким образом, нелинейная САР второго порядка (3) на участке СР вырождается в линейную систему первого порядка (13) (скользящая линеаризация системы). Это существенно упрощает анализ и синтез релейной системы. Управление тратится лишь на создание СР, а желаемый характер движений обеспечивается соответствующим выбором уравнений поверхностей разрыва. Практически важным является то, что движения в СР не зависят от параметров прямой цепи c, k и определяются только коэффициентом обратной связи k_{oc}. Кроме того, имеет место независимость (инвариантность) СР по отношению к внешнему возмущению w при выполнении условия существования этого режима (11).

При учете гистерезиса в релейном элементе ($b \neq 0$) идеальный СР преобразуется в квазискользящий режим, характеризующийся быстрыми переключениями реле. В фазовом пространстве этому режиму соответствуют высокочастотные колебания изображающей точки относительно прямой переключения. При $b \to 0$ частота колебаний увеличивается, а их амплитуда стремится к нулю. Отмеченные положительные отличия квазискользящего режима при этом качественно сохраняются.

3. Объект исследования.

Объектом исследования является плоский контур управления малогабаритной ракетой с релейным регулятором, работающий в скользящем режиме.

4. Задание на исследование.

1. Исследовать структуру разбиения фазовой плоскости САР на фазовые траектории (фазовый портрет) при различных начальных условиях.

2. Определить показатели качества переходных процессов. Оценить установившуюся ошибку регулирования при отсутствии и наличии возмущения по ускорению.

3. Исследовать поведение системы в скользящем режиме и проверить его инвариантность к изменению параметров прямой цепи.
4. Исследовать срыв скользящего режима при линейно нарастающем возмущающем воздействии по ускорению.
5. Исследовать квазискользящий режим при наличии гистерезиса реле.
При выполнении заданий принять следующие исходные значения параметров: коэффициент передачи объекта управления $k = 40$; величина полки реле $c = 1\left[м/c^2\right]$; гистерезис реле $b = 0$; коэффициент обратной связи $k_{oc} = 0.3\left[c\right]$; возмущение по ускорению $w = 0\left[м/c^2\right]$.

5. Порядок выполнения работы.
1. Запустить систему *Matlab*. Запустить *Simulink*. Открыть файл с моделью исходной системы (рис.2).

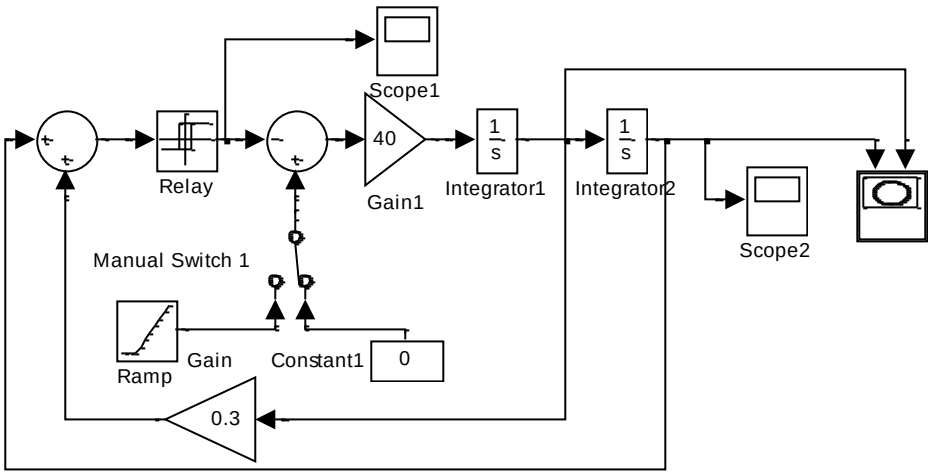


Рис. 2. Схема моделирования.

