МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук
Кафедра «Прикладная математика и информатика»

Утверждено на заседании кафедры
«Прикладная математика и информатика»
24 января 2022 г., протокол № 5

Заведующий кафедрой

________________________М.В. Грязев

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ) ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

«Комплексный анализ»

основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы бакалавриата

по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика

с направленностью (профилем)
Прикладная математика и информатика

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 010302-01-22

Тула 2022 год

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ
фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Разработчик:

Баранов В.П., профессор кафедры ПМиИ, д.т.н., доцент

1. Описание фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Фонд оценочных средств (оценочные материалы) включает в себя контрольные задания и вопросы, которые могут быть предложены обучающемуся в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Комплексный анализ». Указанные контрольные задания и (или) вопросы позволяют оценить достижение обучающимся планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю) «Комплексный анализ», установленных в соответствующей рабочей программе дисциплины (модуля), а также сформированность компетенций, установленных в соответствующей общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

Полные наименования компетенций и индикаторов их достижения представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

2. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

Текущий контроль успеваемости обучающегося осуществляется по результатам:

– посещения лекционных занятий;
– работы на практических занятиях;
– выполнения контрольных работ №№ 1, 2.

Каждый вариант контрольной работы № 1 включает 8 задач, из них:
– 4 задачи на проверку знаний;
– 3 задачи на проверку умений;
– 1 задача на проверку владений.

Каждый вариант контрольной работы № 2 включает 8 задач, из них:
– 3 задачи на проверку знаний;
– 4 задач на проверку умений;
– 1 задача на проверку владений.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-1.1)

1. Найти модуль r и главное значение аргумента φ комплексного числа $z = 4 + 3i$.

1) $r = 3,\ \varphi = arctg\dfrac{3}{4}$; 2) $r = 5,\ \varphi = arctg\dfrac{3}{4}$; 3) $r = 5,\ \varphi = \dfrac{\pi}{4}$; 4) $r = 4,\ \varphi = arctg\dfrac{4}{3}$.

2. Представить комплексное число $z = -1 - i\sqrt{3}$ в тригонометрической форме.

1) $z = 2\left[\cos\left(\dfrac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\dfrac{\pi}{3}\right)\right]$; 2) $z = 4\left[\cos\left(\dfrac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)\right]$;

3) $z = 2\left[\cos\left(-\dfrac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\dfrac{2\pi}{3}\right)\right]$; 4) $z = 4\left[\cos\left(\dfrac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\dfrac{\pi}{3}\right)\right]$.

3. Представить комплексное число $z = -i$ в показательной форме.

1) $z = e^{i\pi}$; 2) $z = -e^{i\frac{\pi}{2}}$; 3) $z = -e^{i\pi}$; 4) $z = -\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$.

4. Вычислить $(2 - 2i)^7$.

1) $2^7(1+i)$; 2) $2^{10}(1-i)$; 3) $2^{10}(1+i)$; 4) $2^7(1-i)$.

5. Найти все значения корня $\sqrt{i}$.

1) $\pm(1+i)$; 2) $\pm\frac{1+i}{\sqrt{2}}$; 3) $\pm\frac{1-i}{\sqrt{2}}$; 4) $\pm(1-i)$.

6. Найти множество точек на комплексной плоскости , которое определяется условием $\left|\frac{z-1}{z+1}\right|<1$.

1) правая полуплоскость, включая ось OY; 2) левая полуплоскость, включая ось OY;
3) правая полуплоскость, включая ось OX; 4) левая полуплоскость, включая ось OX.

7. Какая линия определяется уравнением $\operatorname{Re}\bar{z}^2=1$?

1) окружность $x^2+y^2=1$; 2) гипербола $x^2-y^2=1$;

3) гипербола $xy=1$; 4) парабола $x=y^2+1$.

8. В какой вектор перейдет вектор $-\sqrt{3}-i$ после поворота на угол 120º?

1) $-\sqrt{3}+i$; 2) $\sqrt{3}+i$; 3) $\sqrt{3}-i$; 4) $-\sqrt{3}-i$.

9. Найти угол, на который надо повернуть вектор $4-3i$, чтобы получить вектор $-\frac{5}{\sqrt{2}}+\frac{5}{\sqrt{2}}i$.

1) $-\frac{3}{2}\pi$; 2) $-\operatorname{arctg}\frac{1}{7}$; 3) $\operatorname{arctg}\frac{1}{8}$; 4) $\frac{3}{2}\pi$.

