МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт высокоточных систем им. В.П. Грязева

Кафедра систем автоматического управления

Утверждено на заседании кафедры
«Системы автоматического управления»
«28» апреля 2017 г., протокол № 12

Заведующий кафедрой

_____О.В.Горячев

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по выполнению лабораторных работ
по дисциплине (модулю)

«Технические средства навигации и управления движением»

основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы специалитета

по специальности
24.05.06 Системы управления летательными аппаратами

со специализацией
Системы управления движением летательных аппаратов

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 240506-01-17

Тула 2017 год

Разработчик(и) методических указаний

Феофилов С.В., профессор, д.т.н., доцент
(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)

(подпись)

Лабораторная работа №1
Описание движения механических систем

Цели работы

Приобретение и закрепление навыков составления функций Лагранжа и уравнений движения механических систем, освоение техники решения нелинейных дифференциальных уравнений с помощью современных систем аналитических вычислений.

Теоретические сведения

Любые s величин $q_1, q_2, ..., q_s$, вполне характеризующие положение системы (с s степенями свободы), называют ее *обобщенными координатами*, а производные $\dot{q}_i$ — ее *обобщенными скоростями.*

Наиболее общая формулировка закона движения механических систем дается так называемым *принципом наименьшего действия* (или *принципом Гамильтона).* Согласно этому принципу каждая механическая система характеризуется определенной функцией

$$L(q_1, q_2, ... q_s, \dot{q}_1, \dot{q}_2, ... \dot{q}_s, t)$$

или, в краткой записи, $L(q, \dot{q}, t)$, причем движение системы удовлетворяет следующему условию.

Пусть в моменты времени, $t = t_1$ и $t = t_2$ система занимает определенные положения, характеризуемые двумя наборами значений координат $q^{(1)}$ и $q^{(2)}$. Тогда между этими положениями система движется таким образом, чтобы интеграл

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(q, \dot{q}, t) dt$$

имел наименьшее возможное значение. Функция L называется *функцией Лагранжа* данной системы, а интеграл — *действием.*

Выведем дифференциальные уравнения, решающие задачу об определении максимума интеграла действия. Для упрощения записи формул предположим сначала, что система обладает всего одной степенью свободы, так что должна быть определена всего одна функция $q(t)$.

Пусть $q = q(t)$ есть как раз та функция, для которой S имеет минимум. Это значит, что S возрастает при замене $q(t)$ на любую функцию вида

$$q(t) + \delta q(t)$$

где $\delta q(t)$— функция, малая во всем интервале времени от t_1 до t_2 (ее называют *вариацией* функции $q(t)$); поскольку при $t = t_1$ и $t = t_2$ все сравниваемые функции должны принимать одни и те же значения $q^{(1)}$ и $q^{(2)}$, то должно быть:

$$\delta q(t_1) = \delta q(t_2) = 0$$

Изменение S при замене q на $q + \delta q$ дается разностью

$$\int_{t_1}^{t_2} L(q + \delta q, \dot{q} + \delta \dot{q}, t)dt - \int_{t_1}^{t_2} L(q, \dot{q}, t)dt$$

Разложение этой разности по степеням δq и $\delta \dot{q}$ (в подынтегральном выражении) начинается с членов первого порядка. Необходимым условием минимальности S (вообще — экстремальности) является обращение в нуль совокупности этих членов; ее называют первой вариацией (или обычно просто вариацией) интеграла. Таким образом, принцип наименьшего действия можно записать в виде

$$\delta S = \delta \int_{t_1}^{t_2} L(q, \dot{q}, t)dt = 0,$$

или, произведя варьирование:

$$\int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{\partial L}{\partial q} \delta q + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \delta \dot{q} \right) dt = 0.$$

Замечая, что $\delta \dot{q} = \frac{d}{dt} \delta q$, проинтегрируем второй член по частям:

$$\delta S = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \delta q \Big|_{t_1}^{t_2} + \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{\partial L}{\partial q} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) \delta q dt = 0$$

Но в силу принятых условий первый член в этом выражении исчезает. Остается интеграл, который должен быть равен нулю при произвольных значениях δq. Это возможно только в том случае, если подынтегральное выражение тождественно обращается в нуль. Таким образом, мы получаем уравнение

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = 0.$$

При наличии нескольких степеней свободы в принципе наименьшего действия должны независимо варьироваться s различных функций $q_i(t)$. Очевидно, что тогда мы получаем s уравнений:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad (i = 1,2,...,s)$$

Это — искомые дифференциальные уравнения; они называются в механике *уравнениями Лагранжа*.