2. Выполнить моделирование системы и получить графики фазовых траектории при различных начальных условиях по скорости и координате. Для задания начальных условий следует изменять значение *Initial condition* в параметрах блоков *Integrator1* и *Integrator2*. Изменять начальные условия следует в диапазоне от -10 до 10 единиц как по скорости, так и по координате. Взять не менее четырех различных значений начальных условий.
Экспериментально убедиться, что при возникновении СР фазовая точка движется по линии переключения в начало координат.
3. Получить графики переходных процессов по координате при различных начальных условиях. Определить время регулирования, величину перерегулирования и значение установившейся ошибки. Исследования провести при отсутствии и наличии возмущения по ускорению (проверка инвариантности СР к возмущению). Принять $w = 0.5\left[м/c^2\right]$.
4. Получить график переходного скользящего режима. Для этого зарегистрировать момент t^* входа системы в скользящий режим путем

контролирования переключений релейного элемента (см. *Scope1*) (в момент t^* частота переключений реле резко возрастает). Рассмотреть выходной сигнал системы (*Scope2),* начиная с момента t^*. Оценить его соответствие зависимости (13). Начальные условия положить $x_{10} = 5м;\ x_{20} = 10м/с$.
Экспериментально проверить, что движение в СР инвариантно к изменению параметров прямой цепи.
5. Подать линейно нарастающее возмущающее воздействие по ускорению (переключить ключ 1). Зарегистрировать срыв скользящего режима. Теоретически объяснить полученные результаты.
6. Задать гистерезис релейного элемента $b = 0.4$ (в параметрах блока, описывающего реле присвоить *Switch on point*=0.4 и *Switch off point*= -0.4). Получить график изменения выходной координаты системы во времени (*Scope2)*. Объяснить полученные результаты.

6. Требования к оформлению отчета.

Отчет должен содержать уравнения движения системы и ее структурную схему; уравнения фазовых траекторий и теоретический фазовый портрет; условия существования СР; результаты экспериментального исследования фазового пространства и переходных процессов в системе, включая картину срыва СР и квазискользящий режим.

7. Контрольные вопросы

1. В чем заключается метод фазового пространства?
2. Как теоретически строятся фазовые траектории, и как определяется направление движения на них?
3. Сколько состояний равновесия у системы? Какому режиму полета ракеты соответствует состояние $x_1 = x_2 = 0$?
4. Что называется идеальным скользящим режимом?
5. Как оценивается устойчивость скользящего режима “в малом” и “в большом”?
6. Что такое скользящая линеаризация релейной системы? Что она дает?
7. В чем заключается инвариантность скользящего режима к изменению параметров и к внешнему воздействию?
8. Какой уровень внешнего воздействия приводит к срыву установившегося скользящего режима? Как при этом качественно изменяется фазовый портрет?
9. Из-за чего возникает квазискользящий режим?

Библиографический список

1. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1975. – 767 с.
2. Воронов А. А. Основы теории автоматического управления: Особые линейные и нелинейные системы. –-М.: Энергоиздат, 1981.– 304 с.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5
Анализ процессов управления в автоколебательных системах.

1. Цель и задачи работы

Изучение особенностей процессов управления в автоколебательных системах; практическое знакомство с методами расчета динамических характеристик автоколебательных систем; приобретение навыков экспериментального исследования моделей автоколебательных систем.

2. Теоретические сведения

2.1. Общие сведения

На практике во всех областях применения автоматических систем различной физической природы и разнообразных конструкций довольно часто встречаются такие системы, в которых основной рабочий режим является автоколебательным (с достаточно малой амплитудой и значительной частотой, лежащей в допустимом по условиям эксплуатации диапазоне).

В этих системах автоколебания накладываются на основной процесс управления, медленно в сравнении с ними протекающий. Автоколебательные системы обладают рядом преимуществ.

Автоколебания, сопровождающие процесс управления, свойственны многим релейным системам, системам с логическим управлением и т.п. Во всех этих случаях в самой системе управления заложены автоколебательные свойства. В других случаях автоколебания задаются свойствами объекта, например, при управлении неустойчивыми объектами, при наличии в объекте дополнительных (паразитных) контуров, генерирующих автоколебания, и т.д. В одних системах хотелось бы избавиться от автоколебаний, но это оказывается не всегда возможным, и приходится с помощью корректирующих устройств их ограничивать. В других системах на автоколебательный режим работы идут сознательно, закладывая это в структуру системы управления.

Напомним вкратце основные положения исследования процессов управления в автоколебательных системах методом гармонической линеаризации.

2.2. Определение параметров симметричных автоколебаний.

