МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук
Кафедра «Прикладная математика и информатика»

Утверждено на заседании кафедры
«Прикладная математика и информатика»
24 января 2022 г., протокол № 5

Заведующий кафедрой
_________________________М.В. Грязев

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к самостоятельной работе студента
по дисциплине (модулю)
«Прикладная алгебра»

основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы бакалавриата

по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика

с направленностью (профилем)
Прикладная математика и информатика

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 010302-01-22

Тула 2022 год

Разработчик методических указаний

Иванов В.И., профессор каф. ПМиИ, д.ф.-м.н., профессор

(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание) *(подпись)*

Виды и объемы самостоятельной работы студента по дисциплине «Прикладная алгебра» приведены в следующей таблице:

№ п/п	Наименование видов самостоятельной работы	Трудоемкость (час.)	Методические материалы
1.	Выполнение домашнего задания 1 «Матрицы и их применение»	12	[1,2,3,5,6]
2.	Выполнение домашнего задания 2 «Конечные поля. БЧХ-коды» (7 задач)	12	[4,5,7]
3.	Подготовка к практическим занятиям	12	[2,4,7]
4.	Самостоятельное изучение отдельных тем дисциплины: 1.8 – 1.10	7,75	[1,3,4,6]

Домашнее задание 1 «Матрицы и их применение»

1. Для матрицы A выбрать правильные ответы:

1) A - диагональная, 2) A - верхняя треугольная, 3) A - нижняя треугольная, 4) A - ортогональная, 5) A - унитарная, 6) A - симметричная, 7) A - кососимметричная, 8) A - эрмитова, 9) A - косоэрмитова, 10) A - нормальная, 11) A - невырожденная, 12) A - простой структуры.

Варианты заданий

1. $A=\begin{pmatrix}7 & -12 & 6\\ 0 & -19 & 10\\ 0 & 0 & 13\end{pmatrix}$ 2. $A=\begin{pmatrix}11 & 2 & -8\\ 2 & 2 & 10\\ -8 & 10 & 5\end{pmatrix}$ 3. $A=\begin{pmatrix}1 & -3 & 4\\ 4 & -7 & 8\\ 6 & -7 & 7\end{pmatrix}$

4. $A=\begin{pmatrix}8 & -12 & 6\\ 10 & -19 & 10\\ 12 & -24 & 13\end{pmatrix}$ 5. $A=\begin{pmatrix}0 & 3 & -1\\ -3 & 0 & -1\\ 1 & 1 & 0\end{pmatrix}$ 6. $A=\begin{pmatrix}-1/3 & 4/3 & -2/3\\ 4/3 & -1/3 & 2/3\\ -2/3 & 2/3 & 2/3\end{pmatrix}$

7. $A=\begin{pmatrix}3 & -2 & -1\\ -2 & 6 & 4\\ -1 & -1 & 4\end{pmatrix}$ 8. $A=\begin{pmatrix}3 & 2 & -3\\ 0 & 10 & -12\\ 0 & 0 & -7\end{pmatrix}$ 9. $A=\begin{pmatrix}4 & 5 & -2\\ 3 & 2 & 1\\ -1 & -1 & 1\end{pmatrix}$

10. $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ 1 & -2 & 1\\ -2 & 0 & 1\end{pmatrix}$ 11. $A=\begin{pmatrix}1 & 4 & 7\\ 2 & 5 & 8\\ 3 & 6 & 9\end{pmatrix}$ 12. $A=\begin{pmatrix}0 & -4 & 3\\ 4 & 0 & -4\\ -3 & 4 & 0\end{pmatrix}$

13. $A=\begin{pmatrix}8 & 0 & 0\\ 8 & 21 & 0\\ 5 & 12 & -27\end{pmatrix}$ 14. $A=\begin{pmatrix}5 & -1 & -1\\ 1 & 3 & 0\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}$ 15. $A=\begin{pmatrix}2 & 1 & 2\\ 3 & 2 & 0\\ 1 & 0 & 2\end{pmatrix}$,

16. $A=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 0\\ 2 & 1 & -2\\ 0 & -2 & 2\end{pmatrix}$ 1 7. $A=\begin{pmatrix}2 & 0 & 0\\ 0 & 4 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$ 18. $A=\begin{pmatrix}3 & 2 & 1\\ 0 & 3 & -2\\ 0 & 0 & 3\end{pmatrix}$,

19. $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & -2\\ 1 & -2 & 0\\ -2 & 1 & 1\end{pmatrix}$ 20. $A=\begin{pmatrix}4 & 2 & 1\\ 1 & 2 & 4\\ 0 & 2 & 1\end{pmatrix}$.

2. Для матрицы A вычислить:

1) 1- норму - $\|A\|_1 = \max\limits_{|x|_1 \le 1} |Ax|_1$,

2) 2-норму (спектральную) - $\|A\|_2 = \max\limits_{|x|_2 \le 1} |Ax|_2$,

3) ∞-.норму - $\|A\|_\infty = \max\limits_{|x|_\infty \le 1} |Ax|_\infty$,

4) евклидову норму - $\|A\|_E = \left(\sum\limits_{i,j=1}^{n} |a_{ij}|^2\right)^{1/2}$.