Порядок выполнения работы

Для практического составления функции Лагранжа необходимо следующее. Выбрав независимые обобщенные координаты, удобные для описания рассматриваемой системы, нужно установить вид функций

$$x_i = x_i(q_k, t) \quad \text{и} \quad \dot{x}_i = \dot{x}_i(\dot{q}_k, t)$$

и подставить их вместо величин x_i и $\dot{x}_i$ в выражение для функции Лагранжа

$$L = T(\dot{x}_i) - U(x_i, t) = \sum_i \frac{m_i}{2}\dot{x}_i^2 - U(x_i, t),$$

здесь x_i - декартовы координаты, q_k - обобщенные координаты, T - кинетическая энергия, U - потенциальная энергия.

В результате получится функция Лагранжа в обобщенных координатах:

$$L = L(q_k, \dot{q}_k, t) = T(q_k, \dot{q}_k, t) - U(q_k, t)$$

Если в получившемся выражении для L окажутся слагаемые, не зависящие от q_k и $\dot{q}_k$, эти слагаемые можно отбросить, так как они не внесут вклада в

величины $\partial L/\partial q_k$ и $\partial L/\partial \dot{q}_k$ и, следовательно, не окажут влияния на вид уравнений Лагранжа.

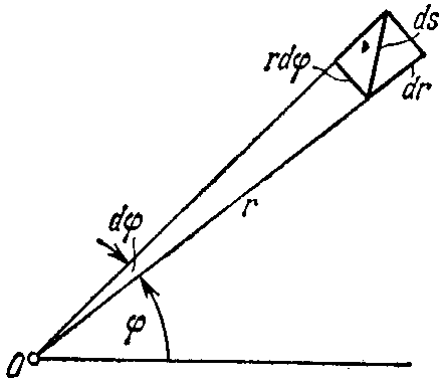


Рис.1.

Иногда операцию нахождения функции $T(q_k, \dot{q}_k, t)$ удается сильно упростить. Это бывает возможно в тех случаях, когда легко устанавливается связь между элементарным перемещением частицы ds и приращениями обобщенных координат q_k. Так, например, в полярных координатах на плоскости (рис. 1) перемещение ds является диагональю прямоугольника, построенного на сторонах dr и $d\varphi$ (нужно помнить о малости $d\varphi$). Следовательно, $ds^2 = dr^2 + r^2 d\varphi^2$. Разделив эту величину на dt^2, получим квадрат скорости частицы: $v^2 = \dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2$. Наконец,

$$T = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2)$$

В случае цилиндрических координат к предыдущим двум (r и φ) добавляется третья координата z. Перемещение ds является диагональю прямоугольного параллелепипеда со сторонами dr, $rd\varphi$ и dz. Следовательно,

$$T = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2 + \dot{z}^2).$$

Приращениям полярных координат r, ϑ, φ соответствуют три взаимно перпендикулярных отрезка (рис. 2) с длинами dr, $rd\vartheta$, $r\sin\vartheta d\varphi$ (последний отрезок направлен за чертеж) отрезки, перпендикулярные к плоскости чертежа, мы будем изображать кружком с точкой, если отрезок направлен на нас, и

кружком с крестиком, если отрезок направлен за чертеж). Перемещение ds совпадает с диагональю прямоугольного параллелепипеда, построенного на этих отрезках. В итоге

$$T = \frac{1}{2} m(\dot{r}^2 + r^2 \dot{\vartheta}^2 + r^2 \sin^2 \vartheta \dot{\varphi}^2).$$

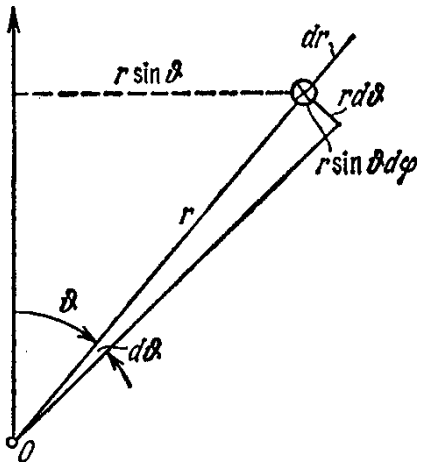


Рис.2.