Рассмотрим вначале, как определяются параметры симметричных автоколебаний. Пусть уравнение динамики нелинейной системы в отсутствие входного сигнала имеет вид

$$Q(p)x + R(p)F(x, px) = 0 \qquad (1)$$

(напомним, что при использовании метода гармонической линеаризации уравнения всегда составляются относительно переменной x – аргумента нелинейной функции). Полагая переменную x изменяющейся по гармоническому закону

$$x = a\sin\omega t,$$

выполним гармоническую линеаризацию нелинейности по формуле

$$F(x, px) = \left[q(a,\omega) + \frac{q'(a,\omega)p}{\omega} \right] x \quad . \qquad (2)$$

Подставив (2) в (1), получаем

$$Q(p)x + R(p)\left[q + \frac{q'}{\omega} p \right] x = 0 \quad . \qquad (3)$$

Характеристическое уравнение системы (3) имеет вид

$$Q(p) + R(p)\left[q + \frac{q'}{\omega} p \right] = 0 \qquad (4)$$

Подставляя в (4) $p = j\omega$ и выделяя действительную и мнимую части, получим

$$\begin{cases} X(a,\omega) = 0; \\ Y(a,\omega) = 0. \end{cases} \qquad (5)$$

Таким образом, имеем систему двух алгебраических уравнений с двумя неизвестными - a и ω. Решая (5), находим величины амплитуды и частоты симметричных автоколебаний.

2.3. Медленно меняющиеся сигналы в автоколебательных системах.

Рассмотрим процессы в системе при действии входного сигнала, Тогда уравнение динамики нелинейной системы имеет вид

$$Q(p)x + R(p)F(x, px) = S(p)f(t) \quad . \qquad (6)$$

Рассмотрим важный для практики случай, когда внешнее воздействие $f(t)$, которое может быть либо возмущающим, либо управляющим (задающим), в автоколебательной системе является не постоянным, а медленно меняющимся. Медленно меняющейся будем называть такую функцию времени, которая сравнительно мало изменяется за период автоколебаний, т.е. соблюдается условие в виде одного из неравенств

$$|f(t+T) - f(t)| \ll f(t) \text{ или } \left|\frac{df}{dt}\right| T \ll |f(t)| \quad ,$$

где $T = \dfrac{2\pi}{\omega_a}$; ω_a – частота автоколебаний. Соответственно для астатических систем медленно меняющейся скоростью $f'(t)$ будет такая, для которой выполняется условие

$$|f'(t+T) - f'(t)| \ll f'(t) \text{ или } \left|\frac{df'}{dt}\right| T \ll |f'(t)| \quad ,$$

Указанными свойствами почти всегда обладают "полезные" сигналы управления, проходящие через автоматическую автоколебательную систему.

Условие медленного изменения любой функции времени можно выразить также и в частотной форме, а именно: медленно меняющейся считается такая функция, возможные частоты изменения которой во времени значительно ниже

возможной частоты возникающего в системе периодического решения (автоколебаний).

Сделанные предположения позволяют величину $f(t)$ или соответственно $pf(t)$ считать постоянной за время каждого периода исследуемых автоколебаний и искать решение уравнения (6) в форме

$x = x^0 + x^*,\ x^* = a\sin\omega t',$

где t' отсчитывается отдельно внутри каждого периода, ибо теперь x^0, a, ω будут не постоянными, а переменными во времени вместе о изменением внешнего воздействия $f(t)$. При этом $x^0(t)$ будет медленно меняющимся сигналом на входе нелинейности.

Тогда гармоническая линеаризация нелинейностей производится по формуле

$$F(x, px) = F^0(x^0, a, \omega) + \left[q(x^0, a, \omega) + \frac{q'(x^0, a, \omega)p}{\omega} \right] x^* . \qquad (7)$$

Далее поступаем аналогично отысканию несимметричных автоколебаний [1]. Подставив (7) в (6) , получаем

$$Q(p)(x^0 + x^*) + R(p)\left[F^0 + qx^* + \frac{q'}{\omega} px^* \right] = S(p) f(t)$$

При достаточно медленном изменении функции $f(t)$ (а в астатических системах $pf(t)$) и величин x^0, a, ω, входящих в коэффициенты F^0, q, q', данное уравнение может быть разделено на два отдельных уравнения

$$Q(p)x^0 + R(p)F^0 = S(p) f(t); \qquad (8)$$

$$Q(p)x^* + R(p)(q + \frac{q'}{\omega} p)x^* = 0 \qquad (9)$$

соответственно для медленно меняющейся составляющей и для колебательной составляющей. При этом разделении уравнений, как и прежде, сохраняются существенно нелинейные свойства системы.

