


МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук
Кафедра «Прикладная математика и информатика»

Утверждено на заседании кафедры
«Прикладная математика и информатика»
24 января 2022 г., протокол № 5

Заведующий кафедрой

 М.В. Грязев

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
«Функциональный анализ»

**основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы бакалавриата**

по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика

с направленностью (профилем)
Прикладная математика и информатика

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 010302-01-22

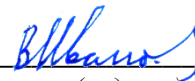
Тула 2022 год

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ
рабочей программы дисциплины (модуля)

Разработчик:

Иванов В.И., профессор каф. ПМий, д.ф.-м.н., профессор

(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)



(подпись)

1 Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)

Целью освоения дисциплины (модуля) является овладение методами функционального анализа.

Задачами освоения дисциплины (модуля) являются выработка умений:

- использовать теорию линейных функционалов и операторов;
- использовать теорию Рисса-Шаудера и Гильберта-Шмидта;
- решать простейшие интегральные уравнения второго рода.

2 Место дисциплины (модуля) в структуре основной профессиональной образовательной программы

Дисциплина (модуль) относится к обязательной части основной профессиональной образовательной программы.

Дисциплина (модуль) изучается в пятом семестре.

3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения основной профессиональной образовательной программы (формируемыми компетенциями) и индикаторами их достижения, установленными в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы, приведён ниже.

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

Знать:

- 1) обладать базовыми знаниями, полученными в области математических и естественных наук (код компетенции – ОПК-1, код индикатора – ОПК-1.1);
- 2) математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности (код компетенции – ОПК-3, код индикатора – ОПК-3.1).

Уметь:

- 1) использовать в профессиональной деятельности фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук (код компетенции – ОПК-1, код индикатора – ОПК-1.2);
- 2) применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности (код компетенции – ОПК-3, код индикатора – ОПК-3.2).

Владеть:

- 1) навыками решения задач профессиональной деятельности на основе полученных теоретических знаний (код компетенции – ОПК-1, код индикатора – ОПК-1.3);
- 2) методиками выбора и использования математических моделей для решения задач профессиональной деятельности (код компетенции – ОПК-3, код индикатора – ОПК-3.3).

Полные наименования компетенций и индикаторов их достижения представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

4 Объем и содержание дисциплины (модуля)

4.1 Объем дисциплины (модуля), объем контактной и самостоятельной работы обучающегося при освоении дисциплины (модуля), формы промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

Номер семестра	Формы промежуточной аттестации	Общий объем в зачетных единицах	Общий объем в академических часах	Объем контактной работы в академических часах						Объем самостоятельной работы в академических часах
				Лекционные занятия	Практические (семинарские) занятия	Лабораторные работы	Клинические практические занятия	Консультации	Промежуточная аттестация	
Очная форма обучения										
5	ДЗ	5	180	32	16				0,25	131,75
Итого	–	5	180	32	16				0,25	131,75

Условные сокращения: Э – экзамен, ЗЧ – зачет, ДЗ – дифференцированный зачет (зачет с оценкой), КП – защита курсового проекта, КР – защита курсовой работы.

4.2 Содержание лекционных занятий

Очная форма обучения

№ п/п	Темы лекционных занятий
5 семестр	
1	Определение линейного нормированного пространства. Сходящиеся и фундаментальные последовательности. Банаховы пространства. Основные примеры банаховых пространств.
2	Гильбертовы пространства.
3	Шары, ограниченные, открытые и замкнутые множества в линейном нормированном пространстве.
4	Компактность в линейном нормированном пространстве. Некомпактность единичного шара в бесконечномерном линейном нормированном пространстве. Понятие ε -сети. Критерий компактности Хаусдорфа в банаховом пространстве.
5	Определение линейного непрерывного функционала в банаховом пространстве. Его норма. Геометрический смысл. Теорема Хана - Банаха о продолжении линейного непрерывного функционала.
6	Теорема об общем виде линейного непрерывного функционала в гильбертовом пространстве. Понятие сопряженного пространства.
7	Линейный оператор в банаховом пространстве. Область определения, область значений, ядро. Непрерывность и ограниченность линейного оператора. Его норма.
8	Операции над линейными операторами. Пространство линейных операторов. Сильная и равномерная сходимости линейных операторов. Принцип равномерной ограниченности. Теорема Банаха - Штейнгауза о сильной сходимости.
9	Ряды линейных операторов в банаховом пространстве. Определение функций для линейных непрерывных операторов. Решение задачи Коши в банаховом пространстве.
10	Обратный оператор. Условия существования обратного оператора. Теорема Банаха об обратном операторе. Оценка нормы обратного оператора.
11	Спектр, регулярные значения и резольвента линейного оператора. Замкнутость спектра и открытость регулярных значений. Спектральный радиус. Его вычисление.

№ п/п	Темы лекционных занятий
12	Вполне непрерывные операторы. Их свойства. Вполне непрерывность интегрального оператора в пространствах $C[a,b]$, $L_2[a,b]$.
13	Сопряженные и самосопряженные операторы в гильбертовом пространстве. Норма сопряженного и самосопряженного оператора. Сопряженный оператор для вполне непрерывного.
14	Спектр вполне непрерывного оператора. Вполне непрерывность и спектр оператора Вольтерра.
15	Линейные уравнения 2-го рода. Теория Рисса-Шаудера. Альтернатива Фредгольма.
16	Собственные значения и собственные векторы линейных вполне непрерывных самосопряженных операторов. Теорема Гильберта-Шмидта и ее приложения к решению интегральных уравнений 2-го рода с симметричным ядром.