Варианты заданий

1. $A=\begin{pmatrix}7 & -12 & 6\\ 10 & -19 & 10\\ 12 & -24 & 13\end{pmatrix}$ 2. $A=\begin{pmatrix}11 & 2 & -8\\ 2 & 2 & 10\\ -8 & 10 & 5\end{pmatrix}$ 3. $A=\begin{pmatrix}1 & -3 & 4\\ 4 & -7 & 8\\ 6 & -7 & 7\end{pmatrix}$

4. $A=\begin{pmatrix}8 & -12 & 6\\ 10 & -19 & 10\\ 12 & -24 & 13\end{pmatrix}$ 5. $A=\begin{pmatrix}-1 & 3 & -1\\ -3 & 5 & -1\\ -3 & 3 & 1\end{pmatrix}$ 6. $A=\begin{pmatrix}-1/3 & 4/3 & -2/3\\ 4/3 & -1/3 & 2/3\\ -2/3 & 2/3 & 2/3\end{pmatrix}$

7. $A=\begin{pmatrix}3 & -2 & -1\\ -2 & 6 & 4\\ -1 & -1 & 4\end{pmatrix}$ 8. $A=\begin{pmatrix}3 & 2 & -3\\ 4 & 10 & -12\\ 3 & 6 & -7\end{pmatrix}$ 9. $A=\begin{pmatrix}4 & 5 & -2\\ 3 & 2 & 1\\ -1 & -1 & 1\end{pmatrix}$

10. $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ 1 & -2 & 1\\ -2 & 0 & 1\end{pmatrix}$ 11. $A=\begin{pmatrix}1 & 4 & 7\\ 2 & 5 & 8\\ 3 & 6 & 9\end{pmatrix}$ 12. $A=\begin{pmatrix}5 & 2 & -3\\ 4 & 5 & -4\\ 6 & 4 & -4\end{pmatrix}$

13. $A=\begin{pmatrix}8 & 15 & -36\\ 8 & 21 & -46\\ 5 & 12 & -27\end{pmatrix}$ 14. $A=\begin{pmatrix}5 & -1 & 0\\ 1 & 3 & -2\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}$ 15. $A=\begin{pmatrix}2 & 1 & 2\\ 3 & 2 & 0\\ 1 & 0 & 2\end{pmatrix}$,

16. $A=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 0\\ 6 & 1 & -2\\ 1 & 0 & 2\end{pmatrix}$ 17. $A=\begin{pmatrix}2 & 1 & -1\\ 3 & 4 & 1\\ -1 & -2 & 0\end{pmatrix}$ 18. $A=\begin{pmatrix}3 & 2 & 1\\ 2 & 3 & -2\\ 1 & -2 & 3\end{pmatrix}$,

19. $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & -2\\ 1 & -2 & 0\\ -2 & 1 & 1\end{pmatrix}$ 20. $A=\begin{pmatrix}4 & 2 & 1\\ 1 & 2 & 4\\ 0 & 2 & 1\end{pmatrix}$.

3. Для матрицы A рассматривается система линейных уравнений $(E-\lambda A)x=y$.

1) При каких λ система имеет единственное решение для любого y?

2) При каких λ и y система имеет бесконечно много решений?

3) При каких λ и y решений нет?

Варианты заданий

1. $A=\begin{pmatrix} 7 & -12 & 6 \\ 10 & -19 & 10 \\ 12 & -24 & 13 \end{pmatrix}$ 2. $A=\begin{pmatrix} 11 & 2 & -8 \\ 2 & 2 & 10 \\ -8 & 10 & 5 \end{pmatrix}$ 3. $A=\begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{pmatrix}$

4. $A=\begin{pmatrix} 8 & -12 & 6 \\ 10 & -19 & 10 \\ 12 & -24 & 13 \end{pmatrix}$ 5. $A=\begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -3 & 5 & -1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ 6. $A=\begin{pmatrix} -1/3 & 4/3 & -2/3 \\ 4/3 & -1/3 & 2/3 \\ -2/3 & 2/3 & 2/3 \end{pmatrix}$

7. $A=\begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -2 & 6 & 4 \\ -1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ 8. $A=\begin{pmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 4 & 10 & -12 \\ 3 & 6 & -7 \end{pmatrix}$ 9. $A=\begin{pmatrix} 4 & 5 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

10. $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 11. $A=\begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$ 12. $A=\begin{pmatrix} 5 & 2 & -3 \\ 4 & 5 & -4 \\ 6 & 4 & -4 \end{pmatrix}$

13. $A=\begin{pmatrix} 8 & 15 & -36 \\ 8 & 21 & -46 \\ 5 & 12 & -27 \end{pmatrix}$ 14. $A=\begin{pmatrix} 5 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 15. $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$,

16. $A=\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 6 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 17. $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & 1 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ 18. $A=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$,

19. $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 20. $A=\begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Для матрицы A рассматривается система линейных уравнений $(E-\lambda A)x=y$.

1) При каких λ система имеет единственное решение? Найти это решение.

2) Указать λ и y, для которых система имеет бесконечно много решений? Записать эти решения

3) Указать λ и y, для которых система не имеет решений.