Чтобы найти процесс управления из (9) получим характеристическое уравнение

$$Q(p) + R(p)(q + \frac{q'}{\omega} p) = 0 .$$

Заменив p на $j\omega$ и выделив вещественную и мнимую части, получим два алгебраических уравнения с тремя неизвестными

$$X(x^0, a, \omega) = 0;\ \ Y(x^0, a, \omega) = 0 \qquad (10)$$

Эти уравнения дают возможность определять амплитуду a и частоту ω_a автоколебаний как функции x^0:

$$a(x^0),\ \omega_a(x^0) . \qquad (11)$$

После того, как из уравнений (10) определены зависимости (11), можно, воспользовавшись выражением для $F^0(x^0, a, \omega)$, найти функцию смещения

$$F^0 = \Phi(x^0), \qquad (12)$$

где в данном случае x^0 является величиной не постоянной, а медленно меняющейся.

Подставив (12) в (8), найдём дифференциальное уравнение для определения медленно меняющейся составляющей (сигнала управления) $x^0(t)$ (на фоне автоколебаний системы) в виде

$$Q(p)x^0 + R(p)\Phi(x^0) = S(p)f(t). \qquad (13)$$

Таким образом, получается, что для определения медленно меняющихся процессов функцию смещения

$$F^0 = \Phi(x^0)$$

следует подставить в уравнение автоматической системы (6) вместо заданной нелинейности $F(x, px)$.

Следовательно, функция смещения $\Phi(x^0)$ представляет собой как бы статическую характеристику (обычно криволинейную), которая определяет зависимость между выходной и входной величинами заданной нелинейности для постоянных или медленно меняющихся сигналов в автоколебательной системе.

При любых нелинейностях, в том числе и скачкообразных, функция смещения $\Phi(x^0)$ может иметь при определенных условиях вид весьма плавной кривой. Этот эффект называется вибрационным сглаживанием нелинейностей при помощи автоколебаний, а функцию смешения $\Phi(x^0)$ можно называть сглаженной нелинейной характеристикой.

На практике обычно используется линеаризация функции смещения в начале координат, т.е.

$$F^0 = k_н x^0,\ k_н = \left(\frac{d\Phi}{dx^0}\right)_{x^0=0}$$

Отметим, что, если нелинейность имеет вид $F = F(x)$, т.е. аргументом является только переменная x, то эти выкладки не обязательны. В этом случае коэффициент усиления медленной составляющей $k_н$ (коэффициент усиления нелинейности в процессе управления) определяется согласно зависимости

$$k_н = \left(\frac{\partial\Phi}{\partial x^0}\right)_{x^0=0} = k_н(a) \qquad (14)$$

(непосредственно по выражению $F^0(x^0, a)$, без вычисления функции смещения). При этом в (14) a – амплитуда симметричных автоколебаний, известная из предыдущего расчета автоколебательных процессов.

Таким образом, с подстановкой (14) уравнение (13) для определения медленно протекающих процессов становится обыкновенным линейным уравнением

$$\left[Q(p)+k_н R(p)\right]x^0 = S(p)\,f(t) \qquad (15)$$

и, как таковое, легко решается.

Итак, введенный принцип разделения уравнений для колебательных и для медленно меняющихся составляющих, при котором сохраняются существенно нелинейные свойства системы, приводит к весьма важным для практических расчетов результатам. Существенным выводом является то, что медленно меняющиеся сигналы проходят через нелинейность с другим коэффициентом усиления $k_н$, чем автоколебания (q или $q+\frac{q'}{\omega}p$).

Особенно важно использовать свойство вибрационного сглаживания нелинейностей с последующей их обычной линеаризацией при расчете сложных автоматических систем.

3. Объект исследования.

Автоколебательная следящая система (следящий электропривод) постоянного тока с релейным электронным усилителем. Принципиальная схема системы представлена в лаб. раб. №1.

4. Задание на исследование.

Провести исследование процессов управления в релейной автоколебательной системе, структурная схема которой приведена на рис.1.

