

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук
Кафедра «Прикладная математика и информатика»

Утверждено на заседании кафедры
«Прикладная математика и информатика»
24 января 2022 г., протокол № 5

Заведующий кафедрой

 М.В. Грязев

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по самостоятельной работе студентов
по дисциплине (модулю)
«Финансовая и актуарная математика»

основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы бакалавриата

по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика

с направленностью (профилем)
Прикладная математика и информатика

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 010302-01-22

Тула 2022 год

Разработчик методических указаний

Ларин Н.В., доцент каф. ПМИИ, к.ф.-м.н., доцент
(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)



(подпись)

Предлагаемые ниже задачи предназначены для самостоятельного решения и закрепления материала, изучаемого на лекциях.

Рекомендуется использовать основную литературу по изучаемому курсу:

1. Ларин Н.В., Кочетыгов А.А. Основы финансовой и актуарной математики: Учеб. пособие / Тул. гос. ун-т. – Тула, 2011. – 240 с.
2. Кочетыгов А.А. Финансовая и актуарная математика: Учеб. пособие, Тул. гос. ун-т. 2003. – 340 с.

Контрольные задачи для самостоятельного решения

1. Курс спот акции составляет 140 руб., а через 4 месяца на нее выплачивается дивиденд, непрерывно начисляемая ставка которого равна 9%, ставка без риска 11%. Определить форвардную цену, если контракт заключается на 4 месяца, выплата дивиденда происходит до поставки акции по контракту.

2. Цена спот акции равна 250 руб. Через три и шесть месяцев на нее выплачиваются дивиденды по 15 руб. Непрерывно начисляемая ставка без риска на три месяца составляет 9%, а на шесть месяцев – 12%. Определить форвардную цену акции.

3. Пусть инвестор заключает форвардный контракт на поставку через полгода одной акции некоторой компании. В момент заключения соглашения цена спот акции равна 730 руб., а непрерывно начисляемая ставка без риска составляет 10%. Какой должна быть цена поставки?

4. Текущая цена акции – 80\$. Инвестор покупает опцион колл и пут со сроком исполнения через 3 месяца и ценой исполнения 72\$. Премия опционов – по 2,5\$. Каков выигрыш инвестора?

5. Инвестор заключает форвардный контракт на поставку через полгода одной акции некоторой компании. В момент заключения соглашения цена спот акции равна 250 руб., а непрерывно начисляемая ставка без риска составляет 10%. Пусть через 3 месяца покупатель решил продать свой контракт. Цена акции в этот момент составляет 270 руб. Сколько должен стоить этот контракт?

6. Курс спот акции составляет 185 руб., а через 3 месяца на нее выплачивается дивиденд, непрерывно начисляемая ставка которого равна 7%, ставка без риска 9%. Определить стоимость контракта, если контракт продается за два месяца до его истечения, и цена спот акции в этот момент равна 195 руб.

7. Заключили контракт на поставку акции через 3 месяца с ценой поставки 75 руб. Прошел месяц, и цена спот на эту акцию составляет 80 руб. За сколько можно продать этот контракт, если непрерывно начисляемая ставка равна 7%, ставка без риска 9%?

8. Цена спот единицы иностранной валюты = 17 руб. Определить стоимость валюты через 3 месяца, если непрерывно начисляемые ставки без риска для национальной и иностранной валюты соответственно равны 9% и 5%.

9. Инвестор приобрел два фьючерсных контракта номиналом 600 руб. на 91 день по индексной цене 90,6, заплатив начальную маржу 32 руб. и через 20

дней продал их по цене 90,8. Каков годовой эффективный процент этой сделки?

10. Инвестор купил 2 контракта по цене 92 руб. с целью получить на день поставки два депозита на общую сумму 3 млн. руб. Котировочная ставка актива на момент поставки составила 8,3%. Какова эффективность сделки?

11. Определить фьючерсную цену векселя номиналом 3 млн. руб. со сроком погашения 90 дней, если форвардная ставка на этот период составляет 3,8%.