Варианты заданий

1. $A=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$ 2. $A=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&0&0\end{pmatrix}$ 3. $A=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}$

4. $A=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\1&-1&1\end{pmatrix}$ 5. $A=\begin{pmatrix}1&1&0\\1&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}$ 6. $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}$

7. $A=\begin{pmatrix}1&-1&1\\0&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}$ 8. $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&0\\-1&0&-1\end{pmatrix}$ 9. $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&-1&0\\1&1&1\end{pmatrix}$

10. $A=\begin{pmatrix}1&-1&1\\0&-1&0\\1&1&1\end{pmatrix}$ 11. $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&-1&0\\1&-1&1\end{pmatrix}$ 12. $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&-1&0\\1&1&1\end{pmatrix}$

13. $A=\begin{pmatrix}1&-1&0\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$ 14. $A=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&0\\1&-1&0\end{pmatrix}$ 15. $A=\begin{pmatrix}1&1&0\\-1&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$,

16. $A=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&1\\0&-1&0\end{pmatrix}$ 17. $A=\begin{pmatrix}0&1&1\\0&0&-1\\0&-1&1\end{pmatrix}$ 18. $A=\begin{pmatrix}0&1&-1\\0&-1&1\\0&1&1\end{pmatrix}$,

19. $A=\begin{pmatrix}1&0&-1\\-1&-1&0\\0&1&1\end{pmatrix}$ 20. $A=\begin{pmatrix}1&0&-1\\1&-1&-1\\0&1&0\end{pmatrix}$.

5. Для матрицы A рассматривается система $Ax=y$.
1) При каких y система имеет бесконечно много решений. Записать все эти решения. Среди них выделить нормальное решение.
2) При каких y система не имеет решений. Записать все псевдорешения. Среди них выделить нормальное псевдорешение.
3) Записать пседообратную матрицу.

Варианты заданий

1. $A=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$ 2. $A=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&0&0\end{pmatrix}$ 3. $A=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}$

4. $A=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\1&-1&1\end{pmatrix}$ 5. $A=\begin{pmatrix}1&1&0\\1&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}$ 6. $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}$

7. $A=\begin{pmatrix}1&-1&1\\0&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}$ 8. $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&0\\-1&0&-1\end{pmatrix}$ 9. $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&-1&0\\1&1&1\end{pmatrix}$

10. $A=\begin{pmatrix}1&-1&1\\0&-1&0\\1&1&1\end{pmatrix}$ 11. $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&-1&0\\1&-1&1\end{pmatrix}$ 12. $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&-1&0\\1&1&1\end{pmatrix}$

13. $A=\begin{pmatrix}1&-1&0\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$ 14. $A=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&0\\1&-1&0\end{pmatrix}$ 15. $A=\begin{pmatrix}1&1&0\\-1&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$,

16. $A=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&1\\0&-1&0\end{pmatrix}$ 17. $A=\begin{pmatrix}0&1&1\\0&0&-1\\0&-1&1\end{pmatrix}$ 18. $A=\begin{pmatrix}0&1&-1\\0&-1&1\\0&1&1\end{pmatrix}$,

19. $A=\begin{pmatrix}1&0&-1\\-1&-1&0\\0&1&1\end{pmatrix}$ 20. $A=\begin{pmatrix}1&0&-1\\1&-1&-1\\0&1&0\end{pmatrix}$.

6. Для матрицы A получить LU-разложение: $A=LU$, где L - нижняя треугольная матрица, а U - верхняя треугольная матрица.

Варианты заданий

1. $A=\begin{pmatrix}1&0&1\\3&1&-3\\5&2&-1\end{pmatrix}$ 2. $A=\begin{pmatrix}3&5&-1\\0&4&-5\\2&0&1\end{pmatrix}$ 3. $A=\begin{pmatrix}1&-5&3\\-5&2&0\\3&0&4\end{pmatrix}$.

4. $A=\begin{pmatrix}-2&0&3\\5&-4&0\\2&1&2\end{pmatrix}$ 5. $A=\begin{pmatrix}3&-1&0\\-1&5&-2\\0&-2&4\end{pmatrix}$ 6. $A=\begin{pmatrix}1&1&-4\\1&3&1\\-4&1&0\end{pmatrix}$.

7. $A=\begin{pmatrix}-2&0&-1\\3&-2&0\\1&-1&-1\end{pmatrix}$ 8 $A=\begin{pmatrix}1&5&-1\\2&-2&-3\\0&-1&-5\end{pmatrix}$ 9 $A=\begin{pmatrix}-4&1&0\\-2&5&3\\-1&-2&0\end{pmatrix}$.

10. $A=\begin{pmatrix}2&-3&-1\\3&5&0\\-2&1&-2\end{pmatrix}$ 11. $A=\begin{pmatrix}1&-1&2\\3&-1&1\\2&1&4\end{pmatrix}$ 12. $A=\begin{pmatrix}4&3&-3\\2&3&-2\\4&4&-3\end{pmatrix}$.

13. $A=\begin{pmatrix} 7 & -12 & 6 \\ 10 & -19 & 10 \\ 12 & -24 & 13 \end{pmatrix}$ 14. $A=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \\ 1 & 3 & -4 \end{pmatrix}$ 15. $A=\begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 1 & -4 & 5 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

16. $A=\begin{pmatrix} 1 & 4 & -3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 17. $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 18. $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & -3 \end{pmatrix}$

19. $A=\begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$ 20. $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 4 & 2 & -1 \\ 6 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

7. Для матрицы A получить QR-разложение: $A=QR$, где Q - унитарная (ортогональная) матрица, а R - верхняя треугольная матрица

Варианты заданий

1. $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 2. $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 3. $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ 5. $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 6. $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

7. $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 8. $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ 9. $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

10. $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 11. $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ 12. $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

13. $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 14. $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ 15. $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$,

16. $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ 17. $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ 18. $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$,

19. $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 20. $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

8. Для матрицы A:
1) найти сингулярные числа;
2) построить сингулярные базисы;
3) записать сингулярное разложение;
4) записать полярное разложение.

