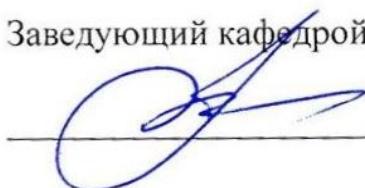


МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Тульский государственный университет»
Институт высокоточных систем
имени В.П. Грязева
Кафедра «Системы автоматического управления»

Утверждено на заседании кафедры
«Системы автоматического управления»
«26» января 2022 г., протокол № 4

Заведующий кафедрой

A handwritten signature in blue ink, appearing to read "О.В. Горячев".

О.В. Горячев

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по выполнению лабораторных работ
по дисциплине (модулю)**

**«Аэродинамика и механика полёта»
основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы специалитета**

по специальности

24.05.06 Системы управления движением летательных аппаратов

со специализацией

Системы управления движением летательных аппаратов

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 240506-01-22

Тула 2022 г.

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ
рабочей программы дисциплины (модуля)

Разработчик:

Васильев Александр Анатольевич, доц. каф. САУ, к.т.н.
(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)


(подпись)

СОДЕРЖАНИЕ

Введение

Общие требования и методические указания	5
Правила техники безопасности при выполнении лабораторных работ	5
Правила оформления и сдачи отчетов по лабораторным работам	6

Лабораторная работа №1.

Методы определения скорости дозвукового потока в аэродинамической трубе ...	7
---	---

Лабораторная работа №2.

Анализ течения несжимаемой жидкости в открытом канале переменной ширины. Метод газогидравлической аналогии для исследования до- и сверхзвуковых течений газа.....	15
---	----

Лабораторная работа №3.

Исследование установившегося течения газа через сопло Лаваля.....	22
---	----

Лабораторная работа №4.

Исследование установившегося истечения газа из сосуда через суживающийся насадок.....	32
--	----

Лабораторная работа №5.

Исследование одномерного установившегося течения газа при наличии прямого скачка уплотнения. Определение скорости сверхзвукового потока с помощью трубки « Пито-Прандтля». Определение параметров торможения газа в до- и сверхзвуковых воздухозаборниках.....	36
---	----

Лабораторная работа №6.

Исследование нерасчетных режимов течения газа в дросселе развязки типа «Сопло Лаваля».....	44
---	----

Лабораторная работа №7.

Исследование плоского течения с косым скачком уплотнения.....	51
---	----

Лабораторная работа №8.

Исследование плоского течения расширения «Прандтля-Майера». Определение параметров плоского сверхзвукового сопла. Определение силы, действующей на аэродинамический руль в сверхзвуковом потоке.....	58
--	----

Лабораторная работа №9.

Исследование пограничного слоя у плоской стенки.....	71
--	----

Лабораторная работа №10.	
Построение нелинейной математической модели и анализ предельного установившегося состояния газодинамического исполнительного (ГИУ).....	82
Лабораторная работа №11.	
Определение конструктивных параметров и анализ установившегося режима работы ГИУ.....	98
Лабораторная работа №12.	
Исследование переходных режимов ГИУ.....	103
Приложение. Таблица газодинамических функций	115
Литература	119

ВВЕДЕНИЕ

В данных методических указаниях рассматриваются лабораторные работы, посвященные изучению вопросов аэрогазодинамики и динамики полёта летательных аппаратов (ЛА).

Аэрогазодинамика является разделом механики жидкости и газа, в котором изучается, движение жидкости и газа и их взаимодействие с граничными поверхностями. Для студентов специальности 160400 этот раздел является связующим звеном между такими общетеоретическими дисциплинами, как физика, математика, механика и профилирующими курсами, которые посвящены изучению движения подвижных объектов и рабочих процессов, протекающих в устройствах автоматики газовых силовых систем управления и, в частности, в регулирующих, газораспределительных и исполнительных устройствах.

Целью настоящих методических указаний к лабораторным работам является рассмотрение теоретических вопросов аэрогазодинамики и динамики полёта, изучение экспериментальных методов исследования газовых и жидкостных течений и получение практических навыков самостоятельной работы с измерительными аэрогазодинамическими приборами.

1. Общие требования и методические указания

Перед каждой лабораторной работой студенты внеаудиторно прорабатывают соответствующий теоретический материал, пользуясь конспектом лекций и учебниками по аэрогазодинамике и динамике полёта (название работы для подготовки выявляется у преподавателя на предыдущем занятии или по расписанию лабораторных работ на стенде кафедры).

К изучению экспериментальной установки следует приступить после освоения пунктов 1 и 2 соответствующей лабораторной работы.

Лабораторные работы оформляются в тетрадях. Перед началом экспериментов все необходимые исходные данные, не подлежащие измерению в ходе эксперимента, должны быть занесены в журнал (студенты получают необходимую информацию из справочников, методических указаний к соответствующей лабораторной работе, у преподавателя).

Для выполнения лабораторных работ студенты должны иметь при себе вычислительные средства.

2. Правила техники безопасности при выполнении лабораторных работ.

Приборы и электроустановки, используемые в лабораторных работах, питаются от сети переменного тока напряжением 220 В с частотой 50 Гц.

Включать напряжение можно только при помощи штепсельной вилки после тщательной проверки правильности собранной схемы. Необходимо предусмотреть возможность быстрого отключения электроаппаратуры на случай возникновения ненормального режима работы.

Перед работой необходимо освободить рабочее место от посторонних предметов и ненужных приборов.

Категорически запрещается проводить какой-либо ремонт или подналадку приборов. При обнаружении каких-либо неисправностей в лабораторной установке необходимо немедленно сообщить лаборанту или преподавателю, проводящим занятие.

При внезапном возникновении неисправности следует быстро отключить прибор или полностью обесточить лабораторию, для чего имеются автоматы отключения питания, расположенные на распределительном щите.

3. Правила оформления и сдачи отчетов по лабораторным работам.

Лабораторная работа аккуратно оформляется в тетрадях. Данные эксперимента, константы и теплофизические свойства веществ, результаты вычислений заносятся в тетрадь ручкой. Графики выполняются карандашом. Схема установки должна быть нарисована в тетради для лабораторных работ карандашом, прямые линии проводятся по линейке.

Для того чтобы сдать лабораторную работу, нужно

- провести эксперимент, получить необходимые экспериментальные данные;
- сделать расчет и оформить работу в тетради для лабораторных работ;
- изучить теоретический материал соответствующего раздела курса лекций и пункта 2 выполненной лабораторной работы, знать устройство экспериментальной установки и принцип работы приборов, используемых в лабораторной работе, уметь отвечать на контрольные вопросы соответствующей лабораторной работы, а также на дополнительные вопросы преподавателя по теории, эксперименту и расчетам, выполненным в лабораторной работе.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТИ ДОЗВУКОВОГО ПОТОКА В АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТРУБЕ.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

Изучение методов определения скорости дозвукового воздушного потока.

ОСНОВЫ ТЕОРИИ И СРЕДСТВА ИССЛЕДОВАНИЙ.

1. Определение скорости потока с помощью приемника воздушного давления.

В настоящее время для измерения скорости потока газа широко используется способ измерения, который основан на использовании насадка, называемого приемником воздушного давления (П.В.Д.). Схема насадка и кривая распределения давления у его поверхности представлена на рис.1.

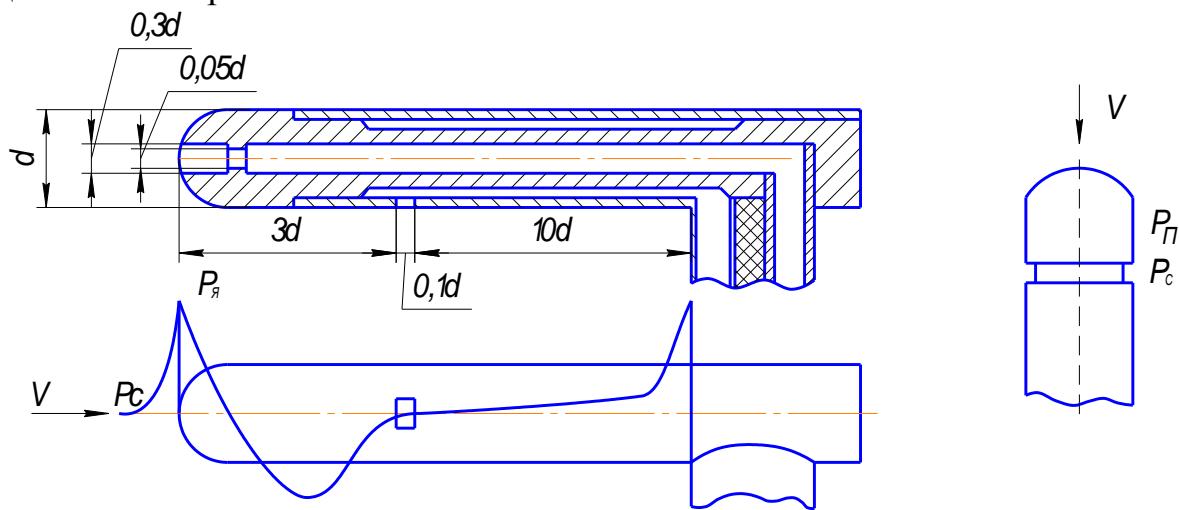


Рис. 1. Схема насадка

Насадок есть сочетание трубки полного напора и приемника статического давления. Он регистрирует разницу между полным давлением P_{π} , воспринимаемым центральным отверстием, и статическим давлением P_c , воспринимаемым боковыми отверстиями насадка. Величину P_{π} называют также давлением торможения.

Картина обтекания насадка может быть схематично представлена следующим образом. Струйки потока вблизи насадка искривляются, а сам поток в критической точке разветвляется и перед насадком образуется застойная зона.

Если взять достаточно тонкую, по сравнению с диаметром насадка, струйку, подходящую по оси насадка к месту разветвления потока, то можно приближенно принять, что воздух в застойной зоне почти не движется, т.е. скорость $V = 0$, а

давление быстро возрастает и в критической точке достигает полного давления P_n . В точках, находящихся недалеко от критической, давление резко падает. Далее, по направлению потока тоже наблюдается понижение давления, а затем по мере удаления от передней кромки насадка давление опять повышается, асимптотически приближаясь, к статическому. Присутствие державки вызывает, торможение потока и тем самым повышает давление. Боковые отверстия для приема статического давления находятся в сечении, проходящим через точку 0. На схеме насадка представлены рациональные соотношения размеров, обеспечивающие наиболее точное измерение P_n и P_c .

Согласно уравнению Бернулли для несжимаемой среды, разность давлений P_n и P_c равна скоростному напору $\rho V^2/2$:

$$P_n - P_c = \frac{\rho V^2}{2},$$

где ρ – плотность воздуха в рабочей части трубы,

V - скорость воздушного потока.

Отсюда

$$V = \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_n - P_c)}, \quad (1)$$

Поскольку воздух попадает в трубу из лабораторного помещения, то плотность воздуха в трубе без учета сжимаемости равна плотности воздуха в атмосфере и определяется с помощью уравнения состояния:

$$\rho = \rho_A = \frac{P_A}{RT_A} \quad (2)$$

где P_A – атмосферное давление в помещении, Па,

T_A – температура воздуха в помещении, К.

Таким образом, методика экспериментального определения скорости дозвукового потока с помощью насадка основана на использовании уравнения Бернулли, условия несжимаемости и уравнения состояния. Из этих уравнений видно, что для определения скорости необходимо замерить разность между полным и статическим давлением, давление и температуру в полостях.

В действительности центральное отверстие насадка воспринимает не полное давление P_n , которое имеется только в одной критической точке, а некоторое среднее давление потока, имеющие место на передней поверхности насадка, так как это отверстие, как бы оно не было мало, занимает некоторую конечную область и не является точкой. Кроме того, статическое давление мы измеряем не в той точке, где измеряется полное давление. Следовательно, разность давлений, которую мы фактически измеряем зависит от формы и размеров насадка и не равна разности статического и полного давления в потоке в одной и той же точке. Чтобы учесть поправку в формулу (1) вводится коэффициент ξ , называемый коэффициентом насадка, после чего формула принимает вид:

$$V = \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_n - P_c) \xi} \quad (3)$$

Величина ξ определяется экспериментально при тарировке насадка. По опытным данным ξ колеблется в пределах от 1,01 до 1,04.

Для измерения разности давлений P_n и P_c в данной работе используется микроманометр (рис. 2). Он представляет собой двухколенную трубку, заполненную жидкостью. К обоим коленам прибора при помощи шлангов подводятся давления, разность которых необходимо измерить. Одно из колен манометра (бачок) делается со значительно большим поперечным сечением, чем другое (стеклянная трубка). Это позволяет в отличие от обычной U - образной трубы ограничиться при измерении перепада давлений отсчетом только в одном узком измерительном колене. Повышенное давление P_n подводится к бачку манометра, пониженное P_c к стеклянной трубке. В бачке уровень понижается на величину Δh , а в стеклянной трубке повышается на $a_H = a - a_0$.

Зная Δh и a_H , можно определить разность давлений P_n и P_c по формуле:

$$P_n - P_c = a_H \gamma \sin \varphi + \Delta h \gamma, \quad (4)$$

где $\gamma = \rho_{ж} g$ – удельный вес жидкости в микроманометре при температуре опыта;

φ – угол между осью наклонной стеклянной трубочки и горизонтальной плоскостью;

$\rho_{ж}$ – плотность жидкости;

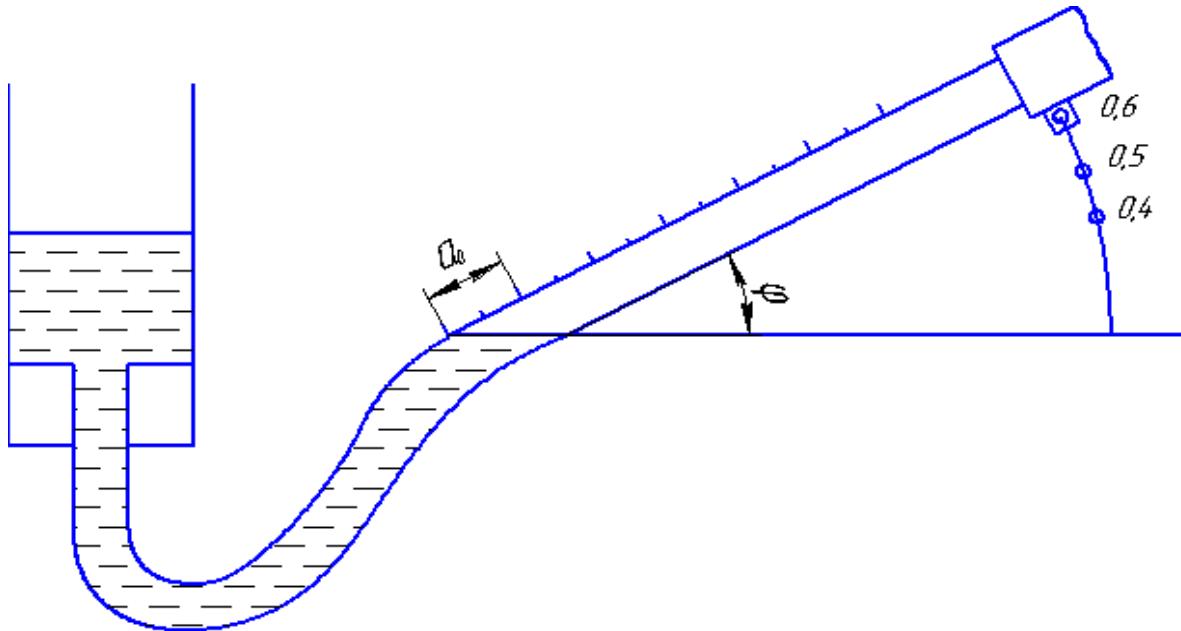


Рис. 2. Схема микроманометра

Δh – изменение высоты жидкости в широком колене микроманометра во время опыта; a , a_0 – величины показаний, отсчитываемых по шкале на боковой поверхности стеклянного колена микроманометра во время опыта и до опыта соответственно.

Разность давлений определяется изменением положения жидкости. При данной разности давлений $P_n - P_c$ это изменение будет тем больше, чём меньше угол наклона трубы манометра φ . Положение наклонной стеклянной трубочки

фиксируется на специальном кронштейне, причем каждое положение кронштейна имеет цифровой индекс, соответствующий значению $\sin \varphi$. Таким образом, уменьшение угла φ приводит непосредственно к увеличению отсчитываемой величины, т.е. к повышению точности отсчета, а значит и точности измерения. Однако, это верно только до определенного предела, так как при $\sin \varphi = 1/25$ и меньше начинают появляться ошибки, обусловленные капиллярными законами жидкости, налитой в манометр.

Если площадь зеркала жидкости, налитой в бачок микроманометра, равна F , а площадь поперечного сечения стеклянной трубочки f , то простой подсчет объема жидкости, вытесненной из широкого колена и вошедшой в узкое колено, приводит к зависимости:

$$\Delta h = f a_H / F$$

Подставляя Δh формулу (4) получаем:

$$P_{\pi} - P_C = a_H \gamma \left(1 + \frac{f}{F \sin \varphi}\right) \sin \varphi \quad (5)$$

Из этого уравнения следует, что величина Δh учитывается введением поправки $K = 1 + \frac{f}{F \sin \varphi}$, называемой коэффициентом микроманометра. Введение коэффициента K позволяет при определении разности давлений ограничиться только отсчетом величины a_H .

Таким образом, рабочая формула микроманометра принимает вид:

$$P_{\pi} - P_C = (a - a_0) \gamma K \sin \varphi \quad (6)$$

и для определения скорости воздушного потока из формул (3) и (6) получаем:

$$V = \sqrt{\frac{2}{\rho} (a - a_0) \rho_{\infty} g K \xi \sin \varphi} \quad (7)$$

Обычно место установки насадка и место установки исследуемой модели не совпадают (рис. 3).

Для подсчета скорости V невозмущенного потока в том месте, где находится исследуемая модель, с помощью насадка, устанавливаемого в другом месте, используется следующая формула:

$$V = \sqrt{\frac{2}{\rho} (a - a_0) \rho_{\infty} g K \xi \mu \sin \varphi} \quad (8)$$

где μ – коэффициент точки поля скоростных напоров в рабочей части аэродинамической трубы, равный отношению скоростного напора в точке, где устанавливается модель, к скоростному напору в точке, где устанавливается насадок. Этот коэффициент позволяет, измеряя скоростной напор в точке, где установлен насадок, получить скоростной напор в точке, где установлена модель.

Величина μ определяется экспериментально при исследовании поля скоростных напоров данной аэродинамической трубы.

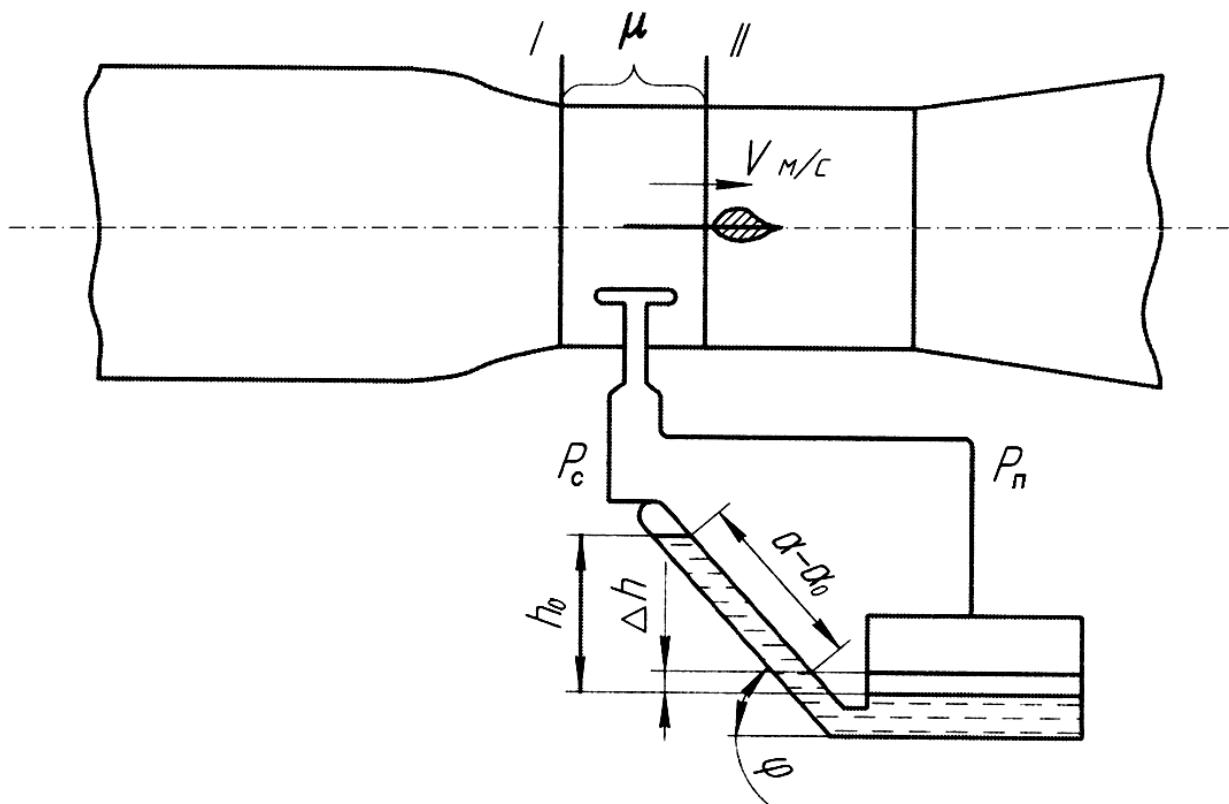


Рис. 3. К методу определения скорости воздушного потока в аэродинамической трубе приемником воздушного давления

2. Определение скорости потока методом перепада давлений

В аэродинамических трубах, особенно замкнутого типа, скорость воздушного потока часто определяют методом перепада давлений. Для этого выбирают две контрольные плоскости: одну во входной части трубы (рис. 4), а вторую в рабочей части.

В выбранных сечениях I и II в стенках трубы делают 6 ÷ 10 отверстий, которые во избежание случайных ошибок при измерении давления, объединяют в самостоятельные коллекторы (для каждого сечения свой коллектор). Поскольку $P_1 > P_2$, то резервуар микроманометра при помощи шланга соединяется с отверстиями, расположенными в сечении I, а измерительная трубка микроманометра соединяется с другими отверстиями, расположенными в сечении II.

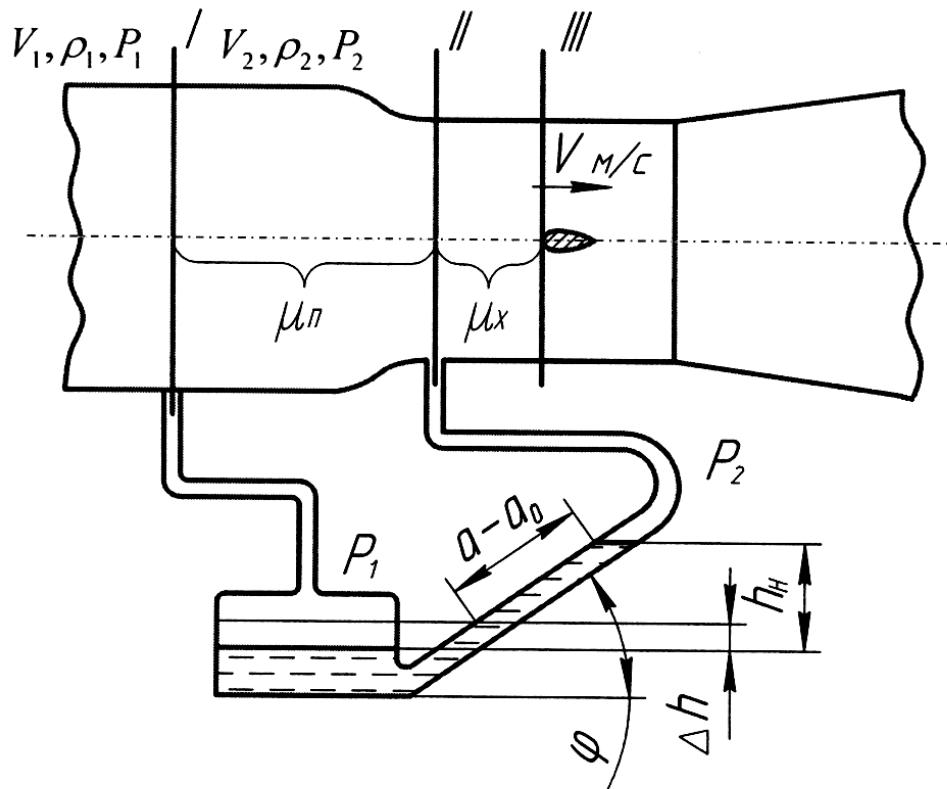


Рис. 4. К методу определения скорости воздушного потока в аэродинамической трубе по перепаду давлений

Методика экспериментального определения скорости этим методом основана на использовании уравнения Бернуlli:

$$P_1 + \frac{\rho V_1^2}{2} = P_2 + \frac{\rho V_2^2}{2} + \zeta \frac{\rho V_2^2}{2} \quad (9)$$

уравнения неразрывности:

$$\rho V_1 s_1 = \rho V_2 s_2 \quad (10)$$

условия несжимаемости и уравнения состояния (2)

где: ζ – коэффициент гидравлического сопротивления на участке трубы между рассматриваемыми сечениями; s_1, s_2 – соответственно площади первого и второго сечения.

Из этих уравнений видно, что для определения скорости дозвукового потока методом перепада давлений необходимо измерить разность статических давлений в сечениях I и II.

Из уравнений (9) и (10) получим для перепада давлений:

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \frac{\rho V_2^2}{2} \left[1 + \zeta - \left(\frac{s_2}{s_1} \right)^2 \right]$$

Отсюда для скорости V_2 имеем:

$$V_2 = \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{P_1 - P_2}{1 + \zeta - \left(\frac{s_2}{s_1} \right)^2}} = \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_1 - P_2) \mu_{II}} \quad (11)$$

где

$$\mu_{II} = \frac{1}{1 + \zeta - (s_2/s_1)^2} \quad \text{коэффициент перепада, характеризующий данную}$$

аэродинамическую трубу. Этот коэффициент определяется тарировкой для конкретных условий расположения отверстий, измеряющих перепад давлений. Учитывая формулу (6) и коэффициент поля трубы μ_I , включающий в себя коэффициент перепада μ_{II} и коэффициент потерь μ_x по длине трубы от сечения II до сечения III (см. рис. 4), получим формулу для скорости невозмущенного потока в сечении, где находится исследуемая модель:

$$V = \sqrt{\frac{2}{\rho}(a - a_0)\rho_{ж}gK\mu_I \sin \varphi} \quad (12)$$

В заключении отметим, что второй метод определения скорости воздушного потока в отличие от 1-го не приводит к возмущению движущегося потока.

ПРОГРАММА РАБОТЫ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА.

I. Порядок выполнения работы по определению скорости потока с помощью приемника воздушного давления:

1. Установить насадок в контрольном сечении трубы так, чтобы ось насадки совпадала с направлением потока или продольной осью трубы; соединить отверстия насадка с микроманометром.
2. Снять показания микроманометра до эксперимента, т.е. нулевой отсчет a_0 при перепаде давлений, равном нулю.
3. Зафиксировать показания микроманометра во время эксперимента, т.е. a .
4. Перед началом и после проведения опыта определить барометрическое давление P_A и температуру воздуха t_A в рабочем помещении.
5. Рассчитать среднее значение плотности воздуха по формуле (2).
6. Рассчитать скорость потока в рабочей части трубы по формуле (7).

Исходные данные:

$$\varphi = 45^\circ; \quad K = 1,1; \quad \rho_{ж} = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}; \quad \mu = 1;$$

$$\xi = 1,02; \quad a - a_0 = \quad \text{м}$$

Расчетные формулы:

$$V = \sqrt{\frac{2}{\rho}(a - a_0)\rho_{ж}gK\xi\mu \sin \varphi}$$

$$\rho = \rho_A = \frac{P_A}{RT_A}$$

$$735,6 \text{ мм.рт.ст} = 98100 \text{ Па}$$

$$T_A = t_A + 273$$

II. Порядок выполнения работы по определению скорости потока методом перепада давлений:

1. Соединить коллекторы, ведущие к отверстиям в форкамере и к рабочей части трубы, с микроманометром.
2. Снять показания микроманометра до эксперимента — a_0 , и во время эксперимента — a .
3. Перед началом и после проведения опыта определить барометрическое давление P_A и температуру воздуха t_A в рабочем помещении. Рассчитать среднее значение плотности воздуха по формуле (2).
4. Рассчитать скорость потока в рабочей части трубы по формуле (12).

Исходные данные:

$$\begin{aligned}\varphi &= 45^\circ; & K &= 1,1; & \rho_{\mathcal{K}} &= 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}; & \mu_1 &= \mu_{\Pi} \mu_X; \\ \zeta &= 0,06; & s_1 &= 240 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2; & s_2 &= 142 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2; \\ \mu_X &= 1; & \alpha - \alpha_0 &= \quad \text{м.}\end{aligned}$$

Расчетные формулы:

$$\begin{aligned}V &= \sqrt{\frac{2}{\rho}(a - a_0)\rho_{\mathcal{K}} g K \mu_1 \sin \varphi} \\ \mu_1 &= \mu_X \mu_{\Pi} = \mu_X \frac{1}{1 + \zeta - (s_2 / s_1)^2}\end{aligned}$$

Контрольные вопросы:

1. На использовании каких зависимостей основана методика определения скорости дозвукового потока с помощью насадка? Каков порядок определения скорости вытекает из этих зависимостей?
2. На использовании каких зависимостей основана методика определения скорости методом перепада давлений? Каков порядок определения скорости вытекает из этих зависимостей?
3. На использовании каких зависимостей основана методика экспериментального определения перепада давлений P_{Π} и P_C ?
4. Что учитывают коэффициенты микроманометра K , приемника воздушного давления ξ , точки поля скоростных напоров μ и μ_1 ?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2.

АНАЛИЗ ТЕЧЕНИЯ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В ОТКРЫТОМ КАНАЛЕ ПЕРЕМЕННОЙ ШИРИНЫ. МЕТОД ГАЗОГИДРАВЛИЧЕСКОЙ АНАЛОГИИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ДО - И СВЕРХЗВУКОВЫХ ТЕЧЕНИЙ ГАЗА.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

Теоретическое и экспериментальное исследование течения невязкой несжимаемой жидкости в открытом канале; определение распределения высоты и скорости потока по длине канала.

ОСНОВЫ ТЕОРИИ.

Рассмотрим движение жидкости в открытом канале переменной ширины (рис. 1).

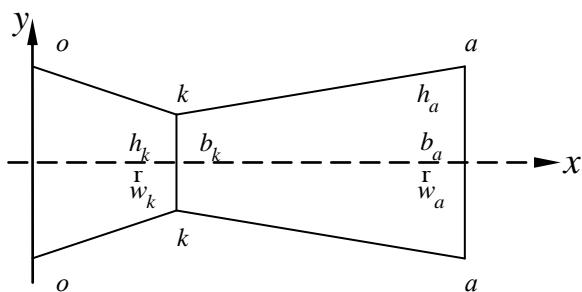


Рис.1. Схема течения жидкости в открытом канале

Движение жидкости в любом русле характерно тем, что над его поверхностью давление оказывается одинаковым, равным давлению среды P_c . В этом случае уравнение Бернулли, записанное для сечений к – к и а – а, имеет вид:

$$\frac{w_k^2}{2g} + h_k + \frac{P_k}{\gamma} = \frac{w_a^2}{2g} + h_a + \frac{P_a}{\gamma} \quad (1)$$

где: w , h , P , γ – скорость, высота, давление и удельный вес жидкости.

Индексами "а" и "к" обозначены параметры жидкости соответственно в сечениях а – а и к – к.

Последние слагаемые в каждой части уравнения (1) одинаковы, поэтому они взаимно уничтожаются. Тогда

$$\frac{w_k^2}{2g} + h_k = \frac{w_a^2}{2g} + h_a = H_0 \quad (2)$$

где H_0 – полный гидродинамический напор, т.е. высота жидкости, которая будет иметь место, если скорость жидкости уменьшить до нуля.

Рассмотрим некоторые свойства движения несжимаемой жидкости в открытом канале.

Из уравнения (2) видно, что всякое уменьшение глубины жидкости приводит к увеличению скорости. Максимальное значение скорости достигается при $h=0$ и равно:

$$w_{\max} = \sqrt{2gH_0} \quad (3)$$

Если в некоторой точке местная скорость потока становится равной скорости распространения поверхностных волн $c = \sqrt{gh}$, то эту скорость w_k и соответствующую глубину h_k называют критическими. В этом случае $w_k^2 / 2g + h_k = H_0$ и поскольку $w_k = c = \sqrt{gh_k}$, то

$$w_k = \sqrt{\frac{2}{3}gH_0}, \quad h_k = \frac{2}{3}H_0 \quad (4)$$

При критических значениях w и h значение параметра кинетичности (число Фруда)

$$Fr = \frac{w^2}{c^2} = \frac{w^2}{gh} \quad (5)$$

равно единице.

Запишем уравнение Бернулли в виде:

$$c^2 + \frac{w^2}{2} = gH_0 \quad (6)$$

Из уравнения (6) видно, что с убыванием скорости потока, волновая скорость c возрастает и в точках, где $w=0$, достигает максимального значения:

$$c_{\max} = \sqrt{gH_0} = \frac{w_{\max}}{\sqrt{2}} \quad (7)$$

Объемный расход жидкости, протекающей через некоторое сечение канала, определяется по формуле:

$$Q = whb = const \quad (8)$$

Логарифмируя и дифференцируя это выражение, получим:

$$\frac{dh}{h} + \frac{dw}{w} + \frac{db}{b} = 0$$

Из уравнения Бернулли следует: $w \frac{dw}{g} + dh = 0$

Исключая из этих соотношений глубину h , получаем:

$$\frac{dw}{w} = \frac{1}{Fr - 1} \cdot \frac{db}{b} \quad (9)$$

Закономерность изменения глубины легко установить, учитывая, что

$$\frac{dh}{h} = -\frac{wdw}{gh} = -Fr \frac{dw}{w} \quad (10)$$

Сравнивая уравнение (9) и (10) имеем:

$$\frac{dh}{h} = -\frac{Fr}{Fr - 1} \cdot \frac{db}{b} \quad (11)$$

Из уравнения (9) и (11) вытекает с одной стороны различный характер изменения в потоке глубин и скоростей, а с другой различный характер изменения указанных

параметров в бурных ($Fr > 1$) и спокойных ($Fr < 1$) потоках одинакового очертания. Так, вдоль расширяющейся струйки ($db > 0$) бурного потока ($Fr > 1$), скорости возрастают ($dw > 0$), а глубины уменьшаются ($dh < 0$); вдоль расширяющейся струйки спокойного потока ($Fr < 1$) скорости уменьшаются ($dw < 0$), а глубины возрастают ($dh > 0$). Вдоль суживающихся струек изменение указанных величин будет обратным.

Найдем зависимость для определения параметров жидкости в произвольном сечении канала переменной ширины.

Из условия равенства расходов и гидродинамических напоров в произвольном и критическом сечениях канала имеем:

$$Q = bhw = Q_k = b_k h_k w_k, \quad (12)$$

$$H = \frac{w^2}{2g} + h = H_k = \frac{w_k^2}{2g} + h_k, \quad (13)$$

где w_k и h_k определяются по зависимостям (4).

Разрешая уравнения (12) и (13) относительно h , получим:

$$h^3 - (h_k + \frac{w_k^2}{2g})h^2 + \frac{w_k^2}{2g}(\frac{b_k}{b})^2 h_k^2 = 0. \quad (14)$$

Разделив уравнение (14) на h_k^2 и вводя обозначения:

$$\bar{h} = \frac{h}{h_k}, \quad (15)$$

$$\bar{b} = \frac{b_k}{b}, \quad (16)$$

приведем его к безразмерному виду:

$$\bar{h}^3 - (1 + \frac{w_k^2}{2gh_k})\bar{h}^2 + \frac{w_k^2}{2gh_k}\bar{b}^2 = 0. \quad (17)$$

Учитывая, что

$$w_k^2 / gh_k = Fr_k = 1,$$

получим:

$$\bar{h}^3 - \frac{3}{2}\bar{h}^2 + \frac{1}{2}\bar{b}^2 = 0. \quad (18)$$

График зависимости $\bar{h} = f(\bar{b})$ показан на рис. 2.

С помощью, этого графика можно зная $\bar{b} = b_k/b$ определить \bar{h} и затем по зависимости (15) найти значение высоты слоя жидкости в произвольном сечении канала. При этом, необходимо учитывать, что в сужающейся части канала, имеет место область спокойного течения ($Fr < 1$), а в расширяющейся части канала область бурного течения ($Fr > 1$). Скорость течения жидкости в произвольном сечении канала может быть найдена с помощью уравнения (12):

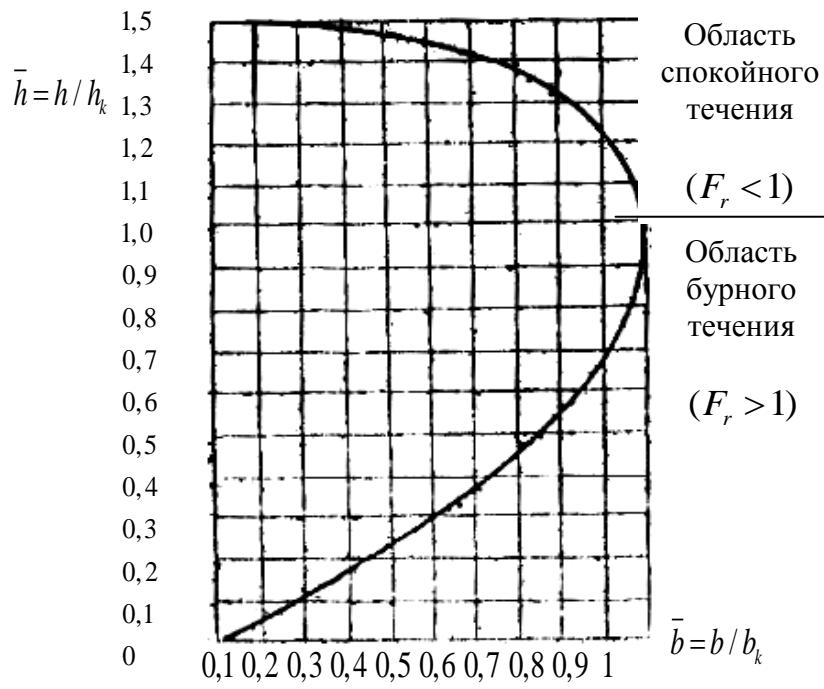


Рис. 2. График зависимости $\bar{h} = f(\bar{b})$

$$w = Q_k / bh \quad (12a)$$

Типичный вид распределения высоты и скорости потока по длине канала показан на рис. 3.

