

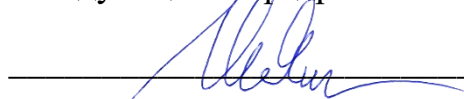
МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук
Кафедра «Прикладная математика и информатика»

Утверждено на заседании кафедры
«Прикладная математика и информатика»
24 января 2022 г., протокол № 5

Заведующий кафедрой



М.В. Грязев

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ) ДЛЯ
ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО
ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

«Функциональный анализ»

**основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы бакалавриата**

по направлению подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

с направленностью (профилем)

Прикладная математика и информатика

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 010302-01-22

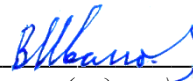
Тула 2022 год

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ
фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Разработчик:

Иванов В.И., профессор каф. ПМИИ, д.ф.-м.н., профессор

(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)



(подпись)

1 Описание фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Фонд оценочных средств (оценочные материалы) включает в себя контрольные задания и (или) вопросы, которые могут быть предложены обучающемуся в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю). Указанные контрольные задания и (или) вопросы позволяют оценить достижение обучающимся планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), установленных в соответствующей рабочей программе дисциплины (модуля), а также сформированность компетенций, установленных в соответствующей общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

Полные наименования компетенций и индикаторов их достижения представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

2 Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

1. Линейное множество будет линейным нормированным пространством, если в нем есть
 - 1) норма,
 - 2) метрика,
 - 3) неравенство треугольника
 - 4) скалярное произведение
2. Точка множества в линейном нормированном пространстве будет внутренней, если
 - 1) она изолированная,
 - 2) некоторое замкнутое подмножество, содержащее эту точку, лежит в множестве,
 - 3) некоторый открытый шар с центром в этой точке лежит в множестве,
 - 4) любой шар с центром в этой точке содержит точки множества
3. Множество в линейном нормированном пространстве будет открытым, если
 - 1) оно состоит из изолированных точек,
 - 2) оно состоит из внутренних точек,
 - 3) оно не является замкнутым,
 - 4) оно является дополнением к открытому множеству
4. Точка линейного нормированного пространства будет предельной для множества, если
 - 1) в любом открытом шаре с центром в этой точке есть точки множества.
 - 2) в любом замкнутом шаре с центром в этой точке есть точки множества,
 - 3) в любом открытом шаре с центром в этой точке есть точки множества, отличные от нее самой,
 - 4) в некотором замкнутом шаре с центром в этой точке есть точки множества, отличные от нее самой
5. Множество в линейном нормированном пространстве будет замкнутым, если
 - 1) оно содержит все свои предельные точки,
 - 2) оно состоит только из предельных точек,
 - 3) оно состоит только из изолированных точек,
 - 4) оно не является открытым

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

1. Норма линейного оператора $f: X \rightarrow Y$, где

$$Ax(t) = \begin{cases} x(t), & 0 \leq t \leq 1/2 \\ 0, & 1/2 \leq t \leq 1 \end{cases} : L_2[0,1] \rightarrow L_2[0,1], \text{ равна}$$

- 1) $3/2$,
- 2) 1,
- 3) 2,
- 4) $1/2$

2. Норма линейного оператора $f: X \rightarrow Y$, где $Ax(t) = \left(t - \frac{1}{2}\right)x(t) : C[0,1] \rightarrow C[0,1]$, равна

- 1) $3/2$,
- 2) 1,
- 3) 2,
- 4) $1/2$

3. Норма линейного оператора $f: X \rightarrow Y$, где $Ax = \left(\frac{1}{2}x_1, \frac{3}{4}x_2, \dots, \left(1 - \frac{1}{2n}\right)x_n, \dots\right) : l_2 \rightarrow l_2$, равна

- 1) $3/2$,
- 2) 1,
- 3) 2,
- 4) $1/2$

4. Норма линейного оператора $f: X \rightarrow Y$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & -3 & 0 \end{pmatrix} : l_1^3 \rightarrow l_1^3$, равна

- 1) 3,
- 2) 6,
- 3) 5,
- 4) 4

5. Норма линейного оператора $f: X \rightarrow Y$, где $Ax(t) = 2x(t) - 3x\left(\frac{t}{2}\right) : C[0,1] \rightarrow C[0,1]$, равна

- 1) 3,
- 2) 6,
- 3) 5,
- 4) 4

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)

1. Система элементов гильбертова пространства называется ортонормированной, если она
 - 1) нормированная,
 - 2) ортогональная,

