

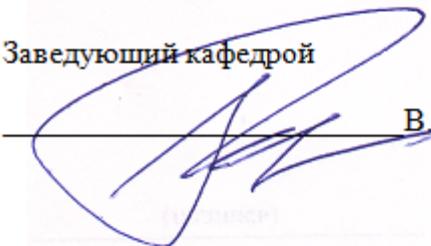
МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук
Кафедра вычислительной механики и математики

Утверждено на заседании кафедры
«Вычислительная механика и математика»
« 21 » января 2022 г., протокол №5

Заведующий кафедрой



В.В. Глаголев

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ)
ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ
И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)
«Математический анализ»**

**основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы специалитета**

по специальности

10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем

со специализацией

Разработка автоматизированных систем в защищённом исполнении
Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 100503-01-22

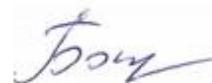
Тула 2022 год

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ
фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Разработчик:

Боницкая О.В., доцент, к.ф.м.н.

(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)



(подпись)

1. Описание фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Фонд оценочных средств (оценочные материалы) включает в себя контрольные задания и (или) вопросы, которые могут быть предложены обучающемуся в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю). Указанные контрольные задания и (или) вопросы позволяют оценить достижение обучающимся планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), установленных в соответствующей рабочей программе дисциплины (модуля), а также сформированность компетенций, установленных в соответствующей общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

Полные наименования компетенций и индикаторов их достижения представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

2. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

2 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.1)

1. Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{3x^2 - 4x + 1}$.
2. Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 2x^2)}{3^{-x^2} - e^{-x^2}}$.
3. Найти производную функции $y = 3 \frac{\sqrt[3]{x^2 + x + 1}}{x + 1}$.
4. Найти действительную часть комплексного числа $z = \frac{3+i}{i} + 4 + 2i$.
5. Найти значения частных производных функции $u = \ln \cos(x^2 y^2 + z)$ в точке $M_0(0; 0; \pi/4)$.

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.2)

1. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}$
2. Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x-1} \right)^{3-2x}$.
3. Найти производную функции $y = \ln \frac{\sqrt{1 + e^x + e^{2x}} - e^x - 1}{\sqrt{1 + e^x + e^{2x}} - e^x + 1}$.
4. Найти смешанную производную второго порядка от функции $z = x^2 e^{\sqrt{y}}$.
5. Найти полный дифференциал функции $z = \cos(x^2 - y^2)$.

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.3)

1. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} (x + 2^x)^{1/x}$
2. Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow 1} \arcsin \frac{x-1}{1} \cdot \operatorname{ctg}(x-1)$.
3. Найти уравнения касательной и нормали: $y = \frac{2 + \sqrt[3]{x}}{2 - \sqrt[3]{x}}$ в точке $x_0 = 1$
4. Найти модуль и аргумент комплексного числа, записать его в показательной форме
1) $\sqrt{3} - i$ 2) $-\sqrt{2} - \sqrt{2}i$ 3) $-\sqrt{3} + i$ 4) $\sqrt{2} - \sqrt{2}i$
5. Найти вторые частные производные функции $z = \operatorname{arctg}(x + y)$.

3 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.1)

1. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{(\arccos x)^3 - 1}{\sqrt{1-x^2}} dx$.
2. Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^2} dx$.
3. Вычислить несобственный интеграл или указать его расходимость $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x}$.
4. Найти неопределенный интеграл $\int \sin^2 2x \cos^2 2x dx$.
5. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt[4]{e^x + 1}} dx$.

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.2)

1. Вычислить несобственный интеграл или указать его расходимость $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x}$.
2. Найти неопределенный интеграл $\int x \cdot \sin 2x dx$.

3. Вычислить длины дуг кривых, заданных параметрическими уравнениями. $\begin{cases} x = 10\cos^3 t, \\ y = 10\sin^3 t, \\ 0 \leq t \leq \pi/2. \end{cases}$
4. Вычислить объём тела, полученного вращением кривой
- 1) $y = x^3$ вокруг оси Oy, где $0 \leq x \leq 1$;
 - 2) $y = \sin x$ вокруг оси ox, где $x = 0, x = \pi, y = 0$
5. Определить тип дифференциального уравнения $y' = e^{\frac{x}{2}} \sqrt{y}$.

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.3)

1. Исследовать сходимость несобственного интеграла:

$$1) \int_0^1 \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{1-x^3}} \quad 2) \int_0^1 \frac{dx}{e^{\sqrt{x}} - 1} \quad 3) \int_0^{+\infty} \frac{x^{10} dx}{(x^5 + x^3 + 1)^3} \quad 4) \int_1^{+\infty} \frac{(x^4 + 1) dx}{x^5}$$

2. Решить дифференциальное уравнение $y' = \frac{x^2 - 1}{xy}$

3. Решить дифференциальное уравнение $y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}$

4. Найти частное решение уравнения $y'' - 3y' + 2y = 0$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 1, y'(0) = -1$.

5. Найти общее решение однородного уравнения и указать **вид** частного решения неоднородного уравнения $y''' - y'' - y' + y = (3x + 7)e^{2x}$

4 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.1)

1. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} n^3 \left(\sin \frac{1}{n} \right)^n$.