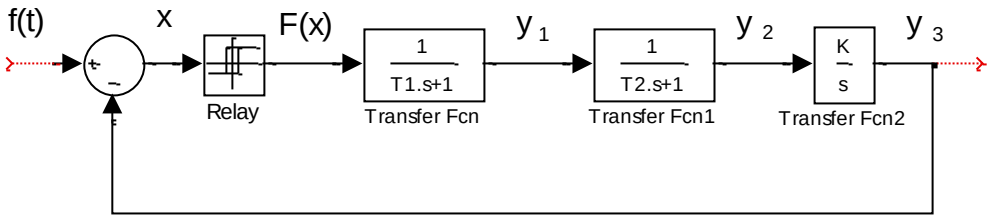


Рис.1. Структурная схема релейной системы.

Параметры системы: величина полки реле $c = 20B$; ширина петли гистерезиса $b = 0$; параметры линейной части: $K = 10$; $T_1 = 0.005c$; $T_2 = 0.0015c$. Входной сигнал $f(t)$ полагается медленно меняющимся в сравнении с автоколебаниями.

1. Получить аналитические зависимости для расчета параметров автоколебаний и коэффициента $k_н$.

2.Построить теоретические ЛАФЧХ эквивалентной линейной системы в процессе управления (по медленно меняющемуся входному сигналу $f(t)$).

3. Провести экспериментальное исследование релейной автоколебательной системы: определить параметры автоколебаний; снять ЛАФЧХ системы в процессе управления (по первой гармонике выходного сигнала).

5. Порядок выполнения работы.

1. Записать уравнение динамики системы относительно переменной x (уравнение (6) для нашей конкретной системы).

2. Разбивая весь процесс $x(t)$ на медленно меняющуюся x^0 и автоколебательную $x^*(t)$ составляющие и полагая, что функция смещения может быть линеаризована, т.е.

$$\Phi(x^0) = k_н x^0,$$

получить уравнения для медленно меняющегося процесса управления (аналог уравнения (15)) и для автоколебательной составляющей (аналог уравнения (9)).

3. Для рассматриваемой нелинейности $F(x)$ типа идеальной релейной характеристики для расчета коэффициентов гармонической линеаризации использовать следующие известные зависимости [1]:

$$F^0(x^0, a) = \frac{2c}{\pi}\arcsin\frac{x_0}{a};\ q(a) = \frac{4c}{\pi a}; q'(a) = 0.$$

4. Теоретически исследовать автоколебательный режим функционирования системы. На основе уравнения для автоколебательной составляющей системы с учетом конкретной зависимости для $q(a)$ получить аналитические выражения для расчета амплитуды a и частоты ω_a симметричных автоколебаний в системе. Проанализировать зависимость a, ω_a от параметров линейной части системы.

5. Найти величину эквивалентного коэффициента усиления нелинейности по медленной составляющей $k_н$, для чего:

а) получить аналитическое выражение для $k_н$, используя формулу

$$k_н = \left(\frac{\partial F^0}{\partial x^0}\right)_{x^0=0} \qquad (16)$$

Для исследуемого случая $k_н$ будет являться функцией амплитуды симметричных автоколебаний.

б) подставляя в (16) полученное в п. 4а значение амплитуды симметричных автоколебаний a, найти величину $k_н$.

6. Построить ЛАФЧХ замкнутой эквивалентной гармонически линеаризованной системы. Для этого:

а) составить структурную схему системы, соответствующую линейному уравнению для медленно меняющихся процессов и отражающую прохождение через систему полезного сигнала (рис. 2):

$$f(t) = A\sin\omega_{вх}t; \qquad (17)$$

б) используя пакет *Control ToolBox*, построить ЛАФЧХ замкнутой линеаризованной системы.

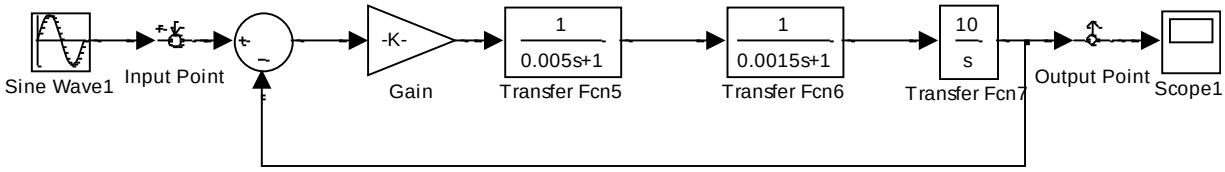


Рис. 2. Схема моделирования процесса управления в гармонически линеаризованной системе.