- 3) ортогональная и нормированная,
- 4) равномерно ограниченная единицей
- 2. Всякая бесконечная ортогональная система в сепарабельном гильбертовом пространстве
 - 1) замкнутая,
 - 2) полная,
 - 3) счетная,
 - 4) имеет мощность континуума
- 3. Подмножество в нормированном пространстве называется подпространством, если оно
 - 1) линейное,
 - 2) плотное и линейное,
 - 3) выпуклое,
 - 4) замкнутое и линейное.
- 4. Два нормированных пространства называются изометричными, если
 - 1) между ними существует изоморфизм,
 - 2) между ними существует взаимно-однозначное соответствие, сохраняющее нормы,
 - 3) между ними существует изоморфизм, сохраняющий нормы,
 - 4) они имеют одинаковые размерности
- 5. Банахово пространство является гильбертовым, если в нем
 - 1) есть скалярное произведение,
 - 2) норма определяется с помощью скалярного произведения,
 - 3) есть ортогональный базис.

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.1)

- 1. Замыкание множества в линейном нормированном пространстве — это
 - 1) наименьшее замкнутое множество, содержащее это множество,
 - 2) наибольшее замкнутое множество, содержащее это множество,
 - 3) дополнение к множеству,
 - 4) множество всех его предельных точек
- 2. Границей множества в линейном нормированном пространстве будет
 - 1) множество всех его предельных точек,
 - 2) множество всех его изолированных точек,
 - 3) дополнение к множеству внутренних точек множества,
 - 4) множество точек, в любой окрестности которых есть как точки множества, так и его дополнения
- 3. Точка множества в линейном нормированном пространстве будет изолированной, если
 - 1) она не является внутренней точкой множества,
 - 2) она не является граничной точкой множества,
 - 3) в некоторой ее окрестности нет других точек множества
 - 4) остальные точки множества образуют замкнутое подмножество
- 4. Открытые множества в линейном нормированном пространстве обладают свойствами:
 - 1) любое их объединение открыто,
 - 2) любое их пересечение открыто,
 - 3) они являются дополнениями открытых множеств,
 - 4) у них есть изолированные точки
- 5. Замкнутые множества обладают свойствами:
 - 1) любое их объединение открыто,
 - 2) любое их пересечение открыто,
 - 3) они являются дополнениями замкнутых множеств,
 - 4) у них есть внутренние точки

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.2)

1. Отображение f является нормой в нормированном пространстве X , если

$$1) \quad X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(0)| + |x(1)| + \int_0^1 |x''(t)| dt,$$

$$2) \quad X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(0)| + |x(1)| + \|x''\|_{C[0,1]},$$

$$3) \quad X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(1)| + \|x''\|_{C[0,1]}$$

2. Отображение f является нормой в нормированном пространстве X , если

$$1) \quad X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(0)| + |x'(1)| + \|x''\|_{C[0,1]},$$

$$2) \quad X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(0)| + |x(1)| + \|x''\|_{C[0,1]},$$

$$3) \quad X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(1)| + \|x''\|_{C[0,1]}$$

3. Отображение f является нормой в нормированном пространстве X , если

$$1) \quad X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(0)| + \|x''(t)\|_{C[0,1]},$$

$$2) \quad X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(0)| + |x'(1)| + \|x''\|_{C[0,1]},$$

$$3) \quad X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(1)| + \|x''\|_{C[0,1]}$$

4. Отображение f является нормой в нормированном пространстве X , если

$$1) \quad X = C^1[0,1], \quad f(x) = \int_0^1 |x(t)| dt + \int_0^1 |x'(t)| dt,$$

$$2) \quad X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(0)| + \|x''\|_{C[0,1]},$$

$$3) \quad X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(1)| + \|x''\|_{C[0,1]}$$

5. Отображение f является нормой в нормированном пространстве X , если

$$1) \quad X = C^1[0,1], \quad f(x) = \int_0^1 |x(t)| dt + \|x'(t)\|_{C[0,1]},$$

$$2) \quad X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(0)| + \|x''\|_{C[0,1]},$$

$$3) \quad X = C^1[0,1], \quad f(x) = \int_0^1 |x(t)| dt + \int_0^1 |x'(t)| dt$$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.3)

