

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук
Кафедра «Прикладная математика и информатика»

Утверждено на заседании кафедры
«Прикладная математика и информатика»
24 января 2022 г., протокол № 5

Заведующий кафедрой


_____ М.В. Грязев

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
«Вариационное исчисление и оптимальное управление»**

**основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы бакалавриата**

по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика

с направленностью (профилем)
Прикладная математика и информатика

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 010302-01-22

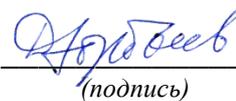
Тула 2022 год

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ
рабочей программы дисциплины (модуля)

Разработчик:

Горбачев Д.В., профессор каф. ПМИИ, д.ф.-м.н.

(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)



(подпись)

1 Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)

Целью освоения дисциплины (модуля) является освоение теории экстремальных задач вариационного типа, знакомство с численными методами их решения и приложениями.

Задачами освоения дисциплины (модуля) являются:

- изучение теории и методов решения вариационных задач;
- освоение численных методов решения простейших вариационных задач;
- знакомство с прикладными задачами вариационного типа.

2 Место дисциплины (модуля) в структуре основной профессиональной образовательной программы

Дисциплина (модуль) относится к части основной профессиональной образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений.

Дисциплина (модуль) изучается в восьмом семестре.

3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения основной профессиональной образовательной программы (формируемыми компетенциями) и индикаторами их достижения, установленными в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы, приведён ниже.

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

Знать:

- 1) методы классического системного анализа, концептуального проектирования, планирования проектных работ, публичной защиты проектных работ, методы тестирования (код компетенции – ПК-6, код индикатора – ПК-6.1);
- 2) сущность объектов математического моделирования, разновидности математических задач и их приложения в различных областях человеческой деятельности; содержание фундаментальных принципов, приближенных методов и основных моделей; методологию построения и методы решения моделей (код компетенции – ПК-7, код индикатора – ПК-7.1).

Уметь:

- 1) формулировать задачи и требования к результатам аналитических работ и методам их выполнения; выбирать методики разработки требований к системе и шаблоны документов; планировать проектные работы; проводить презентации (код компетенции – ПК-6, код индикатора – ПК-6.2);
- 2) формулировать определения основных понятий, строить математические модели исследуемых процессов, решать поставленные задачи математического моделирования, проводить необходимые математические преобразования, сводить практическую задачу к одной из известных задач, строить модель задачи по известной методологии, выбирать наиболее подходящий способ и применять его для решения модели (код компетенции – ПК-7, код индикатора – ПК-7.2).

Владеть:

- 1) навыками определения функциональных рамок подсистемы, выбора требований к системе, методов разработки, типов и атрибутов требований к системе, шаблона описаний требований; концептуального, функционального и логического проектирования систем среднего и крупного масштаба и сложности (код компетенции – ПК-6, код индикатора – ПК-6.3);

- 2) навыками математического моделирования процессов, рассматриваемых в основных разделах механики, тепломассопереноса, электродинамики, финансовой и актуарной математики; навыками применения общих методов к решению конкретных задач; наиболее известными программными продуктами для решения экономико-математических задач (код компетенции – ПК-7, код индикатора – ПК-7.3).

Полные наименования компетенций и индикаторов их достижения представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

4 Объем и содержание дисциплины (модуля)

4.1 Объем дисциплины (модуля), объем контактной и самостоятельной работы обучающегося при освоении дисциплины (модуля), формы промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

Номер семестра	Формы промежуточной аттестации	Общий объем в зачетных единицах	Общий объем в академических часах	Объем контактной работы в академических часах						Объем самостоятельной работы в академических часах
				Лекционные занятия	Практические (семинарские) занятия	Лабораторные работы	Клинические практические занятия	Консультации	Промежуточная аттестация	
Очная форма обучения										
8	Э	3	108	24	24	–	–	2	0,25	57,75
Итого	–	3	108	24	24	–	–	2	0,25	57,75

Условные сокращения: Э – экзамен, ЗЧ – зачет, ДЗ – дифференцированный зачет (зачет с оценкой), КП – защита курсового проекта, КР – защита курсовой работы.