7. Провести экспериментальное исследование процессов в исходной релейной автоколебательной системе:

а) путем моделирования схемы *SimuLink* (рис. 3) при отсутствии входного сигнала (см. *Switch* 1) экспериментально определить амплитуду и частоту автоколебаний выходной переменной системы и проанализировать соответствие полученным в п.4 теоретическим результатам;

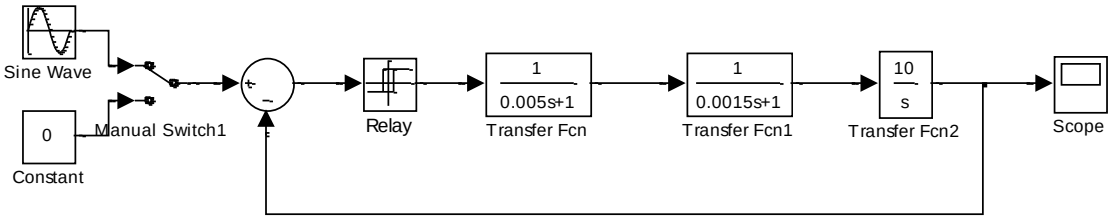


Рис. 3. Схема моделирования.

б) зарисовать форму сигналов $u(t)$, $y_1(t), y_2(t), y_3(t)$ (обозначения см. рис. 1);

в) просмотреть графики процессов управления в автоколебательной системе (рис. 2 замкнут ключ 1); определить, как изменяется процесс слежения за входным сигналом (17) с изменением его частоты ($A_{вх} = 3 \div 5B$, $\omega_{вх} = 0 \div \omega_a [1/c]$).

<u>Примечание.</u> Обратить внимание на следующее явление. При превышении амплитудой входного гармонического сигнала некоторого порогового значения собственные колебания (автоколебания) срываются, и система переходит на одночастотные вынужденные колебания с частотой внешнего воздействия. Это явление называется захватыванием или синхронизацией.

8. Построить ЛАФЧХ исходной замкнутой релейной системы по первой гармонике выходного сигнала для двух уровней входного сигнала $A_{вх} = 3B$ и $A_{вх} = 5B$. Для этого подать на вход схемы *SimuLink* (рис.4) гармонический сигнал (17) в диапазоне частот $\omega_{вх} = 0 \div 0.2\omega_a [1/c]$ и снять частотные характеристики системы по медленно - меняющемуся гармоническому сигналу. Изменение амплитуды и частоты входного сигнала производится из командного окна *MatLab* строками, например, вида $A = 3$, $T = 0.1$. Здесь $T = \dfrac{2\pi}{\omega_{вх}}$.

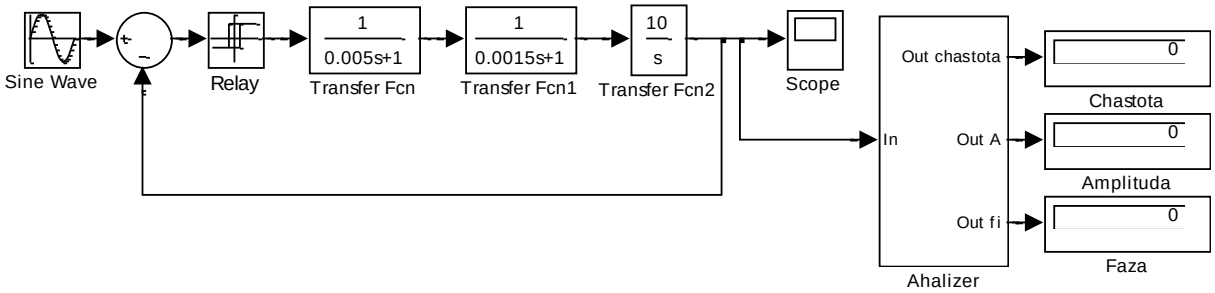


Рис. 4. Схема получения ЛАФЧХ.