10. Найти образ точки $z_0=2+3i$ при отображении $w=\frac{\bar{z}}{z}$.

1) $\frac{-5+12i}{13}$; 2) $\frac{13-12i}{13}$; 3) $\frac{5-12i}{13}$; 4) $-\frac{5+12i}{13}$.

11. Какая линия определяется уравнением $\operatorname{Im}\left(\frac{1}{z}\right)=\frac{1}{2}$?

1) эллипс $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{1}=1$;

2) гипербола $x^2-y^2=1$;

3) окружность $x^2+(y+1)^2=1$;

4) парабола $x=(y+1)^2$.

12. В какой вектор перейдет вектор $-\sqrt{3}+3i$ после поворота на угол 90º?

1) $-\sqrt{3}+i\sqrt{3}$; 2) $-\sqrt{3}-i\sqrt{3}$; 3) $\sqrt{3}+i\sqrt{3}$;4) $\sqrt{3}-i\sqrt{3}$.

13. Найти угол, на который надо повернуть вектор $3\sqrt{2}+i2\sqrt{2}$, чтобы получить вектор $-5+i$.

1) $-\frac{3}{4}\pi$; 2) $-\frac{4}{3}\pi$; 3) $\frac{4}{3}\pi$; 4) $\frac{3}{4}\pi$.

14. Найти образ точки $z_0=3+5i$ при отображении $w=\frac{1}{\bar{z}-i}$.

1) $-\frac{2}{25}(1+2i)$; 2) $-\frac{1+2i}{15}$; 3) $\frac{1+2i}{15}$; 4) $\frac{1-2i}{15}$.

15. Найти модуль и главное значение аргумента функции $w = \text{sh}z$ в точке $z_0 = 1 + i\dfrac{\pi}{2}$.

1) $r = \text{sh}1,\ \varphi_0 = \dfrac{\pi}{2}$; 2) $r = \dfrac{1}{2}e^2,\ \varphi_0 = -\dfrac{\pi}{2}$; 3) $r = \text{ch}1,\ \varphi_0 = \dfrac{\pi}{2}$; 4) $r = \dfrac{1}{2}(e-1),\ \varphi_0 = -\dfrac{\pi}{2}$.

16. Представить в алгебраической форме комплексное число $\text{arctg}(1+i)$.

1) $-\dfrac{\pi}{4} + i\ln\sqrt{5}$; 2) $-\dfrac{1}{2}\text{arctg}2 + \dfrac{i}{2}\ln\sqrt{5}$; 3) $\dfrac{\pi}{4} + \dfrac{i}{2}\ln\sqrt{5}$; 4) $\dfrac{1}{2}\text{arctg}2 + \dfrac{\ln 5}{2}i$.

17. Выяснить, какие из следующих функций являются аналитическими хотя бы в одной точке: а) $w = \bar{z}\,\text{Re}\,z$; б) $w = \bar{z}\,\text{Im}\,z$; в) $w = |z|\,\text{Im}\,z$; г) $w = \text{ch}z$.

1) а); 2) б), г); 3) в), г); 4) г.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-1.2)

1. Особая точка называется полюсом для функции $f(z)$, если ее ряд Лорана в окрестности особой точки содержит

1) только члены с отрицательными степенями;
2) только члены с положительными степенями;
3) конечное число членов с отрицательными степенями;
4) конечное число членов с положительными степенями.

2. Особая точка называется существенно особой точкой для функции $f(z)$, если ее ряд Лорана в окрестности особой точки содержит

1) только члены с отрицательными степенями;
2) бесконечное число членов с положительными степенями;
3) конечное число членов с отрицательными степенями;
4) бесконечное число членов с отрицательными степенями.

3. Определить характер особой точки для функции $f(z) = \dfrac{1}{z - \sin z}$.

1) устранимая; 2) полюс третьего порядка; 3) существенно особая; 4) простой полюс.

4. Найти вычет в особой точке функции $f(z) = z^2 \sin\dfrac{1}{z}$.

1) $\dfrac{1}{2}$; 2) $-\dfrac{1}{2}$; 3) $\dfrac{1}{6}$; 4) $\dfrac{1}{6}$.

5. Вычислить интеграл $\displaystyle\int_1^i \frac{\ln z}{z}dz$ по отрезку прямой, соединяющей точки $z_1 = 1$ и $z_2 = i$.