Варианты заданий

1. $A=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$ 2. $A=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\0&0&0\end{pmatrix}$ 3. $A=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}$

4. $A=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\1&-1&1\end{pmatrix}$ 5. $A=\begin{pmatrix}1&1&0\\1&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}$ 6. $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}$

7. $A=\begin{pmatrix}1&-1&1\\0&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}$ 8. $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&0\\-1&0&-1\end{pmatrix}$ 9. $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&-1&0\\1&1&1\end{pmatrix}$

10. $A=\begin{pmatrix}1&-1&1\\0&-1&0\\1&1&1\end{pmatrix}$ 11. $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&-1&0\\1&-1&1\end{pmatrix}$ 12. $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&-1&0\\1&1&1\end{pmatrix}$

13. $A=\begin{pmatrix}1&-1&0\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$ 14. $A=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&0\\1&-1&0\end{pmatrix}$ 15. $A=\begin{pmatrix}1&1&0\\-1&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$,

16. $A=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&1\\0&-1&0\end{pmatrix}$ 17. $A=\begin{pmatrix}0&1&1\\0&0&-1\\0&-1&1\end{pmatrix}$ 18. $A=\begin{pmatrix}0&1&-1\\0&-1&1\\0&1&1\end{pmatrix}$,

19. $A=\begin{pmatrix}1&0&-1\\-1&-1&0\\0&1&1\end{pmatrix}$ 20. $A=\begin{pmatrix}1&0&-1\\1&-1&-1\\0&1&0\end{pmatrix}$.

9. Для матрицы A и для каждой из четырех норм: 1) евклидова норма, 2) спектральная норма, 3) 1- норма, 4) ∞-норма найти число обусловленности

Варианты заданий

2. $A=\begin{pmatrix}1&0&1\\3&1&-3\\5&2&-1\end{pmatrix}$ 2. $A=\begin{pmatrix}3&5&-1\\0&4&-5\\2&0&1\end{pmatrix}$ 3. $A=\begin{pmatrix}1&-5&3\\-5&2&0\\3&0&4\end{pmatrix}$.

4. $A=\begin{pmatrix}-2 & 0 & 3\\ 5 & -4 & 0\\ 2 & 1 & 2\end{pmatrix}$ 5. $A=\begin{pmatrix}3 & -1 & 0\\ -1 & 5 & -2\\ 0 & -2 & 4\end{pmatrix}$ 6. $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & -4\\ 1 & 3 & 1\\ -4 & 1 & 0\end{pmatrix}$.

7. $A=\begin{pmatrix}-2 & 0 & -1\\ 3 & -2 & 0\\ 1 & -1 & -1\end{pmatrix}$ 8 $A=\begin{pmatrix}1 & 5 & -1\\ 2 & -2 & -3\\ 0 & -1 & -5\end{pmatrix}$ 9 $A=\begin{pmatrix}-4 & 1 & 0\\ -2 & 5 & 3\\ -1 & -2 & 0\end{pmatrix}$.

10. $A=\begin{pmatrix}2 & -3 & -1\\ 3 & 5 & 0\\ -2 & 1 & -2\end{pmatrix}$ 11. $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\\ 3 & -1 & 1\\ 2 & 1 & 4\end{pmatrix}$ 12. $A=\begin{pmatrix}4 & 3 & -3\\ 2 & 3 & -2\\ 4 & 4 & -3\end{pmatrix}$.

13. $A=\begin{pmatrix}7 & -12 & 6\\ 10 & -19 & 10\\ 12 & -24 & 13\end{pmatrix}$ 14. $A=\begin{pmatrix}3 & 2 & 1\\ 2 & -5 & 3\\ 1 & 3 & -4\end{pmatrix}$ 15. $A=\begin{pmatrix}-1 & -2 & 3\\ 1 & -4 & 5\\ 1 & 0 & -1\end{pmatrix}$.

16. $A=\begin{pmatrix}1 & 4 & -3\\ 4 & 1 & 1\\ -3 & 1 & 2\end{pmatrix}$ 17. $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & -2\\ 1 & 1 & 1\\ -2 & 1 & 2\end{pmatrix}$ 18. $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 3\\ 2 & 1 & -1\\ -2 & 2 & -3\end{pmatrix}$

19. $A=\begin{pmatrix}2 & 5 & 3\\ 1 & 2 & -1\\ -1 & 3 & -2\end{pmatrix}$ 20. $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 4 & 2 & -1\\ 6 & 2 & -2\end{pmatrix}$

Домашнее задание 2 «Конечные поля. БЧХ-коды»

1. Найти наибольший общий делитель d чисел a и b и его представление в форме

$$d = u\cdot a + v\cdot b \quad (u, v \in \mathbb{Z}).$$

Значения a и b выбираются из таблицы 1.

Таблица 1

Варианты заданий к задаче 1

Вариант	a	b	Вариант	a	b
1	120	9975	15	11592	2790
2	1740	252	16	6552	840
3	6930	13104	17	840	18216
4	1003884	1680	18	420	6072
5	840	1764	19	420	4752
6	1116	3780	20	2640	6048
7	882	1680	21	1188	11220
8	2484	106260	22	414	108
9	1242	53130	23	432	264
10	252	3132	24	308	7154
11	8316	1890	25	840	17952
12	468	7920	26	2856	1020
13	9180	2484	27	280	8976
14	400	11232	28	560	4488

2. Найти наибольший общий делитель $d(x)$ многочленов $a(x)$ и $b(x)$ из кольца $\square[x]$ и его представление в форме

$$d(x) = u(x)\cdot a(x) + v(x)\cdot b(x), \quad (u(x), v(x) \in \square[x]).$$

Значения $a(x)$ и $b(x)$ выбираются из таблицы 2.

