


МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Тульский государственный университет»

Институт естественнонаучный  
Кафедра «Теоретическая механика»

Утверждено на заседании кафедры  
«Теоретическая механика»  
«13» января 2022 г., протокол № 4/1  
Заведующий кафедрой

 В.Д. Кухарь

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**  
**по выполнению курсовой работы**  
**по дисциплине (модулю)**  
**«Теоретическая механика»**

**основной профессиональной образовательной программы**  
**высшего образования – программы бакалавриата**

по направлению подготовки  
**15.03.06 Мехатроника и робототехника**

с направленностью (профилем)  
**Мехатроника**

Форма(ы) обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 150306-01-22

Тула 2022 год

## Разработчик методических указаний

**Разработчик:**

Бертяев Виталий Дмитриевич, к.т.н., профессор ТулГУ

---

*(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)*



*(подпись)*

## Содержание

Курсовая работа по кинематике и статике .....	4
Курсовая работа по динамике .....	6
Выбор варианта задания .....	9
Порядок выполнения работы .....	10
Оптимизация характеристик механической системы .....	11
Требования к оформлению и защите .....	12
Оглавление .....	16
Аннотация .....	16

## Курсовая работа по кинематике и статике

Данное задание посвящено применению основных теорем и принципов кинематики к исследованию механических систем. Студенты, выполняя то или иное задание, должны получить навыки и умения:

- нахождения геометрических связей, наложенных на заданный механизм и формулировку их в математическом виде;
- составления уравнений движения произвольной точки механизма и определения ее траектории, скорости, ускорения;
- применения теорем о сложении скоростей и ускорений в плоском движении твердого тела и в сложном движении точки;
- решения поставленной задачи аналитическим и графическим способом.

### Цель курсовой работы.

Приобретение навыков кинематического расчёта плоского шарнирного механизма с использованием различных методов.

### Содержание курсовой работы

Объектом исследования является:

- Плоский многозвенный шарнирный механизм с одной степенью свободы, ведущее звено которого движется по закону

$$\varphi(t) = \omega_0 t \quad [rad],$$

где  $\omega_0 \left[ \frac{rad}{c} \right]$  – угловая скорость вращения ведущего звена (в таблице исходных данных угловая скорость задана в технических единицах  $n \left[ \frac{об}{мин} \right]$ , её нужно перевести в систему СИ).

- Материальная точка  $L$ , расположенная на одном из звеньев, совершающих плоскопараллельное движение идвигающаяся по закону

$$S(t) \quad \left[ \frac{см}{c} \right]$$

**Требуется:** применяя различные методы и теоремы кинематики определить: закон движения ведомых звеньев механизма; угловые скорости, угловые ускорения звеньев, совершающих вращательные и плоскопараллельное движение; закон движения, траектория, а также скорости и ускорения заданных точек, и звеньев, совершающих поступательные движения.

Схемы механизмов, а также геометрические характеристики тел приведены в альбоме заданий.

Методы исследований:

- аналитический метод;
- геометрические (графический и графоаналитический) методы.

1. С помощью аналитического метода составить уравнения геометрических связей механизма, получить зависимости углов поворотов ведомых звеньев от времени или от угла поворота ведущего звена.
2. Получить системы разрешающих уравнений для определения угловых скоростей и ускорений ведомых звеньев, а также линейной скорости и ускорения звена, движущегося поступательно.
3. Записать уравнения для вычисления координат, линейных скоростей и ускорений точек, определенных в задании.
4. Используя основные теоремы плоскопараллельного движения твёрдого тела, выполнить расчёт скоростей и ускорений всех звеньев и всех узловых точек (шарниров) механизма для заданного его положения.
5. Используя основные теоремы составного движения точки и твердого тела при переносном вращательном движении, определить скорости и ускорения всех звеньев и всех узловых точек (шарниров) механизма для заданного его положения, а также точки  $L$ .
6. Сравнить решения, полученные разными геометрическими методами.

## Курсовая работа по динамике

Исследование динамического поведения механической системы начинается с выбора физической модели, для которой составляется математическая модель.

