


МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук
Кафедра «Прикладная математика и информатика»

Утверждено на заседании кафедры
«Прикладная математика и информатика»
24 января 2022 г., протокол № 5

Заведующий кафедрой

 М.В. Грязев

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ) ДЛЯ
ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО
ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

«Методы оптимизации»

**основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы бакалавриата**

по направлению подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

с направленностью (профилем)

Прикладная математика и информатика

Форма обучения: очная

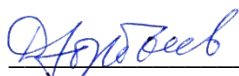
Идентификационный номер образовательной программы: 010302-01-22

Тула 2022 год

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ
фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Разработчик:

Горбачев Дмитрий Викторович, профессор, д.ф.-м.н.
(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)


(подпись)

1. Описание фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Фонд оценочных средств (оценочные материалы) включает в себя контрольные задания и (или) вопросы, которые могут быть предложены обучающемуся в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю). Указанные контрольные задания и (или) вопросы позволяют оценить достижение обучающимся планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), установленных в соответствующей рабочей программе дисциплины (модуля), а также сформированность компетенций, установленных в соответствующей общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

Полные наименования компетенций и индикаторов их достижения представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

2. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.1)

1. Введение в теорию конечномерных экстремальных задач
2. Общая постановка экстремальной задачи. Основные определения
3. Примеры из разных областей науки и техники
4. Гладкая задача без ограничений. Прикладной пример, постановка задачи
5. Необходимые и достаточные условия экстремума в одномерном случае. Примеры

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-7 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-7.1)

1. Многомерная гладкая задача без ограничений. Необходимое условие экстремума
2. Квадратичные формы. Достаточное условие экстремума. Примеры
3. Решить задачи:

1. Выяснить знакоопределенность матрицы
$$\begin{pmatrix} 6 & -5 & 2 \\ -5 & 6 & 1 \\ 2 & 1 & 9 \end{pmatrix}.$$

2.
$$x_1 x_2^2 x_3^3 (7 - x_1 - 2x_2 - 3x_3) \rightarrow \text{extr}.$$

4. Гладкая задача с равенствами. Прикладной пример, постановка задачи
5. Необходимые и достаточные условия экстремума. Теорема Вейерштрасса и ее следствие. Примеры

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.2)

1. Гладкая задача с равенствами и неравенствами. Прикладной пример, постановка задачи. Решение сведением к изученным задачам. Примеры.
2. Логистическая регрессия
3. Выпуклая задача. Элементы выпуклого анализа
4. Выпуклая задача, теорема о совпадении локального и глобального экстремума
5. Субдифференциал. Необходимое и достаточное условие экстремума в безусловном случае

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-7 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-7.2)

1. Задача выпуклого программирования. Постановка задачи, частные случаи
2. Теорема Куна–Таккера. Примеры

3. Решить задачи:

1. Выяснить знакоопределенность матрицы $\begin{pmatrix} 5 & 5 & 4 \\ 5 & 9 & 6 \\ 4 & 6 & 6 \end{pmatrix}$.

2. $e^{x_1^2 - x_2} (5 - 2x_1 + x_2) \rightarrow \text{extr}.$

3. $x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}, \quad 5x_1^2 + 4x_1x_2 + x_2^2 = 1.$

4. Решить задачи:

1. $3x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr},$

$x_1^2 + x_2^2 \leq 40, \quad x_1^2 + x_2^2 \geq 4, \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$

2. $x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2 + |x_1 - x_2 + 1| \rightarrow \min.$

5. Решить задачи:

1. $x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 - 10x_2 + 26 \rightarrow \text{extr},$

$x_1 - 2x_2 \geq -4, \quad 5x_1 + 2x_2 \leq 20, \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$

2. $x_1^2 + x_2^2 + \max\{2x_1, x_2\} \rightarrow \min.$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.3)

1. Введение в линейное программирование. Исторический экскурс, пример Канторовича, методы решения. Постановка задачи.
2. Линейное программирование: особенности задачи
3. Линейное программирование: экономический смысл
4. Линейное программирование: геометрическая интерпретация
5. Симплекс-метод. Постановка задачи в канонической форме. Идея симплекс-метода.

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-7 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-7.3)

1. Описание симплекс-метода. Пример
2. Примеры задач линейного программирования
3. Линейное программирование: метод искусственного базиса нахождения начальной крайней точки
4. Линейное программирование: задачи с равенствами и неравенствами. Примеры
5. Решить задачи:

1)
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &\rightarrow \max, \\ x &\geq 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 &= 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 &= 3, \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 &= 1, \\ x^0 &= (0, 0, 0, 1) \end{aligned}$$

2)
$$\begin{aligned} -x_1 - 4x_4 &\rightarrow \min, \\ x &\geq 0, \\ -x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 5x_5 &= 13, \\ -2x_1 + 2x_2 + 4x_4 + x_5 &= 5, \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 &= 5 \end{aligned}$$

3. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.1)

1. Решить задачи:

$$\begin{array}{ll}
2x_1 + x_2 + x_3 + 7x_4 - 2x_5 \rightarrow \max, & 35x_1 + 20x_2 \rightarrow \min, \\
x \geq 0, & x \geq 0, \\
1) \quad x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1, & 2) \quad x_1 + 2x_2 \geq 7, \\
2x_1 + x_2 + x_3 - x_5 = 7, & x_1 + x_2 \geq 6, \\
x_1 + 2x_2 + x_3 - 7x_4 + x_5 = 6, & 5x_1 + 2x_2 \geq 18 \\
x^0 = (2, 1, 2, 0, 0) &
\end{array}$$

2. Двойственность в линейном программировании.
3. Преобразование Лежандра. Вывод двойственных задач, связь между ними. Экономический смысл двойственной задачи линейного программирования.
4. Двойственный симплекс-метод. Пример
5. Транспортная задача. Постановка задачи. Методы нахождения начальной крайней точки.