Для получения уравнений движения следует использовать уравнения Лагранжа

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0.$$

Задание на исследование

1. Составить функцию Лагранжа для механической системы (в соответствии с вариантом).

2. Составить дифференциальное уравнение движения рассматриваемой системы, находящейся в однородном поле тяжести (g — ускорение свободного падения).

3. Выполнить численное решение полученного уравнения при различных начальных условиях. Для решения использовать одну из систем аналитических вычислений (Matlab, Mathcad).

1. Математический маятник (см. рис. 3). (Для данного случая, кроме того, найти обобщенный импульс $p_k = \dfrac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}$, обобщенную силу $Q_k = \dfrac{\partial L}{\partial q_k}$ и энергию маятника $E = \sum_k \dfrac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}\dot{q}_k - L(q_k, \dot{q}_k, t)$.)

2. Двойной плоский маятник (рис. 4.)

3. Маятник с равномерно движущейся точкой подвеса. (рис.5)

4. Маятник с точкой подвеса, движущейся с постоянным ускорением. (рис.6)

5. Частица, перемещающаяся по равномерно вращающейся прямой (рис7)

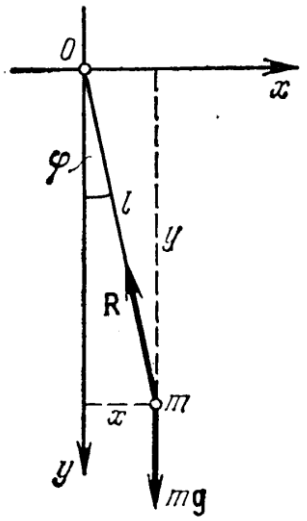


Рис.3.

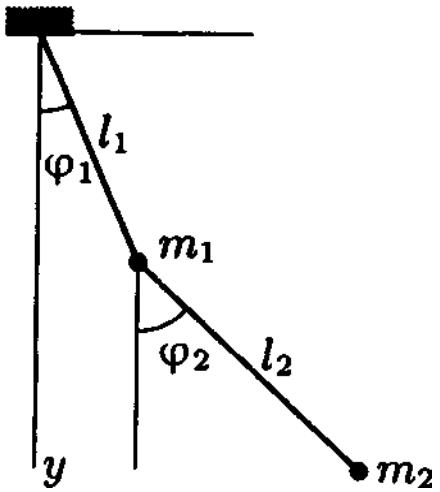


Рис.4.

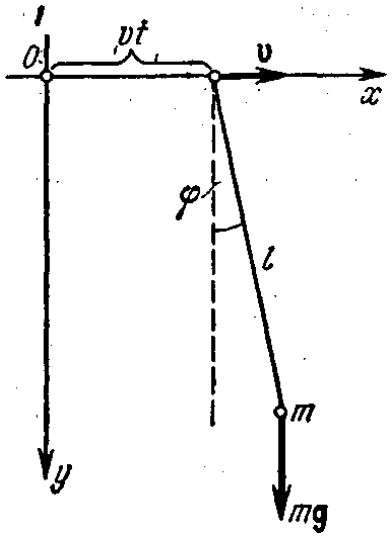


Рис.5

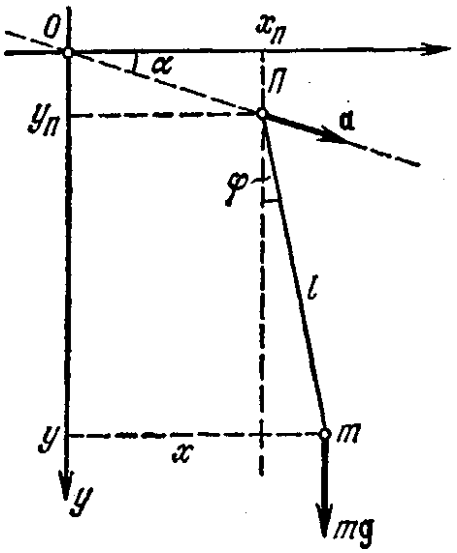


Рис.6.