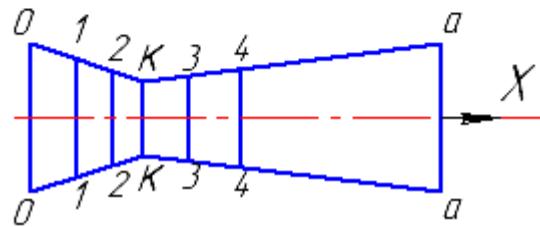
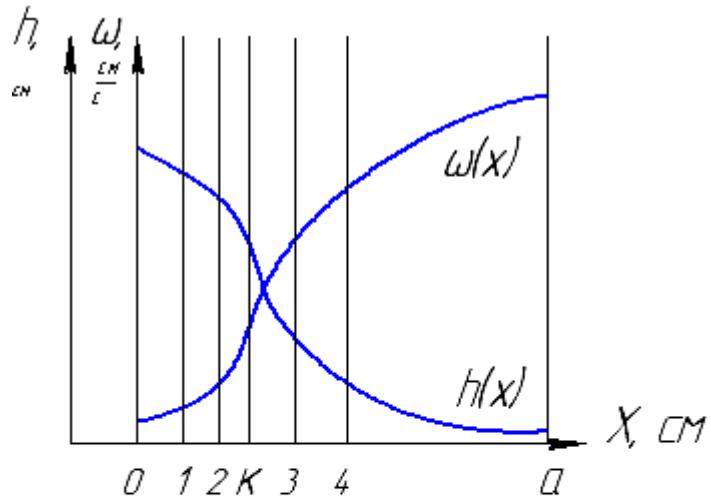


Рис. 3. Графики $h(x)$ и $w(x)$

Описание экспериментальной установки

Для экспериментального исследования течения несжимаемой жидкости в горизонтальном канале переменной ширины в настоящей работе используется специальная установка, принципиальная схема которой показана на рис. 4. Установка имеет в своем составе: 1 – корпус, 2 – насос, 3 – электродвигатель, 4 – резервуар с водой, 5 – ванна с отогнутыми бортами, 6 – гидролоток, 7,8 – регулировочные винты, 9 – канал, 10 – модель, 11 – питающий трубопровод, 12 – напорный бак, 13 – сливной трубопровод.

В напорном баке 12 поддерживается постоянный уровень воды при помощи насоса – 2, подающего воду из резервуара – 4. Насос работает с завышенной производительностью, а излишки воды сливаются из бака через трубу 13. Таким образом, поддерживается постоянный расход воды через трубопровод 11. Величины расходов измеряются с помощью расходомеров. Вода через питающий трубопровод 11 поступает в канал 9. Для обеспечения, равномерного потока по длине канала устанавливаются успокоительные решетки.

Измерение высоты слоя жидкости в расширяющейся части канала производится с помощью уровнемера. При касании иглой поверхности бурного потока образуется система волн, исходящих от острия иглы. При касании иглой спокойного потока в воде образуется мениск. Измерение полного гидродинамического напора в широкой входной части канала производится с помощью вертикально установленной измерительной металлической линейки.

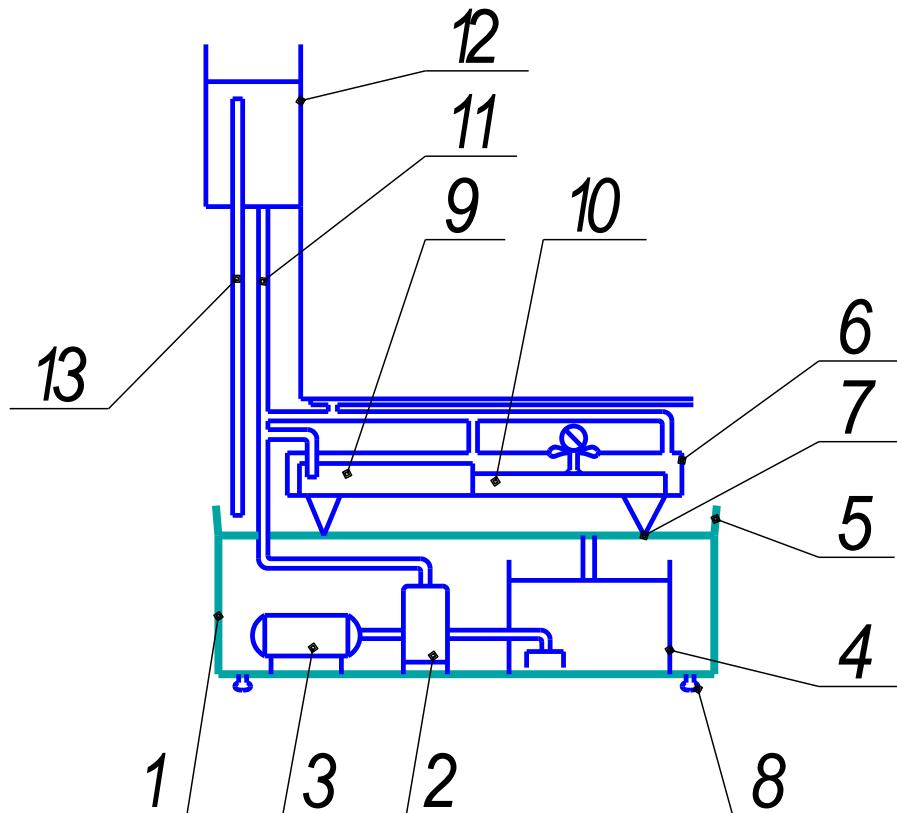


Рис. 4. Схема гидравлической установки

ПРОГРАММА РАБОТЫ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА.

1. Изучить общие сведения о течении идеальной несжимаемой жидкости в открытом канале переменной ширины.
2. Ознакомиться с устройством экспериментальной установки.
3. Измерить длину и ширину сужающейся и расширяющейся частей канала.
4. Включать установку и измерить величину полного гидродинамического напора во входном сечении канала, где скорость жидкости пренебрежимо мала, а также высоту жидкости в выходном сечении канала.
5. Нарисовать на верхней половине листа миллиметровки уменьшенный в определенном масштабе канал и вычислить для 7-ми сечений канала значения координаты x и ширины b . (В число названных сечений надо обязательно включить входное, критическое и выходное сечения).
6. Рассчитать значения $\bar{b} = b_k / b$.
7. Найти с помощью графика, приведенного на рис.2, значения \bar{h} , соответствующие полученным значениям $\bar{b} = b_k / b$.
8. Определить высоту h_k , скорость w_k и объемный расход Q_k жидкости в сечении $k - k$ по зависимостям (4) и (12).
9. Рассчитать высоту и скорость в выбранных сечениях по формулам (15) и (12a).
10. Построить на нижней половине листа миллиметровки графики зависимостей $h(x)$, $w(x)$. (При построении графиков необходимо совместить начало координат со входным сечением канала).
11. Нанести на график $h(x)$ замеренную высоту слоя жидкости в выходном сечении канала и сделать вывод о достоверности приведенного математического описания установившегося течения невязкой несжимаемой жидкости в открытом горизонтальном канале переменной ширины.

Результаты замеров и расчетов оформить в отчете по лабораторной работе в виде следующей таблице.

№ Пп	x	b	$\bar{b} = \frac{b_k}{b}$	$\bar{h} = \frac{h}{h_k}$	h	w	H_0	h_a эксп
	см	см	-	-	см	см/с	см	см
1.								
2.								
3.								
4.								
5.								
6.								
7.								

Исходные данные:

1. Значения ширины канала в сечениях о-о, к-к, и а-а:

$$b_0 = 8 \text{ см}, \quad b_k = 1 \text{ см}, \quad b_a = 4 \text{ см}$$

2. Длина сужающейся части канала:

$$l_c = 3,5 \text{ см};$$

3. Длина расширяющейся части канала:

$$l_p = 7 \text{ см};$$

4. Ускорение силы тяжести:

$$g = 980 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$$

Расчетные формулы:

1. Зависимость высоты потока от ширины канала:

$$\bar{h}^3 - \frac{3}{2}\bar{h}^2 + \frac{1}{2}\bar{b}^2 = 0$$

где

$$\bar{h} = \frac{h}{h_k}, \quad \bar{b} = \frac{b_k}{b}$$

2. Выражения для критической высоты, критической скорости и критического объемного расхода:

$$h_k = \frac{2}{3}H_0, \quad w_k = \sqrt{\frac{2}{3}gH_0},$$

$$Q_k = b_k h_k w_k = Q = b h w$$

3. Формулы для определения высоты и скорости жидкости в произвольном сечении:

$$h = \bar{h} \cdot h_k, \quad w = Q/hb$$

Контрольные вопросы:

1. Какие уравнения используются для определения параметров жидкости в произвольном сечении канала переменной ширины?
2. Как изменяется скорость течения с изменением высоты жидкости?
3. Что называется критической скоростью и критической глубиной потока жидкости?
4. Как изменяется волновая скорость "С" по длине канала?
5. Какие потоки называют бурными и спокойными?
6. Каково устройство используемой гидравлической установки?
7. Каков порядок определения высоты и скорости потока жидкости в произвольном сечении открытого канала переменной ширины?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3.

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТАНОВИВШЕГОСЯ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА ЧЕРЕЗ СОПЛО ЛАВАЛЯ.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

Изучение основных положений теории одномерных установившихся течений газа. Определение распределений параметров газа по длине сопла Лаваля. Проектировочный расчет сопла.

ОСНОВЫ ТЕОРИИ И СРЕДСТВА ИССЛЕДОВАНИЙ.

1. Связь между скоростью движения газа и формой потока

Система уравнений, описывающих одномерное установившиеся изоэнтропическое движение газа в канале переменного сечения, включает следующие зависимости:

- уравнение неразрывности $G = \rho VS$,
- уравнение Бернулли $\frac{V^2}{2} + \frac{k}{k-1} \frac{P}{\rho} = \frac{V_0^2}{2} + i_0 = const$,
- уравнение идеальной адиабаты $\frac{P}{\rho^k} = \nu = const$,

где P , ρ , i_0 , V , G – давление, плотность, полная энталпия, скорость и расход газа в некотором сечении канала;

$k = C_p/C_v$ – отношение теплоемкостей; S – площадь сечения.

В результате преобразования этой системы уравнений можно получить уравнение обращения воздействия:

$$\frac{1}{V} \frac{dV}{dx} (M^2 - 1) = \frac{1}{S} \frac{dS}{dx}$$

Это уравнение показывает, что поток ускоряется вдоль канала переменного сечения (т.е. $\frac{dV}{dx} > 0$) при $M < 1$, $\frac{dS}{dx} < 0$, а также при $M > 1$, $\frac{dS}{dx} > 0$ и поток тормозится вдоль канала (т.е. $\frac{dV}{dx} < 0$) при $M < 1$, $\frac{dS}{dx} > 0$, а также при $M > 1$, $\frac{dS}{dx} < 0$.

Таким образом, для непрерывного увеличения скорости газа необходимо сначала сужать дозвуковой поток, пока скорость не достигает скорости звука, а затем расширять сечение сверхзвукового потока.

В узком сечении сопла, где $M = 1$, величина $\frac{dS}{dx} = 0$. Это наименьшее сечение сопла называют критическим. Параметры, которые имеет газ при скорости течения газа, равной скорости звука, называют критическими параметрами.

2. Уравнения для определения давления, плотности и температуры в зависимости от скорости газа.

Для перевода газа из состояния покоя в движение со скоростью V необходимо израсходовать часть его энталпии, равную:

$$\frac{V^2}{2} = i_0 - i, \quad (1)$$

где $i_0 = CpT_0$, $i = CpT$

Здесь и далее индексом "0" отмечены параметры торможения.

Деля обе части уравнения (1) на квадрат скорости звука $a^2 = kRT$ и учитывая, что $M = V/a$, получим:

$$Cp \frac{T_o - T}{kRT} = \frac{1}{2} \frac{V^2}{a^2} = \frac{1}{2} M^2,$$

Принимая во внимание, что $Cp = \frac{kR}{k-1}$ отсюда имеем:

$$\frac{T_o - T}{T} = \frac{k-1}{2} M^2,$$

или

$$\frac{T}{T_o} = \frac{1}{1 + \frac{k-1}{2} M^2} = \tau(M), \quad (2)$$

где $\tau(M)$ – газодинамическая функция температуры.

Пользуясь соотношениями для идеальной адиабаты:

$$\frac{P}{P_o} = \left(\frac{T}{T_o} \right)^{\frac{k}{k-1}}; \quad \frac{\rho}{\rho_o} = \left(\frac{T}{T_o} \right)^{\frac{1}{k-1}},$$

отсюда можно получить формулы для вычисления давления и плотности в идеальном потоке с помощью параметров торможения:

$$\frac{P}{P_o} = \left(\frac{1}{1 + \frac{k-1}{2} M^2} \right)^{\frac{k}{k-1}} = \pi(M), \quad (3)$$

$$\frac{\rho}{\rho_o} = \left(\frac{1}{1 + \frac{k-1}{2} M^2} \right)^{\frac{1}{k-1}} = \varepsilon(M) , \quad (4)$$

где $\pi(M)$ и $\varepsilon(M)$ газодинамические функции давления и плотности.

В критическом режиме скорость течения газа равна скорости звука и из уравнений (2), (3), (4) можно получить следующие выражения для критических значений параметров газа:

$$\frac{T_{kp}}{T_o} = \frac{2}{k+1} = \tau(1), \quad \frac{P_{kp}}{P_o} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} = \pi(1), \quad \frac{\rho_{kp}}{\rho} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}} = \varepsilon(1) \quad (5)$$

Отсюда также следует, что скорость звука в критическом режиме течения определяется по формуле:

$$a_{kp} = \sqrt{kRT_{kp}} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_o}$$

Газодинамические функции $\tau(M)$, $\pi(M)$, $\varepsilon(M)$ часто встречаются при решении задач расчёта внешнего обтекания тела газовым потоком.

Можно характеризовать степень преобразования энталпии в кинетическую энергию еще одним способом.

Разделив уравнение (1) на квадрат критической скорости звука и вводя понятие приведенной скорости газа $\lambda = V/a_{kp}$ получим:

$$\frac{Cp(T_o - T)}{\frac{2k}{k+1} RT_o} = \frac{1}{2} \lambda^2 ,$$

Отсюда, принимая во внимание, что $Cp = \frac{kR}{k-1}$, имеем

$$\frac{k+1}{k-1} \left(1 - \frac{T}{T_o} \right) = \lambda^2 ,$$

или

$$\frac{T}{T_o} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right) = \tau(\lambda) , \quad (6)$$

Пользуясь соотношениями для идеальной адиабаты и зависимостью (6), можно получить формулы для давления и плотности:

$$\frac{P}{P_o} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right)^{\frac{k}{k-1}} = \pi(\lambda) , \quad (7)$$

$$\frac{\rho}{\rho_o} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right)^{\frac{1}{k-1}} = \varepsilon(\lambda) , \quad (8)$$

Газодинамические функции $\tau(\lambda)$, $\pi(\lambda)$, $\varepsilon(\lambda)$ часто встречаются при решении задач расчёта внутреннего течения газа в каналах.

Значения газодинамических функций по известным значениям λ и M могут быть легко определены с помощью специальных таблиц (см. приложение). Связь между числами λ и M легко установить, сравнивая выражения (2) и (6):

$$M = \sqrt{\frac{\frac{2}{k+1}\lambda^2}{1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda^2}} \quad (9)$$

Зная значение числа $\lambda(M)$ и параметры P_0, T_0, ρ_0 (P, T, ρ) с помощью приведенных соотношений легко найти параметры P, T, ρ (P_0, T_0, ρ_0), характеризующие состояние движущегося (заторможенного) газа.

При решении задач, связанных с течениями газа внутри каналов, встречается помимо $\tau(\lambda)$, $\pi(\lambda)$ и $\varepsilon(\lambda)$ газодинамическая функция расхода газа. Согласно уравнению неразрывности, количество газа, протекающее через поперечное сечение канала, равно:

$$G = \rho VS$$

Умножая и деля правую часть этого уравнения на a_{kp} , $\varepsilon(1)$, а также учитывая соотношения

$$\lambda = \frac{V}{a_{kp}}, \quad \rho_0 = \frac{P_0}{RT_0}, \quad \rho = \rho_0 \cdot \varepsilon(\lambda) = \frac{P_0}{RT_0} \left(1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda^2\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

и вводя газодинамическую функцию расхода

$$q(\lambda) = \frac{1}{\varepsilon(1)} \lambda \left(1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda^2\right)^{\frac{1}{k-1}}, \quad (10)$$

где $\varepsilon(1)$ — множитель, который при $\lambda=1$ делает значение газодинамической функции равным единице, получим

$$G = \frac{\varepsilon(1)P_0q(\lambda)a_{kp}S}{RT_0} \quad (11)$$

График зависимости $q(\lambda)$ представлен на рис. 1. Из рисунка видно, что одному значению $q(\lambda)$ соответствуют два значения λ : одно в дозвуковой области $\lambda < 1$, а другое в сверхзвуковой $\lambda > 1$. При $\lambda=1$ газодинамическая функция $q(\lambda)=1$. $q(\lambda)$

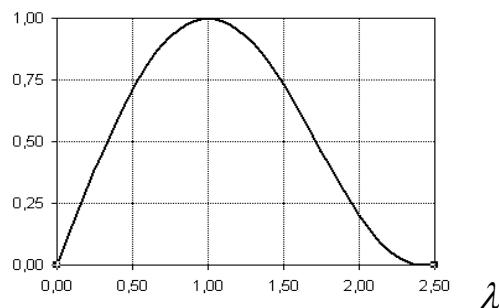


Рис. 1. График зависимости $q(\lambda)$

В принципе одну газодинамическую функцию можно всегда выразить через другую; При этом получаются новые газодинамические функции. На практике наибольшее применение из них получили функции:

$$y(\lambda) = \frac{q(\lambda)}{\pi(\lambda)} = \frac{\lambda}{\varepsilon(1) \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right)} \text{ и } q(\pi)$$

Для получения последней функции воспользуемся формулами (7) и (10). Из формулы (7) имеем

$$1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 = \pi^{\frac{k-1}{k}}, \quad \lambda = \sqrt{\frac{k+1}{k-1} \left(1 - \pi^{\frac{k-1}{k}} \right)},$$

где $\pi = P / P_0$.

Подставляя эти выражений в формулу (10), получаем

$$q(\pi) = \frac{1}{\varepsilon(1)} \sqrt{\frac{k+1}{k-1}} \sqrt{\pi^{\frac{2}{k}} - \pi^{\frac{k+1}{k}}} = \frac{1}{k_0} \sqrt{\frac{2k}{k-1}} \sqrt{\pi^{\frac{2}{k}} - \pi^{\frac{k+1}{k}}}$$

С учетом последней формулы выражение для расхода газа через произвольное сечение принимает следующий вид:

$$G = \frac{\varepsilon(1) P_0 q(\pi) a_{kp} S}{RT_0} = k_0 S \frac{P_0}{\sqrt{RT_0}} q(\pi), \quad k_0 = \sqrt{k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}}$$

3. Установившееся истечение газа из сосуда через сопло Лаваля

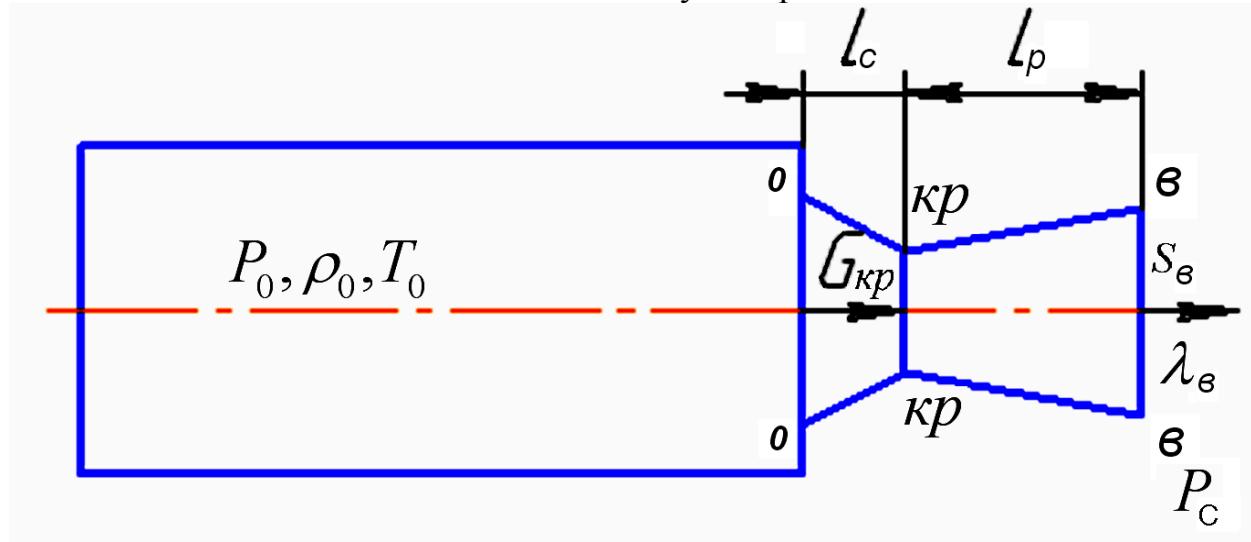


Рис. 2. Схема истечения газа из сосуда через сопло Лаваля

Будем предполагать, что параметры торможения P_0, T_0, ρ_0 газа, находящегося в сосуде, и давление среды P_c поддерживаются постоянными. Принятие этого условия позволяет нам считать процесс истечения газа из сосуда установившимся.

Рассмотрим случай критического истечения газа из сосуда $P_{kp} > P_c$ поскольку использование сопла Лаваля в случае докритического режима течения имеет меньшее практическое значение.

При $P_{kp} > P_c$ в критическом сечении сопла устанавливается скорость газа, равная скорости звука, и параметры в этом сечении будут критическими, определяемыми по следующим зависимостям:

$$\begin{aligned} P_{kp} &= P_0 \pi(1) = P_0 \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}; \quad T_{kp} = T_0 \tau(1) = T_0 \frac{2}{k+1}; \\ \rho_{kp} &= \rho_0 \varepsilon(1) = \rho_0 \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}}; \quad V_{kp} = a_{kp} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_0}. \end{aligned} \quad (12)$$

Расход газа через критическое сечение сопла будет равен:

$$G_{kp} = \frac{\varepsilon(1) P_0 a_{kp} S_{kp}}{RT_0} = k_0 S_{kp} \frac{P_0}{\sqrt{RT_0}} \quad (13)$$

В установившемся режиме течения расход газа через любое сечение сопла будет одинаков:

$$Gi = G_{kp},$$

где Gi – расход газа через i -тое сечение. Подставляя сюда выражение для Gi и G_{kp} в соответствии с уравнениями (11), (13) получим зависимость для определения $q(\lambda)$ в i -том сечении сопла:

$$q(\lambda i) = S_{kp} / Si \quad (15)$$

По известному значению $q(\lambda)$ можно с помощью таблиц газодинамических функций найти λ , $\tau(\lambda)$, $\pi(\lambda)$, $\varepsilon(\lambda)$ и затем параметры:

$$Vi = \lambda i \cdot a_{kp} = \lambda i \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_0}, \quad Pi = P_0 \pi(\lambda i), \quad Ti = T_0 \tau(\lambda i), \quad \rho_i = \rho_0 \varepsilon(\lambda i) \quad (15a)$$

в i -том сечении сопла.

При определении λi , $\pi(\lambda i)$, $\varepsilon(\lambda i)$, $\tau(\lambda i)$ по известному значению $q(\lambda i)$ необходимо учитывать, что в сужающейся части сопла $\lambda i < 1$, а в расширяющейся части $\lambda i > 1$.

Реактивная сила, создаваемая струей, истекающей из сопла Лаваля, может быть определена по формуле:

$$F = G_{kp} V_{\mathcal{B}} + S_{\mathcal{B}} (P_{\mathcal{B}} - P_c), \quad (16)$$

где G_{kp} , $V_{\mathcal{B}}$ и $P_{\mathcal{B}}$ находятся по приведенным выше зависимостям.

4. Проектировочный расчет сопла Лаваля.

С изменением степени расширения сопла $S_{\mathcal{B}} / S_{kp}$ изменяется и давление газа в выходном сечении. Если исследовать функцию $F(P_{\mathcal{B}})$ на экстремум, то можно увидеть, что реактивная сила принимает максимальное значение при $P_{\mathcal{B}} = P_c$.

Если при $P_{kp} > P_c$ окажется $P_v = P_c$, то говорят, что сопло работает в расчетных условиях, а истекающую струю считают расчетной. При $P_v > P_c$ истекающая струя будет недорасширенной, а при $P_v < P_c$ перерасширенной.

На практике обычно обеспечивают степень расширения сопла Лаваля такой, чтобы сопло работало в расчетном режиме. Приведем зависимости для определения конструктивных параметров сопла, обеспечивающего получение заданной реактивной силы при минимальных затратах газа.

При $P_c = P_v$ из формулы (16) имеем:

$$F = G_{kp}V_v = G_{kp}\lambda_v \cdot a_{kp} = \frac{\varepsilon(1)P_0Skp2k\lambda_v}{k+1} \quad (17)$$

Поскольку $P_v = P_c$, то расчетное значение λ_v можно найти с помощью газодинамической функции $\pi(\lambda)$:

$$\pi(\lambda_v) = \frac{P_v}{P_0} = \frac{P_c}{P_0} \quad (18)$$

Добавляя к уравнениям (17) и (18) зависимость

$$q(\lambda_v) = Skp/S_v, \quad (14,a)$$

получим замкнутую систему уравнений, позволяющую при известных значениях F, P_0, P_c, k определить площади Skp и S_v сопла Лаваля, работающего в расчетном режиме.

Для расчета Skp и S_v необходимо:

- 1) определить λ_v по формуле (18),
- 2) вычислить Skp по формуле (17),
- 3) найти Skp/S_v по формуле (14,a), а затем, зная Skp , определить значение S_v .

При известных значениях S_v, Skp и S_0 длины суживающейся и расширяющейся частей непрофилированного сопла находятся из условия, что углы раствора конусов этих частей соответственно равны 90° и $24^\circ \div 26^\circ$.

Описание экспериментальной установки

Схема экспериментальной установки, используемой в настоящей работе, показана на рис. 3.

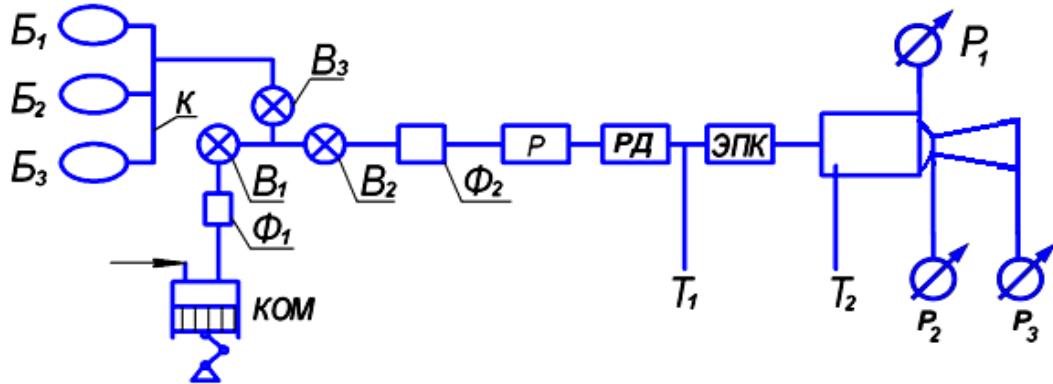


Рис. 3. Схема экспериментальной установки

На рис. 3 обозначены:

$B_1 - B_3$ – баллонная батарея;

К – коллектор;

КОМ – компрессор;

$\Phi_{1,2}$ – фильтры грубой и тонкой

$B_1 - B_3$ – вентили;

очистки воздуха;

ЭПК – электропневмоклапан;

Р – ресивер;

$P_{1,2,3}$ – манометры;

РД – редуктор;

С – сопло Лаваля;

П – полость.

Баллонная батарея $B_1 - B_3$ заправляется через фильтр грубой очистки от компрессора, и после заполнения отсекается от него с помощью вентиля B_1 . При открытых вентилях B_2, B_3 воздух из баллонной батареи, через фильтр тонкой очистки Φ_2 поступает в ресивер Р, а затем через редуктор и открытый ЭПК в сосуд и сопло С. Давление газа в сосуде регулируется с помощью редуктора. Трубки T_1 и T_2 являются датчиками полных давлений

P_H – за редуктором, и P_0 – в сосуде. Статическое давление в выходном сечении, сопла воспринимается датчиком статического давления.

ПРОГРАММА РАБОТЫ И ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА.

1. Изучить общие положения теории одномерных установившихся течений газа.
2. Ознакомиться с устройством экспериментальной установки.
3. Включить ЭПК, установить с помощью редуктора давление $P_0 = 5 \cdot 10^5$ Па и измерить давление $P_{\text{в эксп}}$ в выходном сечении сопла Лаваля.
4. Нарисовать на верхней половине листа миллиметровки увеличенное в определенном масштабе сопло и для семи его сечений определить значение диаметра d и площади S (в число названных сечений надо обязательно включить входное, критическое и выходное сечение сопла).
5. Рассчитать для этих сечений значения $q(\lambda) = Skp / S$.

6. Учитывая, что в сужающейся части сопла $\lambda < 1$, а в расширяющейся части $\lambda > 1$ найти с помощью таблиц газодинамических функций по известным значениям $q(\lambda)$ ряд значений λ , M и $\pi(\lambda)$.
7. Рассчитать соответствующие значения $V = a_{kp}\lambda$, и $P = P_0\pi(\lambda)$.
8. Построить на нижней половине листа миллиметровки графики зависимости $V(x)$, $P(x)$, $M(x)$ (при построении графиков необходимо совместить начало координат со входным сечением сопла).
9. Нанести на график $P(x)$ измеренное давление газа в выходном сечении сопла и сделать вывод о достоверности приведенного математического описания течения газа в сопле Лаваля.
10. Определить расход газа через сопло G_{kp} и реактивную силу по формулам (13), (17).

Результаты замеров и расчетов оформить в отчете по лабораторной работе в виде следующей таблицы:

№ Пп	x	d	S	$q(\lambda)$	λ	$\pi(\lambda)$	$\tau(\lambda)$	V	P	M	P_0	$P_{в\text{ эксп}}$
	см	см	см ²	-	-	-	-	м/с	Па		Па	Па
1.												
2.												
3.												
4.												
5.												
6.												
7.												

Исходные данные:

Конструктивные параметры сопла:

$$d_0 = 8 \cdot 10^{-2}, d_k = 1 \cdot 10^{-2}, d_B = 4 \cdot 10^{-2}, l_c = 3,5 \cdot 10^{-2}, l_p = 7 \cdot 10^{-2}$$

Физические свойства газа:

$$k = 1.4; \quad R = 287 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}, \quad T_0 = 293 \text{ К}$$

Расчетные формулы:

1. Уравнение, отражающие равенство расходов газа в критическом и произвольном сечении сопла:

$$q(\lambda) = Skp / S$$

2. Газодинамические функции

$$q(\lambda) = \left(\frac{k+1}{2} \right)^{\frac{1}{k-1}} \lambda \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right)^{\frac{1}{k-1}},$$

$$\pi(\lambda) = \frac{P}{P_0} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right)^{\frac{k}{k-1}}, \quad \tau(\lambda) = \frac{T}{T_0} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right).$$

3. Выражения для определения скорости, давления газа и скорости звука

$$V = \lambda a_{KP}, \quad a_{KP} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_0}, \quad P = P_0 \pi(\lambda).$$

4. Выражения для критического расхода и реактивной силы:

$$Gkp = \frac{\varepsilon(1) P_0 a_{KP} Skp}{RT_0}, \quad F = Gkp V_b + S_b (P_b - P_c)$$

Контрольные вопросы:

1. Как зависит скорость до- и сверхзвукового потоков от геометрического воздействия на них?
2. Как изменяются давление, плотность и температура при изменении скорости до- и сверхзвукового потоков?
3. Каков порядок расчета параметров газа в произвольном сечении сопла Лаваля?
4. Каково устройство используемой в работе экспериментальной установки?
5. Каков порядок расчета площадей критического и выходного сечений сопла, обеспечивающего заданную реактивную силу при работе сопла в расчетном режиме?
6. Как зависят Gkp , V_b и F от температуры газа T_0 ?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4.

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТАНОВИВШЕГОСЯ ИСТЕЧЕНИЯ ГАЗА ИЗ СОСУДА ЧЕРЕЗ СУЖИВАЮЩИЙСЯ НАСАДОК.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

Изучение основных положений теории одномерных установившихся течений газа; определение параметров газа в выходном сечении суживающегося насадка.

ОСНОВЫ ТЕОРИИ.

Расчетная схема истечения газа из сосуда через суживающийся насадок показана на рис. 1.

При анализе рассматриваемого течения будем считать, что параметры торможения в сосуде P_0, T_0, ρ_0 и давление среды P_C поддерживаются постоянными. В этом случае течение газа через насадок будет установившимся. Помимо этого, будем пренебречь потерями на трение и теплообмен при течении газа по насадку. Тогда параметры торможения в произвольном сечении насадка будут равны параметрам газа в сосуде.

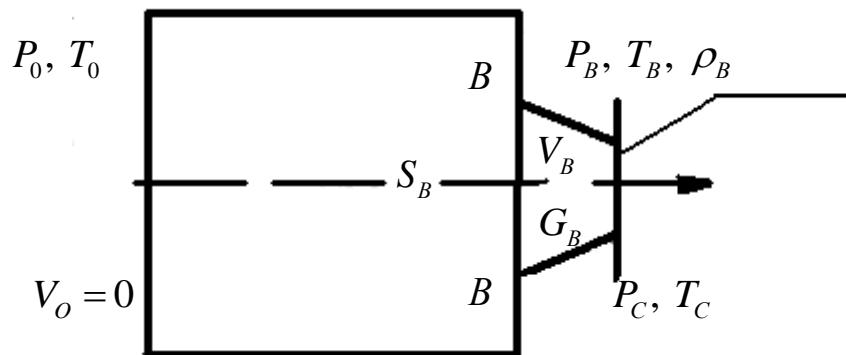


Рис. 1. Схема истечения газа.

Рассмотрим, как изменяется картина истечения газа через суживающийся насадок при изменении давления среды P_C .

Если $P_C = P_0$ то $P_B = P_C = P_0, V_B = 0, G_B = 0$. Если несколько уменьшить давление P_C , то волна разрежения, вызванная понижением давления, со скоростью звука пройдет через насадок в сосуд и перестроит там молекулы газа так, что установится процесс истечения с некоторой малой скоростью V_B , меньшей скорости звука a_B . При этом, как следует из опыта, давление в выходном

сечении насадка P_B при дозвуковой скорости истечения равно давлению P_C . При дальнейшем понижении давления среды скорость газа V_B будет увеличиваться, а скорость звука уменьшаться, пока при некотором значении $P_C = P_B = P_{KP}$ они не сравняются. При этом скорость волны разрежения относительно выходного сечения насадка становится равной нулю. При меньших значениях P_C волны возмущения не проникают в сосуд и не изменяют характер течения газа. Скорость истечения V_B остается равной критической скорости звука a_B , а параметры газа в сечении в–в будут равны критическим значениям. Проведенный анализ показывает что при истечении газа через суживающийся насадок имеют место два режима течения в сечении в–в (рис. 2):

- 1) докритический: $\lambda_B < 1$ при $1 \geq P_C > P_{KP} = \pi(1)P_0$,
- 2) критический: $\lambda_B = 1$ при $0 < P_C \leq P_{KP}$.

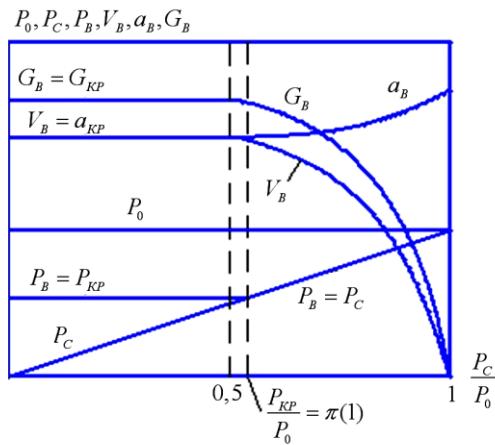


Рис. 2. Графики зависимостей $P_0, P_C, P_B, a_B, V_B, G_B = f(P_C / P_0)$

Приведенная скорость λ_B , давление P_B , температура T_B , скорость звука a_B , секундный массовый расход G_B и скорость истечения V_B в сечении в–в могут быть определены по следующим зависимостям:

- 1) при $P_C > P_{KP}$ (докритический режим):

$$\pi(\lambda_B) = \frac{P_B}{P_0} = \frac{P_C}{P_0},$$

$$P_B = P_C,$$

$$T_B = T_0 \tau(\lambda_B), \quad a_B = \sqrt{kRT_B}, \quad (1)$$

$$V_B = \lambda_B a_{KP_B} = \lambda_B \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_0},$$

$$G_B = \frac{\varepsilon(1) P_0 q(\lambda_B) a_{KP_B} S_B}{RT_0} = k_0 S_B \frac{P_0}{\sqrt{RT_0}} q(\pi_B);$$

- 2) при $P_C \leq P_{KP}$ (критический режим):

$$\begin{aligned}\lambda_B &= 1, V_B = a_{KP} \\ P_B &= P_{KP} = P_0 \pi(1), \\ T_B &= T_{KP} = T_0 \tau(1),\end{aligned}\tag{2}$$

$$a_B = a_{KP} = \sqrt{kRT_{KP}} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_0},$$

$$G_B = \frac{\varepsilon(1)P_0 a_{KP} S_B}{RT_0} = k_0 S_B \frac{P_0}{\sqrt{RT_0}}.$$

На практике часто объединяют формулы для расхода G_B в обоих режимах с помощью двухрежимной расходной функции Y и вводят коэффициент расхода μ_B , учитывающий отличие действительного расхода от теоретического:

$$G_B = \mu_B S_B \frac{\varepsilon(1)P_0 a_{KP}}{RT_0} Y = \mu_B S_B k_0 \frac{P_0}{\sqrt{RT_0}},$$

где

$$Y = \begin{cases} 1, & \text{при } 0 \leq \frac{P_c}{P_0} \leq \pi(1) \\ q(\lambda) = q(\pi), & \text{при } \pi(1) < \frac{P_c}{P_0} \leq 1 \end{cases}$$

Принципиальная схема и описание используемой экспериментальной установки были приведены в лабораторной работе № 3. Вывод о достоверности зависимостей, описывающих установившееся истечение газа через суживающийся насадок делается в результате сравнения расчетного и экспериментального значений давлений газа в выходном сечении насадка.

