

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук
Кафедра вычислительной механики и математики

Утверждено на заседании кафедры
«Вычислительная механика и математика»
«21» января 2022г., протокол №5

Заведующий кафедрой



В.В. Глаголев

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ) ДЛЯ
ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО
ДИСЦИПЛИНЕ(МОДУЛЮ)
«Дифференциальные уравнения»**

**основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы бакалавриата
по направлению подготовки
01.03.03 Механика и математическое моделирование**

**с направленностью
Механика деформируемого твердого тела**

Форма обучения: очная

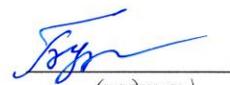
Идентификационный номер образовательной программы: 010303-01-22

Тула 2022 год

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ
фонда оценочных средств

Разработчик:

Буркин И.М., профессор, доктор физ.-мат.наук, доцент
(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)


(подпись)

1. Описание фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Фонд оценочных средств (оценочные материалы) включает в себя контрольные задания и (или) вопросы, которые могут быть предложены обучающемуся в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю). Указанные контрольные задания и (или) вопросы позволяют оценить достижение обучающимся планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), установленных в соответствующей рабочей программе дисциплины (модуля), а также сформированность компетенций, установленных в соответствующей общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

Полные наименования компетенций представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

2. Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

5 семестр

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1(контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

1. Порядок дифференциального уравнения определяется:

- количеством переменных в уравнении,
- старшей степенью искомой функции,
- старшей степенью независимой переменной,
- наивысшим порядком производной искомой функции,

2. Среди приведенных ниже дифференциальных уравнений, уравнениями **первого** порядка являются

$$a) (\sqrt{xy} - x)dy + ydx = 0, \quad b) xy' - y = \ln y', \quad c) y(xy'' + y') = xy'^2(1 - x), \quad d) y = 2xy' - 4y'^3.$$

3. Среди приведенных ниже дифференциальных уравнений, уравнениями **первого** порядка являются

$$a)(x^2 + y^2)y' = 2xy'' \quad b)y' + 2y = y^2e^x \quad c)2y'(y'' + 2) = xy'^2 \quad d)y = (y' - 1)e^{y'}.$$

4. Среди приведенных ниже дифференциальных уравнений, уравнениями **второго** порядка являются

$$a) y = xy' - y'^2, \quad b) yy'' = y'^2 + 15y^2\sqrt{x}, \quad c) y'^2 - 2xy' = x^2 - 4y, \quad d) y'^2 = (3y - 2y')y''.$$

5. Среди приведенных ниже дифференциальных уравнений, уравнениями **третьего** порядка являются

$$a)(2x + y + 1)dx - (4x + 2y - 3)dy = 0, \quad b) 2y' \sin x + y \cos x = y^3 \sin^2 x,$$

$$c) yy'(yy' - 2x) = x^2 - 2y^3, \quad d) y''' \cos y + y'^2 \sin y - y' = 0.$$

6. Изоклина дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ это:

- кривая, которую не пересекают интегральные кривые уравнения;
- кривая, которой касаются все интегральные кривые уравнения;
- кривая, вдоль которой отрезки поля направлений составляют один и тот же угол с осью абсцисс;

d) кривая, которую все интегральные кривые уравнения пересекают под одним и тем же углом,

7. Прямые на плоскости являются изоклинами следующих дифференциальных уравнений

1. $y' = \frac{y^2}{x} - 1$,

2. $xy' = 2y + 8x + 5$,

3. $y' = 5y + 3x - 11$,

4. $y' = \frac{y-1}{x} + 4$.

Варианты ответов а) 1,3 и 4; б) 2 и 3 ;с) 2,3 и 4 ;d) всех

8. Для дифференциального уравнения $y' = \frac{y^2}{x} - 1$ условия теоремы Коши не выполнены

в области, содержащей точку

а) (1,0), б) (0.0), с) (-1.1), d) (2,1)

9. Для дифференциального уравнения $xy' = 2y^2 + 8x + 5$, условия теоремы Коши не выполнены в области, содержащей точку

а) (1,0), б) (7.0), с) (-1.1), d) (0,1)

10. Теорема Пикара-Линделефа гарантирует существование решения задачи Коши

$y' = x + y^3$, $y(0) = 0$ на отрезке

а) [0.95, 1.05]

б) [0.875, 1.125]

с) [-0.5, 0.5]

d) [-0.3, 0.3]

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1(контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

Решить уравнения

1. $y^{IV} - 6y''' + 6 = 0$.

