

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук
Кафедра вычислительной механики и математики

Утверждено на заседании кафедры
«Вычислительная механика и математика»
« 21 » января 2022 г., протокол № 5

Заведующий кафедрой



В.В. Глаголев

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ) ДЛЯ
ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО
ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**"Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Векторный
анализ и элементы теории поля." (Математика-4)**

**основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы бакалавриата**

по направлению подготовки
12.03.02 Опотехника

с направленностью (профилем)
Оптико-электронные приборы и системы

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 120302-01-22

Тула 2022 год

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ
фонда оценочных средств(оценочных материалов)

Разработчик:

Кузнецов А.В., доцент, к.ф.-м.н.
(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)



(подпись)

1. Описание фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Фонд оценочных средств (оценочные материалы) включает в себя контрольные задания и (или) вопросы, которые могут быть предложены обучающемуся в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю). Указанные контрольные задания и (или) вопросы позволяют оценить достижение обучающимся планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), установленных в соответствующей рабочей программе дисциплины (модуля), а также сформированность компетенций, установленных в соответствующей общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

Полные наименования компетенций и индикаторов их достижения представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

2. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

3 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

1. Вычислить $\iint_D \frac{3y^2}{1+x^2} dx dy$, где $D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$

2. Вычислить

$$\int_2^4 dx \int_{\frac{4}{x}}^x f(x, y) dy$$

3. Вычислить интеграл $\int_L \frac{x}{y} dl$, где L - дуга параболы $y^2 = 2x$, заключенная между точками $A(2,2)$ и $B(8,4)$

4. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (x^2 - y^2) dx$, если L - дуга параболы $y = x^2$ от точки $(0;0)$ до точки $(2;4)$.

5. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (8x + 4y + 2) dx + (8y + 2) dy$, если L - дуга параболы $y = \frac{2}{3}x^2$ от точки $(0;0)$ до точки $(3;6)$.

6. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_{\sigma} 2z^2 dS$ по части поверхности $\sigma: x^2 + y^2 + z^2 = 9$, отсекаемой плоскостью XOY ($z \geq 0$).

7. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_{\sigma} 3xdydz - ydxdz - zdx dy$, где σ – часть поверхности параболоида $9 - z = x^2 + y^2$ (нормальный вектор \vec{n} которой образует острый угол с ортом \vec{k}), отсекаемая плоскостью $z = 0$.

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

1. Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле $\iint_D (x + 2y) dx dy$, где

$$D: \{y = 1 - x^2, y = 0, y = x - x^2\}$$

2. Вычислить

$$\iint_D (12x^2 y^2 + 16x^3 y^3) dx dy;$$

$$D: x = 1, y = x^2, y = -\sqrt{x}.$$

3. Расставить пределы, перейдя к цилиндрическим координатам в $\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz$, если $V: x^2 + y^2 = 1; x^2 + y^2 = 3z; x = 0; y = 0; z = 0 (x \leq 0; y \leq 0)$.

4. Расставить пределы, перейдя к сферическим координатам в $\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz$,

$$\text{если } V: z = -\sqrt{36 - x^2 - y^2}; z = -\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}}.$$

5. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_{\sigma} (x + z) dy dz + (z + y) dx dy$,

где σ – внешняя сторона цилиндра $x^2 + y^2 = 1$, отсекаемая плоскостями $z = 0$ и $z = 2$

6. Найти точку, в которой градиент функции $z = \ln \frac{y}{x} - xy$ равен $2\vec{i}$.

7. В каких точках пространства градиент поля $u = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ перпендикулярен оси Oz ?

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f(x, y) dy$

2. Изменить порядок интегрирования: $\int_2^4 dx \int_{\frac{4}{x}}^x f(x, y) dy$

3. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

$$y = 5x^2 + 2, \quad y = 7,$$

$$z = 3y^2 - 7x^2 - 2,$$

$$z = 3y^2 - 7x^2 - 5.$$

4. Найти объём тела, ограниченный поверхностями: $z = x^2 + y^2$, $y = x^2$, $y = 1$, $z = 0$

5. Найти работу силы \mathbf{F} при перемещении вдоль линии L от точки M к точке N .