ПРОГРАММА РАБОТЫ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА.

1. Изучить общие положения теории одномерных установившихся течений газа.
2. Ознакомиться с устройством экспериментальной установки.
3. Включить ЭПК и установить с помощью редуктора требуемую величину давления P_0 .
4. Изменяя с помощью вентиля давление P_c , измерить его значения и давление P_B в выходном сечении насадка.
5. По зависимостям (1) или (2) рассчитать значения V_B , P_B , a_{KP} , T_B , a_B и G_B , используя таблицы газодинамических функций.
6. Построить графики зависимостей V_B , P_B , T_B , a_B , $G_B = f(P_c / P_0)$.

Результаты замеров и расчетов оформить в отчете по лабораторной работе в виде следующей таблицы

№ Пп	$P_{C\text{ЭКС}}$	P_C / P_0	λ_B	q	P_B	T_B	a_B	V_B	G_B
	Па				Па	К	м/с	м/с	кг/с
1.									
2.									
3.									
...									

Исходные данные:

$$d_B = 1 \text{ мм}; \quad k = 1,4; \quad R = 287 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}};$$

$$T_0 = 293 \text{ К}; \quad P_0 = n \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}.$$

Расчетные формулы:

1. Выражение для вычисления критического давления

$$P_{KP} = P_0 \pi(1)$$

2. Формулы для определения параметров газа в выходном сечении насадка и массового расхода:

– при $P_C > P_{KP}$, ($\lambda_B < 1$):

$$P_B = P_C, \quad T_B = T_0 \tau(\lambda_B), \quad a_B = \sqrt{kRT_B}, \quad \pi(\lambda_B) = P_C / P_0,$$

$$V_B = \lambda_B \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_0},$$

$$G_B = \frac{\varepsilon(1) P_0 q(\lambda_B) a_{KP} S_B}{RT_0} = k_0 S_B \frac{P_0}{\sqrt{RT_0}} q(\pi_B), \quad S_B = \frac{\pi d_B^2}{4}, \quad \rho_0 = \frac{P_0}{RT_0}.$$

– при $P_C \leq P_{KP}$, ($\lambda_B = 1$):

$$\begin{aligned}
 P_B &= P_{KP} = P_0 \pi(1), \\
 T_B &= T_{KP} = T_0 \tau(1), \\
 a_B &= a_{KP} = \sqrt{kRT_{KP}} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_0}, \\
 V_B &= \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_0}, \\
 G_B &= \frac{\varepsilon(1) P_0 a_{KP} S_B}{RT_0} = k_0 S_B \frac{P_0}{\sqrt{RT_0}}.
 \end{aligned}$$

Контрольные вопросы:

1. Какие режимы течения имеют место при истечении газа через суживающийся насадок?
2. Как изменяются давление, температура, скорость газа и скорость звука в выходном сечении суживающегося насадка?
3. Каков порядок расчета скорости газа в выходном сечении насадка?
4. Как зависит скорость V_B и расход от температуры T_0 ?
5. Каково устройство установки, используемой для экспериментального исследования рассматриваемого течения?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.

ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОМЕРНОГО УСТАНОВИВШЕГОСЯ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА ПРИ НАЛИЧИИ ПРЯМОГО СКАЧКА УПЛОТНЕНИЯ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ СВЕРХЗВУКОВОГО ПОТОКА С ПОМОЩЬЮ ТРУБКИ «ПИТО-ПРАНДТЛЯ». ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТОРМОЖЕНИЯ ГАЗА В ДО- И СВЕРХЗВУКОВЫХ ВОЗДУХОЗАБОРНИКАХ.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

Изучение основных положений теории прямого скачка уплотнения; определение полного давления и скорости сверхзвукового потока с помощью насадка; определение параметров газа за прямым скачком; определение параметров торможения в воздухозаборниках.

ОСНОВЫ ТЕОРИИ.

Опыт показывает, что при торможении сверхзвукового потока в нем возникают поверхности, при прохождении которых скорость газа скачкообразно

уменьшается, а давление, плотность и температура увеличиваются. При установившемся течении газа эти поверхности неподвижны и называются скачками уплотнения. Поверхность скачка может быть перпендикулярной к направлению скорости набегающего потока, или составлять с ней некоторый угол. В первом случае скачок уплотнения называется прямым, а во втором косым. Рассмотрим элементы теории прямого скачка (рис. 1).

1. Определение параметров газа за прямым скачком

Пусть параметры потока до скачка известны: V_1 , P_1 , ρ_1 , T_1 . Требуется определить параметры V_2 , P_2 , ρ_2 , T_2 за скачком.

Применим законы сохранения к массе газа, заключенного в цилиндре между сечениями I и II (площадь поперечного сечения цилиндра перпендикулярна к направлению скорости и равна единице).

Уравнение неразрывности применительно к рассматриваемому объему имеет вид:

$$\rho_1 V_1 S_1 = \rho_2 V_2 S_2, \text{ или } G_1 = G_2 \quad (1)$$

Раскрывая в этом уравнении расходы, получаем

$$\frac{P_{10} q(\lambda_1) a_{kp1}}{T_{10}} = \frac{P_{20} q(\lambda_2) a_{kp2}}{T_{20}} \quad (2)$$

Уравнение количества движения применительно к рассматриваемому объему запишется так:

$$P_1 S_1 + \rho_1 V_1^2 S_1 = P_2 S_2 + \rho_2 V_2^2 S_2 \quad (3)$$

Для преобразования этого уравнения будем использовать соотношение Киселева:

$$PS + GV = PS + \rho V^2 S = \frac{k+1}{2k} G a_{kp} Z(\lambda) \quad (4)$$

где $Z(\lambda) = \lambda + \frac{1}{\lambda}$ - газодинамическая функция.

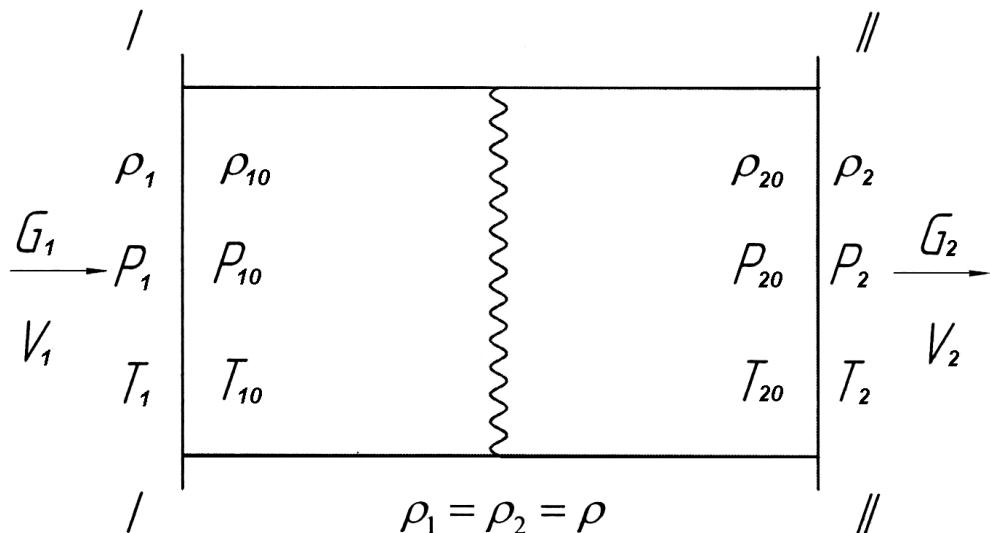


Рис. 1. Расчетная схема течения газа через прямой скачок уплотнения

С учетом соотношения (4) и условия $S_1 = S_2$ уравнение (3) примет вид:

$$a_{kp1}Z(\lambda_1) = a_{kp2}Z(\lambda_2) \quad (5)$$

Уравнение энергии применительно к объему цилиндра запишется так:

$$\rho_1 V_1 S_1 (u_1 + \frac{P_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2}) = \rho_2 V_2 S_2 (u_2 + \frac{P_2}{\rho_2} + \frac{V_2^2}{2}) \quad (6)$$

Из уравнений (1) и (6) следует, что полная энталпия единицы массы газа и полная температура при переходе через прямой скачок уплотнения разрыва не имеют:

$$\begin{aligned} i_{10} &= C_p T_{10} = (u_1 + \frac{P_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2}) = i_{20} = C_p T_{20} = (u_2 + \frac{P_2}{\rho_2} + \frac{V_2^2}{2}) \\ T_{20} &= T_{10} \end{aligned}$$

Таким образом,

$$a_{kp2} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_{20}} = a_{kp1} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_{10}} \quad (7)$$

Уравнение (5) с учетом (7) примет вид:

$$\lambda_2 + \frac{1}{\lambda_2} = \lambda_1 + \frac{1}{\lambda_1} \quad (8)$$

Отсюда имеем два решения:

$\lambda_2 = \lambda_1$ - при отсутствии скачка; $\lambda_2 = \frac{1}{\lambda_1}$ - при наличии скачка.

Последнее решение можно преобразовать к виду:

$$V_2 = \lambda_2 a_{kp2} = \frac{a_{kp1}^2}{V_1} \quad (9)$$

Параметры, характеризующие состояние газа за прямым скачком, определяются по следующим зависимостям:

Параметры торможения:

- полная температура

$$T_{20} = T_{10} \quad (10)$$

- полное давление (из уравнения (2))

$$P_{20} = \frac{P_{10}q(\lambda_1)}{q(\lambda_2)} = \frac{P_{10}q(\lambda_1)}{q(1/\lambda_1)} \quad (11)$$

- полная плотность

$$\rho_{20} = P_{20}/RT_{20} \quad (12)$$

Статические параметры:

$$T_2 = T_{20}\left(1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda_2^2\right) = T_{20}\tau(\lambda_2) \quad (13)$$

$$P_2 = P_{20}\left(1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda_2^2\right)^{\frac{k}{k-1}} = P_{20}\pi(\lambda_2) \quad (14)$$

$$\rho_2 = \rho_{20}\left(1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda_2^2\right)^{\frac{1}{k-1}} = \rho_{20}\varepsilon(\lambda_2) \quad (15)$$

где

$$\lambda_2 = 1/\lambda_1 \quad (16)$$

Приведенные зависимости позволяют при известных значениях параметров газа до скачка определить параметры газа за скачком.

2. Определение скорости сверхзвукового потока с помощью пневматического насадка (рис.2)

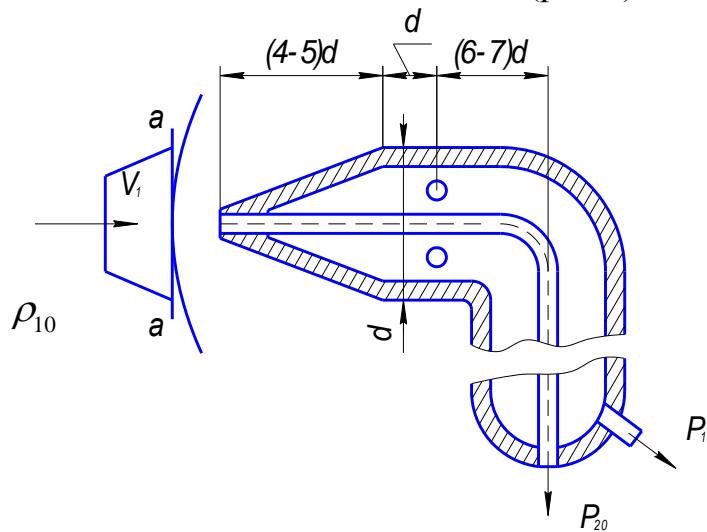


Рис. 2. Схема пневматического насадка

В настоящей части работы производится определение сверхзвуковой скорости газа в выходном сечении сопла Лаваля. Принципиальная схема и описание используемой экспериментальной установки были даны в лабораторной работе № 3.

При определении скорости необходимо учесть, что при сверхзвуковом обтекании насадка перед ним возникает криволинейный скачок уплотнения. Если ось симметрии насадка параллельна направлению потока, то центральная газовая струйка, претерпевающая полное торможение, сначала проходит через прямую часть скачка, где ее скорость становится дозвуковой, затем при подходе к отверстию скорость плавно уменьшается до нуля.

Если боковые отверстия находятся на расстоянии не менее 4-6 диаметров насадка от переднего его края, то как показывает опыт, давление в боковом отверстии равно статическому давлению набегающего потока P_1 . Таким образом, манометрами, присоединенными к центральному и боковым отверстиям насадка, измеряются соответственно: полное давление за прямым скачком уплотнения P_{20} и статическое давление набегающего потока P_1 .

Статическое давление и скорость набегающего потока связаны соотношением:

$$\pi(\lambda_l) = P_1 / P_{10} \quad (17)$$

Сравнивая это соотношение с уравнением (11), получаем

$$\frac{P_{20}}{P_1} = \frac{q(\lambda_l)}{\pi(\lambda_l)q(1/\lambda_l)} \text{ при } \lambda_l > 1 \quad (18)$$

Таким образом, методика экспериментального определения V_1 основывается на использовании уравнения (18), полученного с помощью формул (8), (11), (17).

Уравнение (18) можно решить графоаналитически. Для этого необходимо, задаваясь рядом значений $1 < \lambda_l < 2,5$ по зависимости (18) определить ряд значений P_{20}/P_1 и построить график $P_{20}/P_1 = f(\lambda_l)$. При расчете целесообразно использовать таблицы газодинамических функций. С помощью этого графика можно по известному значению P_{20}/P_1 найти λ_l и затем M_1 .

При измерении скорости движения газа внутри каналов обычно бывает известна температура торможения T_{10} и критическая скорость звука a_{kp1} , а при измерении скорости полета – статическая температура T_1 и скорость звука $a_1 = \sqrt{kRT_1}$.

В первом случае V_1 удобно определять по формуле:

$$V_1 = \lambda_l a_{kp1} = \lambda_l \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_{10}}, \quad (19)$$

а во втором по следующей зависимости:

$$V_1 = M_1 a_1 = M_1 \sqrt{kRT_1}, \quad (20)$$

При известных значениях P_{20} , P_1 и T_{10} параметры газа определяются по формулам:

- до скачка

$$\begin{cases} P_{10} = \frac{P_1}{\pi(\lambda_1)}, & \rho_{10} = \frac{P_{10}}{RT_{10}}, & T_1 = T_{10}\tau(\lambda_1), \\ \rho_1 = \frac{P_1}{RT_1} = \rho_{10}\varepsilon(\lambda_1) \end{cases} \quad (21)$$

- за скачком

$$\begin{cases} T_{20} = T_{10}, & \rho_{20} = \frac{P_{20}}{RT_{20}}, & P_2 = P_{20}\pi(\lambda_2), & \lambda_2 = \frac{1}{\lambda_1} \\ T_2 = T_{20}\tau(\lambda_2), & \rho_2 = \rho_{20}\varepsilon(\lambda_2) = P_2/RT_2 \end{cases} \quad (22)$$

Зная P_{10} и P_{20} можно определить коэффициент восстановления давления газа в прямом скачке:

$$v_B = P_{20}/P_{10} \quad (23)$$

При дозвуковой скорости потока ($M_1 < 1, \lambda_1 < 1$) скачок уплотнения отсутствует ($P_{20} = P_{10}$), что позволяет найти λ_1 по изоэнтропической формуле (17), и достроить указанный выше график при $0 \leq \lambda_1 \leq 1$.

3. Определение параметров торможения газа в до- и сверхзвуковых воздухозаборниках.

В системах управления малогабаритными летательными аппаратами широкое применение получили рулевые приводы, использующие в качестве рабочего тела воздух набегающего потока. Для проведения исследования и проектирования таких приводов необходимо определять параметры торможения в воздухозаборнике по известным значениям параметров окружающей среды P_1 , T_1 , ρ_1 и скорости полета V_1 .

При скорости полета V_1 меньшей скорости звука a_1 ($M_1 < 1, \lambda_1 < 1$) перед воздухозаборником не устанавливается скачок уплотнения и параметры торможения могут быть определены по изоэнтропическим формулам:

$$\begin{aligned} P_{10} &= P_1/\pi(M_1), \\ T_{10} &= T_1/\tau(M_1), \\ \rho_{10} &= P_{10}/(RT_{10}) \end{aligned} \quad (24)$$

где $M_1 = V_1/a_1$, $a_1 = \sqrt{kRT_1}$

При скорости полета большей скорости звука ($V_1 > a_1$) перед воздухозаборником, как и перед рассмотренным выше насадком устанавливается близкий к прямому скачок уплотнения. В этом случае температура торможения при переходе газа через скачок не изменяется ($T_{20} = T_{10}$), а давление и плотность заторможенного потока уменьшаются. Для их определения могут быть использованы полученные выше зависимости для прямого скачка уплотнения:

$$\frac{P_{20}}{P_1} = \frac{q(\lambda_1)}{\pi(\lambda_1)q(1/\lambda_1)},$$

$$T_{20} = T_{10} = T_1/\tau(M_1), \quad (25)$$

$$\rho_{20} = \frac{P_{20}}{RT_{20}}$$

где $\lambda_1 = \sqrt{\frac{k+1}{k-1} \left[1 - \left(1 + \frac{k-1}{2} M_1^2 \right)^{-1} \right]}$

Для разработчиков рулевых приводов большой интерес представляют графики зависимостей $\frac{P_{20(10)}}{P_1}(M_1)$ и $\frac{T_{20}}{T_1}(M_1)$, которые можно рассчитать с помощью приведенных выше формул.

4. ПРОГРАММА РАБОТЫ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА.

1. Изучить общие положения теории прямого скачка уплотнения и зарисовать схему насадка (рис. 2).

2. Задаваясь рядом сверхзвуковых значений λ_1 в пределах $1 < \lambda_1 < 2,1$, определить по таблице газодинамических функций ряд значений $\pi(\lambda_1)$, $q(\lambda_1)$, $q(1/\lambda_1) = q(\lambda_2)$ и рассчитать по формуле (18) ряд значений P_{20}/P_1 .

3. Построить график зависимости $P_{20}/P_1 = f(\lambda_1)$ и достроить его при $\lambda_1 < 1$ с помощью формулы (17) т. к. $P_{20} = P_{10}$;

4. Включить установку и измерить давления P_{20} , P_1 .

5. Вычислить отношение P_{20}/P_1 и определить с помощью графика $P_{20}/P_1 = f(\lambda_1)$ искомое значение λ_1 .

6. Рассчитать скорость газа V_1 , параметры газа до скачка и за ним, а также коэффициент восстановления полного давления V_B по формулам (19)-(23).

7. Рассчитать и построить графики зависимости давления и температуры торможения воздуха в воздухозаборнике в функции от числа Маха M_1 .

Примечание: при выполнении пункта 4 необходимо, изменяя давление питания $P_0 = P_{10}$, обеспечить каждого студента своим вариантом расчета.

Результаты замеров и расчетов по п.1-6 оформить в отчете по лабораторной работе в виде таблиц 1, 2 и графиков зависимости $P_{20}/P_1 = f(\lambda_1)$, $T_{20}/T_1 = f(\lambda_1)$, $\frac{T_{20}}{T_1} = \frac{T_{10}}{T} = f(M_1)$, $\frac{P_{20(10)}}{P_1}(M_1)$.

Таблица 1.

№ пп	λ_1	0	0,26	0,76	1,0	1,26	1,5	1,8	2,1
1	$\pi(\lambda_1)$								
2	$q(\lambda_1)$								
3	$q(1/\lambda_1)$								
4	P_{20}/P_1								
5	T_{20}/T_1								
6	$\tau(\lambda_1)$								
7	M_1								
8	P_{10}/P_1								

Таблица 2.

P_{20} , Па	P_1 , Па	$\frac{P_{20}}{P_1}$	λ_1	V_1 , $\frac{м}{с}$	P_{10} , Па	v_B	T_1 , К	ρ_1 , $\frac{кг}{м^3}$	P_2 , Па	λ_2	T_2 , К	ρ_2 , $\frac{кг}{м^3}$	V_2 , $\frac{м}{с}$

Исходные данные:

$$k = 1,4; \quad R = 287 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}; \quad T_1 = 293 \text{ К}; \quad P_1 = 10^5 \text{ Па.}$$

Расчетные формулы:

1. Уравнение для определения приведенной скорости набегающего потока:

$$\frac{P_{20}}{P_1} = \frac{q(\lambda_1)}{\pi(\lambda_1)q(1/\lambda_1)} \text{ при } \lambda_1 > 1$$

2. Выражения для скорости набегающего потока V_1 :

$$V_1 = \lambda_1 a_{kp1} = \lambda_1 \sqrt{\frac{2k}{k+1} R T_{10}}$$

- 3 . Формулы (21) для определения параметров газа до скачка уплотнения.
- 4 . Формулы (22) для вычисления параметров газа за скачком.
- 5 . Выражение для коэффициента восстановления давления в прямом скачке.
- 6 . Формулы (24), (25) для расчета параметров торможения в воздухозаборнике.

Контрольные вопросы:

- 1 . Как изменяются статические параметры, параметры торможения и скорость газа в прямом скачке уплотнения?
- 2 . На использовании каких зависимостей основана методика экспериментального определения скорости сверхзвукового потока при помощи насадки?
- 3 . Каков порядок определения скорости сверхзвукового потока вытекающих из этих зависимостей?
- 4 . Как зависит коэффициент восстановления полного давления в прямом скачке уплотнения от скорости набегающего потока?
- 5 . В каком порядке определяются параметры газа за прямым скачком уплотнения по известным значениям параметров газа перед скачком?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА. № 6.

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕРАСЧЕТНЫХ РЕЖИМОВ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА В ДРОССЕЛЕ РАЗВЯЗКИ ТИПА СОПЛА ЛАВАЛЯ.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

Изучение нерасчетных режимов работы сопла, расчет распределения параметров газа по длине сопла. Расчет расходной и силовой статических характеристик.

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ.

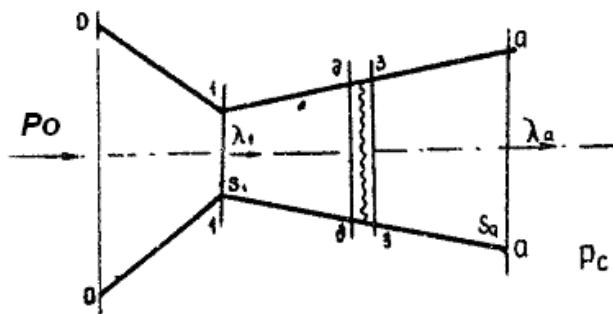
В составе систем газоснабжения СУЛА, работающих на твердом топливе, часто устанавливается дроссель развязки, исключающий влияние изменения давления в ресивере на горение топлива в источнике газа. При использовании сужающегося дросселя давление в ресивере должно быть меньше критического значения $P_C \leq P_{KP} = P_0 \pi(1) = P_0 \beta_{KP}$, что приводит при проектировании к

большим размерам потребителя, например, газового привода, питаемого из ресивера.

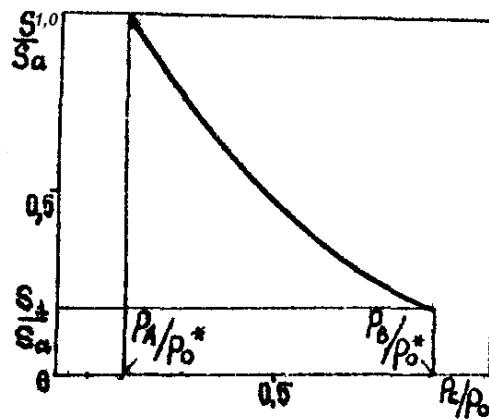
Поэтому большой интерес представляет использование дросселя развязки в форме сопла Лаваля, позволяющего значительно увеличить давление в ресивере по сравнению с P_{ED} при независимом горении топлива. В процессе запуска системы газоснабжения давление в ресивере изменяется в широких пределах, что приводит к наличию в расширяющейся части сопла трех режимов течений газа [2]:

- сверхзвукового, при котором скорость газа по всей длине этой части больше скорости звука;
- смешанного, при котором течение газа в начале расширяющейся части до прямого скачка уплотнения сверхзвуковое, а за скачком дозвуковое (рис.1,*a*);
- дозвукового, когда скорость газа по всей длине сопла дозвуковая.

а)



б)



в)

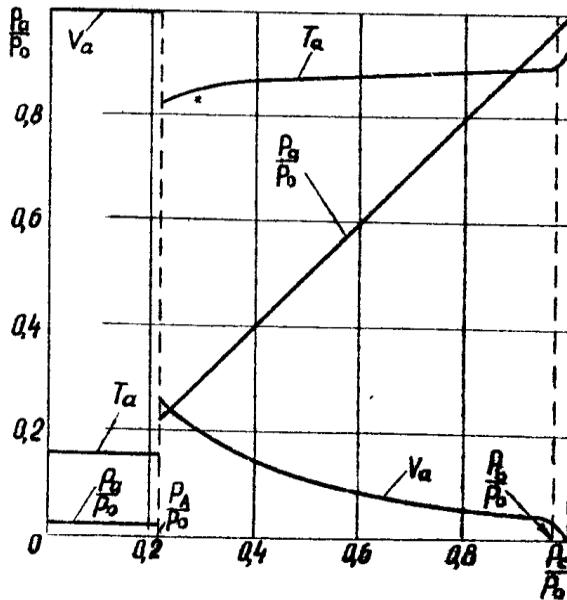


Рис.1

Первый режим течения газа имеет место при работе сопла с недорасширением (давление в выходном сечении $P_a > P_c$), в расчетном режиме ($P_a = P_c$) и при небольшом перерасширении ($P_a < P_c$).

Будем рассматривать сопла с небольшим углом раствора расширяющейся части, когда при перерасширении поток не отрывается от стенок сопла за сечением, где давление газа становится равным давлению среды P_c , которой в данном случае является ресивер. Однако, при большом перерасширении, когда давление P_c становится равным некоторому значению P_A , в выходном сечении сопла устанавливается близкий к прямому скачок уплотнения. При значениях среды P_c , больших P_a , скачок смещается внутрь сопла и при некотором значении $P_c = P_B$, приблизившись к критическому сечению, исчезает.

Таким образом, первый режим течения газа имеет место при $P_c < P_a$, второй при $P_a \leq P_c \leq P_B$, а третий при $P_c > P_B$. Очевидно, влияние давления в ресивере P_c на горение топлива в источнике газа будет иметь место только в третьем режиме, когда скорость газа в критическом сечении сопла будет меньше скорости звука ($\lambda_1 < 1$; $P_c > P_B$).

Давление P_B зависит от конструктивных и эксплуатационных параметров сопла Лаваля и может значительно превышать критическое значение P_{ED} , что позволяет при проектировании потребителя существенно уменьшить его размеры.

При изучении нерасчетных режимов течения газа рассмотрим сначала смешанный режим с прямым скачком в расширяющейся части.

В простейшем одномерном случае система уравнений для определения площади S сечения, в котором устанавливается скачок уплотнения, включает в себя следующие зависимости:

1) условие равенства расходов газа $G_1 = G_\partial$ в сечениях 1–1 и $\partial-\partial$, которое можно преобразовать к виду:

$$q(\lambda_\partial) = \frac{S_1}{S}, \text{ где } \lambda_\partial > 1; \quad (\text{а})$$

2) условия на прямом скачке уплотнения:

$$\begin{aligned} q(\lambda_\partial) &= q(\lambda_3) \frac{P_{30}}{P_0}, \\ \lambda_3 &= \frac{1}{\lambda_\partial}, \end{aligned} \quad (\text{б})$$

3) условие равенства расходов газа в сечениях 3–3 и $a-a$:

$$q(\lambda_3) \frac{S}{S_a} = q(\lambda_a), \text{ где } \lambda_a < 1; \quad (\text{г})$$

4) условие равенства статического давления в выходном сечении P_a давлению среды P_C при $\lambda_a < 1$:

$$\pi(\lambda_a) = \frac{P_C}{P_0} = \frac{P_C}{P_{30}} = \frac{P_C}{P_0} \frac{P_0}{P_{30}}. \quad (\text{д})$$

Уравнения (а)-(д) можно решить графоаналитически. Для этого необходимо, задаваясь рядом значений $\frac{S_1}{S_a} \leq \frac{S}{S_a} \leq 1$, определить ряд значений $q(\lambda_\partial)$, λ_∂ , λ_3 , $\frac{P_{30}}{P_0}$, λ_a , $\pi(\lambda_a)$, $\frac{P_C}{P_0}$ и построить графики зависимости $\frac{S}{S_a} = f(\frac{P_C}{P_0})$ (рис. 1, б). С помощью этого графика можно, зная $\frac{P_C}{P_0}$, найти относительную площадь $\frac{S}{S_a}$ сечения, в котором устанавливается скачок уплотнения.

Значения $\frac{P_A}{P_0}$ и $\frac{P_B}{P_0}$ определяются по следующим зависимостям, полученным при подстановке в уравнения (а)-(д) $S = S_a$ и $S = S_1$ соответственно:

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_a}{P_0} &= \frac{q(\lambda_a^*)}{y(\lambda_a^*)}, \quad \lambda_a^* = \frac{1}{\lambda_a} \\ q(\lambda_a) &= \frac{S_1}{S_a}, \quad \lambda_a > 1 \end{aligned} \right\} \quad (\text{е})$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_B}{P_0} &= \pi(\lambda_a^B) \\ q(\lambda_a^B) &= \frac{S_1}{S_a}, \lambda_a^B < 1 \end{aligned} \right\} \quad (\text{ж})$$

$$y(\lambda_a^*) = \frac{q(\lambda_a^*)}{\pi(\lambda_a^*)}$$

где λ_a и λ_a^* - газодинамическая функция,

λ_a и λ_a^* - приведенные скорости газа в выходном сечении сопла до скачка уплотнения и за ним при $P_C = P_A$,

λ_a^B - то же при $P_C = P_{\hat{A}}$.

При $P_C \leq P_A$ по всей длине расширяющейся части сопла течение газа будет сверхзвуковым. Методика расчета течения в сопле для этого случая была рассмотрена ранее. Согласно этой методике для определения параметров газа в произвольном i -ом сечении сопла с площадью S_i необходимо сначала рассчитать:

$$q(\lambda_i) = \frac{S_1}{S_i},$$

а затем по таблицам найти λ_i , $\pi(\lambda_i)$, $\tau(\lambda_i)$ и вычислить $V_i = \lambda_i \cdot a_{kp}$,

$a_{kp} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_0}$, $P_i = P_0 \pi(\lambda_i)$, $T_i = T_0 \tau(\lambda_i)$ и другие величины. При расчете λ_i необходимо учитывать, что в сужающейся части сопла $\lambda_i < 1$, а в расширяющейся $\lambda_i > 1$.

При $P_A < P_C < P_B$ течение в расширяющейся части будет смешанным. В этом случае указанным выше образом определяется площадь S сечения, в котором устанавливается скачок уплотнения. Расчет течения до скачка проводится аналогично предыдущему. Дозвуковое значение λ_i в произвольном сечении S_i за скачком определяется по зависимости:

$$q(\lambda_i) S_i = q(\lambda_3) S, \quad \lambda_i < 1$$

где λ_3 рассчитывается по формулам (а) и (в).

По найденному значению λ_i можно с помощью таблиц найти λ_i , $\pi(\lambda_i)$, $\tau(\lambda_i)$, а затем определить P_{C0} по формуле (б) и вычислить $V_i = \lambda_i \cdot a_{kp}$, $a_{kp} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_0}$, $P_i = P_{C0} \pi(\lambda_i)$, $T_i = T_0 \tau(\lambda_i)$ в произвольном сечении сопла.

При $P_C \geq P_B$ течение по всей длине сопла будет дозвуковым: $\lambda_i < 1$, $P_a = P_C$, $P_{a0} = P_0$. Приведенная скорость газа в выходном сечении сопла найдется по зависимости:

$$\pi(\lambda_i) = \frac{P_a}{P_{a0}} = \frac{P_C}{P_0}.$$

Дозвуковое значение λ_i в произвольном сечении сопла определится из условия равенства расходов в выходном и произвольном сечениях:

$$q(\lambda_i)S_i = q(\lambda_a)S_a, \quad q(\lambda_i) < 1$$

По найденному значению $q(\lambda_i)$ можно найти $\lambda_i < 1$, $\pi(\lambda_i)$, $\tau(\lambda_i)$, а затем определить $V_i = \lambda_i \cdot a_{kp}$, $P_i = P_0\pi(\lambda_i)$, $T_i = T_0\tau(\lambda_i)$ в произвольном сечении.

При расчете рассматриваемого течения необходимо сначала по формулам (e), (ж) найти давления среды P_A и P_B , с помощью приведенных выше неравенств определить режим работы сопла, а затем по формулам найденного режима рассчитать течение газа в сопле.

При проектировании дросселя развязки обычно из соображений запаса давление в ресивере P_C обеспечивают несколько меньше наивыгоднейшего значения P_B , чаще всего $(0,8 \div 0,9)P_B$. Площадь S_1 определяют из условия обеспечения заданного расхода через сопло G_1 при $\lambda_1 = 1$. Площадь выходного сечения сопла S_a определяют с помощью формул (а-д), исходя из значения P_A .

Следует отметить, что нерасчетные режимы имеют место и при истечении газа через сопла газодинамических исполнительных устройств (ГИУ) при малых давлениях в предсопловых полостях. В этом случае большой интерес представляет расчет расхода газа через сопло:

$$G_1 = \frac{\mu_1 \varepsilon(1) P_0 q(\lambda_1) a_{kp} S_1}{R T_0} = G(P_0, P_C, S_1, S_a),$$

параметров газа в выходном сечении:

$$V_a = V_a(P_0, P_C, S_1, S_a), \quad P_a = P_a(P_0, P_C, S_1, S_a)$$

и реактивной силы:

$$F_a = G_1 V_a + S_a (P_A - P_C) = F_a(P_0, P_C, S_1, S_a),$$

где величины, входящие в эти функциональные зависимости, определяются указанным выше образом при $S_i = S_a$. Типичный вид этих зависимостей приведен на рис. 1,в.

При исследовании ГИУ обычно рассчитываются расходная и силовая статические характеристики, устанавливающие зависимость расхода G_1 и реактивной силы F_a от относительного давления газа $\frac{P_C}{P_0}$ в предсопловой полости.

Порядок выполнения работы.

1. Изучить общие положения теории нерасчетных режимов работы сопла Лаваля.
2. Установить в экспериментальной установке сопло Лаваля вместо сужающегося дросселя (см. лаб. раб. № 6).
3. Изменяя с помощью крана давление P_C измерить соответствующие значения давления P_a в выходном сечении сопла.
4. По приведенной выше методике рассчитать графики зависимостей, показанных на рис. 1,в, расходную и силовую характеристики сопла.
5. Рассчитать распределение параметров газа по длине сопла при $P_C = (0,8 \div 0,9)P_B$ и построить соответствующие графики.

Расчетные формулы:

1. Зависимости (а)-(ж) для определения площади S сечения, в котором устанавливается скачок уплотнения, и давлений среды P_A и P_B .
2. Формулы для расчета течений газа в сверхзвуковом, смешанном и дозвуковом режимах.
3. Уравнения расходной и силовой статических характеристик сопла.

Исходные данные:

$$K = 1,4; \quad R = 287 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}; \quad T_0 = 293 \text{ К}; \quad P_0 = n \cdot 10^5 \text{ Па}$$
$$d_0 = \dots, \quad d_1 = \dots, \quad d_a = \dots.$$

Контрольные вопросы:

1. Каковы условия существования режимов течения газа в расширяющейся части сопла?
2. Как определить местоположение скачка уплотнения в смешанном режиме?
3. Каков порядок расчета параметров газа в произвольном сечении сопла в каждом режиме?
4. Каков порядок расчета расходной и силовой характеристик сопла?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА. № 7.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛОСКОГО ТЕЧЕНИЯ ГАЗА С КОСЫМ СКАЧКОМ УПЛОТНЕНИЯ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

Изучение основных положений теории косого скачка уплотнения; исследование обтекания клина сверхзвуковым потоком.

ОСНОВЫ ТЕОРИИ

Рассмотрим задачу расчета обтекания сверхзвуковым потоком плоского клина с углом полурасвора θ (рис. 1, а).

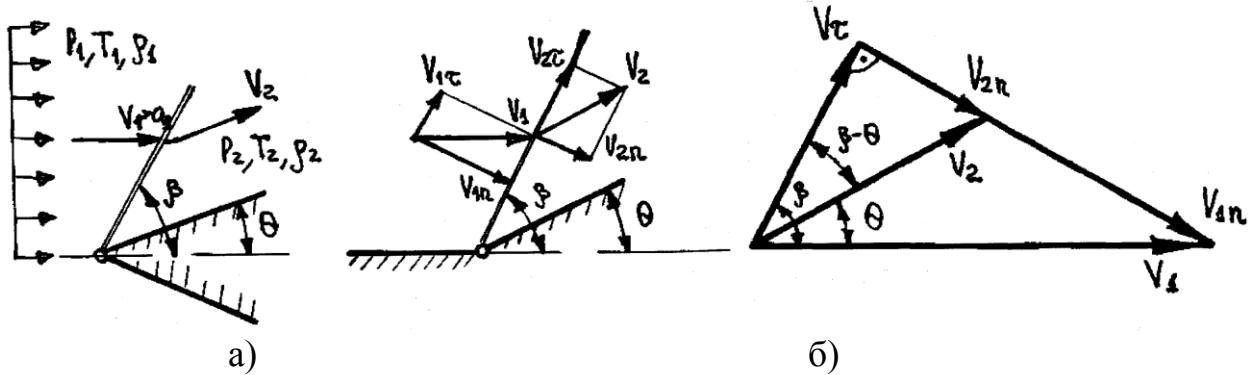


Рис. 1 Расчетная схема течения

При замене нулевой линии тока твердой стенкой рассматриваемое течение можно свести к течению газа внутри тупого угла (рис. 1, б).