4.2 Содержание лекционных занятий

Очная форма обучения

№ п/п	Темы лекционных занятий
<i>8 семестр</i>	
1	Введение в задачи вариационного типа. Исторический экскурс, задача о брахистохроне. Изопериметрическая задача, распространение лучей света. Основные определения, слабый и сильный экстремумы
2	Простейшая задача вариационного исчисления. Постановка задачи. Уравнение Эйлера, вывод методом ломаных. Примеры. Вывод уравнения Эйлера при помощи вариантов основной леммы. Случай леммы Лагранжа. Случай леммы Дюбуа-Реймона. Примеры, доказательство экстремальности непосредственной проверкой
3	Варианты простейшей задачи. Интегралы уравнения Эйлера, решение задачи о брахистохроне. Векторный случай, пример. Задача со старшими производными, уравнение Эйлера–Пуассона, пример

№ п/п	Темы лекционных занятий
4	Достаточные условия слабого экстремума в простейшей задаче. Условие Лежандра. Условие Якоби. Примеры. Достаточные условия сильного экстремума в простейшей задаче. Примеры слабых и сильных экстремумов. Условие Вейерштрасса. Примеры
5	Задача Больца. Постановка задачи Больца. Необходимое условие экстремума. Примеры
6	Изопериметрическая задача. Постановка задачи. Необходимое условие экстремума. Примеры. Примеры изопериметрических задач. Классическая изопериметрическая задача. Задача Дидоны. Задача о цепной линии
7	Задача с подвижными границами. Постановка задачи с подвижными границами. Необходимое условие экстремума. Примеры. Задача с дифференциальными связями. Постановка задачи. Необходимое условие экстремума. Примеры, задача Чаплыгина
8	Задача Лагранжа. Постановка задачи, связь с изученными задачами. Теорема Эйлера–Лагранжа. Пример
9	Примеры задач Лагранжа. Задача Дидоны с подвижными границами. Задачи со вторыми производными. Вывод уравнения Эйлера–Пуассона
10	Введение в задачи оптимального управления. Исторический экскурс, задача о быстродействии. Основные определения, управление, постановка задачи в лагранжевой форме. Принцип максимума Понтрягина, пример
11	Некоторые задачи оптимального управления. Задача о быстродействии. Аэродинамическая задача Ньютона. Другие примеры
12	Прямые методы вариационного исчисления. Введение. Конечно-разностный метод Эйлера. Примеры. Прямые методы Ритца и Галеркина. Метод Ритца. Метод Галеркина. Примеры

4.3 Содержание практических (семинарских) занятий

Очная форма обучения

№ п/п	Темы практических (семинарских) занятий
<i>8 семестр</i>	
1	Введение в задачи вариационного типа
2	Простейшая задача вариационного исчисления
3	Варианты простейшей задачи
4	Достаточные условия экстремума в простейшей задаче
5	Задача Больца
6	Изопериметрическая задача
7	Задача с подвижными границами. Задача с дифференциальными связями
8	Задача Лагранжа
9	Задачи оптимального управления
10	Прямые методы вариационного исчисления

4.4 Содержание лабораторных работ

Занятия указанного типа не предусмотрены основной профессиональной образовательной программой.

4.5 Содержание клинических практических занятий

Занятия указанного типа не предусмотрены основной профессиональной образовательной программой.

4.6 Содержание самостоятельной работы обучающегося

Очная форма обучения

№ п/п	Виды и формы самостоятельной работы
<i>8 семестр</i>	
1	Подготовка к практическим занятиям
2	Выполнение домашних заданий
3	Подготовка к контрольным работам
4	Подготовка к промежуточной аттестации и ее прохождение

5 Система формирования оценки результатов обучения по дисциплине (модулю) в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающегося

Очная форма обучения

Мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающегося			Максимальное количество баллов
<i>8 семестр</i>			
Текущий контроль успеваемости	Первый рубежный контроль	Оцениваемая учебная деятельность обучающегося:	
		Посещение лекционных занятий	4
		Работа на практических занятиях	8
		Выполнение домашних заданий	8
		Выполнение контрольной работы № 1	10
	Итого		30
	Второй рубежный контроль	Оцениваемая учебная деятельность обучающегося:	
		Посещение лекционных занятий	4
		Работа на практических занятиях	8
		Выполнение домашних заданий	8
Выполнение контрольной работы № 2		10	
Итого		30	
Промежуточная аттестация	Экзамен		40 (100*)