9. Сравнить ЛАФЧХ эквивалентной гармонически линеаризованной системы (п.6) и ЛАФЧХ исходной релейной системы (п.8). Сделать выводы о точности метода гармонической линеаризации.

6. Требования к оформлению отчета.

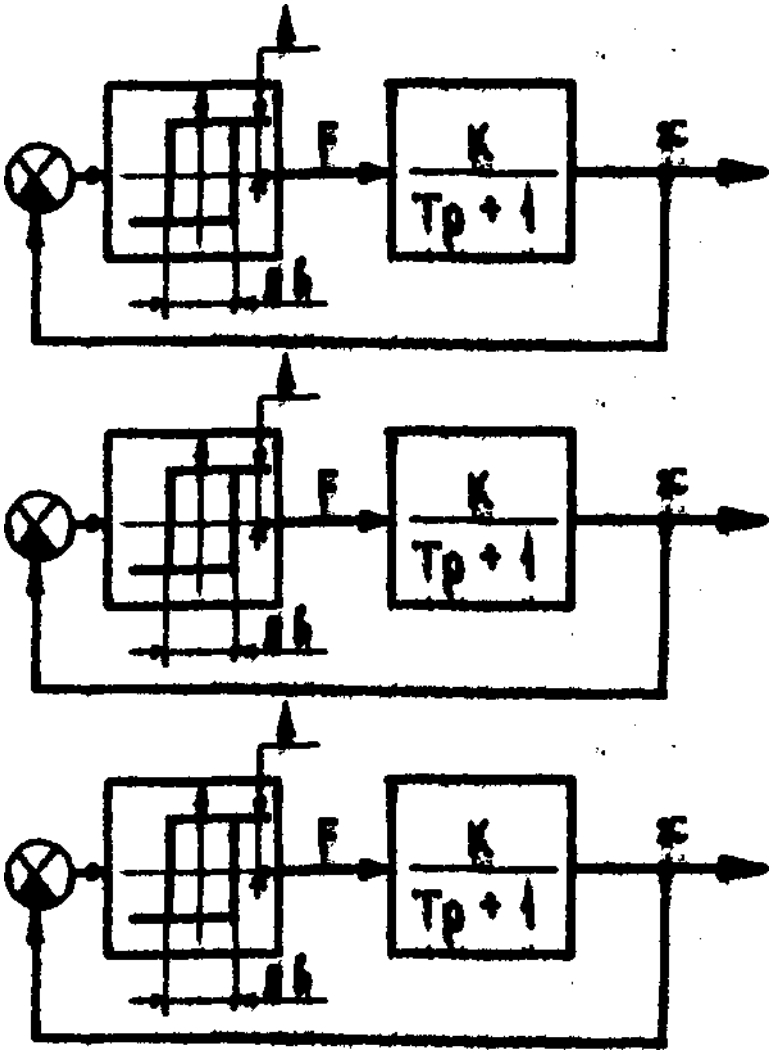
Отчет должен содержать структурную схему системы, результаты теоретического расчета параметров симметричных автоколебаний и коэффициента усиления нелинейности; теоретические ЛАФЧХ эквивалентной гармонически линеаризованной системы; результаты экспериментального исследования исходной релейной системы (графики наблюдаемых в системе процессов, таблицу значений ЛАФЧХ и построенные по точкам частотные характеристики системы).

7. Контрольные вопросы

1. Какие движения динамической системы называются автоколебаниями?
2. Как влияют параметры линейной части системы на амплитуду и частоту симметричных автоколебаний?
3. Что называется функцией смещения и какой характер она имеет? Возможна ли ее линеаризация? В какой точке она проводится?
4. Что такое коэффициент усиления нелинейности в процессе управления? От чего зависит этот коэффициент?
5. Как влияет изменение эквивалентного коэффициента усиления нелинейности на точность отработки медленно меняющегося полезного сигнала?

6. Зависит ли характер экспериментальных ЛАФЧХ релейной системы от амплитуды входного гармонического сигнала?

7. В чем заключается явление захватывания?



Библиографический список

1. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1975. – 767 с.

2. Попов Е.П. Прикладная теория процессов управления в нелинейных системах. – М.: Наука, 1973. – 265 с.