12. Инвестор владеет акцией текущей стоимостью 150\$. Для страховки он продает опцион пут за 10\$ с ценой исполнения 145\$ и покупает опцион колл за 8\$ с ценой исполнения 160\$. Нарисовать график выигрыша инвестора в зависимости от рыночной ситуации.

13. Инвестор покупает опцион колл за 5\$ с ценой исполнения 39\$ (опцион на акцию). Одновременно он продает опцион колл с ценой исполнения 43\$ за 2\$. Нарисовать график выигрыша инвестора в зависимости от цены акции в момент окончания срока опциона.

14. Инвестор покупает с помощью кредита брокера 300 акций и выписывает на эти бумаги три опциона колл. Цена исполнения – 40 долл. Премия 6 долл. Курс акций – 44 долл. Ему разрешается взять кредит на сумму 35% от стоимости акций минус выигрыш опциона. Какую сумму авансирует инвестор, выписывая опцион?

15. Инвестор купил 300 акций и выписал на эти бумаги три опциона колл. Цена исполнения – 30 долл. Премия – 3 долл. Курс акций – 28 долл. За приобретение контракта он уплатил комиссию в 35 долл. В дальнейшем цена акций выросла до 37 долл. и инвестор исполнил опцион. Комиссия по кассовой сделке составила 1,3% от стоимости акций. Определить доход по сделке.

16. Цена спот акции равна 50 тыс. руб. Цена исполнения составляет 47 тыс. руб. Непрерывно начисляемая процентная ставка без риска – 9%. Опцион покупается на один год. Определить нижнюю границу премии опциона колл.

17. Определить нижнюю границу цены опциона пут, если его цена исполнения составляет 152 долл., курс акций спот равен 150 долл., ставка без риска – 10%, а до истечения контракта осталось 3 месяца.

18. Цена спот акции равна 44 долл. Цена соответствующего европейского опциона колл на 3 месяца составляет 3,5 долл. при цене исполнения 40 долл. Непрерывно начисляемая ставка без риска 8%. Определить стоимость соответствующего опциона пут.

19. Для акций, не выплачивающих дивиденды, с текущей ценой 63,5 долл., цена трехмесячного американского опциона колл составляет 4 долл. при цене исполнения 66 долл. и безрисковой ставке 9%. Определить цену опциона пут для данных условий.

20. Цена спот акции равна 45 долл., ее СКО равно 0,5 долл. Определить премию опциона колл на 6 месяцев с ценой исполнения 46 долл., если безрисковая ставка составляет 9%.

21. Цена спот акции равна 50 долл. Цена соответствующего европейского опциона колл на 4 месяца составляет 4 долл. при цене исполнения 45 долл. Непрерывно начисляемая ставка без риска 8%. Определить стоимость соответ-

ствующего опциона пут.

22. Инвестор приобретает европейский опцион пут на три месяца. Курс акции в момент заключения контракта равен 50 долл. Цена исполнения – 54 долл., непрерывно начисляется ставка без риска – 9%, среднее квадратическое отклонение цены акции – 25%. Определить стоимость опциона.

23. Для акций, не выплачивающих дивиденды с текущей ценой 41 долл. цена четырехмесячного американского опциона колл составляет 3 долл. при цене исполнения 44 долл. и безрисковой непрерывной ставке 8%. Определить цену опциона пут для данных условий.

24. Страховщик заключил договор на дожитие на 3 тыс. долл. на 5 лет с мужчиной 48 лет. Рассчитать единовременную нетто-ставку (при ставке накопления 9%).

25. Мужчина 53 лет оформляет страховку на случай смерти на 6 лет на сумму 15000 долларов (при ставке накопления 9%). Сколько надо заплатить за страховку сразу?