Таблица 2

Варианты заданий к задаче 2

Вариант	$a(x)$	$b(x)$
1	x^3+2x^2+2x+1	x^3+x^2
2	x^3-3x+2	x^3-3x^2+4
3	x^3+4x^2+5x+2	x^3+5x^2+8x+4
4	x^3+3x^2+2x	x^2+2x+1
5	x^3-1	x^3+2x^2+2x+1
6	x^4+x^2+1	x^3+1
7	x^4+3x^2+4	x^3+x-2
8	x^3+3x^2+2x	$x^3+6x^2+11x+6$
9	x^3-x	$x^3+6x^2+11x+6$
10	x^3+4x^2+4x	x^3+2x^2-x-2
11	x^3-x^2-2x	x^2+2x+1
12	x^4+x^2+1	x^2+x+1
13	x^3-x^2-4x	x^2+x-6
14	x^3+x^2+1	x^2+x+1
15	x^3-4x^2+5x-2	x^3-5x^2+8x-4
16	x^3+3x^2+2x	x^3+3x^2-4
17	x^3+1	x^3-2x^2+2x-1
18	x^4+x^2+1	x^3-1
19	x^4+3x^2+4	x^3+x+2
20	x^3-3x^2+2x	$x^3-6x^2+11x-6$
21	x^3+x	$x^3-6x^2+11x-6$
22	x^3-4x^2+4x	x^3-2x^2+x-2
23	x^3+x^2+2x	x^2-2x-1
24	x^4+x^2+1	x^2-x-1
25	x^3+1	x^4-1
26	x^3-3x+2	x^3+3x^2-4
27	x^6+1	x^4-1
28	x^6+1	x^4+1

3. В поле $\mathbb{Z}_p$ найти элементы, обратные к a,b,c и d. Значения p и a,b,c,d выбираются из таблицы 3.

Таблица 3

Варианты заданий к задаче 3

Вариант	p	a	b	c	d
1	509	14	15	16	17
2	521	17	18	19	20
3	523	23	24	25	26
4	541	37	38	39	40
5	547	34	35	36	37
6	557	40	41	42	43
7	563	44	45	46	47
8	569	52	53	54	55
9	571	55	56	57	58
10	577	61	62	63	64
11	587	15	16	17	18
12	593	22	23	24	25
13	599	37	38	39	40
14	601	45	46	47	48
15	607	8	9	10	11
16	613	54	55	56	57
17	617	40	50	60	70
18	619	110	111	112	113
19	631	61	71	81	91
20	641	140	150	160	170
21	643	12	13	14	15
22	647	102	103	104	105
23	653	70	80	90	100
24	659	23	33	43	53
25	661	102	203	304	405
26	673	100	200	300	400
27	677	123	133	143	153

4.1. В кольце многочленов $\mathbb{Z}_2[x]$ найти все неприводимые многочлены четвертой степени.

4.2. В кольце многочленов $\mathbb{Z}_2[x]$ найти все неприводимые многочлены пятой степени.

4.3. В кольце многочленов $\mathbb{Z}_2[x]$ найти все неприводимые многочлены шестой степени.

4.4. В кольце многочленов $\mathbb{Z}_3[x]$ найти все неприводимые многочлены второй степени.
4.5. В кольце многочленов $\mathbb{Z}_3[x]$ найти все неприводимые многочлены третьей степени.
4.6. В кольце многочленов $\mathbb{Z}_5[x]$ найти все неприводимые многочлены второй степени.
4.7. В кольце многочленов $\mathbb{Z}_{11}[x]$ найти все неприводимые многочлены второй степени, имеющие вид $x^2+a.$
4.8. В кольце многочленов $\mathbb{Z}_{13}[x]$ найти все неприводимые многочлены второй степени, имеющие вид $x^2+a.$
4.9. В кольце многочленов $\mathbb{Z}_{17}[x]$ найти все неприводимые многочлены второй степени, имеющие вид $x^2+a.$
4.10. В кольце многочленов $\mathbb{Z}_{19}[x]$ найти все неприводимые многочлены второй степени, имеющие вид $x^2+a.$
4.11. В кольце многочленов $\mathbb{Z}_{11}[x]$ найти все неприводимые многочлены второй степени, имеющие вид $x^2+x+a.$
4.12. В кольце многочленов $\mathbb{Z}_{13}[x]$ найти все неприводимые многочлены второй степени, имеющие вид $x^2+x+a.$
4.13. В кольце многочленов $\mathbb{Z}_{17}[x]$ найти все неприводимые многочлены второй степени, имеющие вид $x^2+x+a.$
4.14. В кольце многочленов $\mathbb{Z}_{19}[x]$ найти все неприводимые многочлены второй степени, имеющие вид $x^2+x+a.$
4.15. В кольце многочленов $\mathbb{Z}_{11}[x]$ найти все неприводимые многочлены третьей степени, имеющие вид $x^3+a.$
4.16. В кольце многочленов $\mathbb{Z}_{13}[x]$ найти все неприводимые многочлены третьей степени, имеющие вид $x^3+a.$
4.17. В кольце многочленов $\mathbb{Z}_{17}[x]$ найти все неприводимые многочлены третьей степени, имеющие вид $x^3+a.$
4.18. В кольце многочленов $\mathbb{Z}_{19}[x]$ найти все неприводимые многочлены третьей степени, имеющие вид $x^3+a.$
4.19. В кольце многочленов $\mathbb{Z}_{11}[x]$ найти все неприводимые многочлены второй степени, имеющие вид $x^2+ax+1.$
4.20. В кольце многочленов $\mathbb{Z}_{13}[x]$ найти все неприводимые многочлены второй степени, имеющие вид $x^2+ax+1.$
4.21. В кольце многочленов $\mathbb{Z}_{17}[x]$ найти все неприводимые многочлены второй степени, имеющие вид $x^2+ax+1.$
4.22. В кольце многочленов $\mathbb{Z}_{19}[x]$ найти все неприводимые многочлены второй степени, имеющие вид $x^2+ax+1.$
4.23. В кольце многочленов $\mathbb{Z}_{11}[x]$ найти все неприводимые многочлены четвертой степени, имеющие вид $x^4+a.$

