

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук
Кафедра «Вычислительная механика и математика»

Утверждено на заседании кафедры
«Вычислительная механика и математика»
14 января 2021 г., протокол № 5

Заведующий кафедрой


В.В.Глаголев

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ) ДЛЯ
ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО
ДИСЦИПЛИНЕ**

"Математика"

основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы бакалавриата

по направлению подготовки

15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств

с направленностью (профилем)

*Автоматизация технологических процессов и производств
в машиностроении*

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 270301-01-21

Тула 2021 год

Разработчик фонда оценочных средств

Лебедев А.М., проф., докт. техн. наук



ПОДПИСЬ

1. Описание фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Фонд оценочных средств (оценочные материалы) включает в себя контрольные задания и (или) вопросы, которые могут быть предложены обучающемуся в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю). Указанные контрольные задания и (или) вопросы позволяют оценить достижение обучающимся планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), установленных в соответствующей рабочей программе дисциплины (модуля), а также сформированность компетенций, установленных в соответствующей общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

Полные наименования компетенций представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

2. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

1 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1.

1. Вычислить смешанное произведение векторов $\vec{a}, 3\vec{b}, \vec{c}$, если

$$\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = \vec{j} + 4\vec{k}, \vec{c} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}.$$

2. Решить систему методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x + y - 2z = 0 \\ x + y + z = 1 \\ -2x - y = 1 \end{cases}$$

3. Уравнение прямой привести к каноническому виду: $\begin{cases} x + y - z - 1 = 0 \\ x + 2y + z - 4 = 0 \end{cases}$.

4. Вычислить предел:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1}$$

5. Найти производную

$$y = \ln \arcsin \sqrt{1 - e^{2x}}.$$

6. Найти собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

7. Уравнение прямой привести к каноническому виду: $\begin{cases} x + y - z - 1 = 0 \\ x + 2y + z - 4 = 0 \end{cases}$.

8. Вычислить предел:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1}$$

9. Вычислить производную:

$$y = x^{\sin x^3}.$$

10. Написать оператор проектирования на ось OX

2 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1.

1. Выполнить действия над комплексными числами и укажите $\operatorname{Im} z$,

$$z = \frac{1+4i}{-i} + \frac{i-1}{3+i} + i^{10}$$

2. Вычислить неопределённый интеграл $\int \sin x \cdot \cos^4 x dx$

3. Вычислить определённый интеграл $\int_0^1 x \arccos x dx$

4. Вычислить площади плоских фигур, ограниченных линиями, заданными в декартовых координатах: $y = 2x - x^2$, $x + y = 0$

5. Является ли точка $(0,0)$ для функции $z = 2x^3 + 2y^3 + 6xy$ точкой экстремума

6. Вычислить неопределённый интеграл $\int \frac{xdx}{4+x^2}$

7. Вычислить определённый интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin 2x dx$

8. Вычислить площади плоских фигур, ограниченных линиями, заданными в декартовых координатах: $y = x^2 - 3x + 2$, $y = 2 - x^2$

9. Найти частные производные первого порядка от функции $z = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{y}$

10. Найти экстремальное значение функции $z = 4x + 4y - x^2 - y^2$

3 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1.

1. Определите тип дифференциального уравнения:

1. $xy' = \sqrt{x^2 + y^2} + y$;

2. $y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}$;

3. $2(y^3 - y + xy)dy = dx$;

4. $y' = e^{\frac{x}{2}} \sqrt{y}$.

2. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}.$$

3. Исследуйте числовые ряды на сходимость:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+1)}$;

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \dots (2n+1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \dots (3n-1)}$.

4. Исследуйте ряды на абсолютную/условную сходимость:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n(3n-1)}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n-1}{3n}.$$

5.. Запишите разложение функции $f(x)$ в ряд Фурье (коэффициенты не находить):

$$f(x) = \begin{cases} x; & 0 \leq x \leq 1 \\ 1; & 1 < x \leq 2 \end{cases}; f(x) - \text{нечетная.}$$

6. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}.$$

7. Найдите общее решение однородного уравнения и укажите **вид** частного решения неоднородного уравнения:

$$y''' - y'' - y' + y = (3x + 7)e^{2x}.$$

8. Найдите общее решение однородного уравнения и укажите **вид** частного решения неоднородного уравнения:

$$y'' - 4y' + 8y = e^x (5 \sin x - 3 \cos x).$$

9. Исследуйте числовые ряды на сходимость:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2 + 1}{n^2 + 1} \right)^{n^2}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \ln^2(n+1)}.$$

10 Исследуйте ряды на абсолютную/условную сходимость:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3}{(n+1)!}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt[4]{2n+3}}.$$

4 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1.