Наличие упругих связей в механической системе в сочетании с внешним периодическим воздействием может привести к дополнительным колебаниям ее элементов. Если задачу удастся свести к малым колебаниям, то с высокой степенью точности математическая модель может быть представлена линейной моделью.

Выделение линейных моделей в особый класс вызывается рядом причин:

- с помощью линейных моделей исследуется широкий круг явлений, происходящих в различных механических системах;
- интегрирование линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами хорошо отработано.

Поэтому инженер–исследователь стремится по возможности описать поведение системы с помощью линейной модели для облегчения процедуры анализа ее движения.

При проектировании механических систем обычно используют критические режимы внешних воздействий на них. В этом случае внешние факторы:  $\nu$  – коэффициент демпфирования,  $F_0, p$  – амплитуда и частота возмущающей силы, изменяются незначительно. Конструктивные параметры механических систем (их геометрические размеры) определяются условиями их функционирования и, следовательно, могут изменяться в очень узком диапазоне. Актуальной становится такая задача исследования механической системы, при которой могут изменяться массовые параметры системы и жесткость упругого элемента.

### Цель работы

Целью работы по динамике является исследование и анализ динамического поведения механической системы с упругой связью и вязким трением с помощью основных теорем и уравнений теоретической механики.

### Общие положения

Под динамическим поведением конструкции будем понимать ее реакцию (отклик) на внешние кинематические или динамические возмущения, обусловленные условиями эксплуатации. Прогнозирование динамического поведения исследуемой динамической системы означает необходимость предвидеть последствия эксплуатационных возмущений, проанализировать поведение на основе математических моделей, по возможности заблаговременно устранить нежелательные эффекты, добиваясь оптимальных свойств.

Важнейшим этапом исследования динамического поведения механической системы является решение двух следующих основных задач

динамики: материальной точки и материальной системы.

- По заданному закону движения объекта и распределению масс его элементов определить характеристики силовых полей, в которых функционирует объект.
- При заданных характеристиках силовых полей и распределению масс элементов объекта определить закон его движения.

Решение названных двух задач требует умения правильно производить их постановку. Процедура постановки и решения задач теоретической механики включает в себя пять основных этапов:

- Формулировку задачи;
- Построение расчетной схемы;
- Построение математической модели;
- Реализация математической модели (решение задачи);
- Анализ результатов и принятие решений.

Первые три этапа включает в себя постановка задачи.

Формулировка задачи — это условие (текст) задачи. Она осуществляется руководителем работ совместно с исполнителем.

Расчетная схема — это рисунок, на котором изображены: рационально выбранная система координат; упрощенная схема механической системы в произвольном или заданном положении; механические характеристики и т.п. (в зависимости от применяемого метода).

Математическая модель — это система алгебраических и/или дифференциальных уравнений (уникальная для каждого применяемого метода), а также начальных (граничных) условий, описывающих кинематическое поведение механической системы.

Реализация математической модели — это решение поставленной задачи выбранным, на этапе постановки, методом.

Анализ полученных результатов — это сравнение решений, полученных разными методами, определение критических состояний механической системы и нахождение оптимальных параметров для ее функционирования.

## Содержание работы

Объектом исследования является механическая система с одной степенью свободы<sup>1</sup>, представляющая собой совокупность абсолютно твердых тел, связанных друг с другом посредством невесомых нерастяжимых нитей, параллельных соответствующим плоскостям. Схемы заданий и исходные данные приведены в альбоме заданий.

Система снабжена упругой связью (пружиной) с коэффициентом жесткости  $c$  и демпфирующим устройством, в котором возникает сопротивление движению. Сопротивление движению моделируется парой сил  $M_C$  и силой  $\bar{R}_C$

$$M_C = -\nu \omega_k, \quad \bar{R}_C = -\mu \bar{v}_k$$

где  $\omega_k$  – угловая скорость вращения тела,  $\bar{v}_k$  – скорость точки приложения силы сопротивления;  $\nu, \mu$  – коэффициент сопротивления ( $\nu > 0, \mu > 0$ ).