4.24. В кольце многочленов $\square_{13}[x]$ найти все неприводимые многочлены четвертой степени, имеющие вид $x^4 + a$.
4.25. В кольце многочленов $\square_{19}[x]$ найти все неприводимые многочлены второй степени, имеющие вид $x^2 + ax + 3$.
4.26. В кольце многочленов $\square_{11}[x]$ найти все неприводимые многочлены четвертой степени, имеющие вид $x^4 + ax + 1$.
4.27. В кольце многочленов $\square_{13}[x]$ найти все неприводимые многочлены четвертой степени, имеющие вид $x^4 + ax + 1$.
4.28. В кольце многочленов $\square_{17}[x]$ найти все неприводимые многочлены четвертой степени, имеющие вид $x^4 + ax + 1$.

5. Для поля F из таблицы 4
1) найти примитивный элемент и записать все элементы как степени примитивного;
2) определить мультипликативные порядки всех элементов;
3) найти для каждого элемента его минимальный многочлен;
4) решить систему

$$\begin{cases} \alpha x + y = 1 \\ x + \alpha y = \alpha^2. \end{cases}$$

Таблица 4

Варианты заданий к задаче 5

В-нт	Поле $\mathbf{F}$	В-нт	Поле $\mathbf{F}$
1	$\mathbf{Z}_2(\alpha), \alpha^4 = \alpha^3 + 1$	15	$\mathbf{Z}_5(\alpha), \alpha^2 = 2$
2	$\mathbf{Z}_2(\alpha), \alpha^4 = \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + 1$	16	$\mathbf{Z}_5(\alpha), \alpha^2 = 3$
3	$\mathbf{Z}_2(\alpha), \alpha^6 = \alpha + 1$	17	$\mathbf{Z}_5(\alpha), \alpha^2 = \alpha - 1$
4	$\mathbf{Z}_2(\alpha), \alpha^6 = \alpha^3 + 1$	18	$\mathbf{Z}_5(\alpha), \alpha^2 = -\alpha - 1$
5	$\mathbf{Z}_2(\alpha), \alpha^6 = \alpha^5 + 1$	19	$\mathbf{Z}_5(\alpha), \alpha^2 = \alpha - 2$
6	$\mathbf{Z}_2(\alpha), \alpha^6 = \alpha^4 + \alpha^2 + \alpha + 1$	20	$\mathbf{Z}_5(\alpha), \alpha^2 = -\alpha - 2$
7	$\mathbf{Z}_2(\alpha), \alpha^6 = \alpha^5 + \alpha^2 + \alpha + 1$	21	$\mathbf{Z}_5(\alpha), \alpha^2 = 2\alpha + 2$
8	$\mathbf{Z}_2(\alpha), \alpha^6 = \alpha^5 + \alpha^3 + \alpha^2 + 1$	22	$\mathbf{Z}_5(\alpha), \alpha^2 = -2\alpha + 2$
9	$\mathbf{Z}_2(\alpha), \alpha^6 = \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha + 1$	23	$\mathbf{Z}_5(\alpha), \alpha^2 = 2\alpha + 1$
10	$\mathbf{Z}_2(\alpha), \alpha^6 = \alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^2 + 1$	24	$\mathbf{Z}_5(\alpha), \alpha^2 = -2\alpha + 1$
11	$\mathbf{Z}_2(\alpha), \alpha^6 = \alpha^5 + \alpha^4 + \alpha + 1$	25	$\mathbf{Z}_7(\alpha), \alpha^2 = 3$
12	$\mathbf{Z}_3(\alpha), \alpha^2 = 2$	26	$\mathbf{Z}_7(\alpha), \alpha^2 = \alpha + 1$
13	$\mathbf{Z}_3(\alpha), \alpha^2 = \alpha + 1$	27	$\mathbf{Z}_7(\alpha), \alpha^2 = \alpha + 3$
14	$\mathbf{Z}_3(\alpha), \alpha^2 = 2\alpha + 1$	28	$\mathbf{Z}_7(\alpha), \alpha^2 + 5\alpha + 2 = 0$

6. Установить изоморфизм полей F_1 и F_2 из таблицы 5.