1) 0; 2) $-\dfrac{\pi^2}{8}$; 3) $\dfrac{\pi}{4}$; 4) $i - 1$.

6. Вычислить интеграл $\displaystyle\int_{|z-i|=1} \frac{e^{iz}}{z^2+1}dz$ (окружность обходится против часовой стрелки).

$$1)\ 0;\ 2)\ \frac{\pi}{2};\ 3)\ 2(i+1);\ 4)\ \pi e^{-1}.$$

7. Вычислить интеграл $\int\limits_{|z|=1} \frac{\cos z}{z^3} dz$.

$$1)\ -\pi i;\ 2)\ 0;\ 3)\ 2i;\ 4)\ \frac{\pi}{2}.$$

8. Вычислить интеграл $\int\limits_{|z+1|=4} \frac{zdz}{e^z+3}$.

$$1)\ 0;\ 2)\ -\frac{4}{3}\ln 3\cdot\pi i;\ 3)\ 2\pi i;\ 4)\ \frac{4}{3}\pi.$$

9. Вычислить интеграл $\int\limits_0^\infty \frac{x^2+1}{x^4+1} dx$.

$$1)\ \frac{\pi}{\sqrt{2}};\ 2)\ 0;\ 3)\ 2\pi i;\ 4)\ -\frac{1}{3}\pi i.$$

10. Найти логарифмический вычет функции $f(z)=\dfrac{z}{1+z^3}$ относительно контура C: $|z|=2$.

1) 0; 2) -2; 3) 2; 4) 4.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-1.3)

1. Установите, какая из функций

$$1)\ 2e^{z^2};\ 2)\ e^{z/2};\ 3)\ 2e^z;\ 4)\ ze^{2z}$$

имеет действительную часть $u(x, y)=2e^x\cos y$ и проверьте, является ли она аналитической.

2. Приведите примеры конформных отображений, которые осуществляют одновременно сдвиг, растяжение и поворот. Изобразите эти отображения на комплексной плоскости в виде последовательных элементарных преобразований.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.1)

1. Найти модуль и главное значение аргумента функции $w=ze^z$ в точке $z_0=\pi i$.

$$1)\ r=\pi,\ \varphi_0=\frac{\pi}{2};\ 2)\ r=2\pi,\ \varphi_0=-\frac{\pi}{2};\ 3)\ r=\pi,\ \varphi_0=-\frac{\pi}{2};\ 4)\ r=2\pi,\ \varphi_0=\frac{\pi}{2}.$$

2. Найти $i^{1/i}$.

$$1)\ e^{(2k+1/2)\pi i};\ 2)\ e^{\pi/2};\ 3)\ e^{(2k+1/2)\pi};\ 4)\ e^{i(\pi/2)}.$$

3. Записать в алгебраической форме комплексное число $\mathrm{Ln}(i-1)$.

$$1)\ \frac{1}{2}\ln 2+i(\frac{3}{4}\pi+2\pi k);\ 2)\ \frac{1}{2}\ln 2-i(\frac{\pi}{4}+2\pi k);\ 3)\ \ln 2+i\frac{3}{4}\pi;\ 4)\ \ln 2+i(\frac{\pi}{4}+2\pi k).$$

4. Выяснить, какие из следующих функций являются аналитическими хотя бы в одной точке: а) $w = z^2\bar{z}$; б) $w = ze^z$; в) $w = |z|\bar{z}$; г) $w = e^{z^2}$; д) $w = |z|\operatorname{Re}\bar{z}$; е) $w = \sin z - i$.

1) а), б), г); 2) б), г), е); 3) в), е); 4) б), г), д), е).

5. Найти аналитическую функцию $w = f(z)$ по известной ее действительной части $u(x, y) = 2e^x \cos y$ и при дополнительном условии $f(0) = 2$.

1) $\frac{1}{2}e^{z^2}$; 2) $e^{z/2}$; 3) $2e^z$; 4) ze^z.

6. Найти коэффициент растяжения r и угол поворота φ при отображении $w = e^z$ в точке $z_0 = -1 - i\frac{\pi}{2}$.

1) $r = \frac{1}{e}$, $\varphi = -\frac{\pi}{2}$; 2) $r = 2, \varphi = \frac{\pi}{4}$; 3) $r = e$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$; 4) $r = 2e$, $\varphi = -\frac{\pi}{4}$.