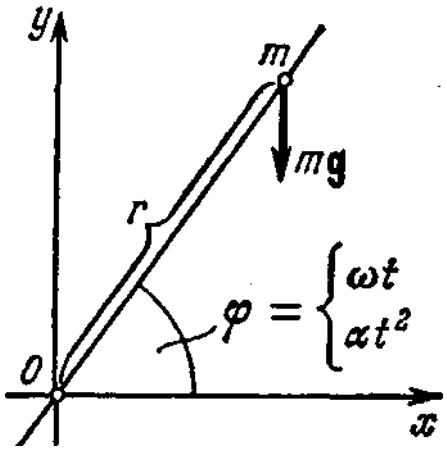


Рис.7

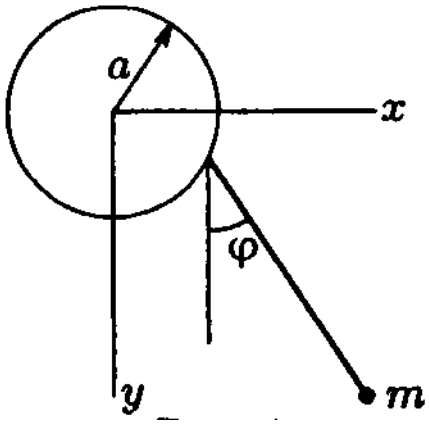


Рис.8

6. Плоский маятник, точка подвеса которого:

a) равномерно движется по вертикальной окружности с постоянной частотой γ (рис. 8)

b) совершает горизонтальные колебания по закону $a\cos\gamma t$

7. Система, изображенная на рис. 9; точка m_2 движется по вертикальной оси, а вся система вращается с постоянной угловой скоростью Ω вокруг этой оси.

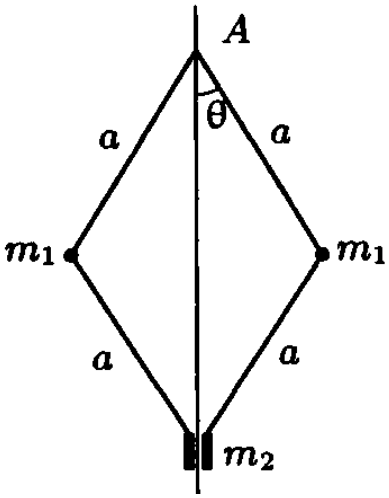


Рис. 9

Указания по оформлению отчета

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

1. Краткие теоретические сведения.
2. Краткая формулировка постановки задачи.
3. Вывод функции Лагранжа.
4. Вывод дифференциальных уравнений движения
5. Листинг программы численного решения дифференциального уравнения.
6. Траектории движения при различных начальных условиях.
7. Четко сформулированные выводы.

Контрольные вопросы

1. Что такое обобщенные координаты и для чего они используются?
2. Сформулируйте принцип наименьшего действия.
3. Как определяется функция Лагранжа механической системы?
4. От чего зависит порядок дифференциального уравнения, описывающего механическую систему.

Библиографический список

1. Ландау Л.Д. Теоретическая физика: Учеб. пособ.:Для вузов. /Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. В 10т. Том 1. Механика. М.:ФИЗМАТЛИТ, 2001,.-224с. (10 экз.)

2. Трофимова, Т.И. Сборник задач по курсу физики с решениями : учеб.пособие для вузов / Т.И.Трофимова .— 8-е изд.,перераб. — М. : Высш.шк., 2007 .— 591с. (12 экз.)

Лабораторная работа №2.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ В НЕИНЕРЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ ОТСЧЕТА

Цель работы

Исследование особенностей описания движения механических систем в неинерциальных системах отсчета. Закрепление навыков решения дифференциальных уравнений с использованием современных систем аналитических вычислений.

Теоретические сведения

Функция Лагранжа частицы в произвольной неинерциальной системе отсчета имеет вид:

$$L = \frac{mv^2}{2} + mv\left[\Omega r\right] + \frac{m}{2}\left[\Omega r\right]^2 - mWr - U\,, \qquad (1)$$

где W - ускорение поступательного движения системы отсчета, Ω - угловая скорость вращения системы координат, r – радиус- вектор частицы, v - скорость частицы.