Таблица 5

Варианты заданий к задаче 6

	Поле $\mathbf{F}_1$	Поле $\mathbf{F}_2$
1	$\mathbf{Z}_7(\alpha), \alpha^2 = \alpha + 1$	$\mathbf{Z}_7(\beta), \beta^2 = \beta + 3$
2	$\mathbf{Z}_7(\alpha), \alpha^2 = \alpha + 1$	$\mathbf{Z}_7(\beta), \beta^2 = -1$
3	$\mathbf{Z}_7(\alpha), \alpha^2 = 3$	$\mathbf{Z}_7(\beta), \beta^2 = -\beta + 1$
4	$\mathbf{Z}_2(\alpha), \alpha^4 = \alpha^3 + 1$	$\mathbf{Z}_2(\beta), \beta^4 = \beta^3 + \beta^2 + \beta + 1$
5	$\mathbf{Z}_2(\alpha), \alpha^4 = \alpha + 1$	$\mathbf{Z}_2(\beta), \beta^4 = \beta^3 + \beta^2 + \beta + 1$
6	$\mathbf{Z}_2(\alpha), \alpha^5 = \alpha^2 + 1$	$\mathbf{Z}_2(\beta), \beta^5 = \beta^3 + \beta^2 + \beta + 1$
7	$\mathbf{Z}_2(\alpha), \alpha^5 = \alpha^3 + 1$	$\mathbf{Z}_2(\beta), \beta^5 = \beta^2 + 1$
8	$\mathbf{Z}_2(\alpha), \alpha^5 = \alpha^2 + 1$	$\mathbf{Z}_2(\beta), \beta^5 = \beta^4 + \beta^2 + \beta + 1$
9	$\mathbf{Z}_2(\alpha), \alpha^5 = \alpha^3 + 1$	$\mathbf{Z}_2(\beta), \beta^5 = \beta^4 + \beta^3 + \beta + 1$
10	$\mathbf{Z}_2(\alpha), \alpha^6 = \alpha^5 + \alpha^2 + \alpha + 1$	$\mathbf{Z}_2(\beta), \beta^6 = \beta^5 + 1$
11	$\mathbf{Z}_2(\alpha), \alpha^6 = \alpha + 1$	$\mathbf{Z}_2(\beta), \beta^6 = \beta^3 + 1$
12	$\mathbf{Z}_2(\alpha), \alpha^6 = \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha + 1$	$\mathbf{Z}_2(\beta), \beta^6 = \beta^5 + \beta^4 + \beta^2 + 1$
13	$\mathbf{Z}_2(\alpha), \alpha^6 = \alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^2 + 1$	$\mathbf{Z}_2(\beta), \beta^6 = \beta^4 + \beta^2 + \beta + 1$
14	$\mathbf{Z}_2(\alpha), \alpha^6 = \alpha^3 + 1$	$\mathbf{Z}_2(\beta), \beta^6 = \beta^5 + \beta^3 + \beta^2 + 1$
15	$\mathbf{Z}_2(\alpha), \alpha^6 = \alpha + 1$	$\mathbf{Z}_2(\beta), \beta^6 = \beta^5 + 1$
16	$\mathbf{Z}_3(\alpha), \alpha^2 = \alpha + 1$	$\mathbf{Z}_3(\beta), \beta^2 = 2$
17	$\mathbf{Z}_3(\alpha), \alpha^2 = 2\alpha + 1$	$\mathbf{Z}_3(\beta), \beta^2 = \beta + 1$
18	$\mathbf{Z}_3(\alpha), \alpha^3 = \alpha^2 + 2$	$\mathbf{Z}_3(\beta), \beta^3 = \beta + 1$
19	$\mathbf{Z}_3(\alpha), \alpha^3 = \alpha^2 + \alpha + 1$	$\mathbf{Z}_3(\beta), \beta^3 = 2\beta^2 + \beta + 2$
20	$\mathbf{Z}_3(\alpha), \alpha^3 = \alpha^2 + 2$	$\mathbf{Z}_3(\beta), \beta^3 = \beta + 1$
21	$\mathbf{Z}_3(\alpha), \alpha^3 = \alpha^2 + \alpha + 1$	$\mathbf{Z}_3(\beta), \beta^3 = \beta^2 + 2$
22	$\mathbf{Z}_5(\alpha), \alpha^2 = \alpha + 3$	$\mathbf{Z}_5(\beta), \beta^2 = \beta + 4$
23	$\mathbf{Z}_5(\alpha), \alpha^2 = 2$	$\mathbf{Z}_5(\beta), \beta^2 = 3$
24	$\mathbf{Z}_5(\alpha), \alpha^2 = 3\alpha + 2$	$\mathbf{Z}_5(\beta), \beta^2 = 3$
25	$\mathbf{Z}_5(\alpha), \alpha^2 = 2$	$\mathbf{Z}_5(\beta), \beta^2 = 3\beta + 1$
26	$\mathbf{Z}_5(\alpha), \alpha^2 = \alpha + 4$	$\mathbf{Z}_5(\beta), \beta^2 = 3\beta + 2$
27	$\mathbf{Z}_5(\alpha), \alpha^2 = 2\alpha + 2$	$\mathbf{Z}_5(\beta), \beta^2 = \beta + 3$
28	$\mathbf{Z}_5(\alpha), \alpha^2 = 2$	$\mathbf{Z}_5(\beta), \beta^2 = \beta + 3$

7. Построить БЧХ-код со следующими параметрами: длина кодовых слов – n, количество исправляемых ошибок – e.