7. Какие из следующих преобразований

а) $w = z + 3i$; б) $w = iz$; в) $w = z + 5$; г) $w = 3z$; д) $w = \frac{1-i}{\sqrt{2}}z$. е) $w = e^{i\frac{\pi}{6}}z$

осуществляют сдвиг?

1) б), г); 2) а), в); 3) д), е); 4) б), д), е).

8. Какие из следующих преобразований

а) $w = z + 3i$; б) $w = iz$; в) $w = z + 5$; г) $w = 3z$; д) $w = \frac{1-i}{\sqrt{2}}z$. е) $w = e^{i\frac{\pi}{6}}z$

осуществляют растяжение?

1) б), г); 2) а), в); 3) д), е); 4) г).

9. Какие из следующих преобразований

а) $w = z + 3i$; б) $w = iz$; в) $w = z + 5$; г) $w = 3z$; д) $w = \frac{1-i}{\sqrt{2}}z$. е) $w = e^{i\frac{\pi}{6}}z$

осуществляют поворот?

1) б), г); 2) а), в); 3) д), е); 4) б), д), е).

10. Найти общий вид линейной функции, осуществляющей преобразование верхней полуплоскости на себя.

1) $w = az + b$, $a > 0$; 2) $w = -az + b$, $a > 0$; 3) $w = i(az + b)$; 4) $w = -i(az + b)$.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.2)

1. Определить число корней уравнения $z^5 + 5z^4 - 5 = 0$ в правой полуплоскости.

1) 0; 2) 2; 3) 3; 4) 5.

2. Найти число корней уравнения $z^4 - 3z^3 - 1 = 0$ в области $|z| < 2$.

1) 0; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

3. Определить число корней уравнения $4z^4 - 29z^2 + 25 = 0$ в кольце $2 < |z| < 3$.

1) 0; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

4. Изображением функции $f(t)$ по Лапласу называется функция $F(p)$ комплексного переменного p, определяемая интегралом

1) $p\int_0^\infty f(t)e^{-pt}dt$; 2) $\int_0^\infty f(t)e^{-pt}dt$; 3) $p\int_0^\infty f(t)e^{pt}dt$; 4) $\int_0^\infty f(t)e^{pt}dt$.

5. Какое свойство преобразования Лапласа отражает уравнение $f(\alpha t) \risingdotseq \frac{1}{\alpha}F\left(\frac{p}{\alpha}\right)$?

1) линейность; 2) подобие; 3) запаздывание; 4) смещение.

6. Какое свойство преобразования Лапласа отражает уравнение $\alpha f(t)+\beta g(t) \risingdotseq \alpha F(p)+\beta G(p)$?

1) линейность; 2) подобие; 3) запаздывание; 4) смещение.

7. Какое свойство преобразования Лапласа отражает уравнение $f(t-\tau) \risingdotseq e^{-p\tau}F(p)$?

1) линейность; 2) подобие; 3) запаздывание; 4) смещение.

8. Какое свойство преобразования Лапласа отражает уравнение $e^{p_0 t}f(t) \risingdotseq F(p-p_0)$?

1) линейность; 2) подобие; 3) запаздывание; 4) смещение.

9. Найти изображение функции $f(t)=te^t$.

1) $\frac{1}{(p-1)^2}$; 2) $\frac{p}{(p-1)^2}$; 3) $\frac{e^p}{p-1}$; 4) $\frac{e^p}{p}$.

10. Найти изображение функции $f(t)=t^2\cos t$.

1) $\frac{p^2-3}{(p^2+1)^3}$; 2) $\frac{2p^3-1}{(p^2+1)^3}$; 3) $\frac{2p^3-3}{(p^2+1)^2}$; 4) $\frac{2p(p^2-3)}{(p^2+1)^3}$.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.3)

1. Найдите в следующих формулах ошибки и обведите их.

1) $f(z)=\frac{1}{2\pi i}\oint_\gamma \frac{f(\zeta)}{\zeta-z}d\zeta$;

2) $f^{(n)}(z)=\frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \frac{f(\zeta)}{(\zeta-z)^{n+1}}d\zeta$;

3) $\int_\gamma f(z)dz=2\pi i\sum_{k=1}^{n} res[f(z),\ z_k]$

4) $\underset{i}{res}\ \frac{1}{(z^2+1)^3}=\frac{5}{16}i$;

5) $\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{x^4+1}=\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$.

3. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Испытание промежуточной аттестации студента по дисциплине проводится в форме письменного ответа и предусматривает возможность последующего собеседования.