Для нахождения количественных изменений параметров потока в косом скачке уплотнения будем использовать уравнения, отражающие основные законы сохранения. Если обозначить индексами n и τ нормальные и касательные к линии скачка составляющие скоростей (рис. 1, а) то получим:

1) уравнение неразрывности:

$$\rho_1 V_{1n} = \rho_2 V_{2n} \quad (1)$$

2) уравнение количества движения

– в проекции на нормаль к линии скачка:

$$P_1 + \rho_1 V_{1n}^2 = P_2 + \rho_2 V_{2n}^2 \quad (2)$$

– в проекции на касательную к линии скачка:

$$\rho_1 V_{1n} V_1 \tau = \rho_2 V_{2n} V_2 \tau \quad (3)$$

3) уравнение энергии:

$$\frac{V_{1n}^2 + V_{1\tau}^2}{2} + \frac{k}{k-1} \frac{P_1}{\rho_1} = \frac{V_{2n}^2 + V_{2\tau}^2}{2} + \frac{k}{k-1} \frac{P_2}{\rho_2} = i_0 \quad (4)$$

Из уравнений (1) и (3) следует, что

$$V_{1\tau} = V_{2\tau} = V_\tau \quad (5)$$

т.е. в косом скачке касательная составляющая скорости не претерпевает разрыва.

Косой скачок уплотнения является прямым скачком для нормальных составляющих скоростей (рис. 1, а). Поэтому нормальная составляющая скорости в косом скачке уменьшается от сверхзвукового значения до дозвукового. Однако, за счет неизменяющейся касательной составляющей в целом скорость газа в косом скачке уменьшается меньше, чем в прямом, и остается сверхзвуковой.

Уравнение (4) с учетом формулы (5) можно преобразовать к виду:

$$\frac{V_{1n}^2}{2} + \frac{k}{k-1} \frac{P_1}{\rho_1} = \frac{V_{2n}^2}{2} + \frac{k}{k-1} \frac{P_2}{\rho_2} = i_0 - \frac{V_\tau^2}{2} \quad (4a)$$

Последний вид уравнения энергии и уравнения, приведенные выше, представляют собой систему уравнений, описывающих косой скачок уплотнения. Эта система уравнений имеет тот же вид, что и для прямого скачка с той лишь разницей, что здесь вместо полных скоростей до и после скачка входят нормальные составляющие скоростей, а вместо энтальпии i_0 в уравнение энергии входит величина $i_0 - V_\tau^2/2$. Отмеченное сходство позволяет воспользоваться полученными ранее (см. лабораторную работу №5) решениями для прямого скачка уплотнения. Так в формуле $V_1 V_2 = a_{kp}^2$ для прямого скачка необходимо заменить V_1 , V_2 на V_{1n} , V_{2n} и вместо величины $a_{kp}^2 = \frac{2(k-1)i_0}{k+1}$, вычисленной исходя из энтальпии i_0 , подставить некоторую величину a_{kp}^{*2} , вычисленную исходя из $i_0 - V_\tau^2/2$:

$$a_{kp}^{*2} = \frac{2(k-1)}{k+1} \left(i_0 - \frac{V_\tau^2}{2} \right) = a_{kp}^2 - \frac{k-1}{k+1} V_\tau^2$$

Тогда получим

$$V_{1n} V_{2n} = a_{kp}^2 - \frac{k-1}{k+1} V_\tau^2 \quad (5)$$

Скорость, давление, температуру и плотность газа за скачком можно определить по следующим зависимостям, получаемым из уравнений (1) - (4):

$$V_2 = \sqrt{V_{2n}^2 + V_\tau^2} \quad (6)$$

$$\rho_2 = \rho_1 V_{1n} / V_{2n} \quad (7)$$

$$P_2 = P_1 + \rho_1 V_{1n}^2 - \rho_2 V_{2n}^2 \quad (8)$$

$$T_2 = T_1 + \frac{k-1}{2kR} (V_{1n}^2 - V_{2n}^2) \quad (9)$$

Величины M_2 , λ_2 , P_{20} , T_{20} и ρ_{20} находятся с помощью формул:

$$\begin{cases} M_2 = V_2/a_2; \quad a_2 = \sqrt{kRT_2}, \\ \lambda_2 = \frac{V_2}{a_{kp2}} = \frac{V_2}{a_{kp1}}, \quad P_{20} = P_2/\pi(\lambda_2), \\ T_{20} = T_2/\tau(\lambda_2), \quad \rho_{20} = \frac{P_{20}}{RT_{20}} = \frac{\rho_2}{\varepsilon(\lambda_2)}. \end{cases} \quad (10)$$

Для определения V_{2n} , V_2 , ρ_2 , P_2 и T_2 по зависимостям (5) – (9) необходимо знать угол наклона скачка уплотнения β . Из рис.1 видно, что

$$\operatorname{tg}(\beta - \theta) = V_{2n}/V_\tau$$

Так как согласно уравнению (5)

$$V_{2n} = \frac{1}{V_{1n}} \left(a_{kp}^2 - \frac{k-1}{k+1} V_\tau^2 \right),$$

а

$$V_{1n} = V_1 \sin \beta, \quad (11)$$

$$V_\tau = V_1 \cos \beta, \quad (12)$$

то

$$\operatorname{tg}(\beta - \theta) = \frac{a_{kp}^2 - \frac{k-1}{k+1} V_1^2 \cos^2 \beta}{V_1^2 \sin \beta \cos \beta}$$

Последнюю формулу можно преобразовать к виду:

$$\operatorname{tg}(\beta - \theta) = \frac{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_1^2 \cos^2 \beta}{\lambda_1^2 \sin \beta \cos \beta} \quad (13)$$

Графики зависимости β от θ , рассчитанные при различных значениях числа λ_1 и $k = 1, 4$, показаны на рис. 2.

Из анализа графиков видно, что при углах клина, меньших некоторого максимального значения θ_{\max} , одному значению θ соответствует два значения β . Опыт показывает, что присоединенный к вершине клина скачок устанавливается под меньшим углом.

Верхние ветви кривых соответствуют физически невозможному случаю течения газа с присоединенным к клину косым скачком, так как уменьшение угла θ до нуля не может привести к увеличению угла β до 90° (прямой скачок).

При $\theta > \theta_{\max}$ скачок уплотнения отрывается от вершины клина и становится криволинейным (рис. 3).

Центральная часть скачка перпендикулярна к направлению скорости V_1 , и поэтому в этой области за скачком скорость будет дозвуковой. При удалении от оси симметрии угол между направлением скачка и направлением скорости уменьшается и в этой области за косым скачком скорость может быть сверхзвуковой.

Положение фронта криволинейного скачка уплотнения и параметры газа за ним могут быть определены только с помощью численных методов.

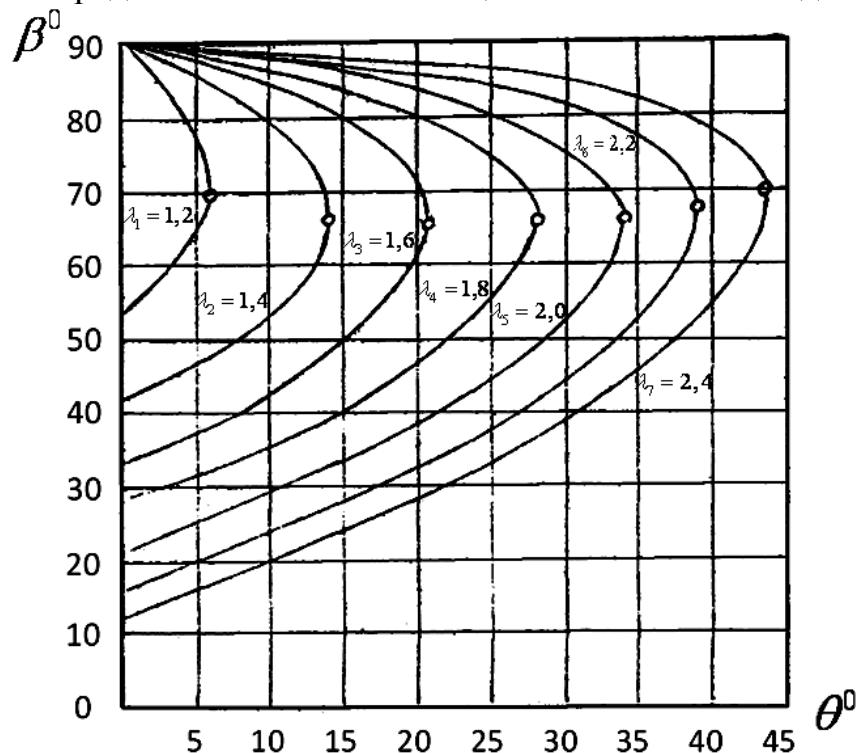


Рис.2. Графики зависимостей $\beta = f(\theta)$.

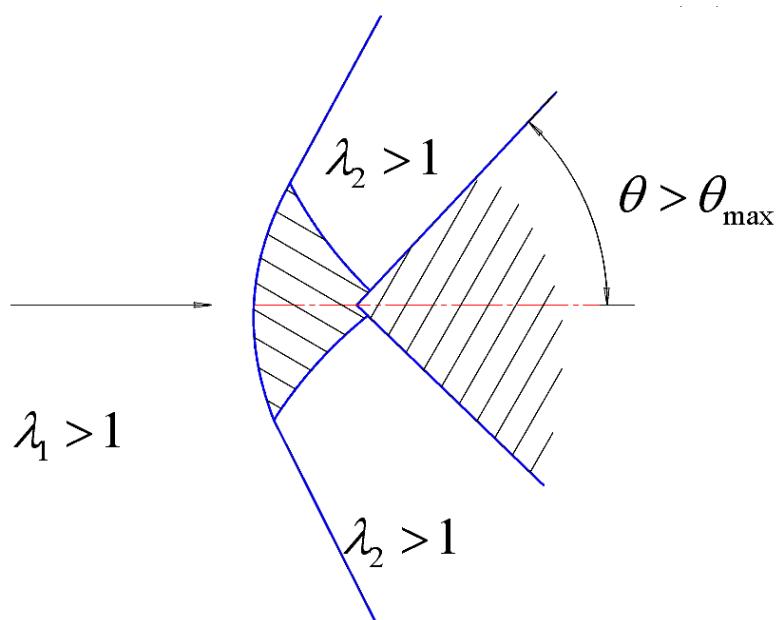


Рис.3. Криволинейный скачок уплотнения.

ОБЪЕКТЫ И СРЕДСТВА ИССЛЕДОВАНИЯ.

Настоящая работа посвящена:

- 1) изучению методики расчета параметров газа за косым скачком уплотнения по известным значениям угла клина θ и параметров газа перед скачком;
- 2) определению возможности использования полученных выше уравнений для расчета рассматриваемого течения;
- 3) определению влияния угла клина θ на параметры газа за косым скачком.

Обтекание плоского клина производится потоком, образующимся при истечении газа из сверхзвукового сопла. Принципиальная схема и описание используемой экспериментальной установки были приведены в лабораторной работе №3. Скорость набегающего потока определяется с помощью насадка по методике, изложенной в лабораторной работе №5. Вывод о достоверности теории косого скачка уплотнения делается в результате сравнения расчетного и экспериментального значений давления газа за скачком уплотнения.

ПРОГРАММА РАБОТЫ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА:

1. Изучить общие положения теории косого скачка уплотнения и зарисовать расчетную схему обтекания плоского клина сверхзвуковым потоком (рис. 1,*a*).
2. Установить клин и насадок для измерения скорости сверхзвукового потока на выходе сопла Лаваля.
3. Включить установку и измерить статическое давление у боковой поверхности клина $P_{2_{\text{экс}}}$, а также давления P_{20}^{np} и P , воспринимаемые центральным и боковыми отверстиями насадка.
4. По методике, изложенной в лабораторной работе №5, определить приведенную скорость λ_1 , число Маха M_1 , статическую температуру T_1 , статическое давление P_1 и скорость V_1 набегающего потока.
5. С помощью графиков, приведенных на рис. 2, найти значение угла наклона скачка уплотнения β .
6. Вычислить $V_{1n} = V_1 \sin \beta$ и $V_\tau = V_1 \cos \beta$.
7. Найти по формулам (5) - (10) значения параметров газа за скачком.
8. Построить графики зависимостей $P_2(\theta)$, $V_2(\theta)$.

9. Сравнить теоретическое и экспериментальное значения давлений газа после косого скачка уплотнения и сделать вывод о достоверности используемой теории.

Результаты замеров и расчетов занести в табл.1 и 2.

Таблица 1.

P_{20}^{np} , H/m^2	P_1 , H/m^2	λ_1	M_1	T_1 , K	ρ_1 , kg/m^3	V_1 , m/c

Таблица 2.

Номер режима	θ , град.	$P_{2\text{экс}}$, H/m^2	P_2 , H/m^2	T_2 , K	ρ_2 , kg/m^3	V_2 , m/c	P_{20} , H/m^2	T_{20} , K	ρ_{20} , kg/m^3	M_2	λ_2
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											

Исходные данные:

$$k = 1,4; \quad R = 287 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}; \quad T_{10} = 293 \text{ K}; \quad \theta = n \text{ град.}.$$

Расчетные формулы:

1. Формула для определения скорости набегающего потока (см. графики в работе №5):

$$\frac{P_{20}^{np}}{P_1} = f(\lambda_1)$$

2. Зависимости для определения параметров газа перед скачком:

$$T_1 = T_{10} \tau(\lambda_1); \quad P_1 = P_a; \quad \rho_1 = P_1 / RT_1;$$

$$V_1 = \lambda_1 a_{kp1}; \quad a_{kp1} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_{10}}.$$

3. Формула для определения угла β (см. графики на рис. 2):

$$\operatorname{tg}(\beta - \theta) = \frac{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_1^2 \cos^2 \beta}{\lambda_1^2 \sin \beta \cos \beta};$$

4. Соотношения для определения V_{1n} , V_τ :

$$V_{1n} = V_1 \sin \beta, \quad V_\tau = V_1 \cos \beta.$$

5. Зависимости для определения параметров газа за скачком:

$$V_{2n} = \frac{1}{V_{1n}} \left(a_{kp}^2 - \frac{k-1}{k+1} V_\tau^2 \right), \quad V_2 = \sqrt{V_{2n}^2 + V_\tau^2}, \quad \rho_2 = \frac{\rho_1 V_{1n}}{V_{2n}},$$

$$P_2 = P_1 + \rho_1 V_{1n}^2 - \rho_2 V_{2n}^2, \quad T_2 = T_1 + \frac{k-1}{2kR} (V_{1n}^2 - V_{2n}^2).$$

6. Уравнения для определения M_2 , λ_2 , P_{20} , T_{20} , ρ_{20} :

$$M_2 = V_2 / a_2, \quad a_2 = \sqrt{\kappa R T_2}, \quad \lambda_2 = \frac{V_2}{a_{kp2}} = \frac{V_2}{a_{kp1}},$$

$$P_{20} = \frac{P_2}{\pi(\lambda_2)}, \quad T_{20} = \frac{T_2}{\tau(\lambda_2)}, \quad \rho_{20} = \frac{P_{20}}{R T_{20}} = \frac{\rho_2}{\varepsilon(\lambda_2)}.$$

Контрольные вопросы.

1. Как изменяются параметры газа в косом скачке уплотнения?
2. Как с помощью графиков, приведенных на рис.2, определить по заданному значению числа M_1 набегающего потока угол клина θ_{\max} , при котором скачок отсоединяется от вершины клина?
3. Как изменяется угол наклона косого скачка уплотнения при изменении числа M_1 набегающего на клин потока?
4. В каком порядке определяются параметры газа за косым скачком уплотнения по известным значениям параметров газа перед скачком ?
5. Почему скорость газа за присоединенным к клину косым скачком уплотнения остается сверхзвуковой?
6. Каково устройство установки для проведения экспериментального исследования рассматриваемого течения?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛОСКОГО ТЕЧЕНИЯ РАСШИРЕНИЯ «ПРАНДТЛЯ-МАЙЕРА». ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПЛОСКОГО СВЕРХЗВУКОВОГО СОПЛА. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩЕЙ НА АЭРОДИНАМИЧЕСКИЙ РУЛЬ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

Изучение основных положений теории плоского течения расширения; исследование сверхзвукового потока газа, движущегося вдоль плоской стенки с изменением направления; расчет линии тока течения расширения и контура плоского открытого сверхзвукового сопла, определение силы газодинамического воздействия на пластину в сверхзвуковом потоке.

ОСНОВЫ ТЕОРИИ.

1. Понятие о характеристиках сверхзвукового течения.

Рассмотрим сначала область распространения слабых возмущений, которые вызваны неподвижным источником, находящимся в потоке движущегося газа и возмущающим его с частотой 1 Гц .

На рис.1 показаны находящийся в точке M источник и положения сферических волн, вызванных 1, 2, 3 и более секунд назад.

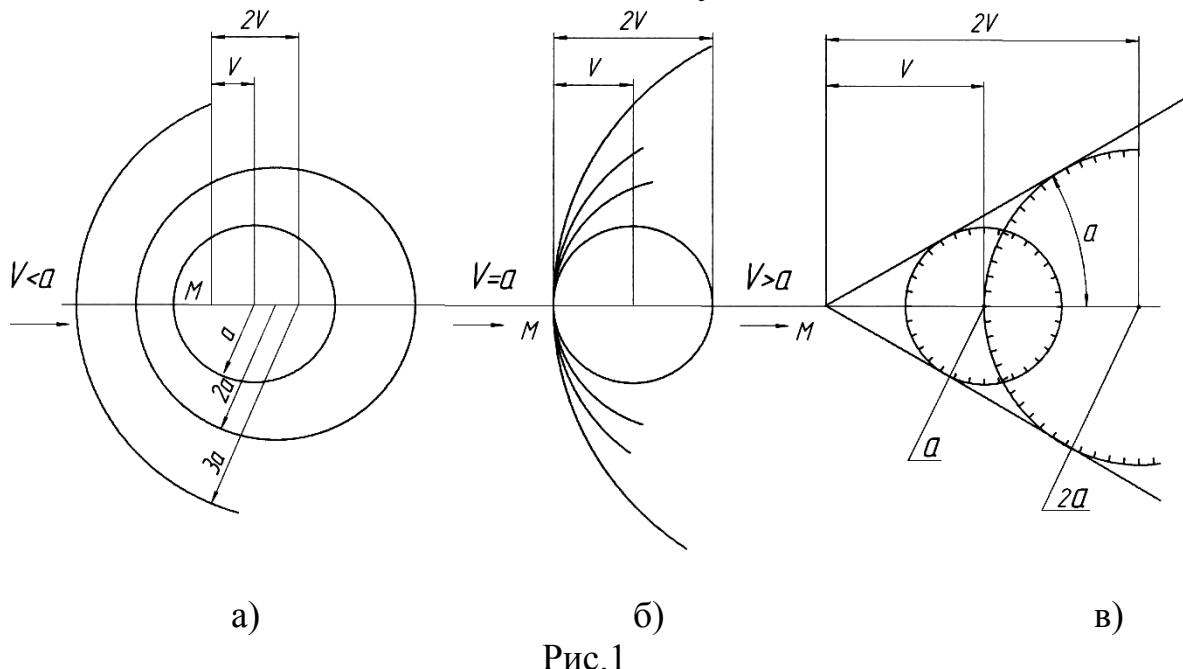


Рис.1

При скорости движения газа V , меньшей скорости звука a , область распространения возмущений представляет собой все пространство, окружающее

источник. При $V > a$ область распространения ограничена конусом, образующие которого называются линиями возмущения Маха. Угол полурасвора конуса α может быть определен из соотношения:

$$\sin \alpha = \frac{a}{V} = \frac{1}{M} \quad (1)$$

где M - число Маха.

Таким образом, в каждой точке плоского сверхзвукового потока под углом α к вектору скорости можно провести две линии возмущения Маха, отделяющие невозмущенный поток от возмущенного. Поскольку в общем случае направление вектора скорости и число Маха в различных точках отличаются друг от друга, то направление линий возмущения в этих точках также оказывается различным. В связи с этим в газодинамике введено весьма важное понятие характеристик. Они представляют собой линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с линиями возмущения Маха. Характеристики, находящиеся слева и справа от вектора скорости, относятся к первому и второму семействам. Если параметры газа во всех точках одинаковы, то характеристики представляют собой прямые линии. Основное свойство характеристик, как и линий возмущения, заключается в том, что нормальная к ним составляющая вектора скорости равна скорости звука a (см. рис. 1, в).

2. Система уравнений, описывающих течение Прандтля-Майера.

Рассмотрим равномерный, полубесконечный сверхзвуковой поток газа, движущегося вдоль плоской стенки АО, которая в точке О изменяет свое направление на угол δ_2 (рис. 2).

В результате поворота на угол δ_2 газ расширяется, вследствие чего скорость газа увеличивается, а температура, давление и плотность уменьшаются. Угловая точка О является источником возмущения набегающего потока. Невозмущенный набегающий поток будет отделяться от возмущенного характеристикой ОВ первого семейства, которая в силу того, что число M во всех точках набегающего потока одинаково представляет собой прямую линию.

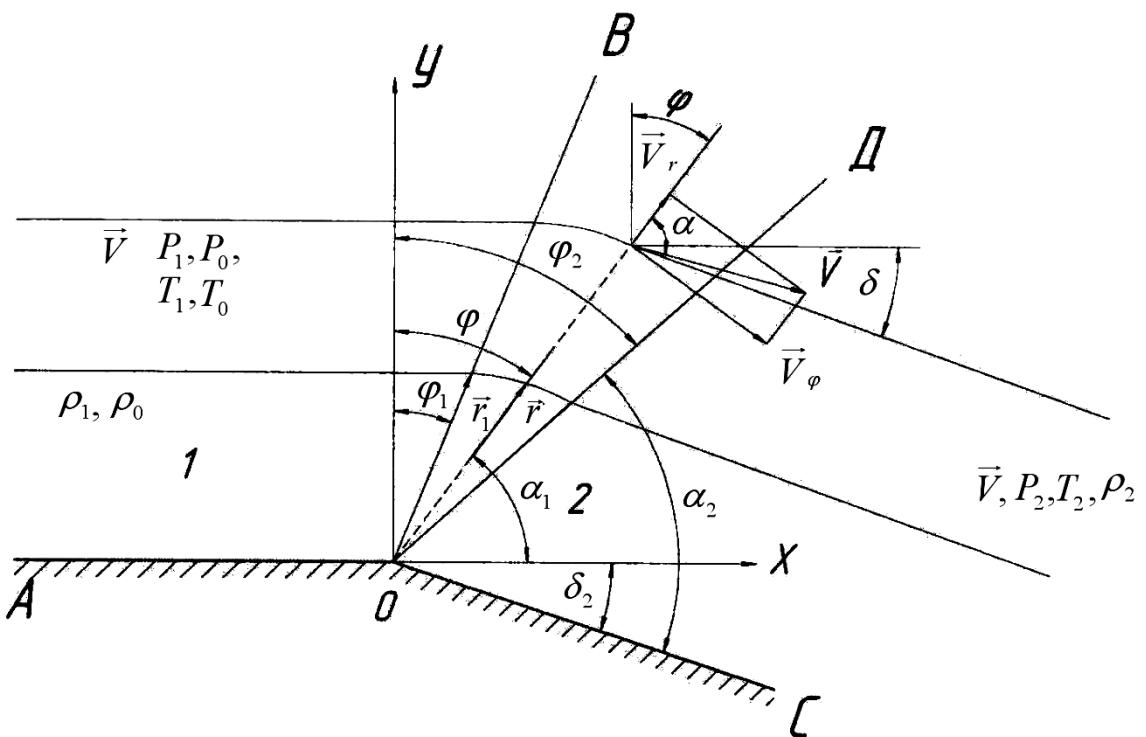


Рис.2

Линия ОВ расположена под углом α_1 к вектору скорости \vec{V}_1 . Угол α_1 определяется из соотношения $\sin \alpha_1 = 1/M_1$.

С другой стороны, развернувшийся сверхзвуковой поток будет отделять от зоны разворота ВОД линия ОД, которая также является характеристикой первого семейства и представляет собой прямую линию, в силу того, что число M_2 во всех точках развернувшегося потока одинаково. Линия ОД расположена под углом α_2 к вектору скорости \vec{V}_2 , где α_2 определяется из соотношения $\sin \alpha_2 = 1/M_2$. Заметим, что все прямые линии, выходящие из угловой точки О и находящиеся в зоне разворота ВОД, также являются характеристиками.

Задачей расчета рассматриваемого течения является определение границ зоны разворота и параметров газа в этой зоне.

Введем полярную систему координат φ, r , в которой угол φ отсчитывается от оси у вправо, а радиус r - от угловой точки О до произвольной точки, находящейся в зоне разворота. Обозначим соответствующие составляющие вектора скорости \vec{V}_φ и \vec{V}_r .

Поскольку все характеристики, исходящие из угловой точки О, прямолинейны, то вдоль каждой характеристики параметры газа одинаковы и $\partial \vec{V}_\varphi / \partial r = 0, \partial \vec{V}_r / \partial r = 0$.

Рассматриваемое течение является плавным ускоренным и безвихревым. Поэтому циркуляция Γ вектора скорости по любому замкнутому контуру L , находящемуся в зоне разворота, равна нулю:

$$\Gamma = \oint_L \vec{V} d\vec{r}.$$

Применим это условие к элементарному контуру MRNK, состоящему из отрезков двух радиусов векторов и двух дуг, обходя контур по часовой стрелке (рис. 3):

$$\Delta\Gamma = -V_\varphi r \Delta\varphi + V_r \Delta r + \left(V_\varphi + \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} \Delta r \right) (r + \Delta r) \Delta\varphi - \left(V_r + \frac{\partial V_r}{\partial \varphi} \Delta\varphi \right) \Delta r = 0 \text{ Отс}$$

юда, учитывая, что $\frac{\partial V_\varphi}{\partial r} = 0$, $\frac{\partial V_r}{\partial r} = 0$, $\frac{\partial V_r}{\partial \varphi} = \frac{dV_r}{d\varphi}$, получаем

$$\frac{dV_r}{d\varphi} - V_\varphi = 0 \quad (2)$$

Уравнение (2) отражает условие отсутствия завихренности течения.

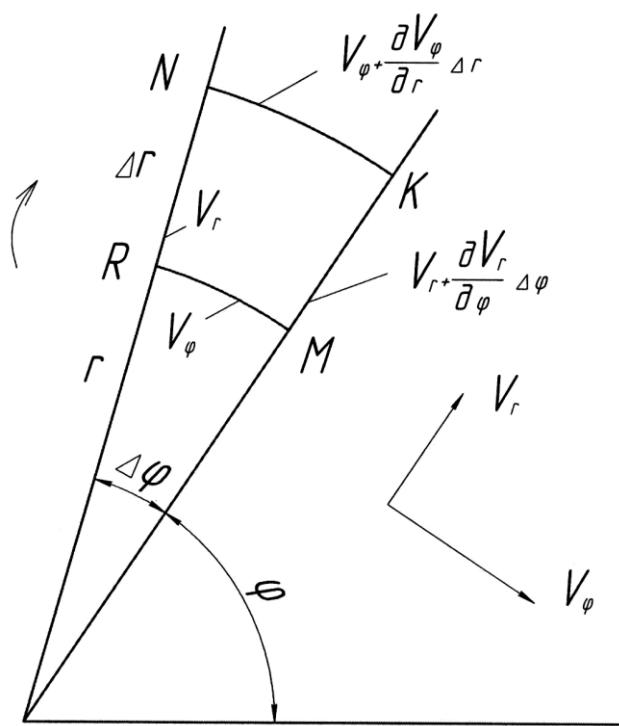


Рис.3

Применим для каждой элементарной струйки рассматриваемого течения уравнение Бернулли:

$$\frac{V^2}{2} + \frac{k}{k-1} \frac{P}{\rho} = i_0$$

Учитывая соотношения:

$$V^2 = V_r^2 + V_\varphi^2, \quad a^2 = kP/\rho, \quad i_0 = \frac{k+1}{2(k-1)} a_{kp}^2,$$

преобразуем уравнение Бернулли к виду:

$$\frac{V_r^2}{2} + \frac{V_\varphi^2}{2} + \frac{a^2}{k-1} = \frac{k+1}{2(k-1)} a_{kp}^2. \quad (3)$$

Поскольку нормальная к характеристике составляющая вектора скорости равна скорости звука, то

$$V_\varphi = a$$

Тогда из уравнения (3) находим

$$\frac{V_r^2}{2} = \frac{k+1}{2(k-1)} a_{kp}^2 - \frac{V_\varphi^2}{2} \left(1 + \frac{2}{k-1} \right)$$

Отсюда

$$V_\varphi = \sqrt{a_{kp}^2 - \frac{k-1}{k+1} V_r^2}.$$

Подставляя V_φ в уравнение (2), имеем

$$\frac{dV_r}{d\varphi} = \sqrt{a_{kp}^2 - \frac{k-1}{k+1} V_r^2}$$

Разделяя переменные и интегрируя последнее уравнение, записываем

$$\varphi + c = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}} \arcsin \frac{V_r}{\sqrt{\frac{k+1}{k-1}} a_{kp}},$$

или

$$V_r = \frac{k+1}{k-1} \cdot a_{kp} \sin \left[\sqrt{\frac{k-1}{k+1}} (\varphi + c) \right] \quad (4)$$

Составляющая V_φ определяется с помощью уравнений (2) и (4):

$$V_\varphi = a = a_{kp} \cos \left[\sqrt{\frac{k-1}{k+1}} (\varphi + c) \right], \quad (5)$$

а скорость газа – с помощью формул (4) и (5):

$$V^2 = V_r^2 + V_\varphi^2 = a_{kp}^2 \left\{ \frac{k+1}{k-1} \sin^2 \left[\sqrt{\frac{k-1}{k+1}} (\varphi + c) \right] + 1 - \sin^2 \left[\sqrt{\frac{k-1}{k+1}} (\varphi + c) \right] \right\}$$

Отсюда

$$\lambda^2 = \frac{V^2}{a_{kp}^2} = 1 + \frac{2}{k-1} \sin^2 \left[\sqrt{\frac{k-1}{k+1}} (\varphi + c) \right] \quad (6)$$

Для определения постоянной интегрирования преобразуем уравнение (6) к виду

$$\varphi + c = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}} \arcsin \sqrt{(\lambda^2 - 1) \frac{k-1}{2}}$$

Учитывая, что $\varphi = \frac{\pi}{2} - \alpha + \delta$ (см. рис. 2), записываем

$$\sin \alpha = 1/M, \quad \alpha = \arcsin \frac{1}{M}, \quad M = f(\lambda).$$

Отсюда получим

$$c + \delta = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}} \arcsin \sqrt{(\lambda^2 - 1) \frac{k-1}{2}} + \arcsin \frac{1}{M(\lambda)} - \frac{\pi}{2} = \omega(\lambda). \quad (7)$$

Постоянную интегрирования c найдем из условия, что при

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_1, \quad \delta = 0, \quad \lambda = \lambda_1, \\ c &= \omega(\lambda_1). \end{aligned} \quad (8)$$

Уравнения (6) и (7) с учетом формулы (8) примут вид

$$\lambda = \sqrt{1 + \frac{2}{k-1} \sin^2 \left\{ \sqrt{\frac{k-1}{k+1}} [\varphi + \omega(\lambda_1)] \right\}}, \quad (9)$$

$$\delta = \omega(\lambda) - \omega(\lambda_1). \quad (10)$$

Для расчета течения Прандтля-Майера необходимо:

- 1) зная окончательный угол разворота потока δ_2 , найти по формуле (10) функцию $\omega(\lambda_2)$ и затем λ_2 и M_2 ;
- 2) определить φ_1 и φ_2 по формулам:

$$\begin{cases} \varphi_1 = \frac{\pi}{2} - \alpha_1; \quad \sin \alpha_1 = 1/M_1; \\ \varphi_2 = \frac{\pi}{2} - \alpha_2 + \delta_2; \quad \sin \alpha_2 = 1/M_2. \end{cases}$$

- 3) задаваясь рядом значений φ в пределах $\varphi_1 < \varphi < \varphi_2$ найти по формулам (9) и (10) ряд текущих значений λ и δ , $\tau(\lambda)$, $\pi(\lambda)$, $\varepsilon(\lambda)$, а затем рассчитать ряд значений P , T , ρ и V :

$$P = P_0 \pi(\lambda), \quad T = T_0 \tau(\lambda), \quad \rho = \rho_0 \varepsilon(\lambda), \quad V = a_{kp} \lambda.$$

При расчете рассматриваемого течения удобно использовать таблицу или график газодинамической функции $\omega(\lambda)$.

3. Решение прикладных задач обтекания тел.

Рассмотрим примеры практического использования полученных выше уравнений, описывающих течение Прандтля-Майера, для решения некоторых прикладных задач.

Пример 1: Расчет линий тока в секторе возмущения при повороте потока на заданный угол δ_2 .

При решении ряда практически важных задач необходимо иметь уравнение для расчета линий тока в секторе возмущений.

Расчетная схема рассматриваемого течения показана на рис. 4.

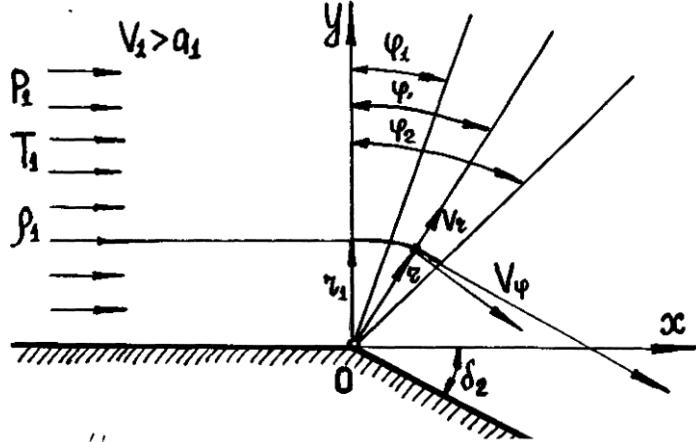


Рис. 4. Расчетная схема течения при повороте потока.

Так как массовый расход между стенкой и рассматриваемой линией потока постоянен, то из уравнения неразрывности имеем

$$\rho V_\varphi \cdot r \cdot 1 = \rho_1 V_{\varphi 1} \cdot r_1 \cdot 1$$

Учитывая, что $V_{\varphi 1} = a_1$ (условия на характеристиках), отсюда получим

$$\frac{r}{r_1} = \frac{\rho_1 a_1}{\rho a}$$

Деля числитель и знаменатель правой части на $\rho_0 a_{kp}$ и учитывая соотношения

$$\frac{a_1}{a_{kp}} = \sqrt{\frac{kRT_1}{2k RT_0}} = \sqrt{\frac{T_0 \tau(\lambda_1)}{\frac{2}{k+1} T_0}} = \sqrt{\frac{k+1}{2} \tau(\lambda_1)}; \quad \frac{a}{a_{kp}} = \sqrt{\frac{k+1}{2} \tau(\lambda)}; \\ \rho_1 = \rho_0 \varepsilon(\lambda_1); \quad \rho = \rho_0 \varepsilon(\lambda),$$

получим

$$\frac{r}{r_1} = \frac{\varepsilon(\lambda_1)}{\varepsilon(\lambda)} \cdot \sqrt{\frac{\tau(\lambda_1)}{\tau(\lambda)}} \quad (11)$$

Расчет линии тока производится в следующем порядке:

1. Для заданных параметров набегающего потока по пунктам п.1÷п.3 приведенной выше методики определить C , φ_1 и φ_2 .
2. Задаваясь рядом значений φ в пределах $\varphi_1 < \varphi < \varphi_2$ по уравнению (9) найти значения λ , а затем $\varepsilon(\lambda)$ и $\tau(\lambda)$.
3. По соотношению (11) найти ряд значений r/r_1 , а затем соответствующие значения r при известной величине r_1 .

Пример 2: Расчет линий тока в секторе возмущения при расширении потока в среду с давлением P_C . Расчетная схема рассматриваемого течения показана на рис. 5.

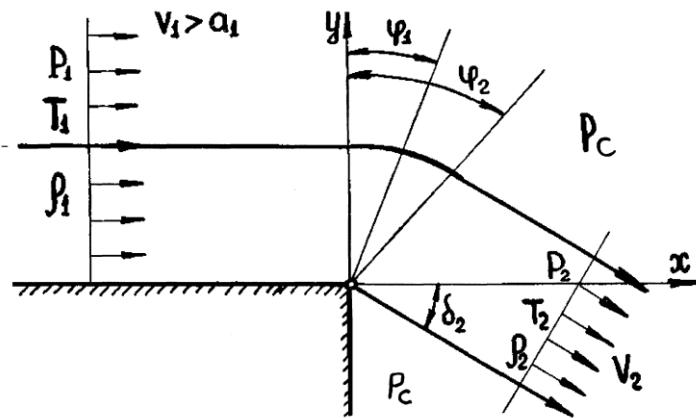


Рис. 5. Расчетная схема течения при расширении в среду с заданным давлением.

При истечении газового потока, имеющего давление $P_1 > P_C$, точка О также является источником возмущений и поток повернет на некоторый угол δ_2 . При этом, как и в случае обтекания тупого угла, скорость потока увеличится до V_2 , а давление в нем уменьшится до $P_2 = P_C$.

Расчет рассматриваемого течения может быть проведен по приведенным выше зависимостям в следующем порядке:

1. Для известных параметров в набегающем потоке по зависимости (8) определить величину C .
2. По известным значениям $P_2 = P_C$ и P_0 вычислить $\pi(\lambda_2) = \frac{P_C}{P_0}$, а затем по таблицам газодинамических функций значения λ_2 и M_2 .
3. По соотношению (10) найти угол поворота потока δ_2 , определив предварительно значения $\omega(\lambda_1)$ и $\omega(\lambda_2)$.
4. По пунктам п.2÷п.3 методики примера 1 рассчитать линии тока рассматриваемого течения.

Пример 3: Определение параметров плоского открытого сверхзвукового сопла, работающего в расчетном режиме.

В системах управления летательными аппаратами наряду с соплами Лаваля и кольцевыми соплами получили применение плоские открытые сверхзвуковые сопла, которые позволяют более просто регулировать расход газа через сопло и реактивную силу. В таких соплах увеличение скорости газа от критического значения V_1 до расчетного сверхзвукового значения V_a происходит за счет расширения потока вблизи угловой точки A до давления наружной среды P_C (рис. 6).

