

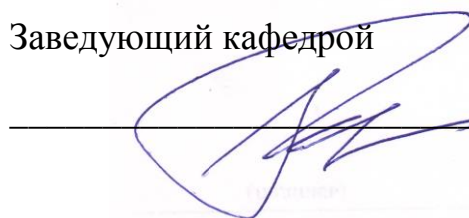
МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук  
Кафедра вычислительной механики и математики

Утверждено на заседании кафедры  
«Вычислительная механика и математика»  
«21» января 2022 г., протокол № 5

Заведующий кафедрой



В.В. Глаголев

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**  
**по проведению практических (семинарских) занятий**  
**по дисциплине (модулю)**  
**«Метод конечных элементов в механике твердого тела»**

**основной профессиональной образовательной программы**  
**высшего образования – программы магистратуры**

по направлению подготовки  
**01.04.03 Механика и математическое моделирование**

с направленностью (профилем)  
**Механика деформируемого твердого тела**

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 010403-01-22

Тула 2022

## Разработчик методических указаний

**Разработчик:**

Лавит И.М., проф., д.ф.-м.н., доц.

(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)



(подпись)

## **1. Цель работы**

Основная цель данной дисциплины – изучение студентами современных методов решения задач механики деформируемого твердого тела.

## **2. Практические задания по темам курса**

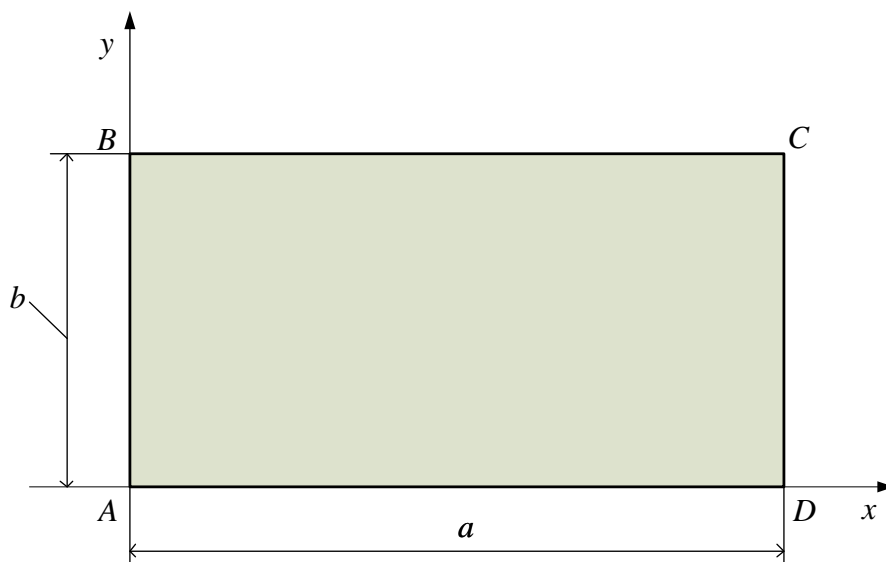
1. Вариационная постановка задач теории упругости. Вариационная постановка задач теории малых упругопластических деформаций. Динамические и квазистатические задачи.
2. Методы Ритца и Галеркина как основа метода конечных элементов.
3. Понятие конечного элемента. Функции формы.
4. Ограничения на функции формы.
5. Численное интегрирование по элементу. Локальные матрицы жесткости и массы.
6. Составление ансамбля конечных элементов. Принципы конечноэлементной дискретизации области.
7. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений с ленточной матрицей коэффициентов.
8. Метод прямых как метод решения динамических и упругопластических задач.
9. Изопараметрические конечные элементы.
10. Учет особенностей напряженного состояния в методе конечных элементов.

## **3. Темы выступлений на семинарах**

1. Вариационная постановка задач механики деформируемого твердого тела. Линейные и нелинейные задачи. Общие подходы к учету нелинейностей.
2. Вариационная постановка задач механики деформируемого твердого тела. Динамические задачи. Упругопластические задачи.
3. Основные положения метода прямых. Метод Кранка-Николсон как реализация метода прямых.
4. Плоская задача теории упругости. Треугольный конечный элемент. Его функции формы и матрица жесткости.
5. Плоская задача теории упругости. Прямоугольный конечный элемент. Его функции формы и матрица жесткости.
6. Плоская задача теории упругости. Изопараметрические конечные элементы. Сирендиповы и лагранжевы семейства изопараметрических конечных элементов.
7. Пространственные конечные элементы.
8. Конечные элементы для расчетов изгибных деформаций стержней. Интерполяционные полиномы Эрмита.
9. Конечные элементы для расчетов изгибных деформаций пластинок.
10. Конечные элементы для расчетов деформаций оболочек вращения.