1. Изменить порядок интегрирования.

$$\int_{-2}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2+y}}^0 f dx + \int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{-y}}^0 f dx$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

$$x = 8 - y^2, \quad x = -2y.$$

3. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

$$x^2 + y^2 = 4y,$$

$$z = 6 - x^2, \quad z = 0.$$

4. Вычислить криволинейные интегралы 2-го рода:

$$\int_L (x^2 - y^2) dx + (x^2 + y^2) dy, \quad \text{где } L - \text{эллипс } x = a \cos t, y = b \sin t, \text{ пробегаемый в}$$

положительном направлении.

5. Предприятие изготавливает 95% изделий стандартных, причем из них 86% - первого сорта. Найдите вероятность того, что: 1) взятое наудачу изделие первого сорта; 2) из двух взятых изделий хотя бы одно первого сорта.

6. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

$$y = \sqrt{24 - x^2}, \quad 2\sqrt{3}y = x^2, \quad x = 0 \quad (x \geq 0).$$

7. Вычислить криволинейные интегралы I-го рода: $\int_L (x - 2y^2) dl$, где L – контур треугольника с вершинами O (0,0), A(1,0), B(0,1)

8. В читальном зале имеются шесть учебников по теории вероятностей, из которых три в переплёте. Библиотекарь наудачу берёт учебники один за другим до появления учебника в переплёте. Найти вероятность того, что он возьмет не более трёх учебников

9. Потребление электроэнергии предприятиями №1 и №2 в течении суток характеризуются следующими данными:

Для предприятия №1				
X_i	840	860	880	990
$p(X_i)$	0,1	0,3	0,5	0,1

Для предприятия №2			
Y_i	950	980	1000
$p(Y_i)$	0,3	0,5	0,2

Найдите ряды распределения количества электроэнергии, потребляемой в течении суток обоими предприятиями.

10. При взвешивании получается ошибка, подчиненная нормальному закону с $\sigma = 20$ г. Найдите вероятность того, что взвешивание будет произведено с ошибкой, не превосходящей 30 г.

3. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

1 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1.

1. Доказать, что $A(1,0,7)$ $B(-1,-1,2)$ $C(2,-2,2)$ $D(0,1,9)$ лежат в одной плоскости.

2. Показать, что прямые $L_1: x + 2y + 4 = 0$ и $L_2: 2x + 4y - 3 = 0$ параллельны и найти расстояние между ними.

3. Составить уравнение плоскости проходящую через три точки $M_1(2;-1;3)$, $M_2(-1;-3;-5)$ и $M_3(7;3;7)$.

4. Доказать, что прямые $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{-2}$ и $\frac{x+1}{1} = \frac{y+11}{2} = \frac{z-6}{1}$ пересекаются и найти точку пересечения и угол между ними.

5. Вычислить предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8\sqrt{n^3} + 2\sqrt[3]{n}}{\sqrt{n^3} - \sqrt[3]{n^4}}$$

6. Вычислить предел последовательности.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1})$$

7. Вычислить предел последовательности.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 4n - 1}{2n^2 + 4n - 5} \right)^{n^2 + 5n}$$

8. Вычислить пределы используя эквивалентные замены.

а. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sin 3x}$ б. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(e^{1/x} - 1 \right)$

9. Найти $y'(x)$, если $x = a \cos t$, $y = a \sin t$,

10. Найти пределы используя правило Лопиталя:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$

2 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОК-1.

1. Вычислить

а. $\frac{2+3i}{4-2i} + \frac{1-3i}{2i}$ б. $i^2 + i^3 + i^4 + i^5$

2. Вычислить интеграл используя метод подведения под знак дифференциала.