4.3 Содержание практических (семинарских) занятий

Очная форма обучения

№ п/п	Темы практических (семинарских) занятий
<i>5 семестр</i>	
1	Норма в линейном пространстве. Основные примеры банаховых пространств.
2	Компактность.
3	Норма линейного функционала. Линейные функционалы в основных банаховых пространствах.
4	Норма линейного оператора. Сильная и равномерная сходимость линейных операторов.
5	Обратный линейный оператор. Спектр, спектральный радиус и резольвенты линейного оператора.
6	Вполне непрерывный линейный оператор и его спектр.
7	Линейные интегральные уравнения 2-го рода. Теория Рисса-Шаудера.
8	Приложение теоремы Гильберта-Шмидта к решению линейных интегральных уравнений 2-го рода.

4.4 Содержание лабораторных работ

Занятия указанного типа не предусмотрены основной профессиональной образовательной программой.

4.5 Содержание клинических практических занятий

Занятия указанного типа не предусмотрены основной профессиональной образовательной программой.

4.6 Содержание самостоятельной работы обучающегося

Очная форма обучения

№ п/п	Виды и формы самостоятельной работы
<i>5 семестр</i>	

№ п/п	Виды и формы самостоятельной работы
1	Подготовка к практическим занятиям.
2	Выполнение домашних заданий.
3	Подготовка к промежуточной аттестации и ее прохождение.

5 Система формирования оценки результатов обучения по дисциплине (модулю) в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающегося

Очная форма обучения

Мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающегося			Максимальное количество баллов
5 семестр			
Текущий контроль успеваемости	Первый рубежный контроль	Оцениваемая учебная деятельность Обучающегося:	
		Посещение лекционных занятий	4
		Работа на практических занятиях	3
		Выполнение домашнего задания	23
		Итого	30
	Второй рубежный контроль	Оцениваемая учебная деятельность Обучающегося:	
		Посещение лекционных занятий	4
		Работа на практических занятиях	3
		Выполнение домашнего задания	23
		Итого	30
Промежуточная аттестация	Дифференцированный зачет		40 (100*)

* В случае отказа обучающегося от результатов текущего контроля успеваемости

Шкала соответствия оценок в стобальной и академической системах оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Система оценивания результатов обучения	Оценки			
Стобальная система оценивания	0 – 39	40 – 60	61 – 80	81 – 100
Академическая система оценивания (экзамен, дифференцированный зачет, защита курсового проекта, защита курсовой работы)	Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Академическая система оценивания (зачет)	Не зачтено	Зачтено		

6 Описание материально-технической базы (включая оборудование и технические средства обучения), необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю) требуется учебная аудитория, оборудованная доской для написания мелом.

7 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

7.1 Основная литература

1. Треногин, В. А. Функциональный анализ: учебник / В. А. Треногин. — 4-е, изд. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2007. — 488 с. — ISBN 978-5-9221-0804-1. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/59471>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Треногин, В. А. Задачи и упражнения по функциональному анализу: учебное пособие / В. А. Треногин, Б. М. Писаревский, Т. С. Соболева. — 2-е изд., испр.и доп. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 240 с. — ISBN 5-9221-0271-0. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/2342>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Краснов М.Л. Интегральные уравнения. Задачи и примеры с подробными решениями: учебное пособие для вузов / М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко.— 3-е изд., испр. — М.: УРСС, 2007.— 192 с.

7.2 Дополнительная литература

1. Скопин, В. А. Функциональный анализ и интегральные уравнения: методические указания к самостоятельной работе / В. А. Скопин, И. А. Седых. — Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2012. — 17 с. — ISBN 2227-8397. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/55174.html> (дата обращения: 27.01.2021). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

2. Васильева, А. Б. Интегральные уравнения: учебник / А. Б. Васильева, Н. А. Тихонов. — 3-е изд.,стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2009. — 160 с. — ISBN 978-5-8114-0911-2. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/42> (дата обращения: 27.01.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Асташова, И. В. Функциональный анализ: учебное пособие / И. В. Асташова. — Москва: Евразийский открытый институт, 2011. — 112 с. — ISBN 978-5-374-00486-1. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/11120.html> (дата обращения: 27.01.2021). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

4. Золотухин А.Я. Задачи и упражнения по теории операторов: учебное пособие / А. Я. Золотухин. — Тула: Издательство ТулГУ, 2014. — 86 с. — ISBN 978-5-7679-2092-1. — Текст: электронный // Библиотех: электронно-библиотечная система. — URL: <https://tsutula.bibliotech.ru/Reader/Book/2014100921014416464100005444>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

8 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. <http://window.edu.ru> – Единое окно доступа к образовательным ресурсам.
2. <http://elibrary.ru/> – Научная Электронная Библиотека eLibrary.
3. <http://cyberleninka.ru/> – КиберЛенинка — научная электронная библиотека.
4. <http://www.intuit.ru> – Национальный открытый университет «ИНТУИТ».

9 Перечень информационных технологий, необходимых для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

9.1 Перечень необходимого ежегодно обновляемого лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства

1. Пакет офисных приложений «МойОфис».

9.2 Перечень необходимых современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем

Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы не требуются.