

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук
Кафедра вычислительной механики и математики

Утверждено на заседании кафедры
«Вычислительная механика и математика»
« 21 » января 2022 г., протокол № 5

Заведующий кафедрой



В.В. Глаголев

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ) ДЛЯ
ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО
ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

" Функциональный анализ "

**основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы бакалавриата**

по направлению подготовки
01.03.03 Механика и математическое моделирование
с направленностью (профилем)
Механика деформируемого твердого тела

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 010303-01-22

Тула 2022 год

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ
фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Разработчик:

Инченко О.В., к.ф.-м..н.

(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)

(подпись)

1. Описание фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Фонд оценочных средств (оценочные материалы) включает в себя контрольные задания и (или) вопросы, которые могут быть предложены обучающемуся в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю). Указанные контрольные задания и (или) вопросы позволяют оценить достижение обучающимся планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), установленных в соответствующей рабочей программе дисциплины (модуля), а также сформированность компетенций, установленных в соответствующей общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

Полные наименования компетенций и индикаторов их достижения представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

2. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

1. На множестве X задана метрика $\rho(x, y) = \begin{cases} 1, & x \neq y, \\ 0, & x = y, \end{cases}$ найти фундаментальные последовательности в этом пространстве.
2. Функция $f(x)$ на отрезке $[a, b]$ имеет ограниченную производную $|f'(x)| \leq A$ будет ли она с ограниченным изменением?
3. Интегральное уравнение $x(t) = \lambda \int_a^b K(t, s)x(s)ds + f(t)$ есть уравнение?
4. Найти пополнение пространства рациональных чисел Q с метрикой $\rho(x, y) = |x - y|$.
5. Сходится ли последовательность $\{f_n(t) = t^n - t^{2n}\}$ в пространстве $C[0, 1]$?

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

1. Сопряжённый оператор A^* в евклидовом пространстве определяется... ?
2. Норма линейного оператора A в нормированном пространстве равна... ?
3. Полна ли система $\{1, x, x^2, \dots, x^n, \dots\}$ в пространстве $C[0, 1]$?
4. Нормированное пространство называется банаховым, если... ?
5. Эвклидово пространство называется гильбертовым, если... ?

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)

1. Сопряжённый оператор A^* в евклидовом пространстве определяется.... ?
2. Норма линейного оператора A в нормированном пространстве равна....?
3. Полна ли система $\{1, x, x^2, \dots, x^n, \dots\}$ в пространстве $C[0,1]$?
4. Нормированное пространство называется банаховым, если...?
5. Эвклидово пространство называется гильбертовым, если?
6. Найти преобразование Фурье функции $f(x) = e^{|x|}$.

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.1)

1. Функция $\sin nx$ будет ли с ограниченным изменением на интервале $(0, 2\pi)$?
2. Функция с ограниченным изменением есть сумма функций:?
3. Имеет ли предел в пространстве $C[0,1]$ последовательность $\{f_n(t) = t^n\}$?
4. Обобщённая производная функции $f(x) = \begin{cases} 0, x < 0; \\ 1, x \geq 0. \end{cases}$ есть....?
5. Ортонормированная система в гильбертовом пространстве H полна, если...?

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.2)

1. Будет ли линейный оператор $Af(t) = \frac{f(t) + f(-t)}{2}$ в пространстве $C[-1,1]$ проекционным?
2. Разложить по полной ортонормированной системе $1/2, \cos nx, \sin x$ функцию $f(x) = x$ на интервале $(-\pi; \pi)$.
3. Найти норму $f(x) = 1 + x$ в пространстве $L_2[0,1]$.
4. Найти норму линейного оператора A в евклидовом пространстве R^3 , имеющим матрицу B в ортонормированном базисе.
5. Найти разложение в ряд Фурье функции $f(x) = 1 - x$ на интервале $(-\pi; \pi)$.

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.3)

1. Найти норму проекционного оператора в гильбертовом пространстве.
2. Чему равны коэффициенты Фурье вектора $f \in l_2$ в ортонормированном базисе?
3. Найти преобразование Фурье $f(x) = \begin{cases} e^{-x}, x \in [-a, a]; \\ 0, x \notin [0,1] \end{cases}$
4. Имеет ли предел в пространстве $C[0,1]$ последовательность $f_n(t) = t^n - t^{2n}$?