26. Мужчина в возрасте 62 лет заключает страховой договор на получение дополнительной пенсии до достижения 70-ти лет на сумму 6000 руб. Рассчитать единовременную нетто-ставку для ренты пренумерандо. Страховая компания использует годовую ставку накопления 9 %.

27. 22-летний юноша оформляет страховку на дожитие на 7 лет на 10 тыс. долл. Банковская ставка составляет 9% годовых. Сколько надо заплатить за страховку сразу? Если платить по годам, то сколько?

28. 27-летний мужчина оформляет страховку на случай смерти на 12 лет на сумму 20 тыс. долл. Банковская ставка составляет 9% годовых сложных. Сколько надо заплатить за страховку сразу? Какую сумму составят ежегодные платежи в начале и в конце года?

29. В конце каждого года страхователь должен выплачивать 14 тысяч рублей. Банковская ставка составляет 9 % годовых сложных. Если страхователь решил (обязан) ежемесячно выплачивать равными долями годовую сумму, то какова сумма ежемесячного платежа?

30. Чему равна текущая доходность облигации с купоном 18%, имеющей рыночную стоимость 95% к номиналу?

31. За счет кредита под 10% сложных годовых разовые инвестиции составили 150 тысяч рублей. Отдача от них составляет 30 тысяч рублей ежегодно. За какой срок окупятся инвестиции?

32. Облигация номиналом 3 тыс. долл. с купонной годовой ставкой 8%, сроком на 5 лет продавалась с дисконтом 20%. Определить полную и текущую доходность облигации по простым процентам и внутреннюю норму доходности (эффективную ставку) облигации.

33. Бессрочная облигация куплена по курсу 90% от номинала, обеспечивает вечную ренту в 4,5% от номинала. Определить внутреннюю норму доход-

ности облигации.

34. Инвестор месяц назад приобрел за 800 руб. привилегированную бессрочную акцию номинальной стоимостью 1000 руб. с фиксированным размером дивиденда 9% годовых. Текущая курсовая стоимость акции равна 1200 руб. Определить текущую доходность акции и эффективность вложений инвестора.

35. 90–дневные векселя номиналом 100 долл. продаются по 98,25 долл. 180–дневные векселя с тем же номиналом продаются по 96 долл. Предполагается, что кривая доходности векселей до погашения не изменится. Инвестор желает вложить сбережения на 90 дней в векселя. Что лучше, купить 90–дневный вексель или 180–дневный вексель с последующей перепродажей его через 90 дней?

36. Текущий курс акций составляет 30 долл. Инвестор покупает опцион колл за 200 долл. на покупку 100 акций по 35 долл. через 2 месяца. За это время курс акций поднялся до 50 долл. Какова доходность операции?

37. Годовой депозитный сертификат на предъявителя был выпущен банком на сумму 2000 руб. под 12% годовых сложных. Определить стоимость сертификата при его продаже через полгода, если: а) банковская ставка не изменится; в) банковская ставка уменьшится в 2 раза.

38. Эмитент выпускает облигации двух типов со сроком обращения 1 год и одинаковым номиналом. Облигации первого типа предусматривают ежеквартальную выплату купонов; облигации второго типа выплачивают купон каждые полгода. Исходя из того, что годовая доходность по обеим облигациям одинакова (с учетом реинвестирования полученных купонных выплат), определить отношение (в процентах) купона облигации первого типа к купону облигации второго типа? Облигации приобретаются по номиналу. Ежеквартальную доходность (r_{T1}) считать равной 10%.

39. Инвестор купил 250 акций и выписал на эти бумаги три опциона колл. Цена исполнения – 30 долл. Премия – 4 долл. За приобретение контракта он уплатил комиссию в 30 долл. В дальнейшем цена акций выросла до 36 долл. и инвестор исполнил опцион. Комиссия по кассовой сделке составила 1% от стоимости акций. Определить доход по сделке. Сколько инвестор дополнительно получит, если ему затем удастся продать опцион за 7 долл.?