Во всех вариантах к грузу 1 приложена возмущающая гармоническая сила, проекция которой на касательную к траектории центра масс груза 1 равна

$$F_\tau(t) = F_0 \sin pt,$$

где  $F_0, p$  – амплитуда и круговая частота возмущающей силы.

При составлении математической модели принимаются следующие допущения:

- тела, входящие в систему, считаются абсолютно твердыми, нити – нерастяжимыми, идеально гибкими и безынерционными;
- проскальзывание нитей на блоках и катках отсутствует; катки движутся без скольжения;
- трение в подшипнике блока 3 не учитывается, сопротивление качению катка 4 отсутствует;
- реакция упругой связи подчиняется линейному закону:  $F_{упр} = c \lambda$ , где  $\lambda$  – удлинение пружины; масса пружины и демпфера не учитывается;
- массу пружины, поршня и штока демпфера не учитывать;
- во всех вариантах возникающие в системе колебания являются малыми.

### Требуется:

1. Применяя основные теоремы динамики системы и аналитические методы теоретической механики составить дифференциальное уравнение движения системы.
2. Сформировать систему уравнений для определения динамических реакций внешних и внутренних связей.

---

<sup>1</sup> Альбом заданий, а также исходные данные для расчета см. Приложение 1



3. Найти закон движения системы, т. е. проинтегрировать дифференциальное уравнение движения при заданных начальных условиях.
4. Провести численный анализ полученного решения с использованием ЭВМ (определяет преподаватель).

### **Выбор варианта задания**

Схемы механических систем, а также инерционные и геометрические характеристики тел приведены в альбоме заданий (Приложение 1).

При выполнении работы индивидуальное задание: № рисунка (схемы) и №№ вариантов исходных данных, может быть выбрано по следующему алгоритму (см. Приложение 4):

- номер рисунка (схемы) задания определяется двумя последними цифрами в номере зачетной книжки или студенческого билета;
- номер варианта геометрических данных для каждой схемы – четвертая цифра в номере зачетной книжки или студенческого билета;
- номер варианта исходных данных для всех схем – вторая цифра в номере зачетной книжки или студенческого билета.

### Порядок выполнения работы

- Построить расчетную схему.
- Используя теорему об изменении кинетической энергии механической системы, составить дифференциальное уравнение движения механизма.
- Сформулировать начальные условия движения.
- Найти решение дифференциального уравнения движения.
- Используя начальные условия, определить произвольные постоянные, которые возникают в процессе интегрирования дифференциального уравнения движения.
- Подставив найденные постоянные интегрирования в решение дифференциального уравнения, записать закон движения объекта.
- Составить систему уравнений для определения реакций связей с помощью теоремы об изменении количества движения механической системы и теоремы об изменении кинетического момента механической системы.
- Построить математические модели динамического поведения объекта другими методами<sup>2</sup>.
- Произвести вычисления искомых величин.<sup>3</sup>
- Обработать результаты вычислений и построить графики перемещения, скорости, ускорения, реакции связей (определяет преподаватель).<sup>4</sup>
- Провести анализ результатов расчета и обеспечить адекватность математической модели реальному движению механической системы (определяет преподаватель).

---

<sup>2</sup> См. пример выполнения задания

<sup>3</sup> Расчет проводится самостоятельно, или в дисплейном классе по готовой процедуре вычислений.

<sup>4</sup> Результаты вычислений можно перенести на USB диск или Flash карту.

### Оптимизация характеристик механической системы

В результате решения дифференциального уравнения получаются законы движения первого груза, его скорость и ускорение в зависимости от времени  $t$ . На основании этих зависимостей могут быть определены законы изменения всех остальных характеристик механической системы, в том числе и реакций связей. Поскольку значения параметров системы задаются произвольно, то может возникнуть ситуация, когда натяжение одного из канатов или всех канатов станет отрицательным. Кроме этого, может возникнуть ситуация, когда величина силы сцепления, превысит свое предельное значение, при котором качение катка происходит без проскальзывания. В этом случае математическая модель перестает адекватно отражать динамику механической системы. Актуальной становится задача оптимизации параметров механической системы таким образом, чтобы на всем этапе функционирования системы она сохраняла бы свою работоспособность.