2. $y'' - 4y' + 8y = 2(\sin 2x + x)$.

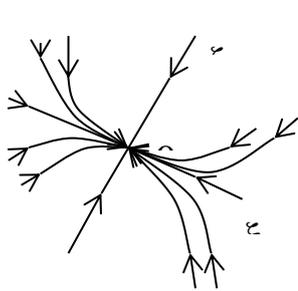
3. Указать вид частного решения

$$y'' - 9y = x^2 e^{-3x} + e^{-3x} \cos 3x$$

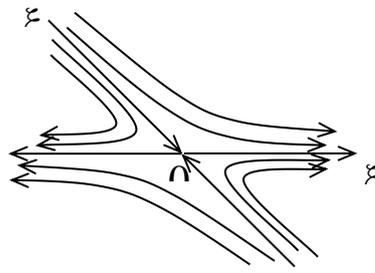
4. $y'' + \frac{y'}{x} + \frac{y}{x^2} = \frac{y'^2}{y}$

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1(контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

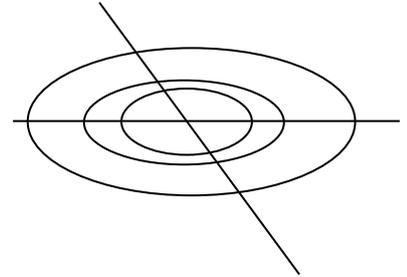
5. В окрестности точки покоя типа "центр" фазовые траектории системы $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = a_{11}x + a_{12}y \\ x \frac{dy}{dt} = a_{21}x + a_{22}y \end{cases}$ имеют вид



a)



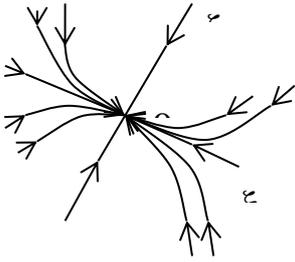
b)



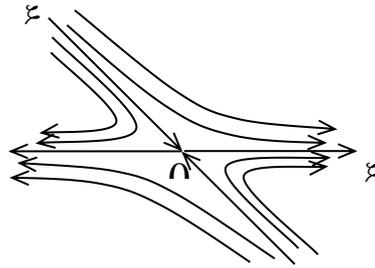
c)

6. В окрестности точки покоя типа "седло" фазовые траектории системы

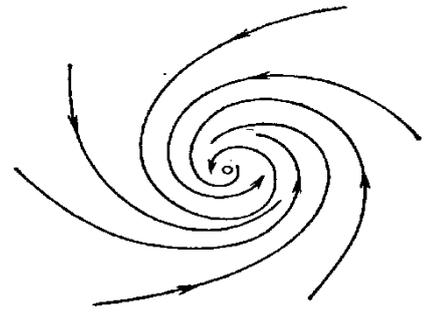
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = a_{11}x + a_{12}y \\ x \frac{dy}{dt} = a_{21}x + a_{22}y \end{cases} \quad \text{ИМЕЮТ ВИД}$$



a)



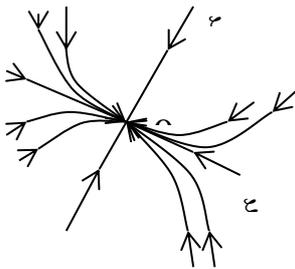
b)



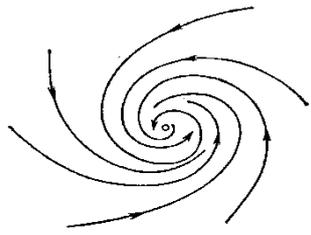
c)