40. Товар необходим через 4 месяца. Фьючерсная цена такого контракта равна 400 рублей за тонну товара, цена спот составляет 350 рублей. Расходы по хранению и страхованию составляют 1 руб. в месяц за тонну. Инвестор имеет возможность взять и предоставить кредит из расчета 24% годовых. Какую стратегию выбрать инвестору, владельцу контракта?

41. Вексель, до погашения которого оставалось два года, учтен с дисконтом 36%. Какой сложной годовой учетной ставке соответствует этот дисконт?

42. Ценная бумага обеспечивает 10% годовых с поквартальными начислениями. Какая величина непрерывно начисляемого процента соответствует данному уровню доходности?

43. Определить время, необходимое для увеличения первоначального капитала в три раза, используя простую и сложную процентные ставки, равные 10 % годовых.

44. Вексель учтен за год до даты его погашения по учетной ставке 15%. Какова доходность учетной операции в виде простой процентной ставки?

45. Какой сложной годовой ставкой можно заменить в контракте со сроком 580 дней, простую ставку 18% , не изменяя финансовых последствий для участвующих сторон?

46. Доходность кредита должна составлять 24% годовых. Каков должен быть размер номинальной ставки при начислении процентов ежемесячно, поквартально?

47. Какая непрерывная ставка заменит поквартальное начисление процентов по номинальной ставке 20%?

48. Выдан кредит в сумме 2 млн. руб. с 15 января по 15 марта под 12% годовых. Какова сумма погасительного платежа?

49. В долг на 1,5 года выдано 2 млн. руб. с условием возврата 3 млн. руб. Какова эффективная ставка в этой сделке?

50. Ставка спот на один год составляет 10%, на два – 11%. Купонная облигация с номиналом 1000 руб. и ежегодно оплачиваемым купоном 8%, до погашения которой остается три года, продается по цене 916 руб. Определить ставку спот для трех лет.

51. Ставка спот на один год составляет 15%, на два – 18%. Определить форвардную ставку для второго года, т.е. ставку спот, которая будет на рынке через год для бескупонной облигации, выпущенной на год (например, номиналом 3 млн. руб.).

52. Клиент имеет вексель номиналом 10000 рублей со сроком погашения 1 августа. Какую сумму он получит при досрочном учёте векселя в банке по учетной ставке 7% годовых?

53. На счет в банк вносится сумма 10 тыс. долл., но не сразу, а в течение 10 лет равными долями в конце каждого года. Какой будет сумма на счете после 10 лет при годовой ставке 4 %?

54. Страховая компания, заключившая договор с некоторой фирмой на 3 года, поступающие ежегодные страховые взносы (5 млн. рублей) помещает в банк под 15 % годовых с начислением процентов по полугодиям. Определить итоговую сумму, полученную страховой компанией.

55. Фирма проводит замену оборудования (модернизацию) каждые 10 лет. Для этого фирма выделяет 30 тыс. долл. и размещает их в конце каждого года в банк под 8 % годовых. На какую сумму фирма обновляет оборудование?

56. Инвестор приобрел за 6000 руб. привилегированную акцию номинальной стоимостью 4000 руб. с фиксированным размером дивиденда 10% годовых. Через 5 лет, в течение которых дивиденды регулярно выплачивались, акция была им продана за 5000 руб. Определить различные доходности (текущую, среднюю годовую, общую) по данной акции.

57. Контракт между фирмой и банком предусматривает, что банк предоставляет в течение 3 лет кредит фирме ежегодными платежами в размере 20 млн. руб. в начале каждого года под ставку 14 % годовых. Фирма возвращает долг, выплачивая 15, 30, 25 млн. руб. последовательно в конце 3, 4, 5 годов. Какова величина чистая современная величина NPV для банка?

58. Выдана ссуда в 145 тысяч рублей на 30 лет под 9% годовых. Дебитор (должник) обязан ежемесячно выплачивать равными долями долг вместе с процентами. Какова сумма ежемесячного платежа?