Каждый билет включает 2 контрольных вопроса и задачу, осуществляющих в совокупности проверку знаний, умений и владений.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-1.1)

1. Найти линейное отображение $w = az + b$, оставляющее точку $z_0 = -i$ неподвижной и переводящее точку $z_1 = 1 - 2i$ в точку $w_1 = 2 - 3i$.

1) $w = z + 5$; 2) $w = 2z + i$; 3) $w = 2z + 5$; 4) $w = 2z - i$.

2. Найти дробно-линейное преобразование, переводящее действительную ось в единичную окружность.

1) $w = \dfrac{z-i}{iz-i}$; 2) $w = \dfrac{iz+1}{z+1}$; 3) $w = \dfrac{z-1}{iz-1}$; 4) $w = \dfrac{iz-i}{z-i}$.

3. Найти образ внешности круга $|z| > 1$ при $w = \dfrac{z+i}{z-i}$.

1) $\operatorname{Re} w < 0$; 2) $\operatorname{Re} w > 0$; 3) $\operatorname{Im} w < 0$; 4) $\operatorname{Im} w > 0$.

4. Найти точку, симметричную с точкой $z = 1 + i$ относительно линий $|z| = \sqrt{2}$.

1) $w = -1 + i$; 2) $w = -1 - i$; 3) $w = 1 + i$; 4) $w = 1 - i$.

5. Отобразить на верхнюю полуплоскость единичный круг с разрезом, идущим от центра по действительной оси.

1) $w = \dfrac{\sqrt{z}+1}{\sqrt{z}-1}$; 2) $w = \left(\dfrac{\sqrt{z}+1}{\sqrt{z}-1}\right)^2$; 3) $w = \left(\dfrac{\sqrt{z}-1}{\sqrt{z}+1}\right)^2$; 4) $w = \dfrac{\sqrt{z}-1}{\sqrt{z}+1}$.

6. Какие из точек $z_1 = 0$, $z_2 = i$, $z_3 = 1$ принадлежат области сходимости ряда $\sum\limits_{n=0}^{\infty} n! z^n$?

1) z_1; 2) z_1 и z_3; 3) z_1 и z_2; 4) z_2 и z_3.

7. Найти радиус сходимости степенного ряда $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \left(\dfrac{z}{1-i}\right)^n$.

1) 1; 2) $\sqrt{2}$; 3) ∞; 4) $-\sqrt{2}$.

8. Исследовать на сходимость ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\cos in}{2^n}$.

1) расходится; 2) сходится условно; 3) сходится абсолютно.

9. Определить порядок нуля для функции $f(z) = e^{\sin z} - e^{\operatorname{tg} z}$.

1) простой нуль; 2) второго порядка 3) третьего порядка 4) пятого порядка.

10. Особая точка называется устранимой для функции $f(z)$, если ее ряд Лорана в окрестности особой точки содержит

1) только члены с отрицательными степенями;

2) только члены с положительными степенями;

3) конечное число членов с отрицательными степенями;

4) конечное число членов с положительными степенями.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-1.2)

1. Найти изображение функции $f(t)=\sin^2 t$.

$$1)\ \frac{p}{p^2+4};\ 2)\ \frac{1}{p(p^2-4)};\ 3)\ \frac{2}{p(p^2+4)};\ 4)\ \frac{2}{p^2+1}.$$

2. Найти изображение функции $f(t)=e^{-t}t^3$.

$$1)\ \frac{3}{(p+1)^2};\ 2)\ \frac{2}{(p^2+1)^2};\ 3)\ \frac{3!}{(p+1)^4};\ 4)\ \frac{3!}{(p-1)^2}.$$

3. Найти оригинал для изображения $F(p)=\dfrac{p}{(p^2-1)^2}$.

$$1)\ \frac{1}{2}t\sin t;\ 2)\ e^t\sin t;\ 3)\ \frac{1}{2}t\operatorname{sh}t;\ 4)\ e^t\operatorname{sh}t.$$

4. Найти оригинал для изображения $F(p)=\dfrac{1}{p^2(p^2+1)}$.

$$1)\ \frac{1}{2}t\sin t;\ 2)\ t-e^{-t};\ 3)\ t-\sin t;\ 4)\ e^{-t}\sin t.$$

5. Найти решение задачи Коши $x''+x=\cos t,\ x(0)=-1,\ x'(0)=0$.

