

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук
Кафедра «Вычислительная механика и математика»

Утверждено на заседании кафедры
«Вычислительная механика и математика»
«21» июня 2022 г., протокол № 5

Заведующий кафедрой

_____ В.В. Глаголев

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по проведению практических (семинарских) занятий
по дисциплине (модулю)
«Функциональный анализ»

основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы бакалавриата

по направлению подготовки
01.03.03 Механика и математическое моделирование

с направленностью (профилем)
Механика деформируемого твердого тела

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 010303-01-22

Тула 2022

Разработчик методических указаний

Разработчик:

Инченко О.В., к.ф.-м..н.

I. Цели и задачи практических занятий

Целью освоения дисциплины «Функциональный анализ» является овладение методами функционального анализа при моделировании с использованием современных математических методов.

Задачами освоения дисциплины являются выработка умений:

- использовать теорию линейных функционалов и операторов,
- использовать теорию Рисса-Шаудера и Гильберта-Шмидта,
- решать простейшие интегральные уравнения второго рода.

Целями и задачами практических занятий по функциональному анализу являются приобретение навыков решения практических задач по теории линейных функционалов и операторов, теории Рисса-Шаудера и теории Гильберта-Шмидта, теории интегральных уравнений и закрепление основных понятий, определений и свойств объектов функционального анализа.

№ ПЗ	Тема практического занятия	Кол-во академических часов
1.	Множества, алгебра множеств, мощность множества.	2
2.	Метрические пространства, открытые и замкнутые множества, сходимость.	2
3.	Компактные множества, полнота и пополнение пространства.	2
4.	Принцип сжимающих отображений, критерий Хаусдорфа. Компактные множества в пространстве L_1 .	2
5.	Нормированные пространства	2
6.	Линейные нормированные пространства.	2
7.	Линейные функционалы.	2
8.	(Контрольная работа № 1)	2
9.	Сопряженные пространства и их примеры.	2
10.	Дифференцируемые функционалы, их производные.	2
11.	Линейные интегральные уравнения	2
12.	Уравнение Эйлера. Вариационные задачи.	2
13.	Мера Лебега.	2
14.	Интеграл Лебега.	2
15.	Предельный переход под знаком интеграла Лебега.	2
16.	(Контрольная работа № 2)	2
Итого:		32

II. Методические указания к проведению практических занятий

Практическое занятие №1

Тема. Множества, алгебра множеств, мощность множества.

Цель. Изучить понятия множества, алгебры множеств, мощности множества.
Рассмотреть основные примеры.

План проведения занятия

1. Понятия множества, алгебры множеств, мощности множества.
2. Рассмотрение примеров.

[1] №1.1, 1.2, 1.3,

3. Самостоятельная работа студентов.

[1] №1.9(в,г); 1.10

4. Подведение итогов, выставление оценок.

5. Домашнее задание.

[1] №1.9(а,б); 1.11(а,б,в);

Практическое занятие №2

Тема. Метрические пространства, открытые и замкнутые множества, сходимость.

Цель. Изучить понятие метрического пространства, рассмотреть примеры метрических пространств.

План проведения занятия

3. Информация о метрических пространствах, открытых и замкнутых множествах, сходимости.
4. Рассмотрение примеров.

[3] №1.1, 1.3

3. Самостоятельная работа студентов.

[3] №1.8; [1] №3.1

4. Подведение итогов, выставление оценок.

5. Домашнее задание.

[3] №1.9; 1.10.

Практическое занятие №3

Тема. Компактные множества, полнота и пополнение пространства.

Цель. Изучить понятия компактного множества, полноты множества.

План проведения занятия

1. Понятия компактного множества, полноты множества. Пополнение пространства

2. Рассмотрение примеров.

[1] № 3.10; 3.11.

3. Самостоятельная работа студентов.

[1] № 3.9; [3] №4.19(г,д,е,ж)

4. Подведение итогов, выставление оценок

5. Домашнее задание

[1] № 3.15; [3] №4.19(а,б,в)

Практическое занятие №4

Тема. Принцип сжимающих отображений, критерий Хаусдорфа. Компактные множества в пространстве L_1 .

Цель. Изучить принцип сжимающих отображений, критерий Хаусдорфа. Рассмотреть компактные множества в пространстве L_1 .

План проведения занятия

1. Информация о принципе сжимающих отображений, критерии Хаусдорфа.

2. Рассмотрение примеров.

[3] №5.9; 5.12; [1]№ 3.14

3. Самостоятельная работа студентов.

[1] №11.3(в,г); 11.5(а-е).

4. Подведение итогов, выставление оценок

5. Домашнее задание

[3] №5.14.

Практическое занятие № 5

Тема. Нормированные пространства

Цель. Изучить методы нахождения нормы

План проведения занятия

1. Информация о методах нахождения нормы.

2. Рассмотрение примеров.

[2] № 1.22(а,б); 1.26 (а)

3. Самостоятельная работа студентов.

[2] № 1.22(в,г,д); 1.26 (в)

4. Подведение итогов, выставление оценок

5. Домашнее задание

[2] № 1.22(е,ж); 1.26 (б), [3] № 1.28

Практическое занятие № 6

Тема. Линейные нормированные пространства.

Цель. Изучить линейные нормированные пространства.

План проведения занятия

1. Информация о линейных нормированных пространствах.