1. Гильбертово пространство является
 - 1) строго нормированным,
 - 2) локально компактным,
 - 3) рефлексивным
2. Пространству изометричны гильбертовы пространства:
 - 1) локально компактные,
 - 2) конечномерные,
 - 3) сепарабельные
3. В сепарабельном гильбертовом пространстве полную ортогональную систему собственных векторов имеет линейный оператор
 - 1) вполне непрерывный,
 - 2) самосопряженный,
 - 3) вполне непрерывный и самосопряженный
4. Непрерывный линейный оператор переводит
 - 1) ограниченное множество в ограниченное множество,
 - 2) ограниченное множество в относительно компактное множество,
 - 3) замкнутое множество в замкнутое множество
5. Вполне непрерывный линейный оператор переводит
 - 1) замкнутый шар на замкнутый шар,
 - 2) ограниченное множество в относительно компактное множество,
 - 3) открытое множество в открытое множество

3 Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

1. Линейное нормированное пространство называется полным, если
 - 1) всякая фундаментальная последовательность является сходящейся.
 - 2) всякая сходящаяся последовательность является фундаментальной,
 - 3) из любой ограниченной последовательности можно извлечь сходящуюся подпоследовательность,
 - 4) из любой ограниченной последовательности можно извлечь фундаментальную подпоследовательность
2. Последовательность в линейном нормированном пространстве сходится к некоторому элементу, если
 - 1) существует шар с центром в этом элементе, содержащий элементы последовательности,
 - 2) любой шар с центром в этом элементе содержит элементы последовательности,
 - 3) существует шар с центром в этом элементе, содержащий все элементы последовательности кроме конечного числа,
 - 4) любой шар с центром в этом элементе содержит все элементы последовательности кроме конечного числа
3. Множество будет плотным в линейном нормированном пространстве, если
 - 1) его замыкание совпадает со всем пространством,
 - 2) его дополнение содержит внутренние точки,
 - 3) оно не имеет изолированных точек,
 - 4) оно не имеет внутренних точек
4. Линейное нормированное пространство будет сепарабельным, если
 - 1) в нем есть плотное множество мощности континуума,
 - 2) оно рефлексивное,

- 3) в нем есть плотное счетное множество,
 4) оно полное
5. Множество в полном линейном нормированном пространстве будет компактным, если
- 1) оно замкнутое и ограниченное,
 - 2) вполне ограниченное,
 - 3) замкнутое и вполне ограниченное,
 - 4) ограниченное

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

$$A_n x(t) = x\left(t + \frac{\pi}{n}\right): C[0, 2\pi) \rightarrow C[0, 2\pi)$$

1. Последовательность линейных операторов
сходится
- 1) сильно,
 - 2) равномерно

$$A_n x = \left(\frac{x_1}{n^2}, \frac{x_2}{n^2}, \dots\right): l_2 \rightarrow l_2 \quad \text{сходится}$$

2. Последовательность линейных операторов
- 1) сильно,
 - 2) равномерно

$$A_n x(t) = x(t^n - t^{n+1}): C[0, 1] \rightarrow C[0, 1] \quad \text{схо-}$$

3. Последовательность линейных операторов
дится
- 1) сильно,
 - 2) равномерно

$$A_n x = (0, 0, \dots, x_{n+1}, x_{n+2}, \dots): l_2 \rightarrow l_2 \quad \text{сходится}$$

4. Последовательность линейных операторов
- 1) сильно,
 - 2) равномерно

$$A_n = \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{k} A^k: X \rightarrow X, \quad \text{где } X \text{ — банахово}$$

5. Последовательность линейных операторов
пространство, $\|A\| < 1$ сходится
- 1) сильно,
 - 2) равномерно

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \\ 0 & 4 & -2 \end{pmatrix}: l_\infty^3 \rightarrow l_1^3$$

1. Норма линейного оператора $f: X \rightarrow Y$, где , равна
- 1) 12,
 - 2) 13,
 - 3) 14,
 - 4) 15

2. Норма линейного оператора $f: X \rightarrow Y$, где $Ax(t) = \left(t - \frac{1}{2}\right)x(t): L_2[0,1] \rightarrow L_2[0,1]$, равна

- 1) $3/2$,
- 2) 1,
- 3) 2,
- 4) $1/2$

3. Норма линейного оператора $f: X \rightarrow Y$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}: l_\infty^3 \rightarrow l_\infty^3$, равна

- 1) 7,
- 2) 6,
- 3) 5,
- 4) 4

4. Норма линейного оператора $f: X \rightarrow Y$, где $Ax(t) = x(t) + x(1-t) - 2x\left(\frac{1}{2}\right): C[0,1] \rightarrow C[0,1]$, равна

- 1) 7,
- 2) 6,
- 3) 5,
- 4) 4

5. Норма линейного оператора $f: X \rightarrow Y$, где $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}: l_1^3 \rightarrow l_\infty^3$, равна