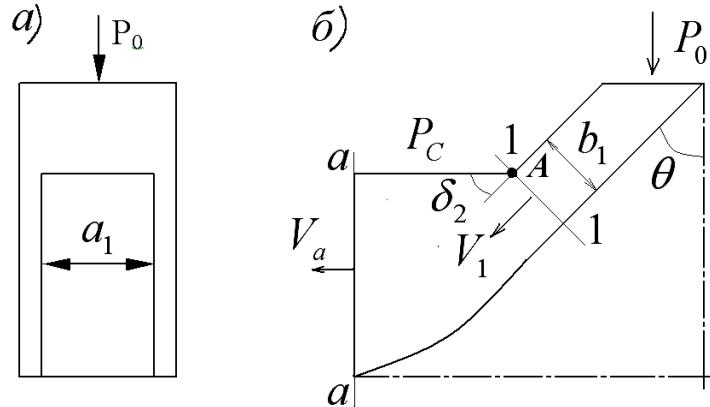


Рис. 6. К расчету плоского открытого сопла.

При проектировочном расчете сопла обычно бывают известны параметры газа в предсопловой полости и значения реактивной силы F , создаваемой при истечении газа через сопло. В результате расчета необходимо найти значения конструктивных параметров сопла, обеспечивающего заданную силу F при минимальных затратах газа. Количество потребляемого газа будет тем меньше, чем меньше волновые потери полного давления на скачках уплотнения, появляющихся при развороте потока в сопле. Волновые потери будут равны нулю, если контур сопла будет выполнен по линии тока течения Прандтля-Майера (см. рис. 6,б). Поэтому проектировочный расчет рассматриваемого сопла можно провести в следующем порядке:

1. Определить расход газа через сопло по формуле:

$$G_1 = \frac{F}{V_a},$$

где

$$V_a = \lambda_a a_{kp}, \quad \pi(\lambda_a) = \frac{P_a}{P_0} = \frac{P_c}{P_0}, \quad a_{kp} = \sqrt{\frac{2k}{k+1}} RT_0;$$

2. Вычислить площадь критического сечения сопла:

$$S_1 = \frac{G_1 R T_0}{\mu_{10} \epsilon(1) P_0 a_{kp}},$$

3. Задаваясь шириной сопла a_1 найти высоту $b_1 = \frac{S_1}{a_1}$;
4. по формуле (10) вычислить угол поворота потока δ_2 при $\lambda_1 = \lambda_{kp} = 1$, $\lambda_2 = \lambda_a$, $P_{10} = P_0$, $T_{10} = T_0$ и затем определить угол предварительного поворота сопла $\theta = \pi/2 - \delta_2$;
5. указанным выше способом рассчитать линию тока течения Прандтля-Майера, которая отстоит от угловой точки A на расстоянии $r_1 = b_1$ и принять её за контур плоского открытого сопла.

Пример 4: Определение силы, действующей на аэродинамический руль в сверхзвуковом потоке.

Рассмотрим случай, когда руль имеет форму пластины, расположенной в сверхзвуковом потоке под небольшим углом θ (рис. 7).

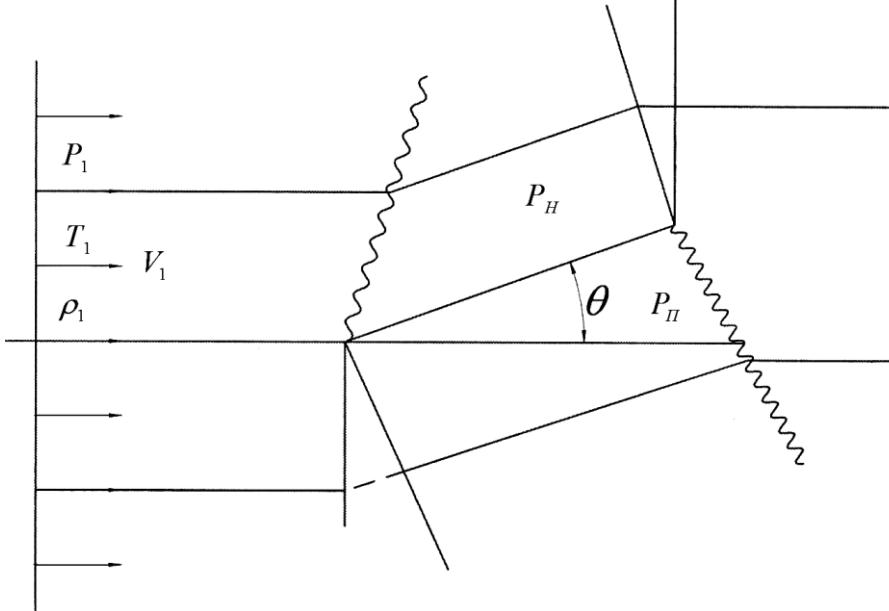


Рис. 7

В этом случае над пластиной образуется течение газа с косым скачком уплотнения, а под пластиной течение расширения. За пластиной поток принимает первоначальное направление, и в верхней его части будет наблюдаться течение расширения, а в нижней - течение с косым скачком.

Силу газодинамического воздействия на пластину F_{nl} можно определить в следующем порядке:

1. По уравнениям, описывающим течение газа с косым скачком уплотнения, найти давление над пластиной P_n .
2. По уравнениям, описывающим течение расширения, вычислить давление под пластиной P_n при $\delta_2 = \theta$.

3. Вычислить силу газодинамического воздействия на пластину по формуле

$$F_{nl} = S_{nl}(P_h - P_n)$$

где S_{nl} - площадь пластины.

ОБЪЕКТЫ И СРЕДСТВА ИССЛЕДОВАНИЯ.

Настоящая лабораторная работа посвящена:

1. Изучению методики расчета границ зоны разворота и параметров газа в этой зоне.
2. Определению влияния угла поворота потока δ_2 на параметры газа в зоне расширения.
3. Определению параметров плоского сверхзвукового сопла, работающего в расчетном режиме.
4. Определению силы газодинамического воздействия на пластину.

Обтекание стенки АОС (рис. 2) производится потоком, образующимся при истечении газа из сверхзвукового сопла. Принципиальная схема и описание экспериментальной установки были приведены в лабораторной работе № 3.

Скорость набегающего потока определяется с помощью насадка по методике, изложенной в лабораторной работе № 5.

Вывод о достоверности теории плоского течения расширения делается в результате сравнения расчетного и экспериментального значений давления расширенного потока газа.

ПРОГРАММА РАБОТЫ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА:

1. Изучить общие положения теории плоского течения расширения и зарисовать расчетную схему(рис. 2).
2. Установить плоскую стенку и насадок для измерения скорости в набегающем сверхзвуковом потоке.
3. Включить установку и измерить статическое давление расширенного потока. $P_{2_{\text{экс}}}$ а также давления P_{20} и P_1 , воспринимаемые центральным и боковым отверстиями насадка.
4. По методике, изложенной в лабораторной работе № 5, определить приведенную скорость λ_1 , число Маха M_1 , статическую температуру T_1 , статическое давление P_1 и скорость V_1 набегающего потока.
5. По приведенной выше методике рассчитать течение Прандтля-Майера, приняв в качестве параметров набегающего потока параметры газа перед прямым скачком уплотнения.

Результаты замеров и расчетов занести в таблицы 1 и 2.

Таблица 1.

P_{20}^h , Па	P_1^h , Па	λ_1	M_1	T_1 , К	ρ_1 , $\text{кг}/\text{м}^3$	V_1 , $\text{м}/\text{с}$	$P_{2\text{экс}}$, Па

Таблица 2.

n/n	φ	λ	$\omega(\lambda)$	$\tau(\lambda)$	$\pi(\lambda)$	$\varepsilon(\lambda)$	δ , град.	T , К	P , Па	ρ , $\text{кг}/\text{м}^3$	V , $\text{м}/\text{с}$
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											

6. Рассчитать конструктивные параметры плоского открытого сопла, обеспечивающего требуемую реактивную силу.
7. По приведенной выше методике рассчитать силу воздействия газа на пластину и построить графики зависимости $F_{n\pi}(M_1 > 1, \theta)$.

Исходные данные:

$$k = 1,4; \quad R = 287 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}; \quad \delta_2 = n \text{ град.}; \quad S_{n\pi} = 1 \text{ м}^2.$$

Расчетные формулы:

1. Зависимость для определения скорости набегающего потока (см. график к работе № 5):

$$\frac{P_{20}}{P_1} = f(\lambda_1)$$

2. Зависимости для определения параметров газа в набегающем потоке:

$$\begin{cases} T_1 = T_0 \tau(\lambda_1); \rho_1 = P_1 / RT_1; P_0 = P_1 / \pi(\lambda_1); \\ P_1 = P_h; V_1 = a_{kp1} \lambda_1; a_{kp1} = \sqrt{\frac{2k}{k+1}} RT_0. \end{cases}$$

3. Зависимость для определения $\omega(\lambda_2)$:

$$\omega(\lambda_2) = \omega(\lambda_1) + \delta_2$$

4. Формулы для определения φ_1 и φ_2 :

$$\begin{cases} \varphi_1 = \frac{\pi}{2} - \alpha_1; \sin \alpha_1 = 1/M_1; \\ \varphi_2 = \frac{\pi}{2} - \alpha_2 + \delta_2; \sin \alpha_2 = 1/M_2. \end{cases}$$

5. Зависимости для определения λ и δ :

$$\lambda = \sqrt{1 + \frac{2}{k-1} \sin^2 \left\{ \sqrt{\frac{k-1}{k+1}} [\varphi + \omega(\lambda_1)] \right\}}; \delta = \omega(\lambda) - \omega(\lambda_1).$$

6. Формулы для определения P, T, ρ, V :

$$P = P_0 \pi(\lambda), T = T_0 \tau(\lambda), \rho = P / RT, V = a_{kp} \lambda;$$

7. Приведенные в лабораторной работе № 7 уравнения для определения давления над пластины P_h .

8. Формула для определения силы газодинамического воздействия на пластину:

$$F_{nl} = S_{nl} (P_h - P_n).$$

Контрольные вопросы:.

1. Что называется линией возмущения?
2. Каково основное свойство характеристик?
3. Каков порядок расчета течения Прандтля-Майера?
4. Как меняются параметры газа после поворота потока на угол δ_2 ?
5. Каково устройство установки для проведения экспериментальных исследований?
6. Почему скорость газа после расширения остается сверхзвуковой?
7. Каков порядок проектировочного расчета плоского открытого сопла?
8. Каков порядок расчета силы воздействия газа на пластину, помещенную в сверхзвуковой поток?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 9.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ У ПЛОСКОЙ СТЕНКИ.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

Теоретическое и экспериментальное исследование пограничного слоя на плоской стенке. Определение профиля скорости и режима течения в пограничном слое, толщины пограничного слоя, толщины вытеснения, толщины потери импульса и силы трения, действующей на одну сторону плоской стенки.

ОСНОВЫ ТЕОРИИ.

Всю область течения газа около твердого тела можно разделить на две зоны: непосредственно примыкающую к телу, где оказывается влияние вязкости, и внешнюю зону, где силами вязкости можно пренебречь и рассматривать поток как невязкий. Область потока, непосредственно примыкающая к телу, называется пограничным слоем. В этом слое газ под действием сил вязкости по мере приближения к неподвижной стенке постепенно притормаживается, а на самой стенке скорость газа уменьшается до нуля. Внешней границей пограничного слоя δ принято считать ту линию, на которой скорость отличается от местной скорости внешнего потока на один процент (рис. 1). Толщина пограничного слоя невелика по сравнению с размерами тела. Течение вязкого газа в этом слое может быть ламинарным (слоистым) и турбулентным (беспорядочным). В последнем случае профиль скорости $V(y)$ оказывается более выпуклым.

Интегрирование уравнений, описывающих движение вязкого газа в пограничном слое, связано с большими трудностями в силу их нелинейности. Поэтому на практике часто используются приближенные методы расчета. Эти методы основаны на использовании опытных данных по виду профиля скорости в пограничном слое.

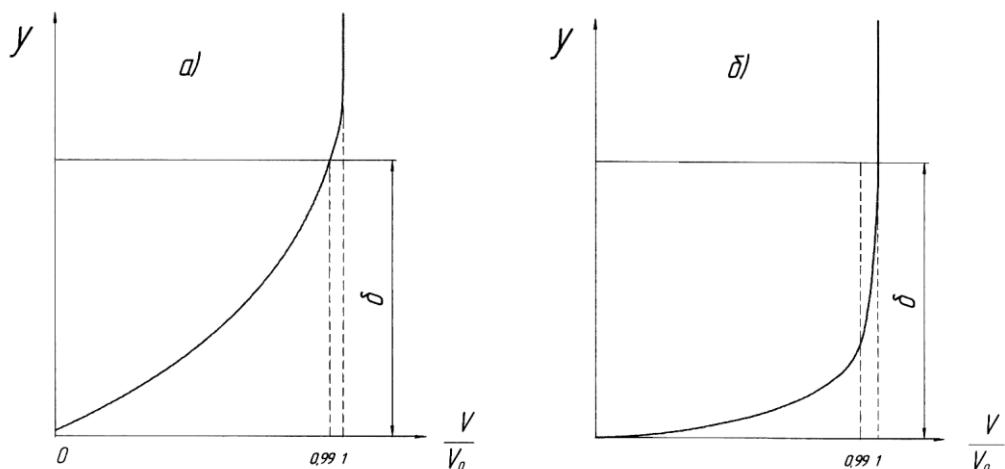


Рис.1. К определению толщины пограничного слоя;

Для ламинарного пограничного слоя распределение $V(y)$ можно выразить многочленом:

$$\frac{V}{V_0} = A_0 + A_1 \frac{y}{\delta} + A_2 \left(\frac{y}{\delta} \right)^2 + A_3 \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 + \dots \quad (1)$$

Обозначим

$$\frac{V}{V_0} = \bar{V}, \quad \frac{y}{\delta} = \eta$$

и ограничимся четырьмя членами полинома.

Тогда

$$\begin{cases} \bar{V} = A_0 + A_1 \eta + A_2 \eta^2 + A_3 \eta^3 +, \\ \frac{d\bar{V}}{d\eta} = A_1 + 2A_2 \eta + 3A_3 \eta^2, \\ \frac{d^2\bar{V}}{d\eta^2} = 2A_2 + 6A_3 \eta. \end{cases}$$

Неизвестные коэффициенты A_0, A_1, A_2, A_3 найдем из следующих граничных условий:

- при $\eta = 1, \bar{V} = 1$ и $\frac{d\bar{V}}{d\eta} = 0, A_0 + A_1 + A_2 + A_3 = 1, A_1 + 2A_2 + 3A_3 = 0;$
- при $\eta = 0, \bar{V} = 0, \frac{d^2\bar{V}}{d\eta^2} = 0$ (т. е. при $y = 0, V_x = V_y = 0$):

$$A_0 = 0, 2A_2 = 0.$$

Отсюда найдем, что $A_1 = \frac{3}{2}, A_3 = -\frac{1}{2}$ и уравнение распределения скорости в ламинарном пограничном слое будет иметь вид:

$$\frac{V}{V_0} = \frac{3}{2}\eta - \frac{1}{2}\eta^3 \quad (2)$$

Для турбулентного пограничного слоя профиль скорости определяют по следующей приближенной зависимости:

$$\frac{V}{V_0} = \left(\frac{y}{\delta} \right)^n \quad (3)$$

где показатель степени n находят опытным путем. Он в основном зависит от числа Рейнольдса, определенного по толщине пограничного слоя δ :

$$Re_{\delta} = \frac{\rho_0 V_0 \delta}{\mu} = \frac{V_0 \delta}{\nu} \quad (4)$$

где μ и ν – коэффициенты динамической и кинематической вязкости.

Хорошее совпадение результатов расчета по уравнению (3) с опытом получается, если показатель степени n брать из табл.1.

Таблица 1.

Re_{δ}	10^4	10^5	10^6	10^7
n	$1/5$	$1/7$	$1/8$	$1/9$

Графики зависимости $\frac{V}{V_0} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^n$, построенные для различных значений n , показаны на рис.2.

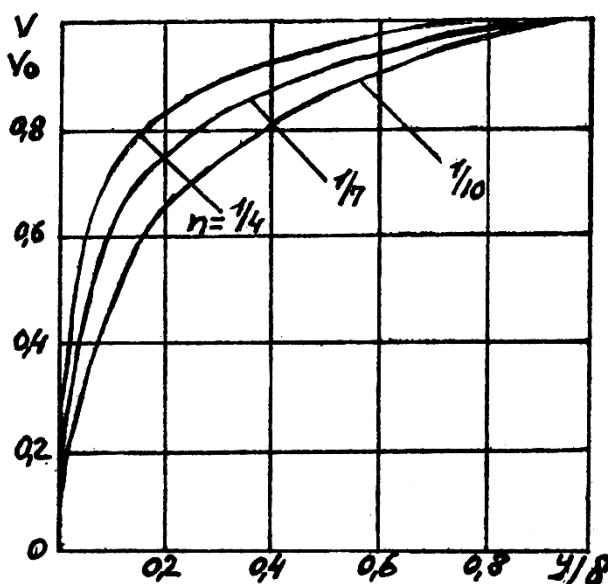


Рис.2. Графики зависимости $\frac{V}{V_0} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^n$.

Коэффициент кинематической вязкости $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ для воздуха может быть определен по графикам рис. 3.

Помимо величины δ для пограничного слоя важное значение имеют такие характеристики слоя, как толщина вытеснения δ^* и толщина потери импульса δ^{**} .

Толщина вытеснения δ^* характеризует смещение линии тока вязкого потока от линии тока, которая имела бы место при движении невязкого газа (рис. 4).

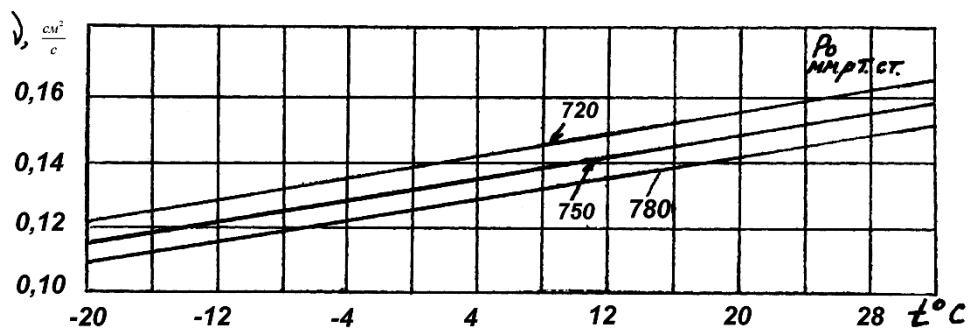


Рис.3. Графики зависимости коэффициента кинематической вязкости воздуха ν от барометрического давления и температуры t воздуха.

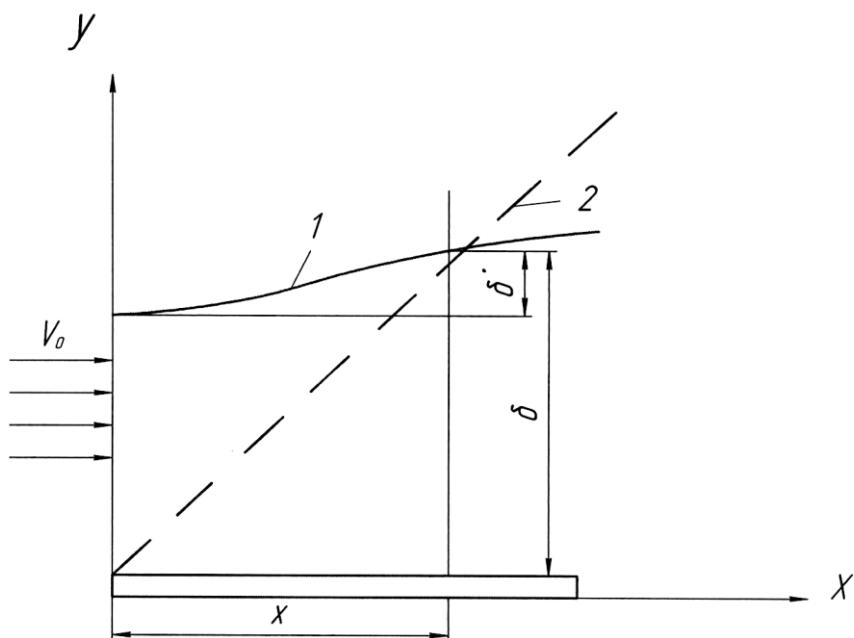


Рис.4. К определению толщины вытеснения:
1- линия тока; 2- граница пограничного слоя.

Отсюда следует, что через толщину пограничного слоя проходит та же масса вязкого газа, что и через слой $\delta - \delta^*$ при течении идеального газа. Это условие можно записать следующим образом:

$$\rho_0 V_0 (\delta - \delta^*) = \int_0^\delta \rho V dy$$

Так как

$$\rho_0 V_0 \delta = \int_0^\delta \rho_0 V_0 dy,$$

то

$$\delta^* = \delta \int_0^1 \left(1 - \frac{\rho V}{\rho_0 V_0}\right) d\eta \quad (5)$$

Толщину вытеснения δ^* можно определить волях от толщины пограничного слоя δ . Найдем эту величину для ламинарного пограничного слоя несжимаемой жидкости. Для этого подставим в уравнение (5) значение V/V_0 из уравнения (2):

$$\delta^* = \delta \int_0^1 \left(1 - \frac{3}{2}\eta + \frac{1}{2}\eta^3\right) d\eta = \delta \left(1 - \frac{3}{4} + \frac{1}{8}\right)$$

Отсюда

$$\delta^* = 0,375\delta \quad (6)$$

Толщиной потери импульса δ^{**} называется такая условная толщина, в которой количество движения невязкого газа равно потерянному количеству движения в пограничном слое δ , т.е.

$$\delta^{**} \rho_0 V_0^2 = \int_0^\delta \rho V (V_0 - V) dy$$

Отсюда

$$\delta^{**} = \delta \int_0^1 \frac{\rho V}{\rho_0 V_0} \left(1 - \frac{V}{V_0}\right) d\eta \quad (7)$$

Определим толщину потери импульса δ^{**} волях пограничного слоя δ . Найдем эту величину для ламинарного пограничного слоя несжимаемой жидкости. Для этого подставим в подинтегральное выражение уравнения (7) значение V/V_0 из (2):

$$\delta^{**} = \delta \int_0^1 \left(\frac{3}{2}\eta - \frac{1}{2}\eta^3\right) \left(1 - \frac{3}{2}\eta + \frac{1}{2}\eta^3\right) d\eta \quad (8)$$

Отсюда

$$\delta^{**} = 0,146\delta$$

Определим толщину вытеснения δ^* для турбулентного пограничного слоя при $\rho = const$. Подставляя в уравнение (5) значение V/V_0 из уравнения (3), получаем:

$$\delta^* = \delta \int_0^1 (1 - \eta^n) d\eta = \delta \left(1 - \frac{1}{n+1}\right) = \frac{n}{n+1} \delta \quad (9)$$

Отсюда при $n = \frac{1}{7}$ (закон одной седьмой)

$$\delta^* = 0,125\delta$$

Как видно, в турбулентном пограничном слое толщина вытеснения в три раза меньше, чем в ламинарном. Это объясняется тем, что профиль скорости в турбулентном пограничном слое более наполнен, чем в ламинарном (рис. 1).

Определим толщину потери импульса δ^{**} для турбулентного пограничного слоя:

$$\delta^{**} = \delta \int_0^1 \eta^n (1 - \eta^n) d\eta = \delta \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{2n+1} \right) \quad (10)$$

При $n = \frac{1}{7}$

$$\delta^{**} = 0,097\delta$$

Характер пограничного слоя, образуемого при обтекании плоской стенки (стенки аэродинамической трубы), существенно зависит от режима обтекания, определяющегося числом Re_δ . При сравнительно небольших числах Re_δ вдоль всей стенки образуется ламинарный пограничный слой. Толщина ламинарного пограничного слоя на расстоянии X от начала стенки определяется по зависимости:

$$\delta = 4,64 \sqrt{\frac{\nu X}{V_0}} \quad (11)$$

При очень больших значениях Re_δ практически вдоль всей стенки образуется турбулентный пограничный слой. Толщина слоя в этом случае определяется по зависимости:

$$\delta = 0,37 \left(\frac{\nu}{V_0 X} \right)^{0,2} \quad \text{при } n = \frac{1}{7} \quad (12)$$

В диапазоне значений чисел Re_δ от 10^5 до $5 \cdot 10^6$ в начале стенки образуется ламинарный пограничный слой, который в некотором месте разрушается и переходит затем в турбулентный пограничный слой (рис. 5).

Если построить кривую $\delta = f(X)$ в координатах X (абсцисса), δ (ордината), то плавный характер кривой в области перехода нарушится, так как δ в этой области резко возрастает (рис. 1). Этот факт и используется для экспериментального определения значения X_{kp} , при котором наблюдается переход от ламинарного пограничного слоя к турбулентному.

Координата сечения перехода X_{kp} в случае плоской стенки может быть приближенно определена с помощью критического числа Рейнольдса:

$$Re_{X_{kp}} = \frac{V_0 X_{kp}}{\nu}$$

Критическое число Рейнольдса можно определить по толщине пограничного слоя δ :

$$\text{Re}_{\delta_{kp}} = \frac{V_0 \delta_{kp}}{\nu} = 2740$$

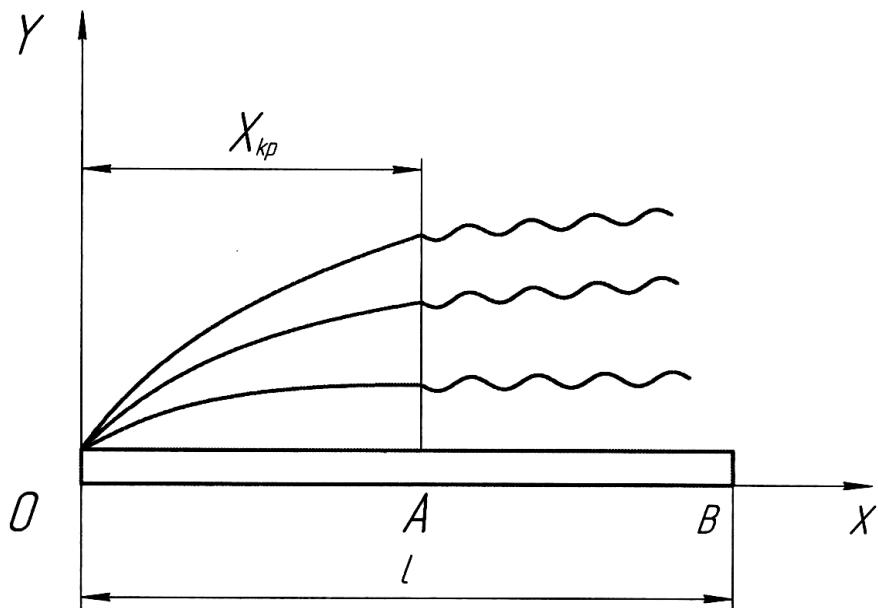


Рис. 5 Смешанный пограничный слой у плоской стенки.

Полная сила X_{mp} , действующая на одну сторону стенки аэродинамической трубы, определяется по формуле:

$$X_{mp} = C_{X_{mp}} \frac{\rho V_0^2}{2} S \quad (13)$$

где

$S = b \cdot l$ - площадь стенки;

b - ширина стенки;

l - длина стенки.

Коэффициент сопротивления трения $C_{X_{mp}}$ определяется по следующим зависимостям:

а) для ламинарного пограничного слоя

$$C_{X_{trp \text{ лам}}} = \frac{1,328}{\sqrt{Re_x}} \quad (14)$$

б) для турбулентного пограничного слоя

$$C_{X_{mp \text{ турб}}} = \frac{0,072}{(Re_x)^{0,2}} \quad \text{при } n = \frac{1}{7} \quad (15)$$

либо по формуле Шлихтинга:

$$C_{X_{mp \text{ турб}}} = \frac{0,455}{(\lg Re_x)^{2,28}}, \quad (16)$$

где

$$\text{Re}_X = \frac{V_0 X}{\nu}.$$

Расчет силы трения в случае смешанного пограничного слоя можно при определенных допущениях производить по зависимости:

$$X_{mp} = X_{mpOBтурб} - X_{mpOAтурб} + X_{mpOAлам} \quad (17)$$

где

$X_{mpOBтурб}$ - сила трения газа о пластину, определенная в предположении, что пограничный слой на всем ее протяжении турбулентный;

$X_{mpOAтурб}$ - сила трения газа на участке ОА, определенная в предположении, что пограничный слой на этом участке турбулентный;

$X_{mpOAлам}$ - сила трения на участке ОА, определенная в предположении, что пограничный слой на этом участке ламинарный.

В данной работе исследование пограничного слоя проводится у плоской стенки дозвуковой аэродинамической трубы (рис. 6). Аэродинамическая труба работает за счет расширения атмосферного воздуха, который через входное устройство поступает в рабочую часть трубы. Воздух через трубу прокачивается вентилятором. Заслонка, установленная на выходном патрубке вентилятора, позволяет изменять расход и, следовательно, скорость потока в рабочей части трубы.

ПРОГРАММА РАБОТЫ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА.

1. Изучить основные положения теории пограничного слоя.
2. Зарисовать схему экспериментальной установки.
3. Измерить барометрическое давление и температуру в лабораторном помещении, найти коэффициент кинематической вязкости ν по графикам (рис. 2) и плотность воздуха ρ по формуле

$$\rho = \rho_a = P_a / RT_a$$

Здесь P_a подставляется в Па.

4. Установить насадок полного давления в нулевое положение (трубка полного напора касается стенки).

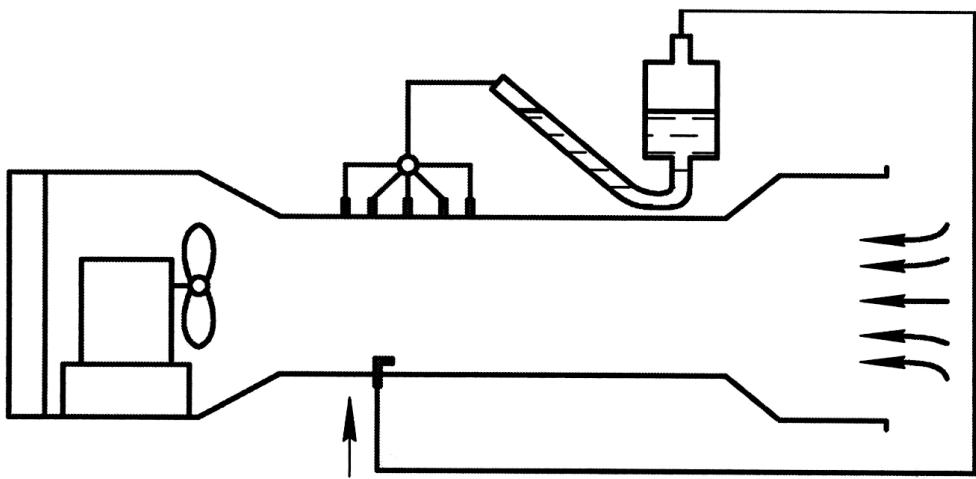


Рис.6. Схема дозвуковой аэродинамической трубы.

5. Снять показания a_0 микроманометра до опыта.
6. Запустить установку и, перемещая трубку полного напора в пограничном слое, снять через каждые $0,5 \text{ мм}$ показания a микроманометра во время опыта.
7. Определить ряд значений скорости V (см. лабораторную работу №1) по формуле

$$V = \sqrt{\frac{2}{\rho} (a - a_0) \rho_{\infty} g k \xi \sin \varphi},$$

где

ξ - коэффициент насадка полного давления;
 k - коэффициент микроманометра;
 φ - угол наклона измерительной трубы микроманометра.

8. Построить экспериментальный график $V/V_0 = f_s(y)$.
9. Рассчитать δ , Re_δ и определить режим течения в пограничном слое (при $Re_\delta < 2740$ следует считать пограничный слой ламинарным).
10. По зависимости соответствующего режима определить δ^* , δ^{**} и, рассчитав теоретический график $\frac{V}{V_0} = f_m(y)$, сравнить его с экспериментальным.
11. Определить силу трения, действующую на одну сторону плоской стенки, по формулам соответствующего режима.

Результаты замеров и расчетов занести в протокол по форме:

Номера замеров	$y, \text{м}$	$a_0, \text{м}$	$a, \text{м}$	$a - a_0, \text{м}$	$\frac{V}{\text{м}}, \frac{V}{V_0}$	$\frac{y}{\delta}$	$\delta, \text{м}$	Re_δ	$\delta^*, \text{м}$	$\delta^{**}, \text{м}$	C_{Xmp}	$X_{mp}, \text{м}$	$\left(\frac{V}{V_0}\right)_T$
1													
2													
3													
...													

Исходные данные:

$$\xi = 1,02; \quad b = 0,12 \text{ м}; \quad l = 0,6 \text{ м}; \quad \kappa = 1,17; \\ \varphi = 45^\circ; \quad P_a = \dots; \quad T_a = \dots.$$

Расчетные формулы:

$$\rho = \rho_a = P_a / RT_a; \\ V = \sqrt{\frac{2}{\rho} (a - a_0) \rho_a g \kappa \xi \sin \varphi};$$

- для ламинарного пограничного слоя:

$$\frac{V}{V_0} = \frac{3}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3; \\ \delta^* = 0,375\delta; \quad \delta^{**} = 0,146\delta; \\ C_{Xmp\text{lam}} = \frac{1,328}{\sqrt{\text{Re}_l}}; \quad \text{Re}_l = \frac{V_0 l}{\nu}; \\ X_{mp} = C_{Xmp\text{lam}} \frac{\rho V_0^2}{2} S;$$

- для турбулентного пограничного слоя:

$$\sqrt[V]{\frac{V}{V_0}} = \left(\frac{y}{\delta} \right)^n \\ \delta^* = \frac{n}{n+1} \delta, \quad \text{если } n = 1/7, \quad \delta^* = 0,125\delta; \\ \delta^{**} = \frac{n}{(n+1)(2n+1)} \delta, \quad \text{если } n = 1/7, \quad \delta^{**} = 0,097\delta;$$

$$C_{X_{mp\,typ\delta}} = \frac{0,072}{(\text{Re}_l)^{0,2}} \quad \text{при } n = \frac{1}{7}$$

либо

$$C_{X_{mp\,typ\delta}} = \frac{0,455}{(\lg \text{Re}_l)^{2,28}};$$

$$X_{mp} = C_{X_{mp\,typ\delta}} \frac{\rho V_0^2}{2} S.$$

- для смешанного пограничного слоя:

$$X_{mp} = X_{mp\,OB\,typ\delta} - X_{mp\,OA\,typ\delta} + X_{mp\,OA\,\text{лам}} \\ l_{OA} = X_{kp}, \quad l_{OB} = l;$$

$$\text{Re}_{X_{kp}} = \frac{V_0 X_{kp}}{\nu} = 3 \cdot 10^5 \div 5 \cdot 10^5.$$

Контрольные вопросы:

1. Что называется толщиной пограничного слоя, толщиной вытеснения и толщиной потери импульса?
2. Как определить режим течения газа в пограничном слое?
3. Каковы профили скорости в ламинарном и турбулентном пограничных слоях?
4. Как определить силу трения газа о пластину при наличии ламинарного, турбулентного и смешанного пограничных слоев?
5. В чем сущность методик экспериментального определения толщины пограничного слоя и координаты точки перехода ламинарного слоя в турбулентный?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 10.

ПОСТРОЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ И АНАЛИЗ ПРЕДЕЛЬНОГО УСТАНОВИВШЕГОСЯ СОСТОЯНИЯ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО ИСПОЛНИТЕЛЬНОГО УСТРОЙСТВА (ГИУ)

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

Изучение устройства, принципа действия, нелинейной математической модели установившегося состояния газодинамического исполнительного устройства (ГИУ); проведение исследования влияния площадей впуска и выпуска на давления разветвлённой системы проточных полостей и параметрического синтеза.

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ.

1. Устройство и принцип действия ГИУ.

В газодинамических системах автоматического управления (ГСАУ) летательных аппаратов (ЛА) на начальном участке траектории предпочтительным является использование двухсторонних ГИУ, которые имеют более высокое быстродействие по сравнению с односторонними устройствами, вследствие меньшей силовой нагрузки на регулирующий орган. Поэтому в качестве объекта исследования и проектирования выберем клапанный ГИУ, который получил наибольшее распространение в ГСАУ. Для перемещения регулирующего органа могут быть использованы при малых управляющих усилиях – электромеханические преобразователи (ЭМП), а при больших управляющих усилиях электрический или газовый привод.

Схема рассматриваемого устройства представлена на рисунке 1.

- 1 – источник газа,
- 2 – ресивер,
- 3 и 5 – полости высокого давления,
- 4 и 6 – полости низкого давления,
- 7 – поршневые диски - затворы,
- 8 – поворотный рычаг,
- 9 и 10 – левый и правый ГДРД (газовый двигатель реактивного действия)

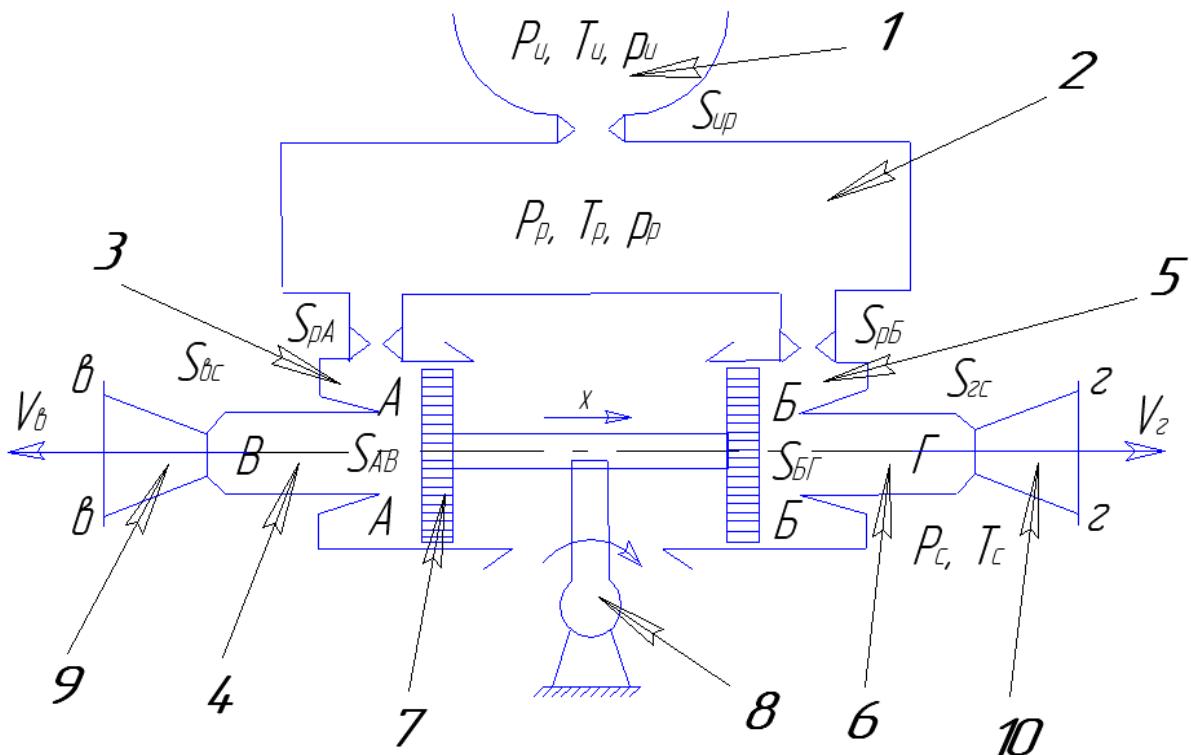


Рис. 1. Расчётная схема ГИУ.