2. Рассмотрение примеров.

[2] № 1.37(а,б); 1.50.

3. Самостоятельная работа студентов.

[2] № 1.51; [3] № 1.24.

указание: при доказательстве обратимости линейного оператора, действующего на всем банаховом пространстве, надо показать его биективность и замкнутость образа, принадлежащего банаховому пространству.

4. Подведение итогов, выставление оценок

5. Домашнее задание

[3] № 1.23 (а,б,в).

Практическое занятие №7

Тема. Линейные функционалы.

Цель. Изучить методы нахождения нормы функционала. Изучить вид функционалов в основных пространствах.

План проведения занятия

1. Информация о способах нахождения нормы линейного функционала.

2. Рассмотрение примеров.

[2] №11.3(а,б)

3. Самостоятельная работа студентов.

[2] №11.3(б,г); 11.5(а-е).

указание: при нахождении нормы линейного функционала сначала делается оценка нормы, а затем отыскивается либо элемент, на котором норма достигается, либо последовательность на которой значения функционала стремятся к предполагаемой норме. Последовательность элементов входит в единичный шар.

4. Подведение итогов, выставление оценок

5. Домашнее задание

[2] №11.3(д-з); 11.4; 11.5(ж-м).

Практическое занятие №8

Проведение контрольной работы

Практическое занятие №9

Тема. Сопряженные пространства и их примеры.

Цель. Изучение сопряженных пространств.

План проведения занятия

1. Информация о сопряженных пространствах.
2. Рассмотрение примеров.
[2] №12.3; 12.4.
3. Самостоятельная работа студентов.
[2] №12.6; 12.9.
4. Подведение итогов, выставление оценок
5. Домашнее задание
[2] №12.7; 12.8

Практическое занятие №10

Тема. Дифференцируемые функционалы, их производные.

Цель. Изучить дифференцируемые функционалы и их производные.

План проведения занятия

1. Информация о дифференцируемых функционалах, их производных.
2. Рассмотрение примеров.
[1] №7.1(a); 7.5.
3. Самостоятельная работа студентов.
[1] № 7.1(б); 7.2(a,б); [3] № 9.3; 9.12
4. Подведение итогов, выставление оценок

5. Домашнее задание

[1] № 7.2(в,г), 7.7; [3] № 9.13

Практическое занятие №11

Тема. Линейные интегральные уравнения.

Цель. Изучение линейных интегральных уравнений.

1. План проведения занятия

1. Информация о линейных интегральных уравнениях.

2. Рассмотрение примеров.

[3] №17.1; 17.3; 17.7.

3. Самостоятельная работа студентов.

[3] №17.2; 17.4; 17.10.

4. Подведение итогов, выставление оценок

5. Домашнее задание

[3] №17.5; 17.6

Указание: при решении интегральных уравнений второго рода с вырожденным ядром воспользоваться методом сведения к системе линейных уравнений ненулевым определителем.

Практическое занятие №12

Тема. Уравнение Эйлера. Вариационные задачи.

Цель. Изучение уравнений Эйлера. Рассмотрение вариационных задач.

План проведения занятия

1. Информация об уравнениях Эйлера, вариационных задачах.

2. Рассмотрение примеров.

[2] № 30.3; 30.4 (а,б)

3. Самостоятельная работа студентов.

[2] № 30.4 (в-з); 30.5 (а).

4. Подведение итогов, выставление оценок

5. Домашнее задание

[2] № 30.4 (и,к); 30.5 (б,в).

Практическое занятие №13

Тема. Мера Лебега.

Цель. Изучение меры Лебега.

План проведения занятия

1. Информация о мере Лебега.

2. Рассмотрение примеров.

[2] № 21.1 (а, в).

3. Самостоятельная работа студентов.

[2] №21.1 (в, г); 21.2 (а, б).

указание: при рассмотрении условий применимости теории Рисса-Шаудера необходимо исследовать ядро интегрального оператора с целью выяснения его вполне непрерывности.

4. Подведение итогов, выставление оценок

5. Домашнее задание

[2] №21.1 (д-з).

Практическое занятие №14

Тема. Интеграл Лебега.

Цель. Изучение интеграла Лебега.

План проведения занятия

1. Информация об интеграле Лебега.

2. Рассмотрение примеров.

[2] №22.1 (а, б).

3. Самостоятельная работа студентов.

[2] №22.1 (г); 22.4 (а, б).

4. Подведение итогов, выставление оценок

5. Домашнее задание

Практическое занятие №15

Тема. Предельный переход под знаком интеграла Лебега.

Цель. Изучение интеграла Лебега.

План проведения занятия

1. Информация о интеграле Лебега.

2. Рассмотрение примеров.

[2] №22.7; 22.9

3. Самостоятельная работа студентов.

[2] №22.8 (а, б); 21.10.

4. Подведение итогов, выставление оценок

5. Домашнее задание

[2] №22.8 (в-е).

Практическое занятие №16

Проведение контрольной работы

Библиография

1. Князев П.Н. Функциональный анализ. – Минск.: «Высшая школа», 1985.– 206с.
2. Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С. Задачи и упражнения по функциональному анализу. – М.: Физматлит, 2006.– 240с.
3. Глазырина П.Ю., Дейкалова М. В., Коркина Л. Ф. Функциональный анализ. Типовые задачи. – Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2016. – 214 с.