59. Ссуда в 185 тысяч рублей выдана под 12 % годовых. Требуется ежемесячная оплата по 1500 руб. и выплата остатка долга S_0 в конце срока в 10 лет. Каков остаток долга придется платить через 10 лет?

60. Фирма получила два кредита, первый – 20 млн. рублей на 3 месяца под 10 % годовых. Второй – 18 млн. рублей на 9 месяцев под 14 % годовых. Определить среднюю процентную ставку.

61. Долгосрочный кредит предоставлен на 6 лет на следующих условиях: первые два года – под 6 % годовых (сложные проценты); следующие 3 года ставка возрастает на 2 %, а в последующий год – ещё на 1 %. Определить среднюю ставку.

62. Фирма получила кредит в банке на сумму 20 млн. рублей сроком на 5 лет. Процентная ставка по кредиту определена в 10,5 % для первого года; 12 % для второго года, начиная с третьего года процентная ставка возрастает еще на 0,75 % ежегодно (предусматривается маржа, то есть надбавка к процентной ставке). Определить сумму долга, подлежащую погашению.

63. Суммы 50, 40 и 30 тыс. руб. должны быть выплачены соответственно через 50, 70 и 150 дней. Стороны согласились заменить их одним платежом в размере 130 тыс. руб. с отсрочкой выплаты долга. Каков средний период отсрочки, если банковская ставка составляет 10% годовых?

64. Платежи 10 и 20 тыс. руб. со сроками уплаты 2 и 3 года объединяются в один. При консолидации используется сложная ставка 11%. Какую сумму надо вернуть при консолидации платежей со сроком 2,5 года? Каков будет срок

консолидирования в 30 тыс. руб?

65. Две суммы (10 и 5 тыс. руб.) должны быть выплачены 1 ноября и 1 января (следующего года). Стороны согласились пересмотреть порядок выплат: должник 1 декабря выплачивает 6 тыс. руб., а остаток долга гасится 1 марта. Необходимо найти эту сумму S_0 при условии, что пересчет ведём по ставке простых процентов, равной 13%.

66. Одна фирма имеет обязательство вернуть банку 150 тыс. руб. через 5 лет. Стороны согласились изменить условия погашения долга следующим образом: через 2 года выплачивается 70 тыс. руб., а оставшийся долг выплачивается спустя 4 года после первой выплаты. Какова сумма S_0 окончательного платежа при действии сложной банковской ставки в 10% годовых?

67. Непрерывно начисляемая ставка спот на 210 дней составляет 10%, для 150 дней 9,5%. Определить форвардную ставку для двух месяцев на период времени через 6 месяцев.

68. Бескупонная облигация была приобретена на вторичном рынке по цене 87% к номиналу через 66 дней после своего первичного размещения на аукционе. Для участников этой сделки доходность к аукциону равна доходности к погашению. Определите цену, по которой облигация была куплена на аукционе, если срок ее обращения равен 92 дням.

69. Инвестор купил 300 акций и выписал на эти бумаги три опциона колл. Цена исполнения – 30 долл. Премия – 3 долл. Курс акций – 28 долл. За приобретение контракта он уплатил комиссию в 30 долл. В дальнейшем цена акций выросла до 37 долл. и инвестор исполнил опцион. Комиссия по кассовой сделке составила 1,3% от стоимости акций. Определить доход по сделке.

70. Инвестор приобретает бескупонную облигацию с дисконтом 60 тыс. руб. и со сроком погашения через год. Одновременно инвестор приобретает за свой счет страховку, гарантирующую ему получение суммы, равной номинальной стоимости облигации в случае, если эмитент не сможет выполнить свои обязательства по ее погашению. Причем, если эмитент погашает облигацию, страховая компания возвращает инвестору 35% от суммы страхового взноса. Рассчитайте размер страхового взноса, который обеспечил бы инвестору в случае выполнения эмитентом своих обязательств доходность превышающую в два раза доходность, если эмитент отказывается погасить облигацию.