1. $\int \sqrt[3]{3x+1} dx$ 2. $\int \frac{dx}{x+3}$ 3. $\int e^{3x+1} dx$ 4. $\int \frac{dx}{x^2-2x-3}$

3. Вычислить интеграл используя метод интегрирования по частям.

1. $\int (1-2x) \cdot \sin x dx$ 2. $\int \ln(x+1) dx$

4. Вычислить интеграл.

$$\int \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} dx$$

5. Вычислить интеграл.

$$\int \sqrt[3]{x} \sqrt{5x \cdot \sqrt[3]{x} + 3} dx$$

6. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = 4x$

7. Вычислить объём тела полученного вращением кривой $y = x^3$ вокруг оси Ox при $0 \leq x \leq 1$.

8. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость.

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$$

9. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям, вычислить приближено $1,02^{3,01}$

10. Написать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z = x^2 + y^2$ в точке $M_0(1; -2)$

3 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОК-1.

1. Найти решение задачи Коши $y' + \cos(x+2y) = \cos(x-2y)$ при $y(0) = \frac{\pi}{4}$.

2. Решить дифференциальное уравнение $xy' \sin \frac{y}{x} + x = y \sin \frac{y}{x}$
3. Решить задачу Коши $y' - 4xy = -4x^3$ при условии $y(0) = -\frac{1}{2}$.
4. Решить задачу Коши $y' + y = xy^2, y(1) = 1$
- 5: Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' x \ln x = y'$
- 6: Найти общее решение дифференциального уравнения $y' y''' - 3(y'')^2 = 0$
7. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\sqrt{n(n+1)}}$
8. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n-1)}}$
9. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\arctg^2 n}{n(n-1)}$
10. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{3^n n!}$

4 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1.

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f(x, y) dy$
2. Вычислить $\iint_D (3yx^2 - 2x^3) dx dy$, где $D: 0 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 2$
3. Найти площадь, ограниченную линиями: $y^2 + (x - 3)^2 = 9, (y - 3)^2 + x^2 = 9$
4. Найти объём тела, ограниченный поверхностями: $4 = x^2 + y^2 + z^2, 3z = x^2 + y^2$
5. При отклонении от нормального режима работы автомата срабатывает сигнализатор С – I с вероятностью 0,8, а сигнализатор С – II срабатывает с вероятностью 1. Вероятности того, что автомат снабжён сигнализатором С – I или С – II соответственно равны 0,6 и 0,4. Получен сигнал о разладки автомата. Найти вероятность того, что автомат снабжён сигнализатором С – I.
6. Вероятность наступления некоторого события при одном испытании равна 0,4. Найти вероятность того, что при 1000 испытаниях частота наступления этого события отклонится от вероятности 0,4 не более чем на 0,05.
7. Дискретная случайная величина X может принимать три возможных значения: $X_1 = 4$ с вероятностью $P_1 = 0,5$; $X_2 = 6$ с вероятностью $P_2 = 0,3$ и X_3 с вероятностью P_3 . Найти X_3 и P_3 если $M(X) = 8$. Найти дисперсию $D(X)$.
8. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения $f(x)$. Найти плотность распределения $f(x)$, построить график функции $f(x)$, найти значение параметра ν , $M(X)$, $D(X)$ и вероятность попадания случайной величины X в заданный интервал (α, β) .

$$f(X) = \begin{cases} 0 & \text{при } X \leq 1 \\ \sqrt{X^2} & \text{при } 1 < X \leq 2 \\ 0 & \text{при } X > 2 \end{cases} (\alpha, \beta) = \left(1; \frac{7}{4}\right)$$

9. Найти работу силы \mathbf{F} при перемещении вдоль линии L от точки M к точке N .

$$\mathbf{F} = (x^2 - 2y)\mathbf{i} + (y^2 - 2x)\mathbf{j},$$

L : отрезок MN ,

$$M(-4, 0), N(0, 2).$$

10. Найти циркуляцию векторного поля \mathbf{a} вдоль контура Γ (в направлении, соответствующем возрастанию параметра t).

$$\mathbf{a} = y\mathbf{i} - x\mathbf{j} + z^2\mathbf{k},$$

$$\Gamma: \begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos t, & y = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos t, \\ z = \sin t. \end{cases}$$