Данное двустороннее ГИУ предназначено для создания управляющего усилия за счёт подачи и отсечки газа в правый и левый ГДРД. Распределение рабочего тела между ГДРД осуществляется с помощью двух односторонних клапанов с подвижными плоскими затворами и неподвижными цилиндрическими сёдлами.

Принцип действия ГИУ заключается в следующем: при нейтральном положении регулирующего органа 7 давления равны: $P_A = P_B$, $P_B = P_G$ и в правый и в левый ГДРД подаётся одинаковое количество газа. При отклонении регулирующего органа в положительном направлении (+X) площадь проходного сечения правой клапанной пары «затвор – седло» уменьшается, а левой увеличивается. Это приводит к увеличению давления P_B и расхода газа в левый ГДРД, а также к уменьшению давления P_G и расхода в правый ГДРД, в результате чего создаётся управляющее усилие:

$$F_{upr} = F_B - F_G,$$

где F_B и F_G – реактивные силы, создаваемые при истечении газа через сверхзвуковые сопла из полостей В и Г.

2. Нелинейная математическая модель ГИУ.

В соответствии с системным подходом к изучению тепломеханических систем, математическая модель ГИУ включает в себя уравнения, описывающие его отдельные функциональные элементы.

1. Уравнения движения регулирующего органа:

$$M \cdot \frac{dV}{dt} = P_A S_A + P_B S_B - P_B S_B - P_\Gamma S_\Gamma + F_{BH} - F_{TP}, \quad (1)$$

$$\frac{dX}{dt} = V, \quad (2)$$

где

$$S_A = S_B = \frac{\pi}{4}(d_\Pi^2 - d_C^2),$$

$$S_B = S_\Gamma = S_C = \frac{\pi}{4}d_C^2,$$

$F_{TP} = hV + F_{CT} \text{sign} \vec{V}$ - сила трения,

F_{CT} - сила сухого трения,

F_{BH} - внешняя сила,

\dot{I} - приведенная масса поршневых дисков и связанных с ними деталей,

X, V - координата и скорость механической подсистемы,

t - текущее время,

S_C - площадь седла клапана,

$P_{A-\Gamma}$ - давления в полостях А-Г,

h - коэффициент жидкостного вязкого трения.

2. Уравнения процессов в полостях А и Б.

$$\frac{d\rho_{A,B}}{dt} = \frac{1}{W_{A,B}}(G_{PA,PB} - G_{AB,BG} - \rho_{A,B} \frac{dW_{A,B}}{dt}), \quad (3)$$

$$\frac{dP_{A,B}}{dt} = \frac{k-1}{W_{A,B}}(G_{PA,PB}i_P - G_{AB,BG}i_{A,B} - \frac{k}{k-1}P_{A,B} \frac{dW_{A,B}}{dt} + q_{A,B}S'_{A,B}), \quad (4)$$

$$P_{A,B} = \rho_{A,B}RT_{A,B},$$

где

$$i_{P,A,B} = \frac{k}{k-1} \frac{P_{P,A,B}}{\rho_{P,A,B}}$$

$$G_{PA,PB,AB,BG} = G_{ij}(P_i, P_j, S_{ij}) = \mu_{PA,PB,AB,BG} S_{PA,PB,AB,BG} k_0 \frac{P_{P,P,A,B}}{\sqrt{RT_{P,P,A,B}}} Y_{PA,PB,AB,BG},$$

$$Y_{PA,PB,AB,BG} = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 \leq \frac{P_{A,B,B,\Gamma}}{P_{P,P,A,B}} \leq \beta_{kp} \\ \frac{1}{k_0} \sqrt{\frac{2k}{k-1}} \sqrt{\left(\frac{P_{A,B,B,\Gamma}}{P_{P,P,A,B}} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{P_{A,B,B,\Gamma}}{P_{P,P,A,B}} \right)^{\frac{k+1}{k}}} & \text{при } \beta_{kp} < \frac{P_{A,B,B,\Gamma}}{P_{P,P,A,B}} < 1 \end{cases},$$

$$k_0 = \sqrt{k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}}, \quad \beta_{kp} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}},$$

$$\begin{aligned} W_{A,B} &= W_{AO,BO} \pm (S_\Pi - S_C)X, & S_{PA,PB,BC,GC} &= \frac{\pi d_{PA,PB,BC,GC}^2}{4}, \\ \frac{dW_{A,B}}{dt} &= \pm (S_\Pi - S_C)V, & S_{AB,BG} &= S_0 \pm \pi d_C X, \\ S_\Pi &= \frac{\pi d_\Pi^2}{4}, & S_0 &= \pi d_C X_{\max}. \end{aligned}$$

$G_{ij} = G_{ij}(P_i, P_j, S_{ij})$ - секундный массовый расход газа из i-той полости в j-тую,
 S_{ij} – площадь минимального проходного сечения между этими полостями,

$q_{A,B} = q(T_{A,B}, T_C, S'_{A,B}, S_{AH}, S_{BH})$ - удельный тепловой поток от газа в полостях А и Б в стенки,

$S'_{A,B}, S_{AH}, S_{BH}$ - площади внутренних и наружных поверхностей стенок А и Б,

S_0 – начальное значение площадей регулируемых дросселирующих отверстий,

Y_{ij} – двухрежимная газодинамическая функция расхода,

i_{ij} – полная энталпия газа в сечении с площадью S_{ij} ,

k и R - отношение теплоемкостей и газовая постоянная,

$W_{A,B}$ – текущие объемы полостей А и Б,

$W_{AO,BO}$ – начальные объемы полостей при нейтральном положении регулирующего органа ($X=0$)

3. Уравнения процессов в полостях В и Г:

$$\frac{d\rho_{B,\Gamma}}{dt} = \frac{1}{W_{B,\Gamma}} (G_{AB,BG} - G_{BC,GC} - \rho_{B,\Gamma} \frac{dW_{B,\Gamma}}{dt}), \quad (5)$$

$$\frac{dP_{B,\Gamma}}{dt} = \frac{k-1}{W_{B,\Gamma}} (G_{AB,BG} i_{A,B} - G_{BC,GC} i_{B,\Gamma} - \frac{k}{k-1} P_{B,\Gamma} \frac{dW_{B,\Gamma}}{dt} + q_{B,\Gamma} S'_{B,\Gamma}), \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
P_{B,\Gamma} &= \rho_{B,\Gamma} RT_{B,\Gamma}, & i_{B,\Gamma} &= \frac{k}{k-1} RT_{B,\Gamma} \\
W_{B,\Gamma} &= W_H \pm S_C X, & \frac{dW_{B,\Gamma}}{dt} &= S_C V, \\
G_{BC,GC} &= \mu_{BC,GC} S_{BC,GC} k_0 \frac{P_{B,\Gamma} q(\lambda_{BC,GC})}{\sqrt{RT_{B,\Gamma}}} = G_{BC,GC}(P_B, P_C, S_{BC}; P_\Gamma, P_C, S_{\Gamma C}), \\
S_{BC,GC} &= \frac{\pi d_{kp}^2}{4}, & q_{B,\Gamma} &= q(T_{B,\Gamma}, T_C, S_{B,\Gamma}^{'}, S_{BH}, S_{\Gamma H})
\end{aligned}$$

Газодинамические функции $q(\lambda_{\text{св},\text{св}})$ равны единице в случае сверхзвукового и смешанного режимов работы сопла, т. е. при $P_{B,\Gamma} > P_{B,\Gamma}^D$, где $P_{B,\Gamma}^D$ давления в предсопловых полостях, при которых скачок уплотнения подходит к узкому сечению и вырождается, вследствии чего течение газа по всей длине сопла становится дозвуковым. Значение $P_{B,\Gamma}^D$ определяется по формулам:

$$\frac{P_{B,\Gamma}^D}{P_C} = \frac{1}{\pi(\lambda_{B,\Gamma}^D)}, \quad q(\lambda_{B,\Gamma}^D) = \frac{S_{\text{св}}}{S_e} \quad \text{при } \lambda_{B,\Gamma} < 1$$

При $P_{B,\Gamma} \leq P_{B,\Gamma}^D$, т. е. в дозвуковом режиме работы сопла функции $q(\lambda_{\text{св},\text{св}})$ могут быть найдены с помощью следующих зависимостей:

$$q(\lambda_{\text{св},\text{св}}) = q(\lambda_{\text{св},e}) \frac{S_{\text{св},e}}{S_{\text{св},\text{св}}}, \quad \lambda_{\text{св},e} = \sqrt{\frac{k+1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{P_c}{P_{B,\Gamma}} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}$$

4. Уравнения процессов в ресивере.

$$\frac{d\rho_P}{dt} = \frac{1}{W_P} (G_{IP} - G_{PA} - G_{PB}), \quad (7)$$

$$\frac{dP_P}{dt} = \frac{k-1}{W_P} (G_{IP}i_I - G_{PA}i_P - G_{PB}i_P - q_P S_P), \quad (8)$$

$$P_P = \rho_P RT_P, \quad i_P = \frac{k}{k-1} RT_P,$$

$$G_{IP} = G_{IP}(P_I, P_P, S_{IP}), \quad S_{IP} = \frac{\pi d_{IP}^2}{4},$$

$$q_P = q(T_P, T_C, S'_P, S_{PH})$$

5. Уравнение для управляющего воздействия.

Управляющее усилие, создаваемое при истечении газа через сопла, определяется по формуле:

$$\begin{aligned} F_{upr} &= F_B - F_\Gamma, \\ F_{B,\Gamma} &= G_{BC,GC} V_{e,e} + S_{e,e} (P_{e,e} - P_C), \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$V_{e,e} = \lambda_{e,e} a_{kpB,\Gamma},$$

$$P_{e,e} = P_{B,\Gamma} \pi(\lambda_{e,e}),$$

$$a_{kpB,\Gamma} = \sqrt{\frac{2k}{k+1}} RT_{B,\Gamma}$$

В основном критическом режиме работы сопел ($q(\lambda_{ec,ec}) = 1$):

$$q(\lambda_{e,e}) = \frac{S_{ec,ec}}{S_{e,e}}, \quad (10)$$

$$\lambda_{e,e} > 1,$$

где

$q(\lambda), \pi(\lambda)$ - газодинамические функции расхода и давления,

$\lambda = \frac{V}{a_{kp}}$ - приведённая скорость газа.

В случае смешанного и сверхзвукового режимов для определения $F_{B,\Gamma}$ удобно использовать приближенную линейную аппроксимирующую зависимость:

$$F_{B,\Gamma} = \frac{F_{B,\Gamma}^A (P_{B,\Gamma} - P_c)}{P_{B,\Gamma}^A - P_c} \quad \text{при} \quad P_{B,\Gamma} \leq P_{B,\Gamma}^A$$

где $P_{B,\Gamma}^A$ – давления в полостях В, Г, при которых при заданном давлении среды P_c в выходных сечениях сопел устанавливается скачок уплотнения, а $F_{B,\Gamma}^A$ – соответствующие этим давлениям реактивные силы. Значения давлений $P_{B,\Gamma}^A$ определяются с помощью соотношений:

$$\frac{P_B^A}{P_c} = \frac{q(\lambda_{\epsilon,e}^A)}{\pi(\lambda_{\epsilon,e}^A)q(\lambda_e)V_{\epsilon c}^{kp}},$$

где

$$\lambda_{\epsilon,e}^A = \frac{1}{\lambda_{\epsilon,e}}, \quad q(\lambda_{\epsilon,e}) = \frac{S_{\epsilon c}}{S_{\epsilon,e}}, \quad \lambda_{\epsilon,e} > 1$$

Приведённые зависимости составляют замкнутую систему уравнений, позволяющих при известных значениях конструктивных и эксплуатационных параметров рассчитать статические и динамические характеристики ГИУ.

3. Анализ установившегося состояния системы проточных полостей со структурой типа «дерево».

Установившееся состояние ГИУ характеризуется равенством нулю производных, входящих в математическую модель:

$$\frac{d\rho_i}{dt} = 0, \quad \frac{dP_i}{dt} = 0, \quad \frac{dT_i}{dt} = 0, \\ i \rightarrow A, B, C, D, P$$

Установившиеся значения переменных величин определяются с помощью системы нелинейных алгебраических уравнений, получаемых при подстановке этих условий в математическую модель ГИУ:

$$X = const, \quad V = 0,$$

$$\begin{aligned}
A: G_{PA} &= G_{AB}, & P_A &= \rho_A RT_A, & T_A &= T_P, \\
B: G_{PB} &= G_{BG}, & P_B &= \rho_B RT_B, & T_B &= T_P, \\
B: G_{AB} &= G_{BC}, & P_B &= \rho_B RT_B, & T_B &= T_A, \\
\Gamma: G_{BG} &= G_{GC}, & P_\Gamma &= \rho_\Gamma RT_\Gamma, & T_\Gamma &= T_B, \\
P: G_{IP} &= G_{PA} + G_{PB} & P_P &= \rho_P RT_P, & T_P &= T_H,
\end{aligned} \tag{11}$$

Таким образом, температура в полостях при отсутствии теплообмена равна температуре газа в источнике, т.е. $T_i = T_H$. Плотность газа в полости определяется по уравнению состояния:

$$\rho_i = \frac{P_i}{RT_i} \tag{12}$$

Для расчёта давлений составим схему термодинамической системы (рис. 2).

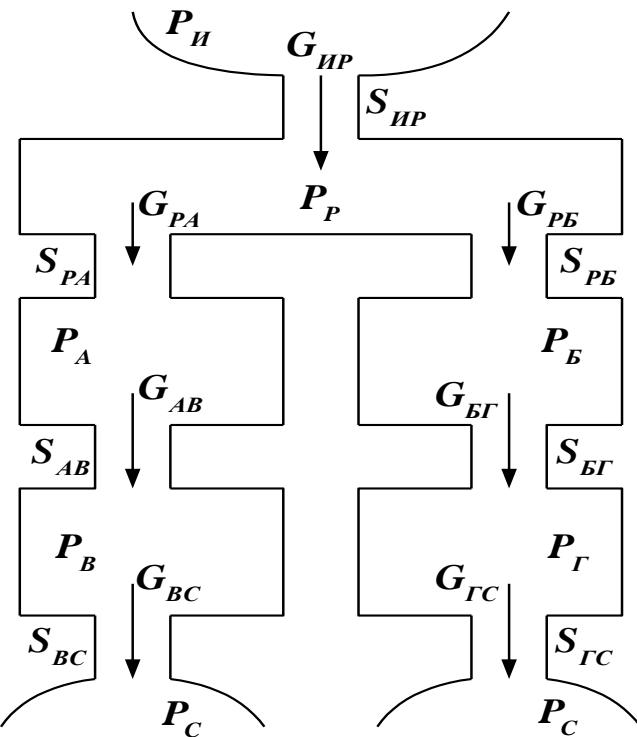


Рис. 2. Схема термодинамической системы.

Для определения относительного давления $\frac{P_B}{P_A}$ раскроем расходы: G_{AB} и G_{BC}

$$\begin{aligned}
G_{AB} &= G_{BC}, \\
\mu_{AB} S_{AB} P_A Y_{AB} &= \mu_{BC} S_{BC} P_B Y_{BC} + \dots \text{(утечка)}, \\
\frac{P_B}{Y_{AB} P_A} &= \frac{\mu_{AB} S_{AB}}{\mu_{BC} S_{BC} Y_{BC} + \dots} = a_{AB},
\end{aligned} \tag{13}$$

где

$$a_{AB} = \frac{\mu_{AB} S_{AB}}{\mu_{BC} S_{BC} Y_{BC} + \dots}.$$

В сечении АВ могут быть два режима течения: критический и докритический. На границе режимов:

$$Y_{AB} = 1,$$

$$\frac{P_B}{P_A} = \beta_{kp}.$$

Из (13) получим:

$$a_{AB}^{kp} = \beta_{kp} = \pi(1).$$

Очевидно, что при $a_{AB} \leq \beta_{kp}$ в сечении АВ установится критическое течение, а при $a_{AB} > \beta_{kp}$ - докритическое.

В критическом режиме $Y_{AB} = 1$ из уравнения (13) получим:

$$\frac{P_B}{P_A} = a_{AB}. \tag{14}$$

В докритическом режиме из уравнения (13) имеем:

$$\frac{P_A}{P_B} Y_{AB} = \frac{1}{a_{AB}}.$$

Раскрывая Y_{AB} находим:

$$\frac{P_A}{P_B} \frac{1}{k_0} \sqrt{\frac{2k}{k-1}} \sqrt{\left(\frac{P_B}{P_A}\right)^{2/k} - \left(\frac{P_B}{P_A}\right)^{k+1/k}} = \frac{1}{a_{AB}}.$$

Внесём $\frac{P_B}{P_A}$ под корень и возведём обе части уравнения в квадрат:

$$\left(\frac{P_B}{P_A}\right)^{\frac{2}{k}-2} - \left(\frac{P_B}{P_A}\right)^{\frac{k+1}{k}-2} = \frac{k_0^2}{a_{AB}^2} \frac{k-1}{2k}$$

или

$$\left[\left(\frac{P_B}{P_A} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]^2 - \left(\frac{P_B}{P_A} \right)^{\frac{1-k}{k}} - \frac{k_0^2}{a_{AB}^2} \frac{k-1}{2k} = 0.$$

Решая это уравнение, получаем:

$$\frac{P_B}{P_A} = \left[\frac{2}{1 + \sqrt{1 + 2 \frac{k_0^2}{a_{AB}^2} \frac{k-1}{k}}} \right]^{\frac{k}{k-1}} = \frac{P_B}{P_A} (a_{AB}) = f(a_{AB}). \quad (15)$$

В докритическом режиме Y_{AB} определяется по формуле:

$$Y_{AB} = \frac{1}{k_0} \sqrt{\frac{2k}{k-1}} \sqrt{\left(\frac{P_B}{P_A} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{P_B}{P_A} \right)^{\frac{k+1}{k}}}. \quad (16)$$

График зависимости $\frac{P_B}{P_A}$ от относительной площади впуска и выпуска

показан на рис. 3.

Анализ графика $\frac{P_B}{P_A} \left(\frac{\mu_{AB} S_{AB}}{\mu_{BC} S_{BC}} \right)$ показывает:

- 1) увеличение относительной площади $b_{ABC} = \frac{\mu_{AB} S_{AB}}{\mu_{BC} S_{BC}}$ больше $2 \div 3$ не приводит к существенному увеличению давления газа в предсопловой полости;
- 2) при $b_{ABC} \leq 1$ обеспечивается близкий к линейному закон изменения давления в предсопловой полости.

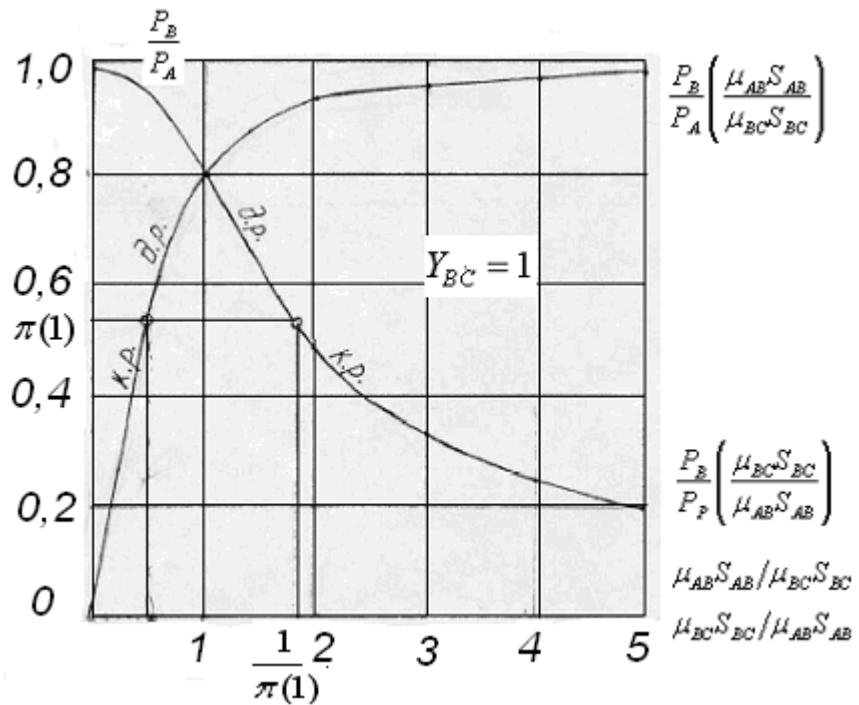


Рис.3. Графики зависимости $\frac{P_B}{P_A} \left(\frac{\mu_{AB} S_{AB}}{\mu_{BC} S_{BC}} \right)$, $\frac{P_B}{P_P} \left(\frac{\mu_{BC} S_{BC}}{\mu_{AB} S_{AB}} \right)$.

Анализ графика $\frac{P_B}{P_A} \left(\frac{\mu_{AB} S_{AB}}{\mu_{BC} S_{BC}} \right)$ показывает:

- 3) увеличение относительной площади $b_{ABC} = \frac{\mu_{AB} S_{AB}}{\mu_{BC} S_{BC}}$ больше $2 \div 3$ не приводит к существенному увеличению давления газа в предсопловой полости;
- 4) при $b_{ABC} \leq 1$ обеспечивается близкий к линейному закон изменения давления в предсопловой полости.

Относительное давление $\frac{P_G}{P_B}$ определяется аналогично предыдущему, в

зависимости от величины $a_{BG} = \frac{\mu_{BG} S_{BG}}{\mu_{GC} S_{GC} Y_{GC} + \dots}$.

Относительное давление $\frac{P_A}{P_P}$ определяется по аналогичным зависимостям:

- в критическом режиме течения газа в сечении S_{PA} , т.е. при $a_{PA} \leq \beta_{kp}$ по формуле (14) имеем:

$$\frac{P_A}{P_P} = \frac{\mu_{PA} S_{PA}}{\mu_{AB} S_{AB} Y_{AB} + \dots} = a_{PA},$$

$$Y_{PA} = 1$$

- в докритическом режиме течения газа в сечении S_{PA} , т.е. при $a_{PA} > \beta_{kp}$ по формуле (15) имеем:

$$\frac{P_A}{P_P} = f(a_{PA}). \quad (15, a)$$

Аналогично определяются давления газа в полости Б при

$$a_{PB} = \frac{\mu_{PB} S_{PB}}{\mu_{BG} S_{BG} Y_{BG} + \dots},$$

и в ресивере:

- в критическом режиме течения, т.е. при $a_{IP} \leq \beta_{kp}$, $\frac{P_P}{P_I}$ определяется следующим образом:

$$\frac{P_P}{P_I} = \frac{\mu_{IP} S_{IP}}{\mu_{PA} S_{PA} Y_{PA} + \mu_{PB} S_{PB} Y_{PB}} = a_{IP}.$$

- в докритическом режиме, т.е. при $a_{IP} > \beta_{kp}$, имеем:

$$\frac{P_P}{P_I} = f(a_{IP}). \quad (15, b)$$

Графики зависимостей относительных давлений $\frac{P_A}{P_P}$ от относительных

площадей впуска и выпуска показаны на рис. 4:

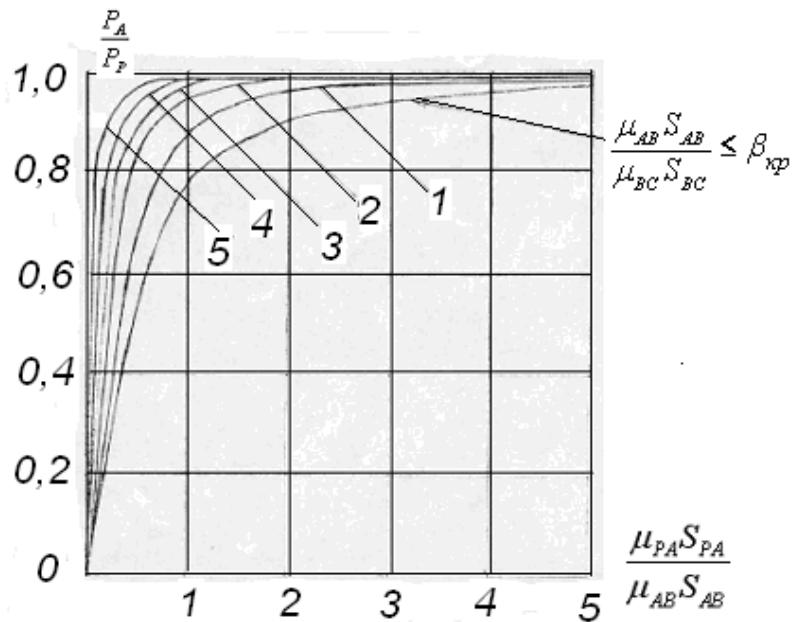


Рис. 4. Графики зависимости $\frac{P_A}{P_P} \left(\frac{\mu_{PA} S_{PA}}{\mu_{AB} S_{AB}} \right)$.

С помощью графиков, представленных на рис. 3 и 4, можно получить графики зависимости относительного давления $\frac{P_B}{P_P}$ от относительных площадей впуска и выпуска (рис. 5), которые позволяют сравнить давление P_A с давлением в ресивере P_P :

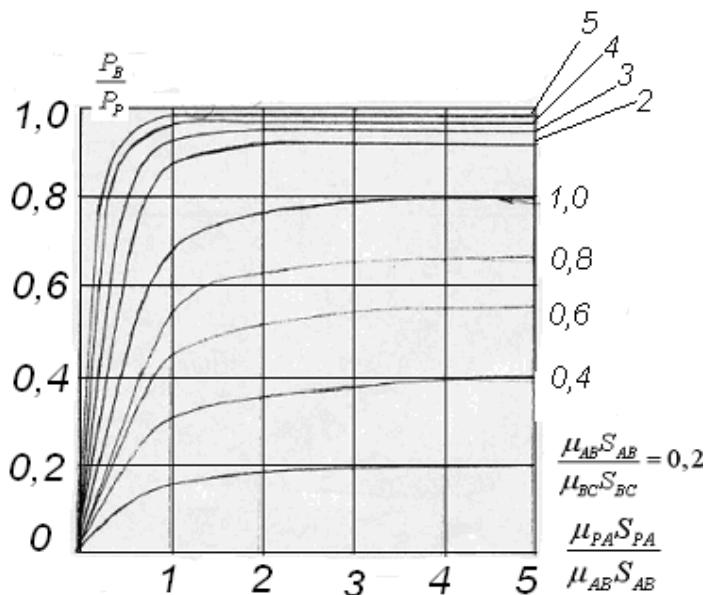


Рис. 5. Графики зависимости $\frac{P_B}{P_P} \left(\frac{\mu_{PA} S_{PA}}{\mu_{AB} S_{AB}} \right)$.

Анализ графиков, представленных на рис. 5, показывает что для обеспечения высокого восстановления давления в предсопловой полости достаточно при

$b_{ABC} = 2 \div 3$ обеспечить $b_{PAB} = \frac{\mu_{PA} S_{PA}}{\mu_{AB} S_{AB}}$ равной $1 \div 2$, а при $b_{ABC} = 1$ - равной

$$b_{PAB} = 2 \div 3$$

Расчёт давлений в проточных полостях термогазодинамической системы, показанной на рис. 2, можно провести в следующем порядке:

- 1) по известным значениям площадей впуска и выпуска определить относительные площади для всех проточных полостей;
- 2) начиная с крайних предсопловых полостей определить режимы втекания газа

в полости, сравнив a_{ij} с $\beta_{\hat{e}\delta}$, а затем найти относительные давления $\frac{P_j}{P_i}$ и Y_{ij} для полостей В, А, Г, Б, и Р.

- 3) по известным значениям параметров газа в источнике газа: P_u, T_u, ρ_u и относительных давлений определить давления газа в полостях, а затем при

$$T_i = T_u \text{ найти плотности } \rho_i = \frac{P_i}{RT_i}.$$

4. Исследование влияния параметров на удельное управляющее усилие ГИУ

Одним из основных функциональных показателей ГИУ является удельное управляющее усилие $F_{y\delta} = \frac{F_{ynp}}{G_{BC}}$, создаваемое единицей массы газа при крайнем

положении регулирующего органа ($X = X_{max}$) в счетном режиме истечения газа из сверхзвукового сопла ($P_e = P_c$). Проведем анализ влияния конструктивных и эксплуатационных параметров ГИУ на данный показатель установившегося режима работы.

Из формулы для управляющего усилия при указанных выше условиях имеем:

$$F_{y\delta} = \frac{F_{ynp}^{\max}}{G_{BC}^{\max}} = V_e = \lambda_e \cdot a_{kp}.$$

Отсюда, разделив обе части равенства на $a_{kp.e}$, получим:

$$\bar{F}_{y\delta} = \frac{F_{y\delta}}{a_{kp.e}} = \frac{V_e}{a_{kp.e}} = \lambda_e,$$

$$\text{где } a_{kp.e} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_e^*} = a_{kp.p} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_p}$$

Расчетная приведенная скорость истечения λ_e определяется с помощью соотношения:

$$\pi(\lambda_e) = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_e^2\right)^{\frac{k}{k-1}} = \frac{P_e}{P_B} = \frac{P_c}{P_B} = \frac{P_c}{P_p} \frac{P_p}{P_B} = f(b_{PAB}, b_{ABC})$$

где b_{PAB} и b_{ABC} - относительные площади впуска и выпуска проточных полостей, влияющие на относительное давление P_B / P_p :

$$b_{PAB} = \frac{\mu_{PA} S_{PA}}{\mu_{AB} S_{AB}}, b_{ABC} = \frac{\mu_{AB} S_{AB}}{\mu_{BC} S_{BC}}.$$

Таким образом, безразмерное удельное управляющее усилие $\bar{F}_{y\partial}$ зависит от безразмерных конструктивных параметров b_{PAB}, b_{ABC} и безразмерного эксплуатационного параметра P_p / P_c . Размерное удельное управляющее усилие $F_{y\partial}$ кроме того зависит от температуры газа T_p , входящей в выражение для $a_{kp.b}$.

Графики зависимости $\bar{F}_{y\partial}$ от конструктивных параметров ГИУ, рассчитанные при $P_p / P_c = 10, 30, 60, 90$, показаны на рис.6.

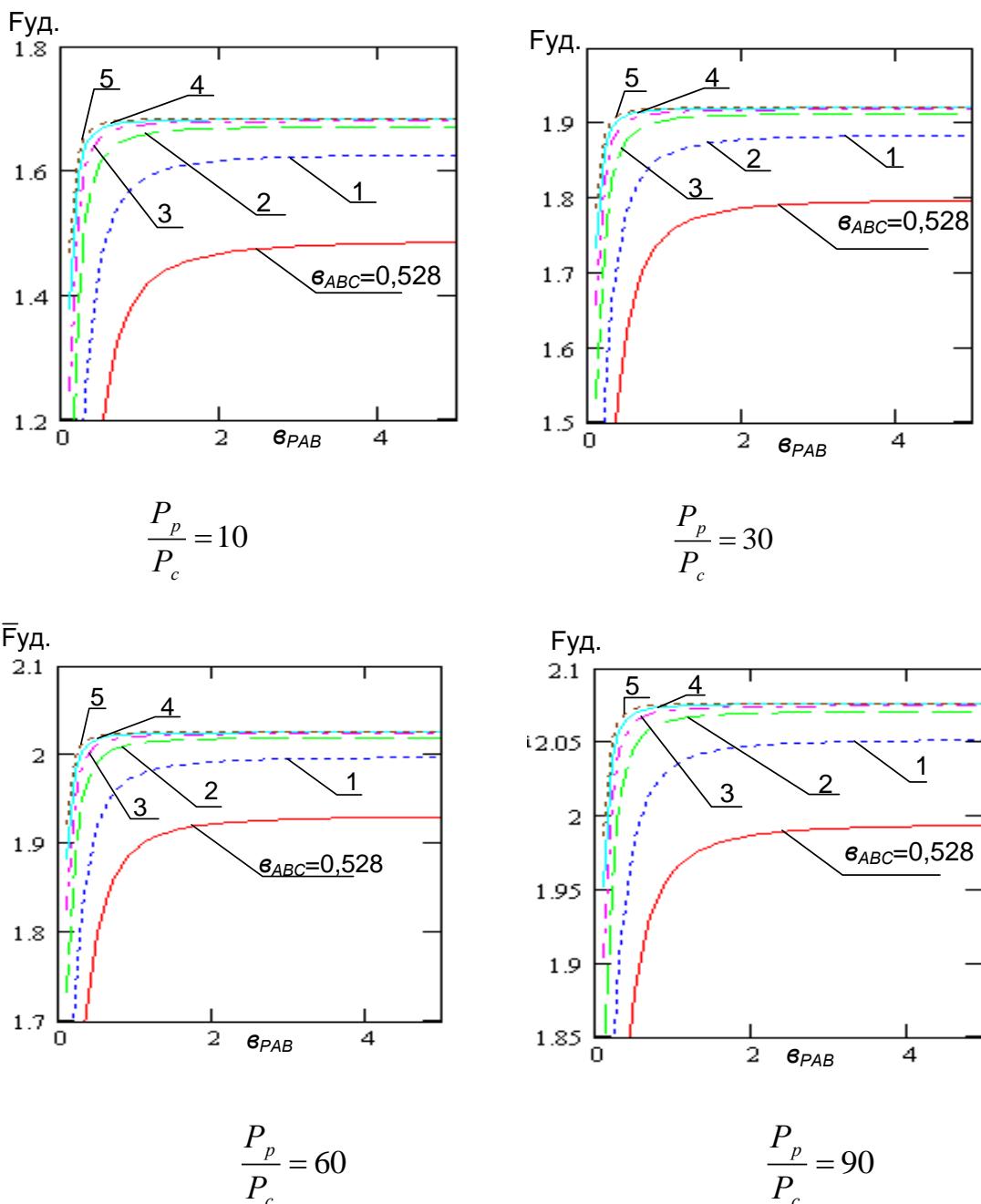


Рис. 6. Графики зависимости $\bar{F}_{y\partial} = f(\epsilon_{PAB}, \epsilon_{ABC})$.

Анализ данных графиков показывает, что увеличение $b_{ABC} \geq 2 \div 3$ и $b_{PAB} \geq 1$ не приводит к существенному увеличению удельного управляющего усилия.

При $b_{ABC} = 2 \div 3$ и $b_{PAB} = 1$ обеспечивается близкий к линейному закон изменения давления в предсопловой полости и достаточно большое удельное управляющее усилие.

6. Порядок выполнения работы.

- 1) Провести проектировочный расчет ГИУ.
- 2) рассчитать при $X=0$ (нейтральное установившееся состояние ГИУ) относительные давления $\frac{P_B}{P_A}, \frac{P_A}{P_P}, \frac{P_\Gamma}{P_B}, \frac{P_B}{P_P}$ и $\frac{P_P}{P_H}$, а затем найти абсолютные давления в полостях при значениях конструктивных и эксплуатационных параметров, полученных при проектировании устройства.

Исходные данные:

$$\kappa = 1,4, R = 287 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}, P_p = 6 \text{ МПа}, T_p = 293 \text{ К}, P_c = 0,1 \text{ МПа}, F_{\text{упр}} = n \text{ Н}$$

Контрольные вопросы:

1. Какие уравнения включает в себя нелинейная математическая модель ГИУ и каков смысл входящих в неё величин?
2. Каковы условия и уравнения установившегося режима работы ГИУ?
3. Каков порядок расчёта установившихся значений параметров газа в проточных полостях при $X=X_{max}$ и $X=0$?
4. Каковы рациональные соотношения относительных площадей впуска и выпуска, обеспечивающих высокое восстановление давлений в проточных полостях и близкие к линейным статические характеристики ГИУ?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 11.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНСТРУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ И АНАЛИЗ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА РАБОТЫ.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

Изучить методы проектировочного расчета и расчета статических характеристик газодинамического исполнительного устройства.

1. Алгоритм параметрического синтеза ГИУ.

При параметрическом синтезе рассматриваемого ГИУ обычно известны параметры газа в источнике питания и максимальное значение управляющего усилия $F_{ymp} = F_B - F_G$, создаваемого при крайнем положении регулирующего органа.

Расчёт конструктивных параметров ГИУ, обеспечивающего заданные технические требования, можно провести в следующем порядке:

1. Исходя из условия обеспечения, например, линейности силовой статической характеристики $F_{ymp}(X)$, принять:

$$\frac{S_{AB}^{\max}}{S_{BC}} = 1,$$

где

$$S_{AB}^{\max} = \pi d_C 2 X_{\max}$$

2. Из условия обеспечения высоких значений давлений в полостях А и Р принять:

$$\frac{S_{PA}}{S_{AB}^{\max}} = 2 \div 3, \quad \frac{S_{IP}}{S_{PA}} = 2 \div 3$$

и учесть, что при крайнем положении регулирующего органа давления P_G и P_B равны: $P_G = P_C$, $P_B = P_P$.