#### 4. Темы аудиторных и домашних заданий

1.



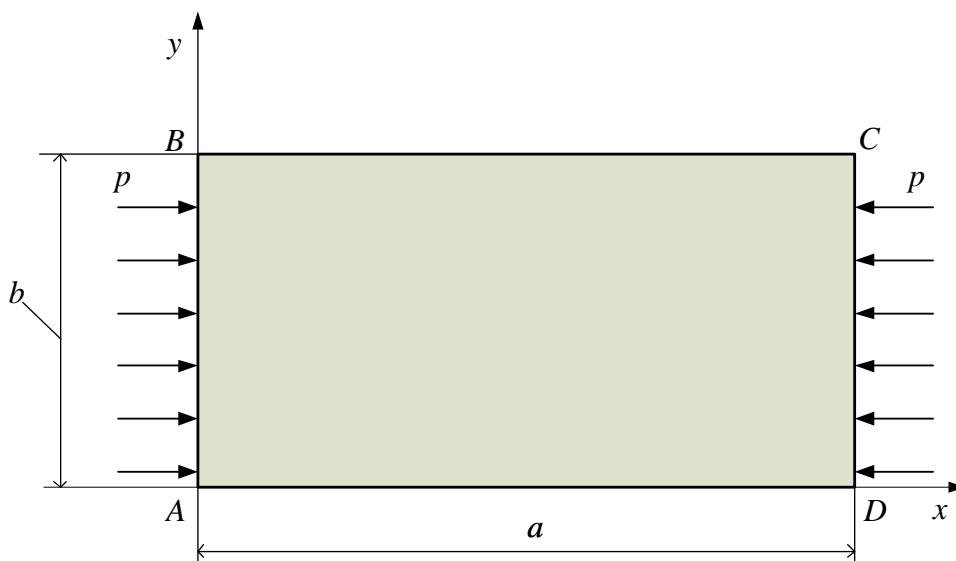
Пластика нагружается перпендикулярно своей плоскости. Распределенная нагрузка  $q = q(x, y) = \text{th}(\alpha x) \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right)$ , где  $\alpha$  – заданная постоянная. Сторона  $CD$  защемлена.

Кроме того, пластика шарнирно оперта в точках  $A$  и  $B$ .

Требуется:

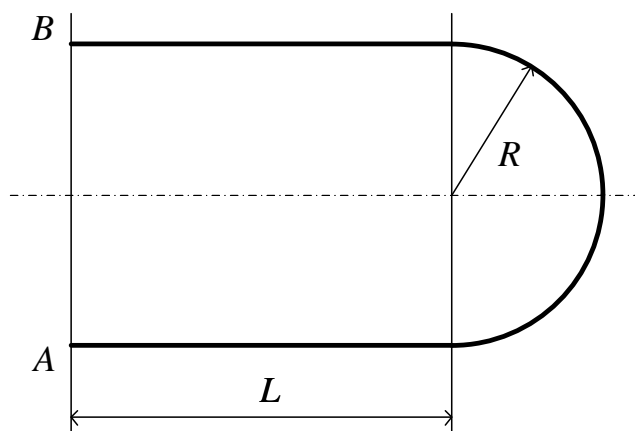
Построить графики зависимости интенсивности напряжений  $\sigma_i(0.5a, y)$ ,  $\sigma_i(x, 0.5b)$ , а также графики зависимости прогиба от координат  $w(0.5a, y)$ ,  $w(x, 0.5b)$ .

2.



Найти критическую нагрузку  $p$  при следующих граничных условиях: в точках  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , и  $D$  пластинка шарнирно оперта, причем точки  $A$  и  $B$  могут свободно смещаться в продольном направлении.

3.



1. Найти прогиб оболочки вращения постоянной толщины под действием внутреннего давления  $p$  и горизонтальной сосредоточенной силы, приложенной в точке пересечения оси вращения с оболочкой, при следующих граничных условиях: в сечении  $AB$  оболочка защемлена.

2. Построить эпюру прогиба по длине оболочки, а также эпюру максимальных по толщине значений интенсивности напряжений по длине оболочки.