Для построения кода необходимо

1) вычислить основные параметры кода: мощность и кодовое расстояние;
2) найти порождающий и проверочный многочлены кода;
3) описать алгоритм кодирования и построить схему, производящую кодирование, используя сдвиговые регистры и функциональные элементы;
4) описать алгоритм декодирования.

Значения n и e выбираются из таблицы 6.

Таблица 6

Варианты заданий к задаче 7

Вариант	n	e	Вариант	n	e
1	15	3	15	39	2
2	21	2	16	39	3
3	21	3	17	89	2
4	25	2	18	89	3
5	27	3	19	45	3
6	31	2	20	55	2
7	31	3	21	55	3
8	31	4	22	63	2
9	31	5	23	63	3
10	33	2	24	63	4
11	33	3	25	45	2
12	35	2	26	127	2
13	35	3	27	127	2
14	35	4	28	127	3

Самостоятельное изучение отдельных тем дисциплины:

1.8. Нормальные матрицы. Спектральный критерий нормальности. Собственные векторы нормальной матрицы и ее сопряженной матрицы. Нормальность и простая структура.
1.9. Унитарные и ортогональные матрицы. Унитарность и нормальность.
Спектральный критерий унитарности. Унитарное подобие квадратной матрицы треугольной.
1.10. Эрмитовы и симметричные матрицы. Эрмитовость и нормальность. Спектральный критерий эрмитовости. Унитарное подобие эрмитовой матрицы диагональной. Косоэрмитовы и кососимметричные матрицы.

Вопросы для самопроверки

1. Для матрицы $A=\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$ выбрать правильные ответы

1) A - диагональная, 2) A - треугольная, 3) A - ортогональная,

4) A - унитарная, 5) A - симметричная, 6) A - кососимметричная,

7) A - эрмитова, 8) A - косоэрмитова, 9) A - нормальная.

2. Для матрицы $A=\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & i/\sqrt{2} \\ -i/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$ выбрать правильные ответы

1) A - диагональная, 2) A - треугольная, 3) A - ортогональная,

4) A - унитарная, 5) A - симметричная, 6) A - кососимметричная,

7) A - эрмитова, 8) A - косоэрмитова, 9) A - нормальная.

3. Для матрицы $A=\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$ выбрать правильные ответы

1) A - диагональная, 2) A - треугольная, 3) A - ортогональная,

4) A - унитарная, 5) A - симметричная, 6) A - кососимметричная,

7) A - эрмитова, 8) A - косоэрмитова, 9) A - нормальная.

4. Квадратная матрица нормальная тогда и только тогда, когда
1) все собственные значения по модулю равны 1,
2) все собственные значения действительные,
3) существует ортонормированный базис из собственных векторов,

4) все собственные значения чисто мнимые.

5. Нормальная матрица эрмитова тогда и только тогда, когда

1) все собственные значения по модулю равны 1,

2) все собственные значения действительные,

3) существует ортонормированный базис из собственных векторов,

4) все собственные значения чисто мнимые.

6. Нормальная матрица унитарная тогда и только тогда, когда

1) все собственные значения по модулю равны 1,

2) все собственные значения действительные,

3) существует ортонормированный базис из собственных векторов,

4) все собственные значения чисто мнимые.

7. Нормальная матрица косоэрмитова тогда и только тогда, когда

1) все собственные значения по модулю равны 1,

2) все собственные значения действительные,

3) существует ортонормированный базис из собственных векторов,

4) все собственные значения чисто мнимые.

8. Нормальная матрица ортогональная тогда и только тогда, когда

1) все собственные значения по модулю равны 1 и элементы матрицы действительные,

2) все собственные значения действительные и элементы матрицы действительные,

3) существует ортонормированный базис из собственных векторов,

4) все собственные значения чисто мнимые и элементы матрицы действительные.

9. Нормальная матрица симметричная тогда и только тогда, когда

1) все собственные значения по модулю равны 1 и элементы матрицы действительные,

2) все собственные значения действительные и элементы матрицы действительные,

3) существует ортонормированный базис из собственных векторов,

4) все собственные значения чисто мнимые и элементы матрицы действительные.

10. Нормальная матрица кососимметричная тогда и только тогда, когда

1) все собственные значения по модулю равны 1 и элементы матрицы действительные,

2) все собственные значения действительные и элементы матрицы действительные,

3) существует ортонормированный базис из собственных векторов,

4) все собственные значения чисто мнимые и элементы матрицы действительные.

.

Библиографический список

1. Ефимов Н.В. Линейная алгебра и многомерная геометрия: учебное издание. – 4-е изд., стер. М.: Физматлит, 2005. – 464 с.
2. Икрамов Х.Д. Задачник по линейной алгебре: учебн. пособие. – 2-е изд., испр. СПб.: Лань, 2006. – 319 с.
3. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – 5-е изд. М.: Физматлит, 2004. – 560 с.
4. Глаголев В.В. Алгебраическая теория кодирования: учебн. пособие. Тула: Изд-во ТулГУ, 2004. – 116 с.
5. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Ч.1. Основы алгебры. – 2-е изд., испр. М.: Физматлит, 2004. – 272 с.
6. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Ч.2. Линейная алгебра. – 3-е изд. М.: Физматлит, 2004. – 368 с.
7. Методические указания к практическим занятиям по дисциплине «Прикладная алгебра». Тула: ТулГУ, 2011. — (Кафедральный ресурс).