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-7 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-7.1)

1. Метод потенциалов. Пример
2. Задача квадратичного программирования. Прикладной пример, постановка задачи.
3. Применение теоремы Куна–Таккера.
4. Решение задачи квадратичного программирования при помощи линейного программирования. Пример
5. Методы одномерной оптимизации. Общие сведения о численных методах оптимизации.

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.2)

1. Методы половинного деления и золотого сечения.
2. Метод Ньютона одномерной оптимизации
3. Методы многомерной оптимизации
4. Метод покоординатного спуска
5. Градиентные методы

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-7 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-7.2)

1. Метод Ньютона многомерной оптимизации
2. Задачи с ограничениями
3. Метод внутренней точки решения задачи линейного программирования
4. Методы глубокого обучения
5. Задача вариационного исчисления, задача о брахистохроне

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.3)

1. Постановка простейшей задачи вариационного исчисления.
2. Уравнение Эйлера, его интегралы.
3. Решение задачи о брахистохроне.
4. Задача оптимального управления.
5. Задача о быстродействии, управление.

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-7 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-7.3)

1. Принцип максимума Понтрягина.
2. Решение простого варианта задачи о быстродействии
3. Ответить на вопрос и решить задачи:

1. Гладкая экстремальная задача
 2. $(x_1^2 + x_2^2)(e^{x_1^2 + x_2^2} - 1) \rightarrow \text{extr}$
 3. $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \rightarrow \text{extr}, \quad x_1 - x_2 + x_3 = -1, \quad x_1 + x_2 - x_3 = 1/2$
 4. $5x_3 + 10x_4 - 8x_1 - 2x_2 \rightarrow \min, \quad x \geq 0,$
 $x_1 - 3x_2 - x_3 - 10x_4 \geq -25,$
 $2x_1 + x_2 + x_3 + 5x_4 \leq 10,$
 $10x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 5x_4 \leq 26$
4. Ответить на вопрос и решить задачи:
1. Выпуклая экстремальная задача
 2. $x_1^2 - x_2^2 - 4x_1 - 6x_2 \rightarrow \text{extr}$
 3. $x_1^2 + x_2^2 \rightarrow \text{extr}, \quad x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 \leq 1, \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$
 4. $-2x_1 + x_2 - x_3 + x_5 \rightarrow \max, \quad x \geq 0,$
 $-2x_2 + x_4 + x_5 = -3,$
 $x_3 - 2x_4 = 2,$
 $x_1 + 3x_2 - x_4 \leq 5,$
 $x_1 + x_2 \geq -3$
5. Ответить на вопрос и решить задачи:
1. Задача выпуклого программирования
 2. $x_1 + x_2 - x_1x_2 + 4 \ln x_1 \rightarrow \text{extr}$
 3. $x_1 - x_2 \rightarrow \text{extr}, \quad x_1^2 - 4x_1x_2 + 5x_2^2 = 1$
 4. $x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 6x_5 \rightarrow \min, \quad x \geq 0,$
 $x_3 + x_5 = 3,$
 $x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 + 9x_5 = 18,$
 $x_1 + 5x_2 + 2x_4 + 8x_5 = 13$

4. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения промежуточной аттестации обучающихся (защиты курсовой работы (проекта)) по дисциплине (модулю)

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.1)

1. Одномерные прямые методы: деления пополам
2. Одномерные прямые методы: Фибоначчи
3. Одномерные прямые методы: золотого сечения
4. Одномерные гладкие методы: Ньютона разного порядка
5. Одномерные гладкие методы: секущих

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-7 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-7.1)

1. Многомерные прямые методы: покоординатного спуска
2. Многомерные прямые методы: Гаусса–Зейделя
3. Многомерные прямые методы: Хука–Дживса
4. Многомерные прямые методы: Розенброка
5. Многомерные прямые методы: деформируемого многогранника (Нелдера–Мида)

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.2)

1. Многомерные гладкие методы (безусловный случай): сопряженных градиентов

2. Многомерные гладкие методы (безусловный случай): наискорейшего спуска
3. Многомерные гладкие методы (безусловный случай): Ньютона
4. Многомерные гладкие методы (безусловный случай): квази-метода Ньютона
5. Многомерные гладкие методы (безусловный случай): Ньютона большего порядка

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-7 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-7.2)

1. Методы нелинейного программирования (условный случай): возможных направлений
2. Методы нелинейного программирования (условный случай): штрафных функций
3. Методы нелинейного программирования (условный случай): барьерных функций
4. Методы нелинейного программирования (условный случай): внутренней точки
- Методы нелинейного программирования (условный случай): задача полуопределенного программирования
5. Методы решения транспортной задачи: венгерский

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.3)

1. Методы решения задачи линейного программирования: Данцига (симплекс-методом)
2. Методы решения задачи линейного программирования: Кармаркара (внутренней точки)
3. Методы решения задачи квадратичного программирования: симплекс-методом
4. Методы решения задачи квадратичного программирования: Гилберта–Джонсона–Кёрти
5. Методы решения транспортной задачи: потенциалов

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-7 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-7.3)

1. Методы решения дискретных задач: Гомори
2. Методы решения дискретных задач: Беллмана
3. Методы решения дискретных задач: ветвей и границ
4. Методы решения дискретных задач: задач на графах
5. Решение прикладных задач экстремального характера: определение расстояния между выпуклыми многогранниками