* В случае отказа обучающегося от результатов текущего контроля успеваемости

Шкала соответствия оценок в стобальной и академической системах оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Система оценивания результатов обучения	Оценки			
	Стобальная система оценивания	0 – 39	40 – 60	61 – 80

Система оценивания результатов обучения	Оценки			
Академическая система оценивания (экзамен, дифференцированный зачет, защита курсового проекта, защита курсовой работы)	Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Академическая система оценивания (зачет)	Не зачтено	Зачтено		

6 Описание материально-технической базы (включая оборудование и технические средства обучения), необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю) требуется учебная аудитория, оборудованная доской для написания мелом.

7 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

7.1 Основная литература

1. Горбачев, Д.В. Лекции по вариационному исчислению: учебное пособие / Д. В. Горбачев; ТулГУ.— Тула : Изд-во ТулГУ, 2014 .— 112 с. — ISBN 978-5-7679-2994-8. — Текст: электронный // Библиотех: электронно-библиотечная система. — URL: <https://tsutula.bibliotech.ru/Reader/Book/2015031314594710531700002178>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Алексеев, В. М. Оптимальное управление: учебно-методическое пособие / В. М. Алексеев, В. М. Тихомиров, С. В. Фомин. — 2-е изд. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 384 с. — ISBN 5-9221-0589-2. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/48177>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

7.2 Дополнительная литература

1. Краснов, М.Л. Вариационное исчисление. Задачи и примеры с подробными решениями: учебное пособие для вузов / М.Л. Краснов, Г.И. Макаренко, А.И. Киселев. — 2-е изд., испр. — М.: УРСС, 2002. — 176с.: ил. — (Вся высшая математика в задачах). — ISBN 5-354-00015-7.
2. Ванько, В. И. Вариационное исчисление и оптимальное управление : учебник для втузов / В. И. Ванько, О. В. Ермошина, Г. Н. Кувыркин ; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко .— 3-е изд., испр. — М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2006 .— 488 с. : ил. — (Математика в техническом университете ; Вып. XV) .— Библиогр.: с. 475-479 .— Предм. указ.: с.480-484 .— ISBN 5-7038-2627-6 ((Вып.XV)) : 187,00 .— ISBN 5-7038-2484-2.
3. Эльсгольц, Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление: Учебник для вузов / Л.Э. Эльсгольц. — 5-е изд. — М.: Эдиториал УРСС, 2002. — 320с.: ил. — Библиогр. в конце кн. — ISBN 5-354-00135-8.
4. Демьянов, В.Ф. Условия экстремума и вариационное исчисление: учеб. пособие для вузов / В.Ф.Демьянов. — М.: Высш. шк., 2005. — 335с.: ил. — Библиогр. в конце кн. — ISBN 5-06-004751-2 /в пер.

5. Тимофеев, Ю.К. Вариационное исчисление в оптимальном управлении: Учеб. пособие / Ю.К. Тимофеев; Саратов. гос. техн. ун-т. — Саратов, 2002. — 93с.: ил. — Библиогр. в конце кн. — ISBN 5-7433-0961-2.
6. Крылов, О.В. Метод конечных элементов и его применение в инженерных расчетах: Учеб. пособие для вузов / О.В.Крылов. — М.: Радио и связь, 2002. — 104с.: ил. — Библиогр. в конце кн. — ISBN 5-256-01627-X.

8 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. <http://window.edu.ru> – Единое окно доступа к образовательным ресурсам.
2. <http://elibrary.ru/> – Научная Электронная Библиотека eLibrary.
3. <http://cyberleninka.ru/> – КиберЛенинка — научная электронная библиотека.
4. <http://www.intuit.ru> – Национальный открытый университет «ИНТУИТ».

9 Перечень информационных технологий, необходимых для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

9.1 Перечень необходимого ежегодно обновляемого лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства

1. Пакет офисных приложений «МойОфис».

9.2 Перечень необходимых современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем

Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы не требуются.