5. Найти значения $\alpha_k, 1 \leq k \leq n$, при которых $\left\| f - \sum_{k=1}^n \alpha_k \right\|$ наименьшая в гильбертовом пространстве для данного $f \in C[a, b]$ полным?

3. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

1. Вычислить интеграл Лебега $\int_0^1 f(x) d\mu$, где $f(x) = \begin{cases} 0, & x \in Q \\ 2, & x \notin Q \end{cases}$, здесь Q - множество рациональных чисел.
2. Найти норму линейного функционала $f(x) = (g, x)$ в гильбертовом пространстве H для фиксированного g .
3. Найти сопряжённый оператор A^* в пространстве $L_2[0,1]$.
 $Ax(t) = tx(t) + x(t)$ в пространстве $C[0,1]$.
4. Обобщённая производная функции $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ 1, & x \geq 0. \end{cases}$ есть....?

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

1. Найти преобразование Фурье функции $f(x) = e^{|x|}$.
2. Будет ли ортогональное дополнение к множеству M линейным подпространством в гильбертовом пространстве?
3. Найти проекцию вектора $f = \{1; 2; -1\}$ на подпространства натянутое на вектор $g = (2, 2, 2)$ евклидовом пространстве R^3 .
4. Найти интеграл Лебега $\int_0^1 f(x) d\mu$, если $f(x) = \begin{cases} 2 \cdot x - \text{рациональное} \\ 1, & x - \text{иррациональное} \end{cases}$.
5. Будет ли ортогональное дополнение к множеству M линейным подпространством в гильбертовом пространстве?

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор компетенции ОПК-1.3) для оценки сформированности индикатор достижения

1. Найти интеграл Лебега-Стилтьеса $\int_0^4 f(x)dg(x)$, где $f(x) = 3x$,
$$g(x) = \begin{cases} x-1, & x \in [0,1); \\ x+2, & x \in [1,2]; \\ x+3, & x \in (2,4] \end{cases}$$
2. Найти норму линейного оператора $Ax(t) = tx(t) + x(t)$ в пространстве $C[0,1]$.
3. Найти размерность образа линейного оператора $Ax(t) = tx(t) + x(t)$ в пространстве $C[0,1]$.
4. Найти меру Лебега счётного множества.

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор компетенции ОПК-2.1) для оценки сформированности индикатор достижения

1. Полна ли система $\{1, x, x^2, \dots, x^n, \dots\}$ в пространстве $C[0,1]$?
2. Найти пополнение пространства рациональных чисел Q с метрикой $\rho(x, y) = |x - y|$.
3. Имеет ли предел в пространстве $C[0,1]$ последовательность $\{f_n(t) = t^n\}$?
4. Эвклидово пространство называется гильбертовым, если?
5. Найти матрицу сопряжённого оператора в евклидовом пространстве R^3 , имеющим матрицу B в ортонормированном базисе.

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор компетенции ОПК-2.2) для оценки сформированности индикатор достижения

1. Функция $f(x)$ на отрезке $[a, b]$ имеет ограниченную производную $|f'(x)| \leq A$ будет ли она с ограниченным изменением?
2. Вычислить интеграл Лебега-Стилтьеса $\int_0^3 f(x)dg(x)$, если $f(x) = 2x - 1$,
$$g(x) = \begin{cases} x, & x < 1, \\ x + 2, & 1 \leq x. \end{cases}$$
3. Решить интегральное уравнение $x(t) = \lambda \int_0^1 (t + ts)x(s)ds$.
4. Будет ли единичная сфера $\{\|x\| = 1\}$ в пространстве l_2 компактным?

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.3)

1. В евклидовом пространстве R^3 оператор $A: R^3 \rightarrow L(e_1, e_2, e_3)$, где $L(e_1, e_2, e_3)$ линейное подпространство, натянутое на базисные векторы e_1, e_2 и e_3 . Записать матрицу оператора A в базисе (e_1, e_2, e_3) .
2. Найти норму линейного функционала $f(x) = \int_0^1 (t+1)x(t)dt$ в пространстве $L_2[0,1]$.
3. Найти функцию скачков функции $f(x) = \{x\}$ (дробная часть числа x) на отрезке $[1;3]$.
4. Найти сопряжённый оператор A^* к линейному оператору $Ax = (x_3, x_4, \dots)$ в пространстве l_2 .