Предлагается, изменяя массу груза 1 или катка 4, а при необходимости жесткость упругого элемента<sup>5</sup>, обеспечить положительные значения натяжения канатов на всем протяжении работы механической системы, а также выполнения условия движения катка 4 без проскальзывания.

Процедура оптимизации осуществляется по указанию преподавателя либо подбором, либо согласно алгоритму, приведенному в разделе 7 пособия посвященному выполнению курсовой работы(стр. 32 – 43).

Распечатку результатов необходимо подшить к пояснительной записке. (Вариант распечатки результатов расчета и оптимизации системы, а также построенные на их основе графики зависимостей  $S = S(t)$ ;  $V = V(t)$ ;  $a = a(t)$ ;  $T_{ij} = T_{ij}(t)$ ;  $F_{CЦ} = F_{CЦ}(t)$  показаны в примере выполнения работы).

---

<sup>5</sup> Выбор внутренних параметров механической системы определяется преподавателем.

## Требования к оформлению и защите<sup>6</sup>

### Оформление работы

Работа представляется к защите в виде пояснительной записки.

Пояснительная записка, объемом 20-30 страниц, аккуратно оформляется (в печатном или рукописном виде) на листах писчей бумаги формата А4. Текст располагается на одной стороне листа. Каждый лист должен быть пронумерован. Разделы и параграфы должны быть озаглавлены и пронумерованы. Формулы, на которые есть ссылки в тексте пояснительной записки, обязательно нумеруются. Пояснительная записка включает в себя:

- с. 1 – титульный лист (в печатном виде, см. приложение 4).
- с. 2 – оглавление с нумерацией страниц каждого раздела (Приложение 5).
- с. 3 – Аннотация (см. приложение 6).
- Схема механизма и необходимые численные данные для выполнения задания (на отдельном листе).
- Вывод дифференциального уравнения движения с использованием теоремы об изменении кинетической энергии механической системы.
- Решение дифференциального уравнения движения. Должны быть получены аналитические зависимости величин  $S = S(t)$ ;  $V = V(t)$ ;  $a = a(t)$ .
- Определение реакций внешних и внутренних связей. Должны быть получены аналитические зависимости величин  $T_{ij} = T_{ij}(t)$ ;  $F_{CЦ} = F_{CЦ}(t)$ .
- Получение дифференциального уравнения движения системы двумя другими методами.
- Результаты расчетов.
- Анализ результатов и оптимизации механической системы (необходимость и объем определяет преподаватель).
- Выводы.
- Список литературы.

Главы и параграфы работы должны быть озаглавлены и пронумерованы. В пояснительной записке должно содержаться подробное описание проводимых расчётов. Формулы, на которые имеются ссылки в тексте, нумеруются, изложение сопровождается расчётными схемами. Не допускается совмещение расчётных схем для различных методов на одном рисунке.

Изложение сопровождается расчетными схемами и рисунками, располагаемыми в тексте (при необходимости – на отдельных листах), имеющими номер и название. Все схемы и чертежи должны быть аккуратным и наглядным (с использованием чертежных инструментов или на компьютере), а их размеры должны позволять ясно показать все векторы и размеры. Рисунки

---

<sup>6</sup> Работы, не отвечающие всем перечисленным требованиям, проверяться не будут, а будут возвращаться для переделки.

выполняются карандашом; толщина линий строго выдерживается (контурные, выносные, штрихпунктирные). Схемы (рисунки) и составляемые на их основе уравнения по возможности располагаются на одной странице. Показывать все эти векторы и координатные оси на чертежах, а также указывать единицы получаемых величин нужно обязательно.

Материал в пояснительной записке располагается так, чтобы его было удобно читать (и, конечно, проверять!).