3. При заданных значениях относительных площадей впуска и выпуска по приведённой выше методике определить максимальные значения относительных давлений при значениях μ_{ij} , указанных преподавателем:

$$\frac{P_B}{P_A}, \frac{P_A}{P_P}, \frac{P_P}{P_I},$$

а затем найти давления в этих полостях: P_B^{\max} , P_A^{\max} , P_P при известном P_I

$(P_G = P_C, P_B = P_P \text{ при } X = X_{\max}).$

В частности, при $P_p = 6 \text{ МПа}$, $T_p = 293 \text{ К}$ имеем:

$$P_B^{\max} = 4.666 \text{ МПа}, P_A^{\max} = 5.779 \text{ МПа},$$

4. Определить расчётную скорость истечения газа из сопла по формулам:

$$\pi(\lambda_e) = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_e^2\right)^{\frac{k}{k-1}} = \frac{P_e}{P_B} = \frac{P_c}{P_B},$$

$$V_e = \lambda_e a_{kp}, \quad a_{kp} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_B}, \quad T_B = T_H$$

$$V_e = 626.337 \text{ м/с}, \quad a_{kp} = 313.219, \quad \lambda_e = 1.999$$

и по таблицам газодинамических функций - λ_e и $q(\lambda_e)$.

5. Вычислить расход газа через сопло в расчётном режиме:

$$G_{BC} = \frac{F_{typ}}{V_e} = 0.798 \quad \text{кг/с}$$

6. Определить площади критического $S_{\hat{A}\tilde{N}}$ и выходного $S_{\hat{a}}$ сечений сопла с помощью формул:

$$G_{BC} = \mu_{BC} S_{BC} k_0 \frac{P_B}{\sqrt{RT_B}} Y_{BC}, \quad \text{при } Y_{BC} = 1, \quad T_B = T_H$$

$$q(\lambda_e) = \frac{S_{BC}}{S_e} = 0.188, \quad S_{BC} = 72.456 \text{ мм}^2, \quad S_e = 386.183 \text{ мм}^2$$

7. С помощью приведённых выше рациональных соотношений площадей найти остальные площади:

$$S_{\hat{A}\hat{A}}^{\max}, S_{D\hat{A}} = S_{D\hat{A}}, S_{E\hat{D}}.$$

8. Определить X_{\max} и d_c с помощью условия регулируемости:

$$\frac{X_{\max}}{d_c} \leq \frac{1}{8}, \quad X_{\max} = 1.2 \text{ мм}, \quad d_c = 9.6 \text{ мм}$$

$$S_{AB}^{\max} = \pi d_c^2 / 4 = 72.456 \text{ мм}^2, \quad S_{PA} = 144.912 \text{ мм}^2$$

Остальные параметры ГИУ определяются из конструктивных соображений.

Программа параметрического синтеза ГИУ, разработана с использованием пакета Mathcad приведена в приложении 3.1.

2. Расчёт статических характеристик ГИУ.

Под статическими характеристиками понимают зависимости переменных величин от координаты регулирующего органа в установившемся режиме работы. Важнейшими из них является: силовая $F_{ynp}(X)$, расходные $G_{\hat{A}\tilde{N},\tilde{A}\hat{N}}(X)$ и нагрузочная $R(X)$ статические характеристики.

Расчёт характеристик производится в следующем порядке:

1. Задаваясь рядом значений X в пределах $0 \leq X \leq X_{\max}$ определить площади:

$$S_{\hat{A}\hat{A},\tilde{A}\tilde{A}} = \pi d_C (X_{\max} \pm X).$$

2. Определить относительные площади впуска и выпуска проточных полостей:

$$\frac{S_{\hat{A}\hat{A}}}{S_{\hat{A}\tilde{N}}}, \frac{S_{\tilde{D}\hat{A}}}{S_{\hat{A}\hat{A}}}, \frac{S_{\tilde{A}\tilde{A}}}{S_{\tilde{A}\tilde{N}}}, \frac{S_{\tilde{D}\tilde{A}}}{S_{\tilde{A}\tilde{A}}}..$$

3. По приведённой выше методике, при полученных значениях относительных площадей, рассчитать ряд значений относительных давлений в полостях, а затем найти абсолютные давления (табл.1-2):

Таблица.1

$X, 10^{-3} m$	$S_{AB}, 10^{-6} m^2$	$\frac{S_{PA}}{S_{AB}}$	$\frac{S_{AB}}{S_{BC}}$	$\frac{P_B}{P_A}$	Y_{AB}	$\frac{P_A}{P_P}$	Y_{PA}
0	36.199	4	0.5	0.5	1	0.986	0.246
0.2	42.232	3.431	0.583	0.579	0.994	0.981	0.284
0.4	48.266	3.002	0.666	0.646	0.969	0.976	0.315
0.6	54.299	2.669	0.749	0.699	0.933	0.972	0.34
0.8	60.332	2.402	0.833	0.743	0.892	0.969	0.36
1.0	66.365	2.184	0.916	0.778	0.85	0.966	0.376
1.2	72.398	2	1	0.807	0.808	0.963	0.389

Таблица.2

$X, 10^{-3} \text{ м}$	$S_{BG}, 10^{-6} \text{ м}^2$	$\frac{S_{BG}}{S_{GC}}$	$\frac{S_{PB}}{S_{BG}}$	$\frac{P_\Gamma}{P_B}$	Y_{BG}	$\frac{P_B}{P_P}$	Y_{PB}	P_P	$P_B(X)$	$P_A(X)$
0	36.19	0.5	4	0.5	1	0.986	0.24	6	5.913	5.913
0.2	30.16	0.41	4.8	0.41	1	0.99	0.2	6	5.94	5.884
0.4	24.13	0.33	6	0.33	1	0.994	0.16	6	5.961	5.857
0.6	18.1	0.25	8	0.25	1	0.996	0.12	6	5.978	5.883
0.8	12.06	0.16	12	0.16	1	0.998	0.08	6	5.99	5.812
1.0	6.033	0.08	24	0.08	1	1	0.04	6	5.998	5.794
1.2	0	0	∞	0.01	1	1	0	6	6	5.779

4. Рассчитать расходные, силовую, и нагрузочную статические характеристики ГИУ (табл. 3): с помощью следующих зависимостей:

$$F_{ynp}(X) = F_B - F_\Gamma,$$

$$G_{BC}(X) = \mu_{BC} S_{BC} K_0 \frac{P_B(X)}{\sqrt{RT_B}} Y_{BC}, \quad Y_{BC} = 1$$

$$G_{\Gamma C}(X) = \mu_{\Gamma C} S_{\Gamma C} K_0 \frac{P_\Gamma(X)}{\sqrt{RT_\Gamma}} Y_{\Gamma C}, \quad Y_{\Gamma C} = 1$$

$$R_H(X) = P_A(S_\Pi - S_C) + P_B S_C - P_B(S_\Pi - S_C) - P_\Gamma S_C$$

Таблица 3

$X, 10^{-3} \text{ м}$	$P_B(X)$	G_{BC}	F_B	$P_\Gamma(X)$	$G_{\Gamma C}$	F_Γ	F_{ynp}	$R_H(X)$
0	2.954	0.481	287.47	2.954	0.481	287.476	0	0
0.2	3.41	0.556	337.74	2.473	0.403	252.38	85.37	55.76
0.4	3.781	0.616	378.69	1.985	0.324	202.64	176.049	107.352
0.6	4.078	0.664	411.47	1.493	0.243	152.41	259.061	155.606
0.8	4.316	0.703	437.77	0.998	0.163	101.81	335.955	201.616
1.0	4.509	0.735	458.99	0.499	0.081	50.96	408.02	246.177
1.2	4.665	0.76	500	0.1	0	0	500	282.616

5. Построить графики статических характеристик и графики зависимостей относительных давлений в полостях от координаты X.

Программа расчета статических характеристик ГИУ, разработанная с использованием пакета Mathcad, приведена в приложении 3.2. Графики статических характеристик, рассчитанные при значениях конструктивных и эксплуатационных параметров, приведенных в этом приложении, показаны на рис. 1.

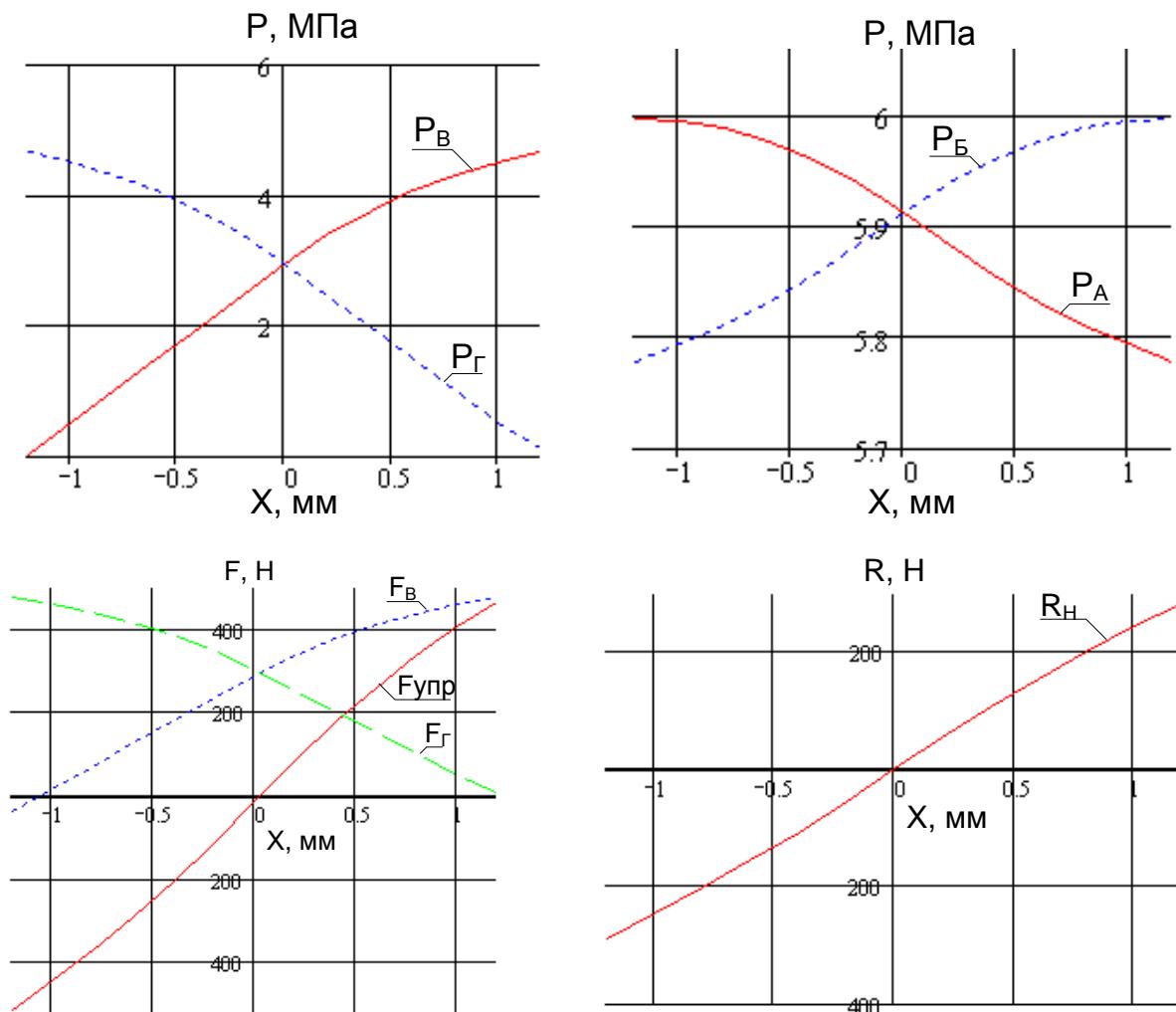


Рис. 1. Статические характеристики ГИУ.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 12

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО ИСПОЛНИТЕЛЬНОГО УСТРОЙСТВА (ГИУ).

Динамические характеристики отражают функционирование ГИУ в переходных режимах, вызванных подачей того или иного контрольного входного сигнала. Проведем анализ переходных режимов, вызванных мгновенным перебросом поршневых дисков с упора на упор, с упора на нейтраль и с нейтрали на упор, что соответствует релейным двух и трехпозиционным режимам работы. Кроме того рассмотрим реакцию ГИУ на синусоидальное гармоническое воздействие. Начальные значения переменных величин будим определять с помощью полученных выше уравнений установившегося режима.

Начальные объемы предсопловых полостей при $X=0$ определим из того условия, что для обеспечения равномерности газового потока на входе в сопло длину полости принимают равным $3 \div 4$ диаметра седла:

$$W_{B,\Gamma}^{\text{ нач}} = S_C \cdot X_{\max} + 4S_C \cdot d_C$$

Для определения начальных объемов полостей А и Б необходимо знать диаметр поршневого диска d_Π , который обычно находят в результате проектировочного расчета рулевого привода. По этому здесь для определенности примем $d_\Pi = 2d_C$. Кроме того, необходимо учесть, что в крайнем положении поршневой диск не должен перекрывать впускные отверстия диаметром $d_{PA} = d_{PB}$. Таким образом, с учетом двойного запаса начальные объемы полостей А и Б можно определить по формуле:

$$W_{A,B}^{\text{ нач}} = (S_\Pi - S_C) \cdot X_{\max} + 2(S_\Pi - S_C) \cdot d_{PA}$$

При использовании твердотопливного источника газа давление питания зависит от температуры топлива и при изменении температуры окружающей среды в пределах $\pm 50^\circ\text{C}$ изменяется в пределах от 3 до 6 МПа. Поэтому целесообразно рассмотреть переходные процессы в ГИУ при давлениях 3, 6 и 9 МПа. Графики переходных процессов, вызванных подачей различных входных сигналов показаны на рис. 8-16. С помощью данных графиков можно определить время срабатывания и эквивалентного запаздывания ГИУ.

Программа расчета переходных процессов, разработанная с использованием пакета Mathcad, приведена в приложении 3.3.

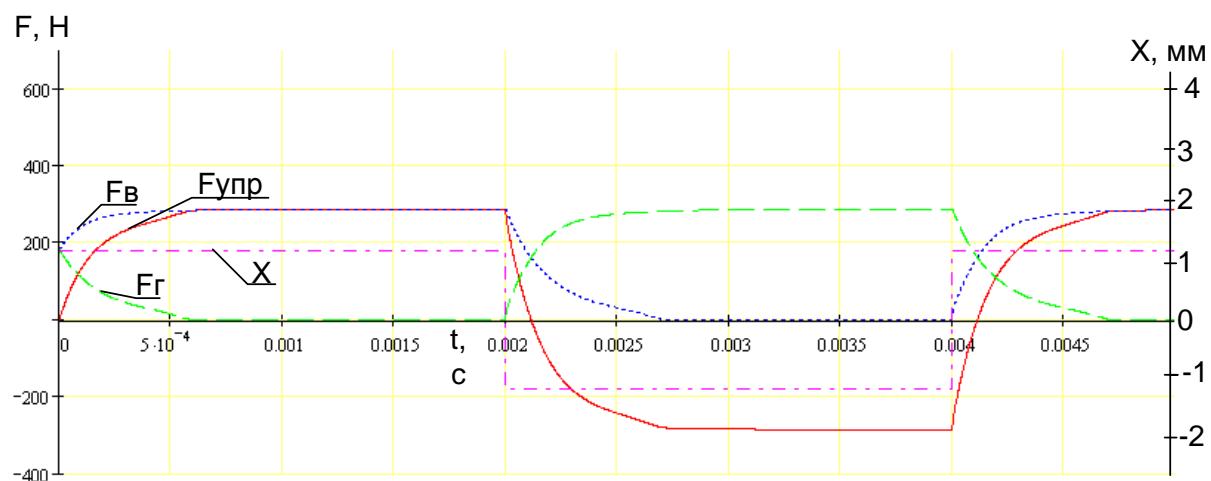
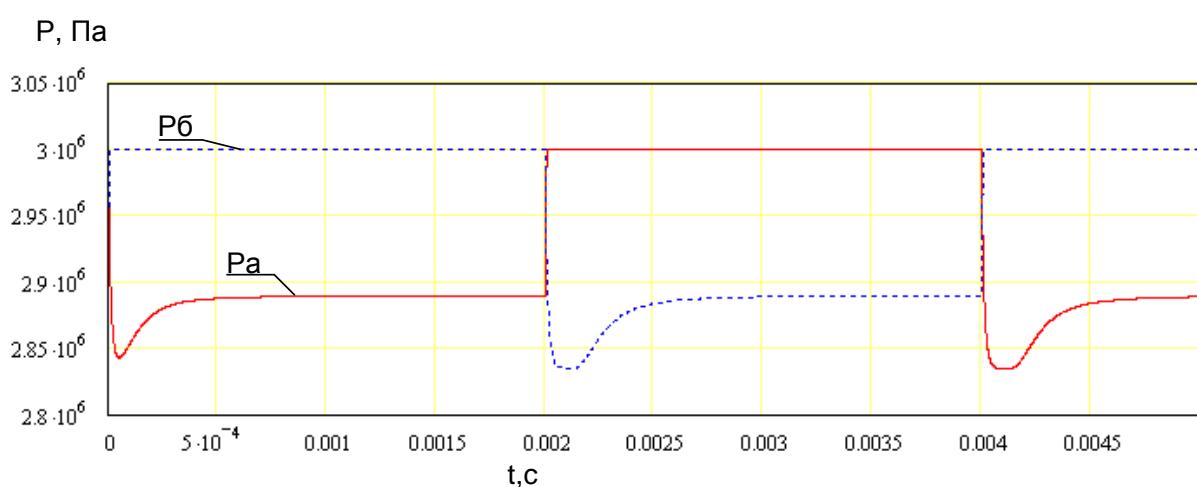
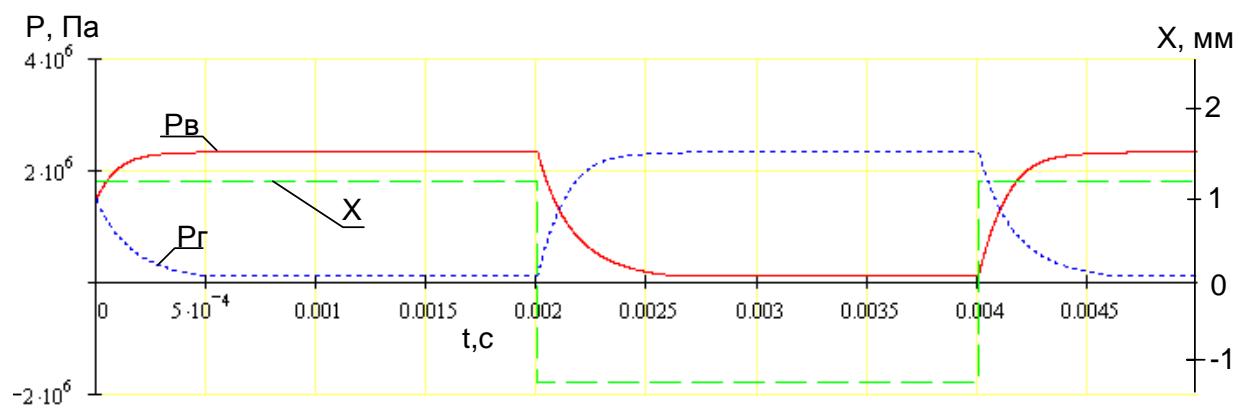


Рис. 8 Переходные процессы при двухпозиционном входном сигнале и давлении в источнике 3 МПа.

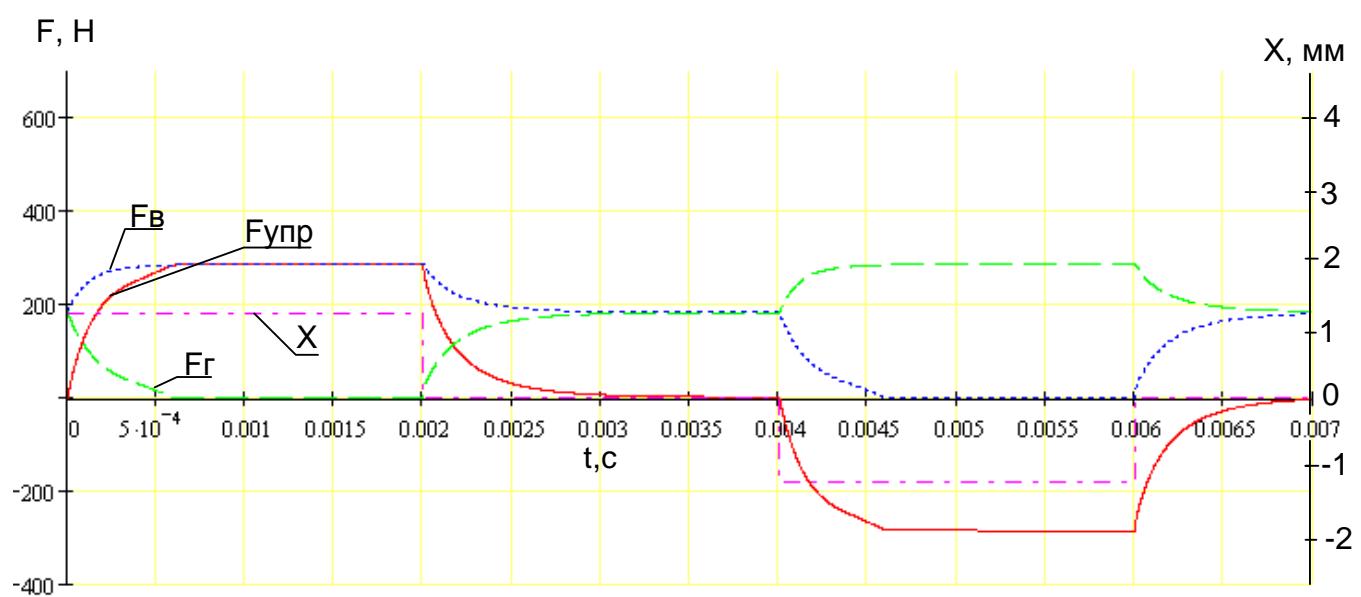
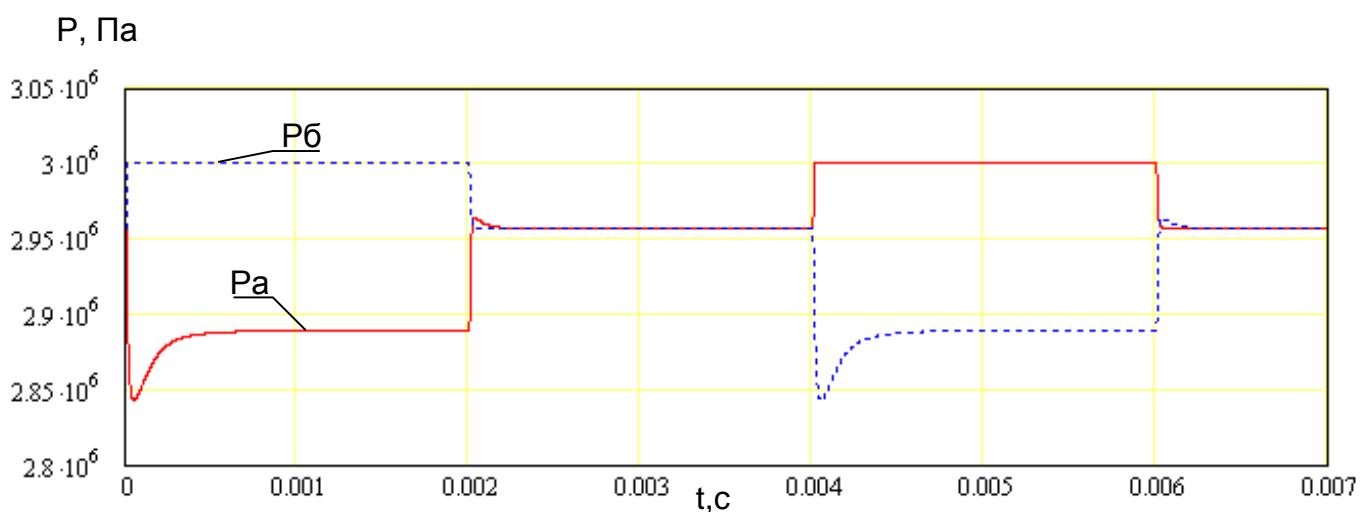
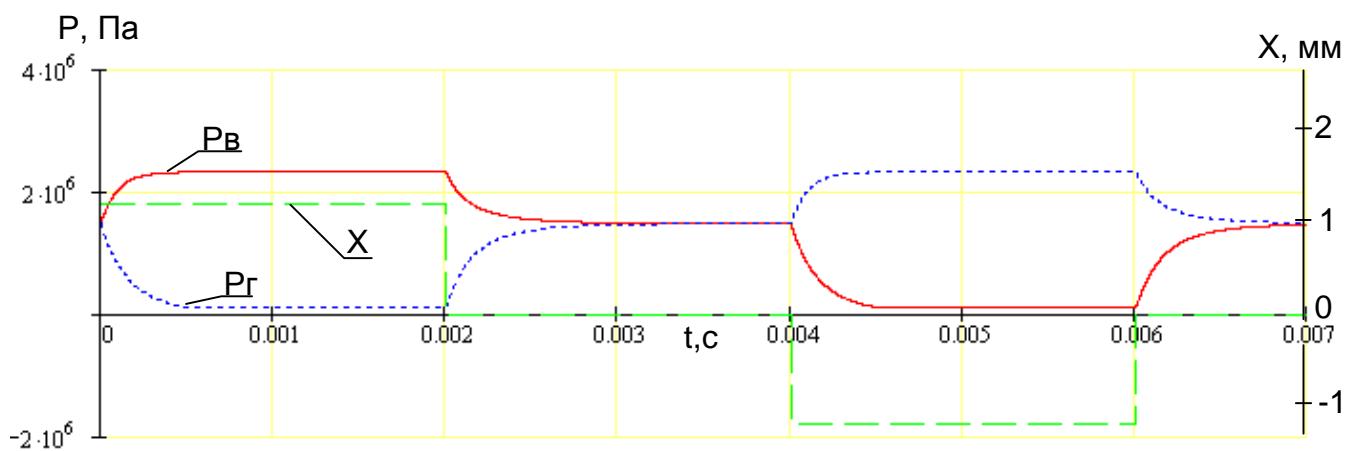


Рис. 9 Переходные процессы при трехпозиционном входном сигнале и давлении в источнике 3 МПа.

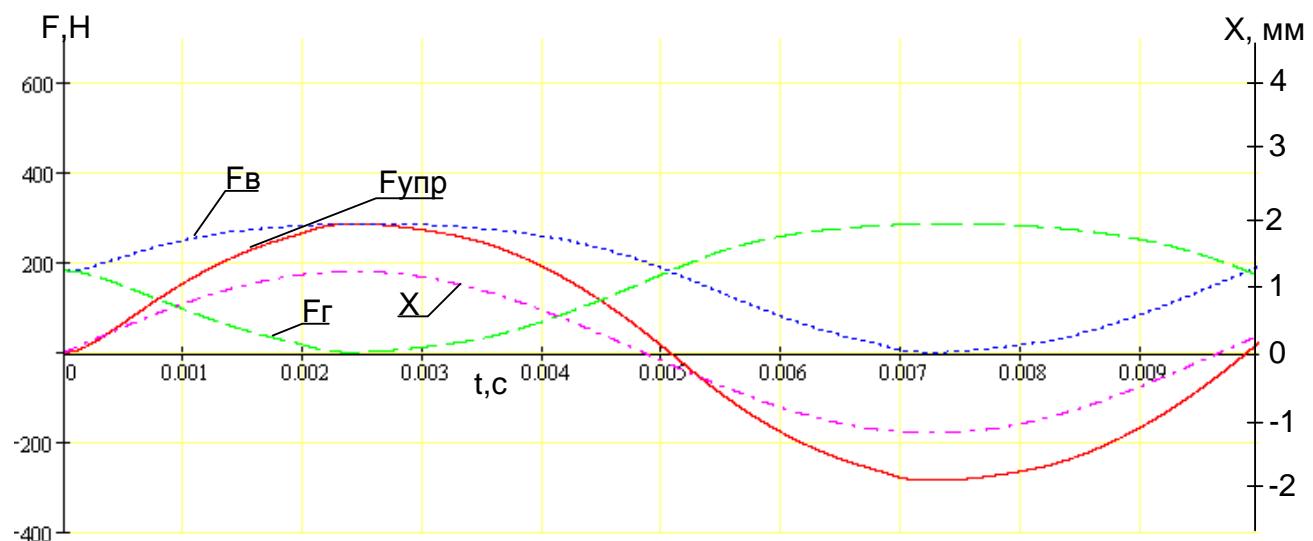
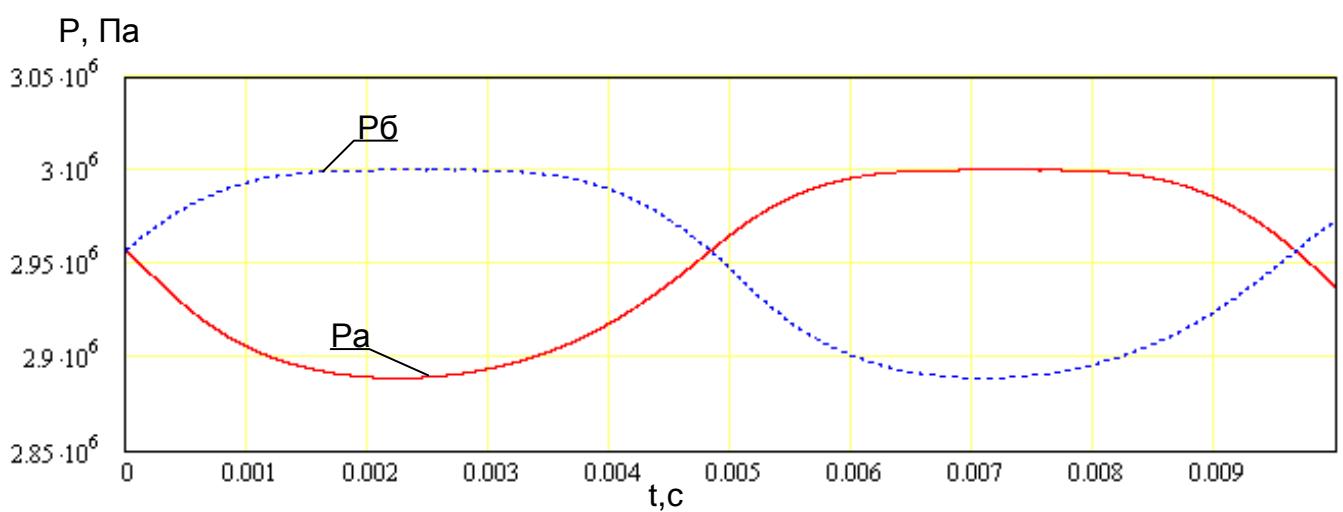
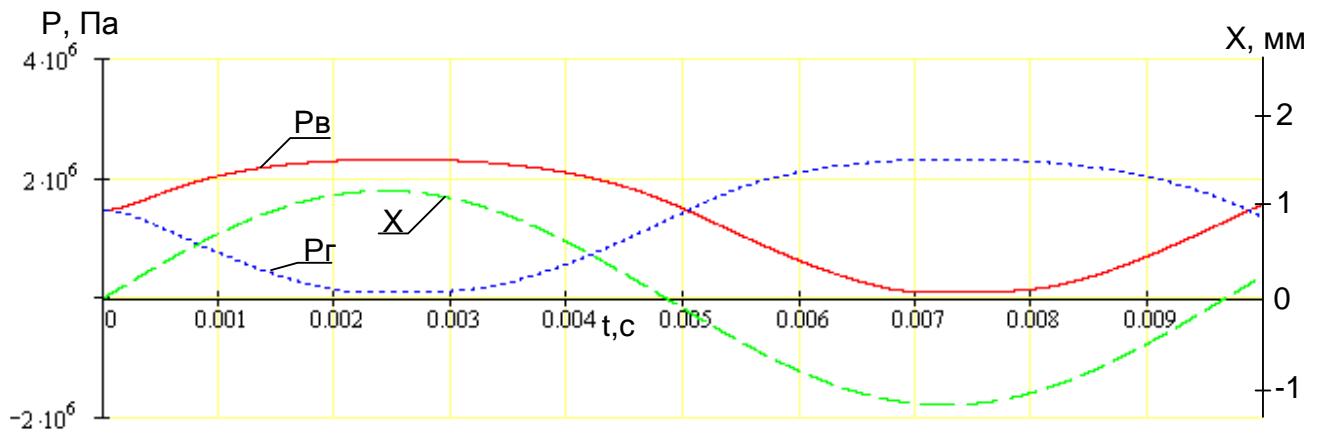


Рис. 10 Переходные процессы при гармоническом входном сигнале и давлении в источнике 3 МПа.

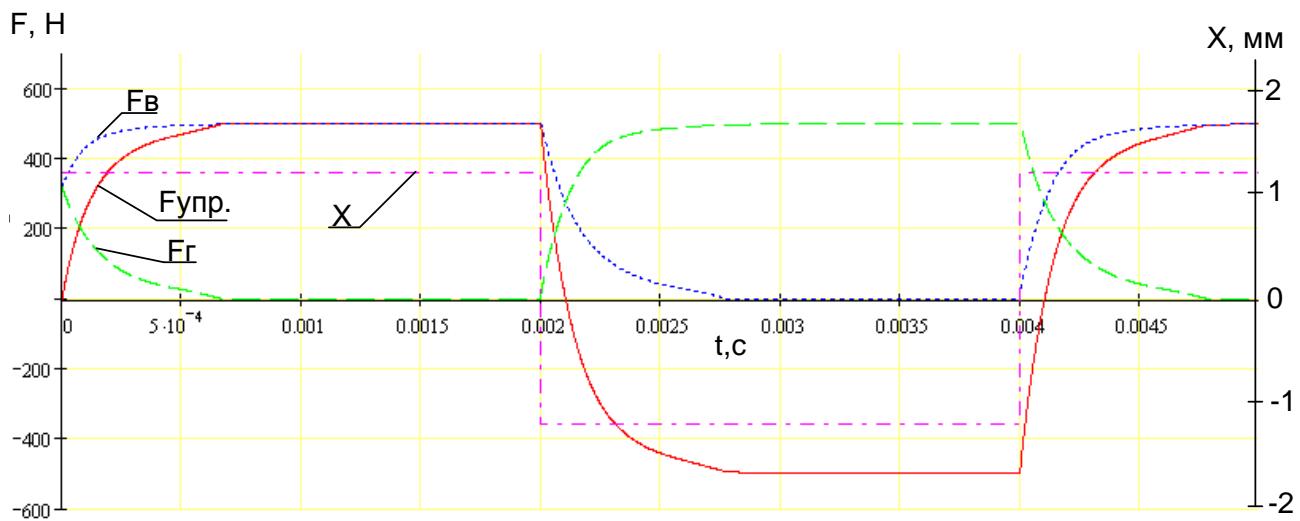
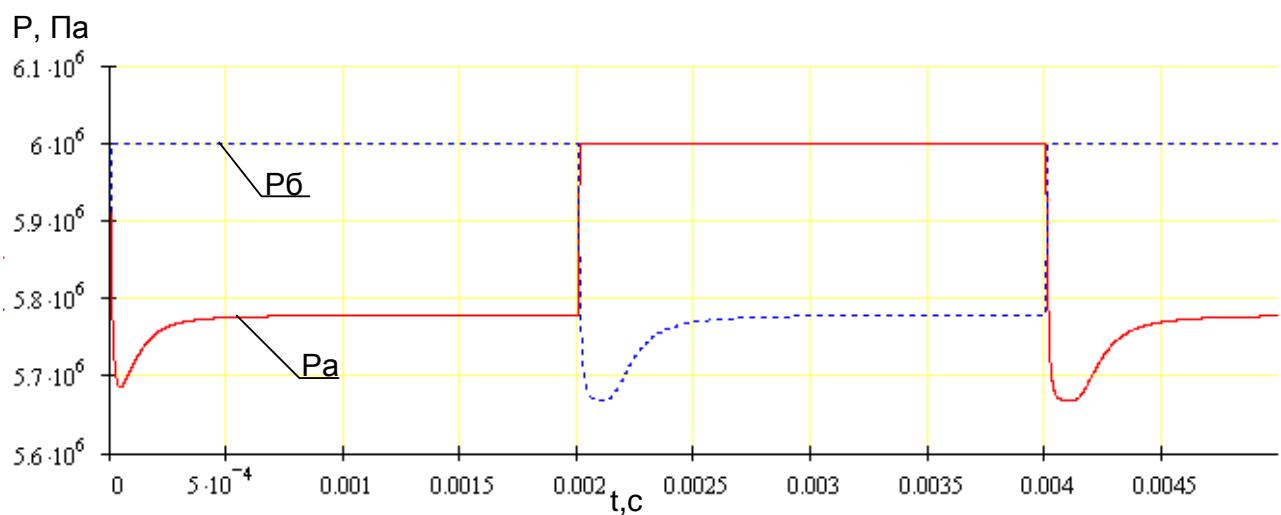
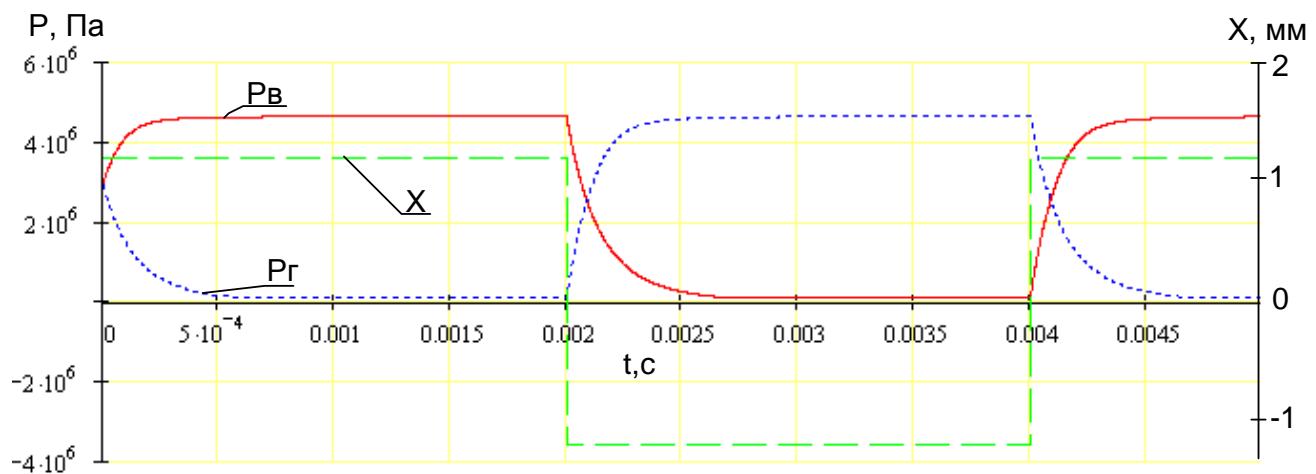


Рис. 11 Переходные процессы при двухпозиционном входном сигнале и давлении в источнике 6 МПа.