$$1)\ \frac{1}{2}(t\sin t-\cos t);\ 2)\ e^t(\cos t-\sin t);\ 3)\ \frac{1}{2}t\sin t-\cos t+\sin t;\ 4)\ te^{-t}+\cos t-\sin t.$$

6. Найти решение задачи Коши $x'''+x''=\cos t,\ x(0)=-2,\ x'(0)=x''(0)=0$.

$$1)\ \frac{1}{2}(\sin t-e^{-t});\ 2)\ -1-\frac{1}{2}(\sin t+\cos t+e^{-t});\ 3)\ te^t-\frac{1}{2}\cos t+\sin t;\ 4)\ t^2-1+\cos t-\sin t.$$

7. Найти изображение функции $f(t)=\int\limits_0^t \sin\tau d\tau$.

$$1)\ \frac{1}{p(p^2+1)};\ 2)\ \frac{p}{p^2+1};\ 3)\ \frac{1}{p(p^2-1)};\ 4)\ \frac{1}{(p^2+1)^2}.$$

8. Найти изображение функции $f(t)=\dfrac{1-e^{-t}}{t}$.

$$1)\ \ln\frac{p}{p-1};\ 2)\ \frac{p+1}{p};\ 3)\ \ln\frac{p+1}{p};\ 4)\ \frac{p}{p-1}.$$

9. Вычислить интеграл $\int\limits_0^\infty \dfrac{e^{-at}-e^{-bt}}{t}dt\ \ (a>0,\ b>0)$.

$$1)\ \frac{a}{b};\ 2)\ \ln\frac{b}{a};\ 3)\ \ln\frac{a}{b};\ 4)\ \frac{b}{a}.$$

10. Найти изображение функции $f(t)=e^{2t}\sin t$.

$$1)\ \frac{1}{(p-2)^2+1};\ 2)\ \frac{1}{(p+2)^2+1};\ 3)\ \frac{2p}{p^2+1};\ 4)\ \frac{1}{(p-2)^2-1}.$$

11. Найти изображение функции $f(t)=\int\limits_0^t \cos(t-\tau)e^{2\tau}d\tau$.

$$1)\ \frac{p}{(p-2)(p^2+1)};\ 2)\ \frac{1}{p[(p-2)^2+1]};\ 3)\ \frac{p}{(p+2)(p^2-1)};\ 4)\ \frac{1}{p(p^2-1)}.$$

12. Найти оригинал для изображения $F(p)=\dfrac{1}{p^2+4p+5}$.

$$1)\ te^{-2t};\ 2)\ e^{-2t}\sin t;\ 3)\ e^{-2t}\cos t;\ 4)\ \frac{1}{2}(e^{t}-e^{3t})$$

13. Найти оригинал для изображения $F(p)=\dfrac{p}{(p^2+1)^2}$.

$$1)\ \frac{1}{2}t+\sin t;\ 2)\ t+e^{2t};\ 3)\ t+\frac{1}{2}t^2;\ 4)\ e^{2t}+\sin t.$$

14. Найти решение задачи Коши $x''=1,\ x(0)=0,\ x'(0)=1$.

$$1)\ \frac{1}{2}(e^{-t}-te^{-t}-\cos t);\ 2)\ \frac{1}{2}e^{-t}\cos t;\ 3)\ e^{-t}-\sin t;\ 4)\ te^{-t}+\cos t.$$

15. Найти решение задачи Коши $x''+2x'+x=\sin t,\ x(0)=0,\ x'(0)=-1$.

$$1)\ \frac{1}{2}(e^{-t}-te^{-t}-\cos t);\ 2)\ \frac{1}{2}e^{-t}\cos t;\ 3)\ e^{-t}-\sin t;\ 4)\ te^{-t}+\cos t.$$

16. Найти решение задачи Коши $x'''+x'=t,\ x(0)=0,\ x'(0)=-1,\ x''(0)=0$.

$$1)\ \frac{1}{2}(e^{t}-t-\cos t);\ 2)\ t^2+2-\frac{1}{2}\sin t;\ 3)\ te^{t}-\frac{1}{2}\cos t;\ 4)\ \frac{1}{2}t^2-1+\cos t-\sin t.$$

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-1.3)

1. Определите и нарисуйте область на комплексной плоскости, в которой уравнение $z^4-3z^3-1=0$ имеет ровно три корня.