$$\mathbf{F} = (x^2 - 2y)\mathbf{i} + (y^2 - 2x)\mathbf{j},$$

L : отрезок MN ,

$$M(-4, 0), N(0, 2).$$

6. Найти поток векторного поля $\vec{a} = x\vec{i} + z\vec{j} - y\vec{k}$ через замкнутую поверхность

$$S: \begin{cases} z = 4 - 2(x^2 + y^2), \\ z = 2(x^2 + y^2) \end{cases} \quad (\text{нормаль внешняя}).$$

7. Найти циркуляцию векторного поля $\vec{a} = xz\vec{i} - \vec{j} + y\vec{k}$ вдоль контура

$$\Gamma: \begin{cases} z = 5(x^2 + y^2) - 1; \\ z = 4 \end{cases} \quad \text{в направлении, соответствующем движению против часовой}$$

стрелки, если смотреть из начала координат.

3. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

3 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

1. Вычислить $\iint_D (3yx^2 - 2x^3) dx dy$, где D : $0 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 2$

2. Вычислить $\iint_D (2x + 3y) dx dy$, где $D: 0 \leq x \leq 10, \frac{x}{5} \leq y \leq 2$

4. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L y \sqrt{x^2 + y^2} dl$, если $L: \begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 2 \sin t \end{cases}, t \in [0, \pi]$.

5. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L \frac{y}{x} dx + x dy$, $L: y = \ln x$ от точки $A(1;0)$ до точки $B(e;1)$.

6. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_{\sigma} \sqrt{1 + 4x^2 + 4y^2} dS$ по части поверхности $\sigma: z = 2 - x^2 - y^2$, отсекаемой плоскостью XOY ($z \geq 0$).

7. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_{\sigma} x^2 dy dz - z^2 dx dz + z dx dy$, где σ – часть поверхности параболоида $z = 3 - x^2 - y^2$ (нормальный вектор \bar{n} которой образует острый угол с ортом \bar{k}), отсекаемая плоскостью $z = 0$.

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

1. Вычислить $\iint_D (x + 2y) dx dy$, где $D: \{y = 1 - x^2, y = 0, y = x - x^2\}$.

2. Найти площадь, ограниченную линиями: $x + 3y = 0, 4 + x = y^2$

3. Пластинка D задана ограничивающими ее кривыми, μ – поверхностная плотность. Найти массу пластинки.

$D: x = 1, y = 0, y^2 = 4x \ (y \geq 0);$

$\mu = 7x^2 + y.$

4. Расставить пределы, перейдя к цилиндрическим координатам в $\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz$, если $V: z = -\sqrt{x^2 + y^2}; x^2 + y^2 = 4; y = 0; z = 0 \ (y \geq 0).$

5. Расставить пределы, перейдя к сферическим координатам в $\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz$,

если $V: z = \sqrt{x^2 + y^2}; z = 2.$

6. Найти угол между градиентами функции $u = x^2 + y^2 - z^2$ в точках $A(1;0;0)$ и $B(0;1;0)$.

7. Найти величину и направление наибольшего изменения функции $u = x^2(y^2 + z)$ в точке $M(4;1;-3)$.

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_1^2 dx \int_x^{2x} f(x, y) dy$
2. Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле $\iint_D x dx dy$ по области D , ограниченной линиями $y = 4, y = x^2$. Изменить порядок интегрирования
3. Найти массу пластинки, ограниченной линиями $x = 5y, x = 0, y = 2$ и имеющей переменную поверхностную плотность $\rho = 2x + 3y$.
4. Найти объём тела, ограниченный поверхностями: $z = x^2 + y^2, y = x^2, y = 1, z = 0$
5. Найти массу однородной дуги циклоиды

$$L: \begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}, t \in [0, 2\pi]$$
6. Найти поток векторного поля $\vec{a} = 2x\vec{i} + z\vec{k}$ через замкнутую поверхность $S: \begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ z = 2x^2 + 2y^2 + 1, z = 0 \end{cases}$ (нормаль внешняя).
7. Найти работу силы $\vec{F} = (x^2 + 2y)\vec{i} + (y^2 + 2x)\vec{j}$ при перемещении вдоль линии $L: 2 - \frac{x^2}{8} = y$ от точки $M(-4,0)$ к точке $N(0,2)$.