Подставив это выражение в уравнение Лагранжа получим уравнение движения.

$$m\frac{dv}{dt} = -\frac{\partial U}{\partial r} - mW + m[r\dot{\Omega}] + 2m[v\Omega] + m[\Omega[r\Omega]] \qquad (2)$$

Видно, что «силы инерции», обусловленные вращением системы отсчета, слагаются из трех частей. Сила $m[r\dot{\Omega}]$ связана с неравномерностью вращения, а две другие присутствуют и при равномерном вращении. Сила $2m[v\Omega]$ называется *силой Кориолиса;* в отличие от всех ранее рассматривавшихся (не диссипативных) сил она зависит от скорости частицы. Сила $m[\Omega[r\Omega]]$ называется *центробежной.* Она направлена в плоскости, проходящей через r и Ω перпендикулярно к оси вращения (т.е. направлению Ω), в сторону от оси;

по величине центробежная сила равна $m\rho\Omega^2$, где ρ — расстояние частицы от оси вращения.

Рассмотрим особо случай равномерно вращающейся системы координат, не имеющей поступательного ускорения. Положив в (1) и (2) $\Omega = const$, $W = 0$, получим функцию Лагранжа

$$L = \frac{mv^2}{2} + mv[\Omega r] + \frac{m}{2}[\Omega r]^2 - U \qquad (3)$$

и уравнение движения

$$m\frac{dv}{dt} = -\frac{\partial U}{\partial r} + 2m[v\Omega] + m[\Omega[r\Omega]] \qquad (4)$$

Задание на исследование

1. Найти отклонение свободно падающего тела от вертикали, обусловленное вращением Земли. (Угловую скорость вращения считать малой. Пренебречь величинами с порядком малости выше первого).

2. Определить отклонение от плоскости для тела, брошенного с поверхности Земли с начальной скоростью v_0.

Порядок выполнения работы

Для решения поставленных задач необходимо.

1. Выбрать обобщенные координаты.
2. Составить функцию Лагранжа рассматриваемой системы.
3. Получить дифференциальные уравнения движения в неинерциальной системе отсчета.
4. Решить полученные дифференциальные уравнения с использованием системы аналитических вычислений (Mathcad или Matlab).

Указания по оформлению отчета

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

8. Краткие теоретические сведения
9. Краткая формулировка постановки задачи
10. Вывод дифференциальных уравнений.
11. Описание процедуры численного решения.
12. Четко сформулированные выводы.

Контрольные вопросы

1. Чем отличается описание движения в инерциальной и неинерциальной системе отсчета.
2. Какие дополнительные члены появляются в уравнениях Лагранжа при работе в неинерциальной системе отсчета.

Библиографический список

1. Ландау Л.Д. Теоретическая физика: Учеб. пособ.:Для вузов. /Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. В 10т. Том 1. Механика. М.:ФИЗМАТЛИТ, 2001,.-224с. (10 экз.)

2. Ворович, И.И. Лекции по динамике Ньютона.Современный взгляд на механику Ньютона и ее развитие / И.И.Воронович .— М.;Ижевск : Ин-т компьют.исслед., 2004 .— 680с. (2 экз.)

3. Трофимова, Т.И. Курс физики : учеб.пособие для вузов / Т.И.Трофимова .— 11-е изд.,стер. — М. : Академия, 2006 .— 560с. (3 экз.)

Лабораторная работа №3.

НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ ПРИКЛАДНОЙ ГИДРОГАЗОДИНАМИКИ

Цель работы

Приобретение навыков решения простейших задач гидрогазодинамики.

Теоретические сведения

Гидрогазодинамика — наука, изучающая законы движения жидкостей при их взаимодействии с твердыми телами и между самими жидкостями при скоростях существенно меньших скорости света, т. е. когда справедливы законы классической механики Ньютона и отсутствуют релятивистские эффекты.

Жидкостями называются субстанции, обладающие *легкоподвижностью* или *текучестью,* т.е. непрерывно и сколь угодно сильно деформирующиеся под действием сколь угодно малого срезывающего напряжения. Легкоподвижностью в равной степени обладают капельные жидкости и газы. Поэтому и те и другие называются одинаково — *жидкость.*

Прикладная гидрогазодинамика, в которой принимается ряд упрощенных моделей жидкостей и их движений, позволяющих получить результаты, удовлетворяющие по точности практику, является лишь ветвью механики жидкости.