2. Докажите, что в области $\operatorname{Re} z>0$ $w=\ln z$ – аналитическая функция.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.1)

1. Найти модуль r и главное значение аргумента φ комплексного числа $z=-7-i$.

$$1)\ r=2\sqrt{2},\ \varphi=arctg\frac{1}{7};\ 2)\ r=5\sqrt{2},\ \varphi=arctg\frac{1}{7};$$

$$3)\ r=5\sqrt{2},\ \varphi=arctg\frac{1}{7}-\pi;\ 4)\ r=2\sqrt{2},\ \varphi=arctg\frac{1}{7}-\pi.$$

2. Представить комплексное число $z=2i$ в тригонометрической форме.

$$1)\ z=2\left[\cos(\pi)+i\sin(\pi)\right];\ 2)\ z=4\left[\cos(\pi)+i\sin(\pi)\right];$$

$$3)\ z=4\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right];\ 4)\ z=2\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right].$$

3. Представить комплексное число $z=-1-i\sqrt{3}$ в показательной форме.

$$1)\ z=2e^{-\frac{2\pi}{3}i};\ 2)\ z=-2e^{\frac{2\pi}{3}i};\ 3)\ z=2e^{-\frac{\pi}{3}i};\ 4)\ z=2e^{\frac{\pi}{3}i}.$$

4. Вычислить $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^8$.

1) $2^8(1-i)$; 2) $1-i$; 3) 2^8; 4) 1..

5. Найти все значения корня $\sqrt[3]{i}$.

1) $\pm\sqrt{3}+i,\ i$; 2) $\pm\sqrt{3}+i,\ -i$; 3) $\frac{1}{2}(\pm\sqrt{3}+i),\ i$; 4) $\frac{1}{2}(\pm\sqrt{3}+i),\ -i$.

6. Найти множество точек на комплексной плоскости , которое определяется условием $\operatorname{Im}\bar{z}^2 < 1$.

7. Какая линия определяется уравнением $\operatorname{Im}\left(\frac{1}{z}\right)=\frac{1}{2}$?

1) эллипс $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{1}=1$;

2) гипербола $x^2-y^2=1$;

3) окружность $x^2+(y+1)^2=1$;

4) парабола $x=(y+1)^2$.

8. В какой вектор перейдет вектор $-\sqrt{3}+3i$ после поворота на угол 90º?

1) $-\sqrt{3}+i\sqrt{3}$; 2) $-\sqrt{3}-i\sqrt{3}$; 3) $\sqrt{3}+i\sqrt{3}$;4) $\sqrt{3}-i\sqrt{3}$.

9. Найти угол, на который надо повернуть вектор $3\sqrt{2}+i2\sqrt{2}$, чтобы получить вектор $-5+i$.

1)$-\frac{3}{4}\pi$; 2) $-\frac{4}{3}\pi$; 3) $\frac{4}{3}\pi$; 4)$\frac{3}{4}\pi$.

10. Найти образ точки $z_0=3+5i$ при отображении $w=\frac{1}{\bar{z}-i}$.

1) $-\frac{2}{25}(1+2i)$; 2) $-\frac{1+2i}{15}$; 3) $\frac{1+2i}{15}$; 4) $\frac{1-2i}{15}$.

11. Найти модуль и главное значение аргумента функции $w=\operatorname{sh}z$ в точке $z_0=1+i\frac{\pi}{2}$.

1) $r=\operatorname{sh}1,\ \varphi_0=\frac{\pi}{2}$; 2) $r=\frac{1}{2}e^2,\ \varphi_0=-\frac{\pi}{2}$; 3) $r=\operatorname{ch}1,\ \varphi_0=\frac{\pi}{2}$; 4) $r=\frac{1}{2}(e-1),\ \varphi_0=-\frac{\pi}{2}$.

12. Представить в алгебраической форме комплексное число $\operatorname{arctg}(1+i)$.

1) $-\frac{\pi}{4}+i\ln\sqrt{5}$; 2) $-\frac{1}{2}\operatorname{arctg}2+\frac{i}{2}\ln\sqrt{5}$; 3) $\frac{\pi}{4}+\frac{i}{2}\ln\sqrt{5}$; 4) $\frac{1}{2}\operatorname{arctg}2+\frac{\ln 5}{2}i$.

13. Выяснить, какие из следующих функций являются аналитическими хотя бы в одной точке: а) $w=\bar{z}\operatorname{Re}z$; б) $w=\bar{z}\operatorname{Im}z$; в) $w=|z|\operatorname{Im}z$; г) $w=\operatorname{ch}z$.

1) а); 2) б), г); 3) в), г); 4) г.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.2)

1. Исследовать на сходимость ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n\sin in}{3^n}$.