7. В окрестности точки покоя типа "устойчивый фокус" фазовые траектории системы

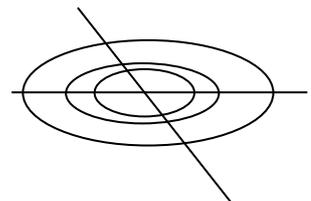
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = a_{11}x + a_{12}y \\ x \frac{dy}{dt} = a_{21}x + a_{22}y \end{cases} \quad \text{ИМЕЮТ ВИД}$$



a)



в)



c)

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1(контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)

С помощью теорем об устойчивости или неустойчивости по первому приближению исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$1. \begin{cases} \dot{x} = -3x + \sin y + z \\ \dot{y} = e^{2x} - 1 + 2y + 3z \\ \dot{z} = x + 2y - 5tg z \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = tg(z - y) - 2x \\ \dot{y} = \sqrt{9 + 12x} - 3e^y \\ \dot{z} = -3y \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} \dot{x} = -10x + 4e^y - 4 \cos y^2 \\ \dot{y} = 2e^x - 2 - y + x^4 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} \dot{x} = 2.5xe^x - 3y + \sin x^2 \\ \dot{y} = 2x + ye^{-0.5y^2} - y^4 \cos x \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} \dot{x} = 0.25(e^x - 1) - 9y + x^4 \\ \dot{y} = 0.2x - \sin y + y^{14} \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} \dot{x} = \ln(4y + e^{-3x}) \\ \dot{y} = 2y - 1 + \sqrt[3]{1 - 6x} \end{cases}$$

Используя теорему Пуанкаре-Бендиксона, доказать существование цикла у уравнения

$$7. \ddot{x} + [2 + e^{-2x^2}(x - 3)]\dot{x} + 5x = 0.$$

3. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

5 семестр

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1(контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

1. Найти решение уравнения $y' = 2x(y + \pi)$, ограниченное при $x \rightarrow \infty$.
2. Найдите интегрирующий множитель, приводящий уравнение $(x^2 + y)dy - 2xy^2 dx = 0$ к уравнению в полных дифференциалах.
3. Рассматривая уравнение $y' = x^2 + y^2$ в области $|x| \leq 1, |y| \leq 1$, укажите отрезок, на котором существует решение с начальными условиями $y(0) = 0$.
4. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Найти e^A .
5. Решить задачу Коши $xy' = y(1 - \ln x + \ln y)$, $y(1) = 1$.
6. Дано дифференциальное уравнение $y' = \frac{y}{2x + y}$. Укажите все подстановки, с помощью которых оно может быть проинтегрировано:
1) $y = u(x)v(x)$, 2) $x = u(y)v(y)$, 3) $y = xu(x)$, 4) $x = uy(y)$.
7. Найти особое решение дифференциального уравнения $y = x + 2y' - (y')^2$, зная его общее решение $y = C - \frac{1}{4}(C - x)^2$.

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1(контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

1. Сколько решений имеет краевая задача $y'' + \pi^2 y = 0, y(0) = 1, y(1) = 2$?
2. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$. Найти e^A
3. Указать вид частного решения уравнения $y'' - 6y' + 13y = e^{3x}(x^2 + x \cos 2x)$ (само решение не находить).
4. Найти общее решение уравнения $y' - 2ye^x = 2\sqrt{y}e^x$
5. Найти общее решение уравнения $(3x^2 - 2x - y)dx + (2y - x + 3y^2)dy = 0$
6. График частного решения уравнения $y'' + 2y' + 2 = 0$ является прямой линией. Найдите $y'(3)$.
$$\dot{x} = x - 2y + 2z$$
7. Найти общее решение системы $\dot{y} = x + 4y - 2z$
$$\dot{z} = x + 5y - 3z$$

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1(контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)

1. Найти особые точки системы. Определить их тип. Построить схематически интегральные кривые в окрестности каждой особой точки
$$\dot{x} = x^2 - y^2 + 12$$
$$\dot{y} = x^2 + y^2 - 20$$
2. Найдя первый интеграл, изобразить фазовый портрет уравнения на плоскости (x, \dot{x}) .
$$\ddot{x} = 9 - x^2$$
3. С помощью теоремы об устойчивости по первому приближению исследовать на устойчивость нулевое решение системы
$$\dot{x} = x + 2y - \sin(y^2)$$
$$\dot{y} = x(e^{\frac{x^2}{2}} - 1) - x - 3y$$
4. Пользуясь определением устойчивости по Ляпунову, выяснить, устойчиво ли решение данного уравнения с данными начальными условиями:
$$\dot{x} = -2t^2 x, x(1) = 1$$
5. При каких значениях β и α устойчиво нулевое решение уравнения
$$x^{IV} + 3\ddot{x} + \alpha\dot{x} + 2\dot{x} + \beta x = 0$$

4. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения промежуточной аттестации обучающихся (защиты курсовой работы) по дисциплине

5 семестр

Курсовая работа выполняется в течение 5 семестра и представляет собой выполнение индивидуальных заданий, объединенных общей тематикой:

1. Дифференциальные уравнения в прикладных задачах
2. Матричные методы решения систем дифференциальных уравнений. Формула Коши.
3. Исследование особых точек нелинейных систем второго порядка.
4. Производная в силу системы. Первые интегралы.
5. Исследование на устойчивость по первому приближению.

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции компетенции ОПК-1(контролируемые индикаторы достижения компетенций ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3)

Найти особые точки следующих систем, определить их тип.
Построить схематически фазовые траектории в окрестности каждой особой точки.

$$1) \begin{cases} \dot{x} = 1 - y + x(y - 1) \\ \dot{y} = xy - 4 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \dot{x} = y - x - 1 \\ \dot{y} = \ln(x^2 - y) \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \dot{x} = -2x(y + 1) \\ \dot{y} = x^2 + y^3 - 8 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \dot{x} = 4x^2 - y^2 \\ \dot{y} = 2x(y - 2) - 8 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} \dot{x} = 2xy \\ \dot{y} = 4y^2 + x^2 - 4 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} \dot{x} = x^2 - y^2 + 12 \\ \dot{y} = x^2 + y^2 - 20 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} \dot{x} = y^2 - x^2 \\ \dot{y} = \ln \frac{1 - x + x^2}{3} \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} \dot{x} = 2y + \sqrt{1 - 3y - \sin x} \\ \dot{y} = -\sin x \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} \dot{x} = e^y - e^x \\ \dot{y} = \ln(5 - x^2) \end{cases}$$

Найдя первый интеграл, изобразить фазовый портрет уравнения на плоскости (x, \dot{x}) .

$$1) \ddot{x} + 4x - 2x^3 = 0$$

$$2) \ddot{x} + \left(\frac{x - 4x^3}{1 + x^4} \right)' = 0$$

$$3) \ddot{x} - \frac{x^2 + 3}{2(1 + x^2)} = 0$$

$$4) \ddot{x} + x - 2x^3 = 0$$

$$5) \ddot{x} - 3x + 4x^3 = 0$$

$$6) \ddot{x} = 2xe^{-x^2}(x^2 - 1)$$

$$7) \ddot{x} - x = 2 - x^2$$

$$8) \ddot{x} = 4 - x^2$$

$$9) \ddot{x} + \sin x = 1/2$$

$$10) \ddot{x} - x = x^2 - 5$$

$$11) 4\ddot{x} - 5x = x^2 + 4$$

$$12) \ddot{x} + \left(\frac{x^3 - x}{1 + x^4} \right)' = 0$$

С помощью теоремы об устойчивости по первому приближению исследовать на устойчивость все состояния равновесия системы:

1. $\begin{cases} \dot{x} = e^y - e^x \\ \dot{y} = \sqrt{3x + y^2} - 2 \end{cases}$	2. $\begin{cases} \dot{x} = y - x^2 - x \\ \dot{y} = 3x - x^2 - y \end{cases}$	3. $\begin{cases} \dot{x} = 3 - \sqrt{4 + x^2} + y \\ \dot{y} = \ln(x^2 - 3) \end{cases}$
4. $\begin{cases} \dot{x} = (x-1)(y-1) \\ \dot{y} = xy - 2 \end{cases}$	5. $\begin{cases} \dot{x} = \ln(1 + y + \sin x) \\ \dot{y} = 2 + \sqrt[3]{3 \sin x} - 8 \end{cases}$	6. $\begin{cases} \dot{x} = \ln(-x + y^2) \\ \dot{y} = x - y - 1 \end{cases}$