Прикладная гидрогазодинамика состоит из *гидростатики,* в которой изучается равновесие жидкостей и тел в них погруженных, *кинематики,* где исследуется движение жидкостей вне связи с определяющими движение взаимодействиями, и *динамики,* изучающей движение жидкостей при их взаимодействии с твердыми телами и с жидкостями.

Динамика имеет два раздела:

1. Гидродинамика — изучает законы движения несжимаемой жидкости. При движении несжимаемой жидкости рассматриваемый объем может деформироваться, но не может изменить величины.

2. Газовая динамика — изучает движение газов при существенном изменении их плотности. Основная особенность газодинамического процесса — неразрывная связь одновременно протекающих механического процесса движения газа и термодинамического процесса его расширения или сжатия. Поэтому для анализа и расчета газодинамических процессов используются законы механики и термодинамики.

Общая постановка задач в прикладной гидрогазодинамике.

Дано:

1. Область течения жидкости и ее свойства.

2. Твердые тела, обтекаемые жидкостью, или канал, по которому она течет, и энергетическое воздействие на жидкость.

3. Значение параметров жидкости на границе области в начальный момент времени.

Определить пространственно-временные поля всех параметров текущей жидкости, т.е. скорости, плотности, давления и температуры:

$$u = u(x,y,z,t); \quad v = v(x,y,z,t);$$
$$w = w(x,y,z,t);$$
$$\rho = \rho(x,y,z,t); \quad p = p(x,y,z,t);$$
$$T = T(x,y,z,t),$$

где u, v, w — проекции вектора скорости жидкости W на оси x, y, z произвольно выбранной системы координат; ρ, p, T — плотность, давление и температура жидкости.

Различают следующие типы задач. *Внутренние* задачи — посвящены исследованию течений жидкости в различных каналах. *Внешние* задачи — рассматривают внешнее обтекание твердых тел, например, летательного аппарата в полете или его модели в аэродинамической трубе. *Струйные* задачи — посвящены изучению течения струй жидкостей, вытекающих из отверстий в

пространство, не ограниченное твердыми стенками и заполненное жидкостью того же агрегатного состояния. Например, взаимодействие струи выхлопных газов реактивного двигателя с воздухом.

Прикладная гидрогазодинамика имеет простую логически стройную структуру. Анализ всех течений и решение всех задач: базируется всего лишь на следующих четырех основных законах физики и шести основных уравнениях, выражающих в математической форме все те же четыре основных закона.

Основной физический закон	Основное уравнение прикладной гидрогазодинамики
1. Закон сохранения массы 2. Закон сохранения импульса (Второй закон Ньютона о движении) 3. Закон сохранения и превращения энергии	1. Уравнение неразрывности течения 2, 3, 4. Уравнение количества движения в проекциях на оси координат x, y, z 5.Уравнение энергии

В общем случае эти шесть уравнений являются независимыми. В частных случаях все они остаются справедливыми, но некоторые могут быть зависимыми. Например, при течении несжимаемой жидкости ($p = const$) неизвестных остается пять и уравнения количества движения и энергии становятся зависимыми.

В дополнение к перечисленным фундаментальным принципам в анализе используются вспомогательные законы и уравнения, описывающие конкретные свойства изучаемых жидкостей: уравнение состояния совершенного газа, законы Ньютона о трении в жидкостях, Фурье — о теплопроводности, Фика — о диффузии и т. п.

Задание на исследование

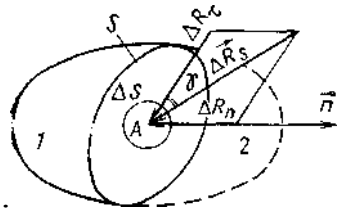
1. Определить плотность воздуха в вашей комнате, задавшись необходимыми параметрами. Сравните ее с плотностью водорода при тех же параметрах. (Молекулярная масса воздуха 28.97 кг/моль; водорода 2 кг/моль;

универсальная газовая постоянная $mR = 8320$ Дж/(моль К). Уравнение состояния идеального газа $p = \frac{mR}{m}\rho T$.)

2. Используя данные международной стандартной атмосферы (приложение 1) определить для летательного аппарата с характерным размером $L = 1$ м изменение областей течения, с подъемом на высоту, вплоть до свободномолекулярного течения.

3. Определить проекции напряжения массовой силы на оси координат в поле сил тяжести на уровне моря, если ось Z направлена вдоль радиуса земли.