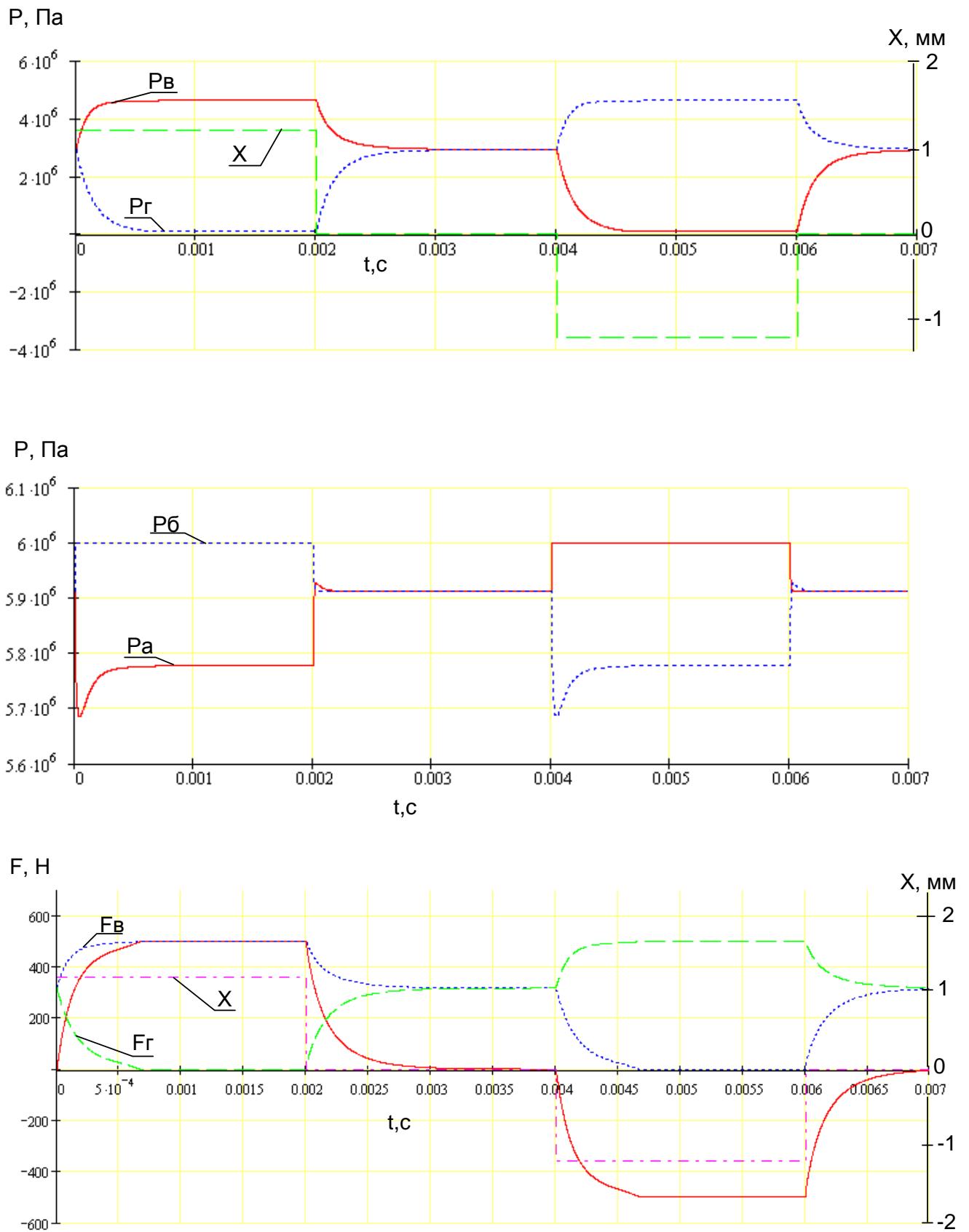


Рис. 12 Переходные процессы при трехпозиционном входном сигнале и давлении в источнике 6 МПа.

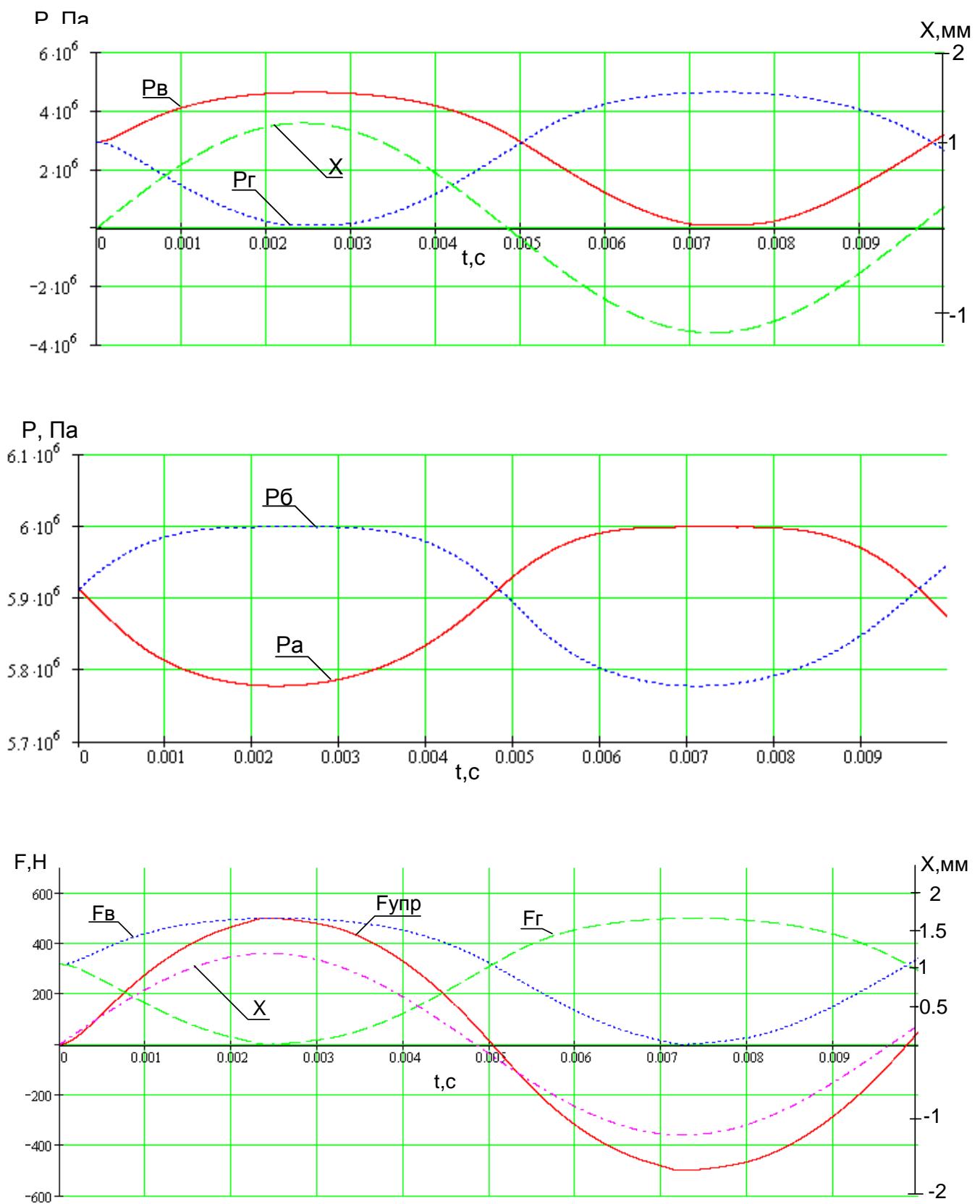


Рис. 13 Переходные процессы при гармоническом входном сигнале и давлении в источнике 6 МПа.

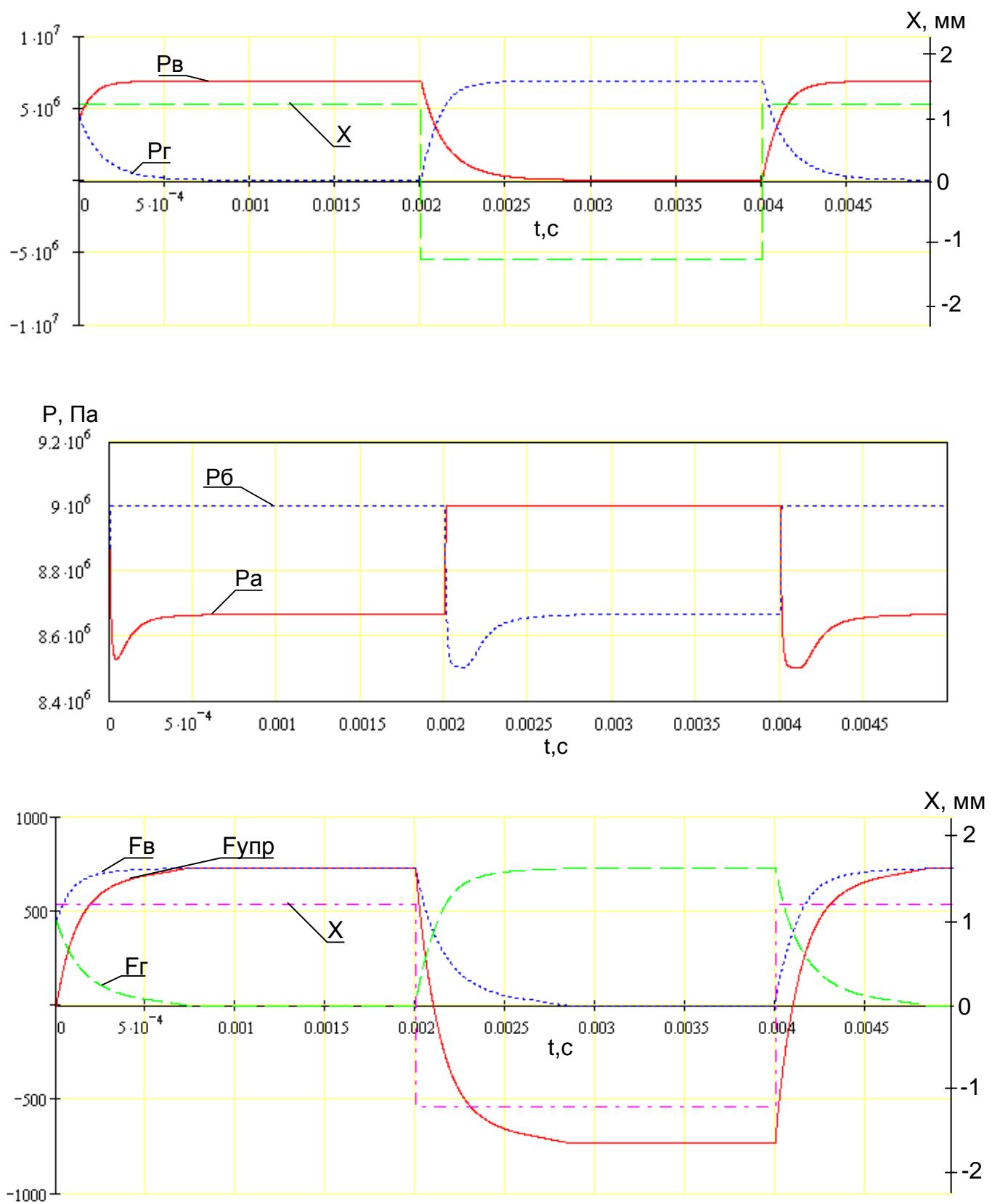
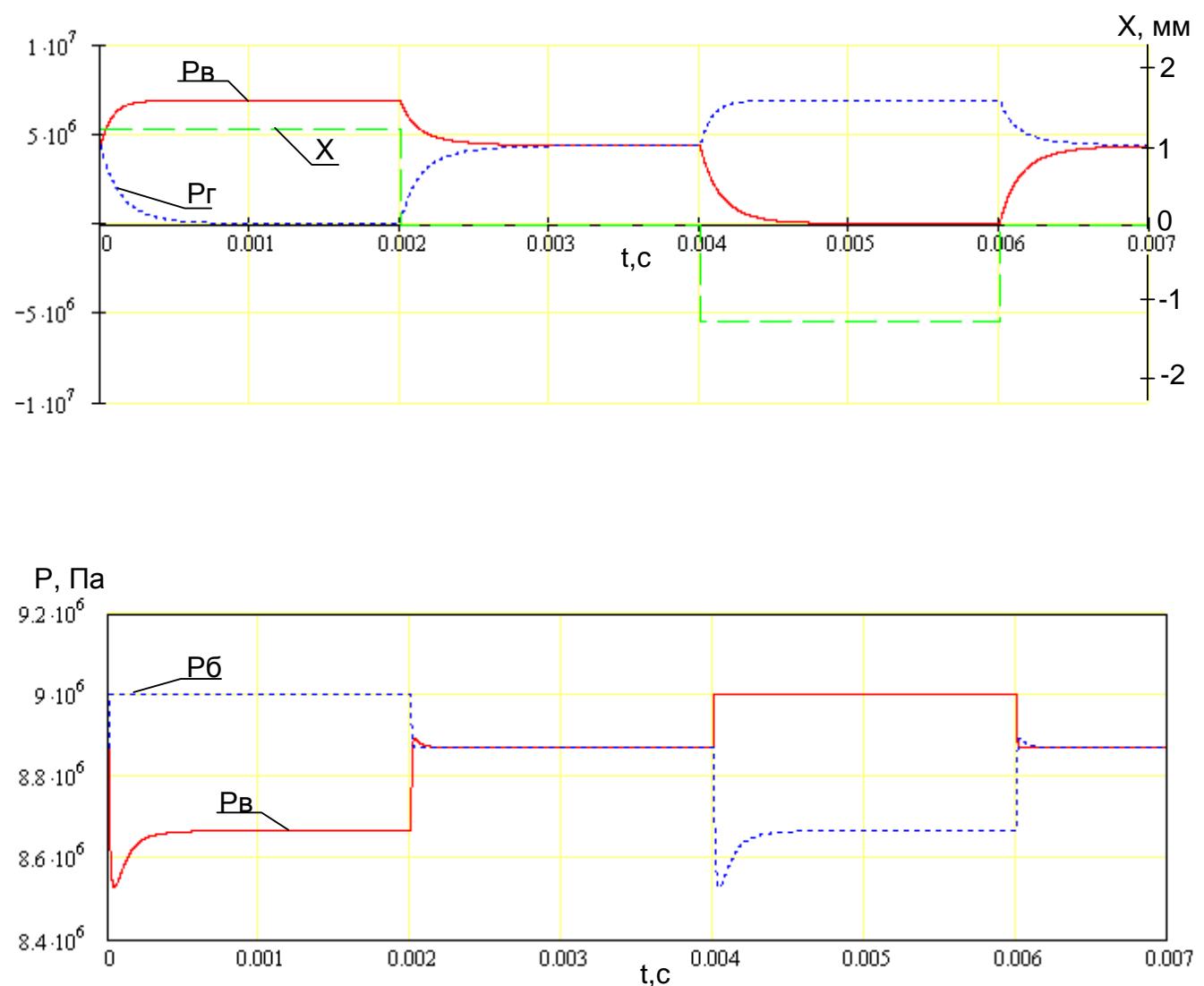


Рис. 14 Переходные процессы при двухпозиционном входном сигнале и давлении в источнике 9 МПа.



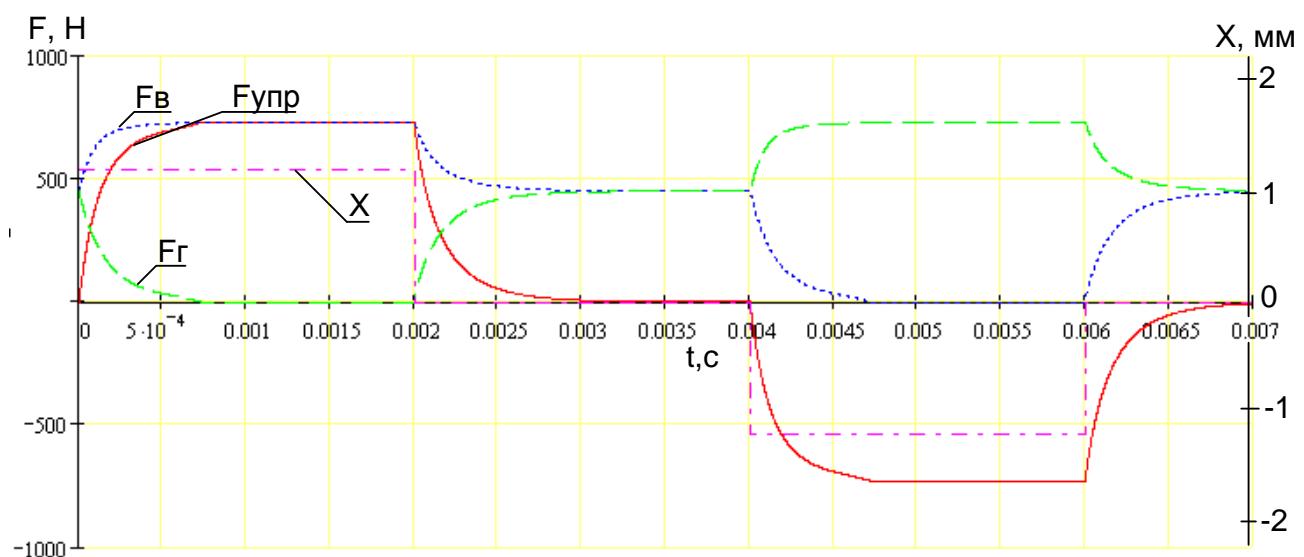
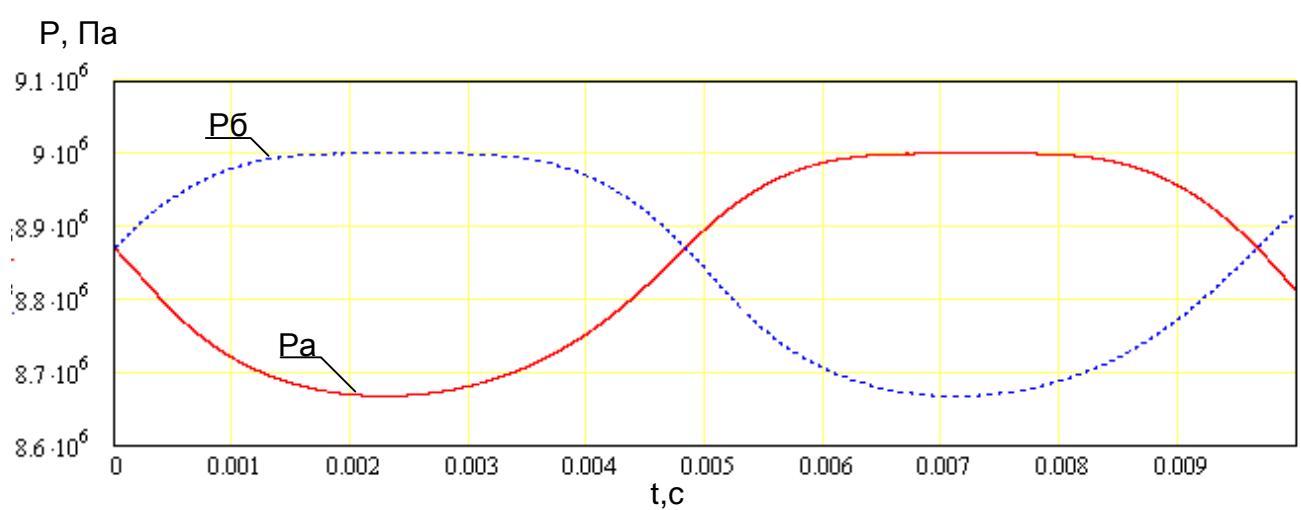
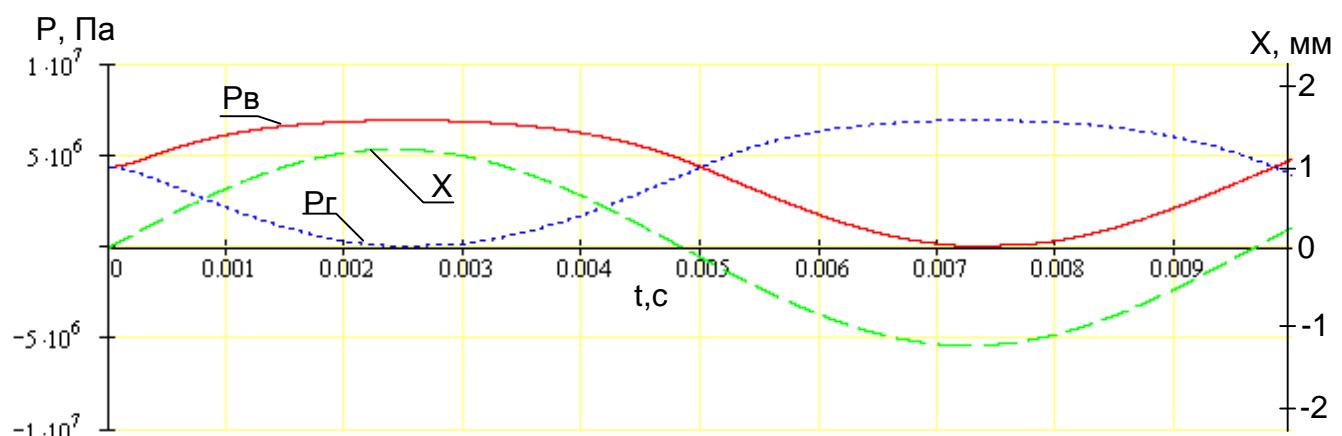


Рис. 15 Переходные процессы при трехпозиционном входном сигнале и давлении в источнике 9 МПа.



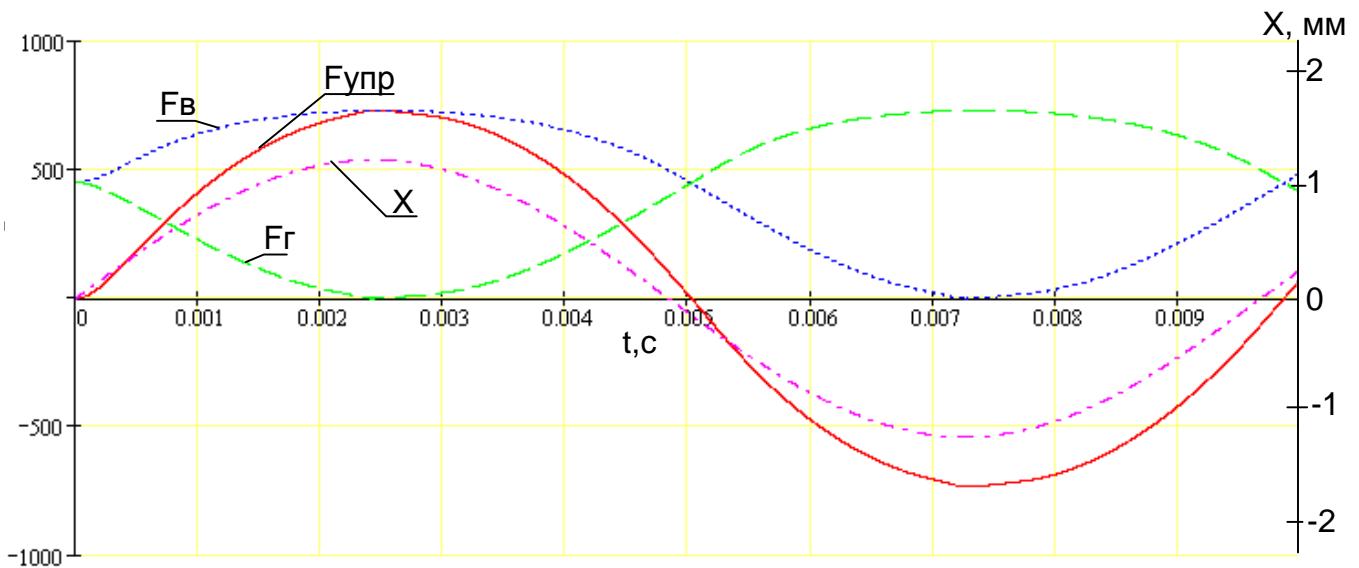


Рис. 16 Переходные процессы при гармоническом входном сигнале и давлении в источнике 9 МПа.

4. Порядок выполнения работы:

- 1) изучить общие положения теории и зарисовать расчётную схему ГИУ и его термогазодинамической подсистемы (рис. 2);
- 2) записать расчётные формулы для определения параметров газа в проточных полостях;
- 3) рассчитать и построить графики зависимости $\frac{P_B}{P_A}, \frac{P_A}{P_P}$ и $\frac{P_B}{P_P}$ для случая критического истечения газа в окружающую среду при отсутствии течения газа через полости Γ и B ($X=X_{max}$ – предельное установившееся состояние ГИУ);
- 4) выявить рациональные соотношения относительных площадей впуска и выпуска, обеспечивающих высокое восстановление давлений в проточных полостях и близкие к линейным статические характеристики ГИУ;

Исходные данные:

$$\kappa = 1,4, R = 287 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}, P_p = 6 \text{ МПа}, T_p = 293 \text{ К}, P_c = 0,1 \text{ МПа}, F_{\text{упр}} = n \text{ Н}$$

- при выполнении пунктов 1 – 4 варьировать относительными площадями впуска и выпуска от 0 до 5;

Контрольные вопросы:

1. Какие уравнения включает в себя нелинейная математическая модель ГИУ и каков смысл входящих в неё величин?
2. Каковы условия и уравнения установившегося режима работы ГИУ?
3. Каков порядок расчёта установившихся значений параметров газа в проточных полостях при $X=X_{max}$ и $X=0$?
4. Каковы рациональные соотношения относительных площадей впуска и выпуска, обеспечивающих высокое восстановление давлений в проточных полостях и близкие к линейным статические характеристики ГИУ?

ПРИЛОЖЕНИЕ.

ТАБЛИЦА ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ.

$k = 1,4$

λ	τ	π	ε	q	M	$y(\lambda \leq 1)$ $\omega(\lambda > 1)$
0,00	1,0000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,02	0,9999	0,9998	0,9998	0,0315	0,0183	0,0316
0,04	0,9997	0,9990	0,9993	0,0631	0,0365	0,0631
0,06	0,9994	0,9979	0,9985	0,0945	0,0548	0,0947
0,08	0,9989	0,9903	0,9974	0,1259	0,0731	0,1263
0,10	0,9983	0,9942	0,9959	0,1571	0,0914	0,1580
0,12	0,9976	0,9916	0,9940	0,1882	0,1097	0,1879
0,14	0,9967	0,9886	0,9918	0,2190	0,1280	0,2216
0,16	0,9957	0,9851	0,9893	0,2497	0,1460	0,2551
0,18	0,9946	0,9812	0,9866	0,2801	0,1650	0,2873
0,20	0,9933	0,9768	0,9834	0,3102	0,1838	0,3196
0,22	0,9919	0,9720	0,9799	0,3401	0,2016	0,3521
0,24	0,9904	0,9668	0,9762	0,3696	0,2201	0,3823
0,26	0,9887	0,9611	0,9721	0,3987	0,2386	0,4148
0,28	0,9869	0,9556	0,9677	0,4254	0,2573	0,4475
0,30	0,9856	0,9485	0,9630	0,4557	0,2760	0,4864
0,32	0,9829	0,9415	0,9579	0,4835	0,2947	0,5135
0,34	0,9807	0,9342	0,9525	0,5109	0,3134	0,5469
0,36	0,9784	0,9265	0,9469	0,5377	0,3322	0,5864
0,38	0,9759	0,9183	0,9409	0,5640	0,3511	0,6142
0,40	0,9733	0,9097	0,9346	0,5897	0,3701	0,6482
0,42	0,9706	0,9008	0,9281	0,6149	0,3892	0,6826
0,44	0,9677	0,8915	0,9212	0,6394	0,4083	0,7172
0,46	0,9647	0,8819	0,9142	0,6633	0,4275	0,7521
0,48	0,9616	0,8719	0,9067	0,6865	0,4468	0,7874
0,50	0,9583	0,8616	0,8991	0,7091	0,4663	0,8230
0,52	0,9549	0,8509	0,8911	0,7309	0,4858	0,8590
0,54	0,9514	0,8400	0,8829	0,7520	0,5054	0,8953
0,56	0,9477	0,8287	0,8744	0,7724	0,5251	0,9321
0,58	0,9439	0,8172	0,8657	0,7920	0,5450	0,9692
0,60	0,9400	0,8053	0,8567	0,8109	0,5649	1,0009
0,62	0,9359	0,7932	0,8475	0,8288	0,5850	1,0449
0,64	0,9317	0,7808	0,8380	0,8459	0,6053	1,0842
0,66	0,9274	0,7681	0,8283	0,8623	0,6256	1,1226
0,68	0,9229	0,7553	0,8183	0,8778	0,6461	1,1622

0,70	0,9183	0,7422	0,8082	0,8921	0,6668	1,2024
0,72	0,9136	0,7289	0,7978	0,9001	0,6876	1,2431
λ	τ	π	ε	q	M	$y(\lambda \leq 1)$ $\omega(\lambda > 1)$
0,74	0,9087	0,7154	0,7872	0,9189	0,7086	1,2845
0,76	0,9035	0,7017	0,7764	0,9368	0,7298	1,3265
0,78	0,8986	0,6878	0,7655	0,9418	0,7511	1,3692
0,80	0,8932	0,6738	0,7543	0,9518	0,7727	1,4126
0,82	0,8879	0,6597	0,7429	0,9640	0,7944	1,4567
0,84	0,8824	0,6454	0,7314	0,9691	0,8163	1,5018
0,86	0,8768	0,6310	0,7197	0,9764	0,8384	1,5473
0,88	0,8709	0,6165	0,7079	0,9826	0,8608	1,6038
0,90	0,8650	0,6019	0,6959	0,9879	0,8833	1,6412
0,92	0,8589	0,5873	0,6838	0,9923	0,9062	1,6895
0,94	0,8527	0,5720	0,6715	0,9957	0,9292	1,7388
0,96	0,8464	0,5579	0,6591	0,9981	0,9526	1,7891
0,98	0,8399	0,5431	0,6466	0,9993	0,9761	1,8404
1,00	0,8333	0,5283	0,6340	1,0000	1,0000	1,8929
1,02	0,8266	0,5136	0,6212	0,9995	1,0241	0,00289
1,04	0,8197	0,4987	0,6064	0,9980	1,0486	0,008159
1,06	0,8127	0,4848	0,5955	0,9957	1,0734	0,01488
1,08	0,8056	0,4693	0,5826	0,9924	1,0985	0,02282
1,10	0,7983	0,4540	0,5694	0,9880	1,1239	0,03169
1,12	0,7909	0,4400	0,5564	0,9829	1,1496	0,04140
1,14	0,7834	0,4255	0,5432	0,9768	1,1758	0,05192
1,16	0,7757	0,4111	0,5300	0,9698	1,2025	0,06309
1,18	0,7679	0,3989	0,5168	0,9620	1,2292	0,074896
1,20	0,7600	0,3827	0,5027	0,9531	1,2566	0,087324
1,22	0,7515	0,3687	0,4895	0,9435	1,2843	0,10024
1,24	0,7437	0,3548	0,4762	0,9331	1,3126	0,113735
1,26	0,7354	0,3412	0,4629	0,9217	1,3415	0,127685
1,28	0,7269	0,3275	0,4497	0,9096	1,3705	0,142102
1,30	0,7183	0,3142	0,4374	0,8969	1,4002	0,156953
1,32	0,7096	0,3010	0,4241	0,8831	1,4305	0,172261
1,34	0,7007	0,2880	0,4110	0,8688	1,4613	0,187947
1,36	0,6917	0,2753	0,3980	0,8538	1,4927	0,20403
1,38	0,6826	0,2628	0,3850	0,8380	1,5248	0,22055
1,40	0,6733	0,2505	0,3720	0,8216	1,5579	0,23742
1,42	0,6639	0,2358	0,3592	0,8046	1,5909	0,25466
1,44	0,6544	0,2267	0,3464	0,7869	1,6250	0,27264

1,46	0,6447	0,2125	0,3338	0,7687	1,6598	0,29019
1,48	0,6349	0,2040	0,3212	0,7499	1,6955	0,30853
λ	τ	π	ε	q	M	$y(\lambda \leq 1)$ $\omega(\lambda > 1)$
1,50	0,6250	0,1930	0,3088	0,7307	1,7321	0,3273
1,52	0,6149	0,1824	0,2965	0,7110	1,7694	0,34624
1,54	0,6047	0,1720	0,2844	0,6909	1,8078	0,36565
1,56	0,5944	0,1619	0,2724	0,6703	1,8471	0,38537
1,58	0,5839	0,1522	0,2606	0,6494	1,8875	0,40547
1,60	0,5733	0,1427	0,2489	0,6282	1,9299	0,42592
1,62	0,5626	0,1336	0,2374	0,6067	1,9716	0,446695
1,64	0,5517	0,1248	0,2261	0,5850	2,0155	0,46785
1,66	0,5407	0,1163	0,2150	0,5630	2,0667	0,48937
1,68	0,5296	0,1081	0,2041	0,5400	2,1073	0,51125
1,70	0,5183	0,1003	0,1934	0,5187	2,1555	0,53355
1,72	0,5069	0,0928	0,1830	0,4965	2,2053	0,55623
1,74	0,4965	0,0856	0,1727	0,4771	2,2567	0,57926
1,76	0,4827	0,0787	0,1628	0,4520	2,3100	0,60272
1,78	0,4709	0,0722	0,1530	0,4296	2,3653	0,6266
1,80	0,4589	0,0660	0,1435	0,4075	2,4227	0,650898
1,82	0,4479	0,0602	0,1343	0,3855	2,4824	0,675643
1,84	0,4357	0,0546	0,1253	0,3638	2,5449	0,70097
1,86	0,4234	0,0494	0,1167	0,3423	2,6094	0,72651
1,88	0,4109	0,0445	0,1083	0,3211	2,6772	0,75268
1,90	0,3983	0,0399	0,1002	0,3002	2,7481	0,77935
1,92	0,3856	0,0356	0,0923	0,2797	2,8225	0,80656
1,94	0,3727	0,0316	0,0868	0,2596	2,9007	0,83434
1,96	0,3597	0,0279	0,0776	0,2400	2,9831	0,86272
1,98	0,3466	0,0245	0,0707	0,2209	3,0701	0,89172
2,00	0,3333	0,0214	0,0642	0,2024	3,1622	0,92137
2,02	0,3198	0,0185	0,0579	0,1845	3,2603	0,95488
2,04	0,3064	0,0159	0,0529	0,1662	3,3642	0,98282
2,06	0,2927	0,0136	0,0464	0,1507	3,4759	1,01481
2,08	0,2789	0,0115	0,0411	0,1348	3,5951	1,047482
2,10	0,2650	0,0096	0,0361	0,1198	3,7240	1,08119
2,12	0,2509	0,0079	0,0315	0,1055	3,8633	1,11585
2,14	0,2367	0,0065	0,0273	0,0921	4,0150	1,15161
2,16	0,2224	0,0052	0,0233	0,0795	4,1791	1,18814
2,18	0,2079	0,0041	0,0179	0,0678	4,3642	1,22685
2,20	0,1933	0,0032	0,0164	0,0570	4,5674	1,26656
2,22	0,1786	0,0024	0,0135	0,0472	4,7954	1,30795

2,24	0,1637	0,0018	0,0116	0,0408	5,0533	1,35114
2,26	0,1487	0,00127	0,00813	0,0290	5,3494	1,39649
2,28	0,1336	0,00087	0,00652	0,0234	5,6940	1,44427
λ	τ	π	ε	q	M	$y(\lambda \leq 1)$ $\omega(\lambda > 1)$
2,30	0,1183	0,00057	0,00482	0,0175	6,1033	1,49499
2,32	0,1029	0,00035	0,00340	0,0124	6,6008	1,54922
2,34	0,0874	0,00020	0,00226	0,0083	7,2254	1,607849
2,36	0,0717	0,0000988	0,00138	0,0051	8,0405	1,672182
2,38	0,0556	0,0000413	0,00074	0,0028	9,1882	1,744092
2,39	0,0480	0,0000242	0,00050	0,0019	9,9624	1,783966

Список литературы.

Основная литература

1. Алешин Б.Е. Ориентация и навигация подвижных объектов: современные информационные технологии / Б.С.Алешин [и др.]; под общ. ред. Б.С. Алешина, К.К. Веремеенко, А.И.Черноморского . — М. : Физматлит, 2006 . — 424с. 3 экз.
2. Арзуманов Ю.Л. Математические модели систем пневмоавтоматики: Учебное пособие / А.Л. Арзуманов, Е.М. Халатов, В.И. Чекмазов, К.П. Чуканов. — М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. — 296 с. 50 экз.
3. Дмитриевский А.А.Внешняя баллистика: Учебник для вузов/ А.А. Дмитриевский, Л.Н. Лысенко. 4-е изд., перераб. и доп. — М.: Машиностроение, 2005. — 608 с. 15 экз.
4. Дунаев В.А.Моделирование сверхзвуковых течений невязкого газа: Учебное пособие / В.А. Дунаев, Ф.А. Максимов – Тула: Изд-во ТулГУ, 2006. – 181 с. 1 экз.
5. Калугин, В.Т. Аэрогазодинамика органов управления полетом летательных аппаратов : учеб.пособие для вузов / В.Т.Калугин .— М. : МГТУ им.Баумана, 2004 .— 688с. : ил. — Библиогр.в конце кн. — ISBN 5-7038-1968-7 /в пер./ : 132.00. 14 экз.

Дополнительная литература

1. Арзуманов Ю.Л. Основы построения математических моделей систем пневмоавтоматики: Учебное пособие для вузов / Ю.Л. Арзуманов, Е.М. Халатов, В.И. Чекмазов, К.П. Чуканов. — М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 128 с. 1 экз.
2. Илюхина Н.С.Управляемые средства поражения комплексов высокоточного оружия: Учебное пособие / Илюхина Н.С., Фимушкин В.С., Чуканов К.П. - Тула: Изд-во ТулГУ, 2011. 240с. 10 экз.
3. Красильщиков, М.Н. Управление и наведение беспилотных маневренных летательных аппаратов на основе современных информационных технологий / под ред.: М.Н.Красильщиков, Г.Г.Себрякова .— М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003 .— 280с. 4 экз.
4. Орлов А.Р. Прикладная аэродинамика беспилотных летательных аппаратов: Учебное пособие / А.Р. Орлов, А.В. Сатаров. 2-е изд. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2007. –132 с. 3 экз.