1) расходится; 2) сходится условно; 3) сходится абсолютно.

2. Определить порядок нуля для функции $f(z)=\dfrac{z^3}{1+z-e^z}$.

1) простой нуль; 2) второго порядка 3) третьего порядка 4) пятого порядка.

3. Определить характер особой точки для функции $f(z)=\cos\dfrac{1}{z}$.

1) устранимая; 2)простой полюс; 3) существенно особая; 4) полюс второго порядка.

4. Найти вычет в особой точке функции $f(z)=e^{\frac{z}{z-1}}$.

1) 1; 2) e; 3) e^{-1}; 4) 2.

5. Вычислить интеграл $\int\limits_{|z|=1} z\,\mathrm{Im}\,z^2dz$ $(-\pi\le\arg z\le 0)$.

1) 0; 2) $\dfrac{\pi^2}{4}$; 3) $-\dfrac{\pi}{2}$; 4) $2i-1$.

6. С помощью интегральной формулы Коши вычислить интеграл $\int\limits_{|z|=4}\dfrac{dz}{(z^2+9)(z+9)}$ (окружность обходится против часовой стрелки).

1) 0; 2) $-\dfrac{\pi}{45}i$; 3) $4i-1$; 4) $-\dfrac{\pi}{4}$.

7. Вычислить интеграл $\int\limits_{|z-3|=6}\dfrac{zdz}{(z-2)^3(z+4)}$.

1) $2i-3$; 2) 0; 3) $-\dfrac{\pi}{27}i$; 4) $\dfrac{\pi}{4}$.

8. Вычислить интеграл $\int\limits_C\dfrac{dz}{z^4+1}$, $C:\ x^2+y^2=2x$.

1) 0; 2) $2\pi i$; 3) $-\dfrac{\pi i}{\sqrt{2}}$; 4) $-\dfrac{\pi}{3}$.

9. Вычислить интеграл $\int\limits_{-\infty}^{\infty}\dfrac{1}{1+x^6}dx$.

1) $3(i-1)$; 2) 0; 3) $2\pi i$; 4) $\dfrac{2}{3}\pi$.

10. Найти логарифмический вычет функции $f(z)=\left(e^z-2\right)^2$ относительно контура $C:\ |z|=8$.

1) 6; 2) -1; 3) 2; 4) 0.

11. Найти число корней уравнения $z^5+z^2+1=0$ в области $|z|<2$.

1) 0; 2) 2; 3) 3; 4) 5.

12. Какая из функций

1) $f(t)=b^t\eta(t),\ b>0,\ b\ne 1$; 2) $f(t)=\dfrac{1}{t-3}\eta(t)$; 3) $f(t)=t^t\eta(t)$; 4) $f(t)=e^{t^2}\eta(t)$

является функцией –оригиналом ($\eta(t)$ – функция Хевисайда)?

1) первая; 2) вторая; 3) третья; 4) четвертая.

13. Дифференцирование изображения осуществляется по формуле

1) $F^{(n)}(p) \risingdotseq (-t)^n f(t)$; 2) $F^{(n)}(p) \risingdotseq t^n f(t)$; 3) $F^{(n)}(p) \risingdotseq t^{-n} f(t)$; 4) $F^{(n)}(p) \risingdotseq (-t)^{-n} f(t)$.

14. Интегрирование изображения осуществляется по формуле

1) $\int_p^\infty F(p)dp \risingdotseq tf(t)$; 2) $\int_p^\infty F(p)dp \risingdotseq \frac{f(t)}{t}$; 3) $\int_p^\infty F(p)dp \risingdotseq f'(t)$; 4) $\int_p^\infty F(p)dp \risingdotseq \frac{f'(t)}{t}$.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.3)

1. Установите, какая из функций

1) $2e^{z^2}$; 2) $\sin z$; 3) $\cos z$; 4) ze^{2z}

имеет мнимую часть $v(x,\ y) = \cos x \operatorname{sh} y$ и проверьте, является ли она аналитической.

2. Приведите примеры линейных функций, осуществляющих преобразования:

а) верхней полуплоскости на себя;

б) верхней полуплоскости на нижнюю полуплоскость;

в) верхней полуплоскости на правую полуплоскость.

3. Докажите, что уравнение $ze^{\lambda - z} = 1$, где $\lambda > 1$, имеет в единичном круге $|z| \le 1$ единственный действительный положительный корень.