4. В соответствии с рисунком изобразите схему сил действия части 1 на площадку ΔS части 2.



5. Каков физический смысл динамического коэффициента вязкости μ?

6. Почему μ газа не зависит от давления?

7. Получить формулу (15), используя уравнение состояния идеального газа, (14), (11). (см. лекции)

8. Каков физический смысл модуля упругости и чему он равен для абсолютно твердого тела.

9. Докажите, что при изменении давления на 10^7 Па (примерно на 100 атм.) плотность (объем) воды изменяется всего на 0.5%.

10. Во сколько раз при атмосферном давлении и изотермическом процессе сжимаемость газа больше сжимаемости воды?

11. Какой газ имеет большую сжимаемость при изоэнтропном процессе: водород, воздух, гелий или фреон.(Показатель изоэнтропы водорода 1.4; воздуха 1.4; гелия 1.67; фреона 1.14)

12. Подсчитать скорость звука в водороде, воздухе и фреоне при $T = 288$ и 900 К. Сравнить эти величины со скоростью звука в воде.

13. Доказать, что при $H = 0.5$ км, скорости полета $W = 108$ м/с и при $H = 11\ldots25$ км и $W = 93$ м/с, воздух можно считать несжимаемым с погрешностью $\Delta\rho/\rho \le 6\%$.

Указания по оформлению отчета

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

1. Краткая формулировка постановки задачи
2. Ход и результаты исследования
3. Четко сформулированные выводы.

Контрольные вопросы

1. Что изучает гидрогазодинамика?
2. Какие допущения приняты в прикладной гидрогазодинамике?
3. Какие силы действуют на жидкий объем?
4. Что такое скорость звука, число Маха?
5. Сформулируйте закон Ньютона о трении в жидкостях?

Библиографический список

Основной

1. Ландау Л.Д. Теоретическая физика: Учеб. пособ.:Для вузов. /Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. В 10т. Том 1. Механика. М.:ФИЗМАТЛИТ, 2001,.-224с. (10 экз.)

2. Ворович, И.И. Лекции по динамике Ньютона.Современный взгляд на механику Ньютона и ее развитие / И.И.Воронович .— М.;Ижевск : Ин-т компьют.исслед., 2004 .— 680с. (2 экз.)

3. Трофимова, Т.И. Курс физики : учеб.пособие для вузов / Т.И.Трофимова .— 11-е изд.,стер. — М. : Академия, 2006 .— 560с. (3 экз.)

4. Савельев, И.В. Курс общей физики. Кн.2, Электричество и магнетизм : учеб.пособие для втузов:в 5 кн. / И.В.Савельев .— М. : Астрель:АСТ, 2005 .— 336с. (4 экз.)

5. Земцов, В.М. Гидравлика : учеб.пособие для вузов / В.М.Земцов;под ред.Ю.В.Брянской .— М. : АСВ, 2007 .— 352с. (85 экз.)

Дополнительный

1. Покровский, В. В. Электромагнетизм. Методы решения задач : учеб. пособие / В. В. Покровский .— М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007 .— 120 с. (3экз).

2. Трофимова, Т.И. Сборник задач по курсу физики с решениями : учеб.пособие для вузов / Т.И.Трофимова .— 8-е изд.,перераб. — М. : Высш.шк., 2007 .— 591с. (12 экз.)

3. Матвеев, В.А. Проектирование волнового твердотельного гироскопа : Учеб.пособие для втузов / В.А.Матвеев,В.И.Липатников,А.В.Алехин .— М. : Изд-во МГТУ им.Н.Э.Баумана, 1998 .— 168с. (10 экз.)

4. Алексеев, Г.В. Виртуальный лабораторный практикум по курсу "Механика жидкости и газа" : учеб.пособие для вузов / Г.В.Алексеев,И.И.Бриденко .— СПб. : ГИОРД, 2007 .— 152с. (2 экз.).

3. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров : Определения,теоремы,формулы / Г.Корн,Т.Корн;Пер.с англ.:Арамановича

И.Г.и др.;Под общ.ред.Арамановича И.Г. — 6-е изд.,стер. — СПб.и др. : Лань, 2003 .— 831с. 19 экз.

5. Журнал Изв. РАН “Теория и системы управления”

6. Журнал “Автоматика и телемеханика”

Для заметок

Заказ 41 Тираж 100

Издательство ТулГУ