- заголовки глав и параграфов выполняются шрифтом большего размера, чем основной текст; допускается их подчёркивание;
- между заголовками и текстом оставляется пробел по вертикали (1,5-2 см);
- основной текст разбивается на абзацы, между которыми оставляется вертикальный пробел (~ 1 см); такой же пробел оставляется между текстом и формулами, а также между формулами, если они записываются по вертикали одна за другой;
- формулы – это часть предложения: если предложение заканчивается формулой, то после неё ставится точка; если в конце предложения располагаются несколько формул, то они разделяются запятыми (после последнего слова текста нет никакого знака препинания) или точкой с запятой (после последнего слова текста стоит двоеточие);
- формулы располагаются по центру страницы;
- номера формул выравниваются по правому краю страницы;
- поля страницы: верхнее и нижнее - 2 см., левое – 2,5 см., правое - 1 см.;
- нумерация страниц снизу, справа.

При оформлении пояснительной записки в печатной форме основной текст набирается на компьютере в текстовом редакторе шрифтом «Times New Roman» величиной 14 пт. с полуторным интервалом. Текст на странице выравнивается по ширине. Перенос - автоматический, ширина зоны переноса - 0,5 см. Абзацный отступ – 1,25 см.

Для заголовков и подзаголовков запрещается использовать специальные стили и подчеркивания.

Ссылки в тексте на литературу даются в квадратных скобках.

Все аббревиатуры, сокращения и условные обозначения расшифровываются в тексте.

Формулы следует набирать в редакторе формул, встроенном или внешнем. Основной размер – 14 пт.

### **Защита работы**

Оформленную пояснительную записку необходимо сдать на проверку руководителю. После исправления замечаний руководителя пояснительная записка сдаётся на рецензию одному из преподавателей кафедры. При отрицательной рецензии работа должна быть переделана и вновь представлена на рецензию.

Приём курсовых работ, допущенных к защите, проводится комиссией, обычно состоящей из двух преподавателей, как правило, – руководителя и рецензента.

Сроки защиты: в осеннем семестре – с 10 декабря, в весеннем – с 10 мая.

На защите студент делает доклад, в котором рассказывает о постановке задачи, условиях расчета, применяемых методах механики и полученных результатах. После этого он отвечает на вопросы членов комиссии. Максимальная оценка за курсовую работу – 100 баллов.

При защите работы оцениваются:

- качество оформления работы – до 10 баллов;
- отзыв рецензента – до 5 баллов;
- качество доклада автора – до 20 баллов;
- ответы на вопросы – до 65 баллов.

По результатам защиты работы студенту выставляется одна из следующих оценок: **отлично** (81-100 баллов), **хорошо** (61-80 баллов), **удовлетворительно** (40-60 баллов) и **неудовлетворительно** (менее 40 баллов).

При **неудовлетворительной** оценке студенту выдаётся новое задание.

# «ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ»

Тула, 20

## Оглавление

Аннотация	3 с
Схема механизма и данные для выполнения задания	4 с
1 Вывод дифференциального уравнения движения с использованием теоремы об изменении кинетической энергии механической системы	5 с
2 Определение закона движения системы	...с
3 Определение реакций внешних и внутренних связей	...с
4 Составление дифференциального уравнения движения механизма с помощью принципа Даламбера-Лагранжа	...с
5 Составление дифференциального уравнения движения механизма с помощью уравнений Лагранжа 2-го рода	...с
6 Результаты расчетов	...с
7 Анализ результатов вычислений	...с
8 Результаты анализа	...с
9 Выводы	...с

## Аннотация

Исследуется движение механической системы с одной степенью свободы при наличии упругой связи, сил сопротивления и возмущающей гармонической силы  $F(t) = F_0 \sin(pt)$ . Силы сопротивления моделируются парой сил  $M_C = -v \omega_k$ , пропорциональной угловой скорости тела, и силой  $\bar{R}_C = -\mu \bar{v}_k$ , пропорциональной скорости точки ее приложения. Упругую связь моделируем силой  $F_{упр} = c \lambda$  подчиняющейся линейному закону упругости Гука. Качение катков происходит без скольжения, проскальзывание нитей на блоках отсутствует. Кулоновским трением качения и скольжения пренебрегаем.

С помощью основных теорем динамики системы и аналитических методов теоретической механики, определены закон движения первого тела, а также реакции внешних и внутренних связей.