- 1) 3,
- 2) 6,
- 3) 5,
- 4) 4

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.1)

1. Вполне ограниченность и ограниченность множеств совпадают в линейных нормированных пространствах:

- 1) рефлексивных,
- 2) конечномерных,
- 3) строго нормированных,
- 4) гильбертовых

2. В пространстве множество вполне ограничено, если оно

- 1) ограничено,
- 2) равностепенно непрерывно,
- 3) замкнутое,
- 4) ограничено и равностепенно непрерывно

3. Спектр вполне непрерывного линейного оператора состоит из

- 1) точек непрерывного спектра,
- 2) собственных значений,
- 3) собственных значений и точки нуль
4. Размерность пространства решений однородного уравнения Фредгольма второго рода может быть
 - 1) конечной,
 - 2) бесконечной
5. Уравнение Фредгольма второго рода разрешимо, если
 - 1) каждое решение однородного уравнения ортогонально правой части,
 - 2) каждое решение сопряженного однородного уравнения ортогонально правой части,
 - 3) однородное уравнение имеет не нулевое решение,
 - 4) однородное сопряженное уравнение имеет не нулевое решение

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.2)

1. Последовательность линейных операторов $A_n x(t) = x\left(\frac{nt}{n+t}\right): C[0,1] \rightarrow C[0,1]$ сходится
 - 1) сильно,
 - 2) равномерно
2. Последовательность линейных операторов $A_n = \sum_{k=0}^n (-1)^k A^k: X \rightarrow X$, X — банахово пространство, $\|A\| < 1$ сходится
 - 1) сильно,
 - 2) равномерно
3. Последовательность линейных операторов $A_n x(t) = x\left(\sqrt{n}t(1-t)^n\right): C[0,1] \rightarrow C[0,1]$ сходится
 - 1) сильно,
 - 2) равномерно
4. Последовательность линейных операторов $A_n = \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{A^{2k}}{(2k)!}: X \rightarrow X$, X — банахово пространство сходится
 - 1) сильно,
 - 2) равномерно
5. Последовательность линейных операторов $A_n x(t) = x\left(t(1-\sqrt[n]{t})\right): C[0,1] \rightarrow C[0,1]$ сходится
 - 1) сильно,
 - 2) равномерно

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.3)

1. Отображение f является нормой в нормированном пространстве X , если

$$1) \quad X = C^1[0,1], \quad f(x) = \int_0^1 |x(t)| dt + \int_0^1 |x'(t)| dt,$$

$$2) \quad X = C^1[0,1], \quad f(x) = \int_0^1 |x(t)| dt + \|x'(t)\|_{C[0,1]},$$

$$3) \quad X = C^1[0,1], \quad f(x) = |x(1)| + \|x'(t)\|_{C[0,1]}$$

2. Отображение f является нормой в нормированном пространстве X , если

$$1) \quad X = C^1[0,1], \quad f(x) = \int_0^1 |x(t)| dt + \|x'(t)\|_{C[0,1]},$$

$$2) \quad X = C^1[0,1], \quad f(x) = |x(1)| + \|x'(t)\|_{C[0,1]},$$

$$3) \quad X = C^1[0,1], \quad f(x) = |x(1) - x(0)| + \|x'(t)\|_{C[0,1]}$$

3. Отображение f является нормой в нормированном пространстве X , если

$$1) \quad X = C^1[0,1], \quad f(x) = |x(1)| + \|x'(t)\|_{C[0,1]},$$

$$2) \quad X = C^1[0,1], \quad f(x) = |x(1) - x(0)| + \|x'(t)\|_{C[0,1]},$$

$$3) \quad X = C^1[0,1], \quad f(x) = \|x'(t)\|_{C[0,1]}$$

4. Отображение f является нормой в нормированном пространстве X , если

$$1) \quad X = C^1[0,1], \quad f(x) = |x(1) - x(0)| + \|x'(t)\|_{C[0,1]},$$

$$2) \quad X = C^1[0,1], \quad f(x) = \|x'(t)\|_{C[0,1]},$$

$$3) \quad X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(0)| + |x(1)| + \int_0^1 |x''(t)| dt$$

5. Отображение f является нормой в нормированном пространстве X , если

$$1) \quad X = C^1[0,1], \quad f(x) = \|x'(t)\|_{C[0,1]},$$

$$2) \quad X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(0)| + |x(1)| + \int_0^1 |x''(t)| dt,$$

$$3) \quad X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(0)| + |x(1)| + \|x''\|_{C[0,1]}$$