2. Исследовать на сходимость (абсолютную и условную) знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{n^3 + n + 1}$.

3. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{5^n}$. Исследовать поведение ряда на концах интервала сходимости.

4. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+2)! 4^n}$.

5. Функцию $y = \cos(2x^2)$ разложить в степенной ряд по степеням x

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.2)

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_0^1 dx \int_0^x f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_0^{2-x} f(x, y) dy$
2. Вычислить $\iint_D (1 - \frac{y^2}{x^2}) dx dy$, где $D: x^2 + y^2 \leq \pi^2$
3. Найти площадь, ограниченную линиями: $y^2 + 2y - 3x + 1 = 0$, $3x - 3y - 7 = 0$
4. Найти объём тела, ограниченный поверхностями: $z = x^2 + y^2$, $4 = x^2 + y^2$, $z = 0$
5. Запишите разложение функции $f(x)$ в ряд Фурье (коэффициенты не находить):

$$f(x) = \frac{x}{2}; \quad -2 \leq x \leq 2.$$

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.3)

1. Найти производную функции $u = \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{6}$ в точке $A(2; 0; 3)$ по направлению $\bar{l} = 6\bar{i} + 3\bar{j} - 6\bar{k}$.
2. Найти поток векторного поля $\bar{a} = (3z^2 + x)\bar{i} + (e^x - 2y)\bar{j} + (2z - xy)\bar{k}$ через замкнутую поверхность $S: \begin{cases} z = \sqrt{x^2 + y^2} \\ z = 1, \quad z = 4 \end{cases}$.
3. Найти циркуляцию вектора $\bar{a} = -x^2 y^3 \bar{i} + 3\bar{j} + y\bar{k}$ вдоль контура $\Gamma: \begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \\ z = 5 \end{cases}$.
4. Найти градиент функции: $u = \frac{x}{y^2 z^3}$ в точке $(\frac{1}{\sqrt{2}}; \sqrt{2}; \frac{\sqrt{3}}{2})$.
5. Запишите разложение функции $f(x)$ в ряд Фурье (коэффициенты не находить): $f(x) = x; \quad -2 \leq x \leq 2.$

3. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

2 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.1)

1. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x+5} \right)^{-2x+1}$.
2. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{1-x} - 2}{x^3 + 27}$.
3. Найти производную функции $y = \sqrt[3]{3x^5 + 12x - 5} + \frac{4}{(x-2)^3}$.
4. Найти производную функции $y = \sin^3 4x \cdot \cos 3x^5$.
5. Найти производную y'_x , если $\begin{cases} x = t \sin t \\ y = t \cos t \end{cases}$

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.2)

1. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 2n - 1} - \sqrt{n^2 - 7n + 3})$
2. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-4}{3x+2} \right)^{\frac{x+1}{3}}$
3. Найти производную
 - 1) $y = (x)^{\ln^2 x}$
 - 2) $y = x^{\sin x^3}$.
4. Найти производную неявно заданной функции $\sin 2xy + \cos(y+x) = 1$
5. Выполнить действия над комплексными числами и указать $\operatorname{Re} z$, $z = \frac{1+4i}{-i} + \frac{i-1}{3+i} + i^{10}$

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.3)

1. Найти все асимптоты графика функции

$$y = \frac{x^3 - 27x + 5}{x^3}$$

2. Исследовать на экстремум функцию

$$y = x - \ln(x+1)$$

3. Найти частные производные первого порядка функции

$$1) z = x\sqrt{x^2 + y^2} \quad 2) w = \ln(2x^2 - y^3 + 3z) \quad 3) z = \frac{y-x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad 4) z = e^{\frac{x}{y}}$$

4. Исследовать на экстремум функцию $z = 2x^3 + 2y^3 - 6xy + 5$.

5. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial t}$ и $\frac{\partial z}{\partial s}$ от сложной функции: $z = x^2 + 2xy - y^2$, если $x = 2t + e^s$, $y = \operatorname{tg} t + 2s$

3 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.1)

1. Вычислить определенный интеграл $\int_0^{\pi/2} \sin x \cdot \cos^2 x dx$.

2. Найти объем тела вращения V_{OX} фигуры, ограниченной графиками функций: $y = 2 \sin x$, $y = \sin x$, $x = 0$, $x = \pi$.

3. Вычислить несобственный интеграл или указать его расходимость $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x}$.

4. Найти неопределенный интеграл, используя метод подведения под знак дифференциала.

$$1) \int \sqrt[3]{3x+1} dx \quad 2) \int \frac{dx}{x+3} \quad 3) \int e^{3x+1} dx \quad 4) \int \frac{dx}{x^2-2x-3}$$

5. Найти неопределенный интеграл, используя метод интегрирования по частям.

$$1) \int (1-2x) \cdot \sin x dx \quad 2) \int \ln(x+1) dx$$

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.2)

1. Найти неопределенный интеграл, используя замену переменной

$$1) \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4-x^2}} \quad 2) \int \frac{dx}{1+\sin^2 x}$$

2. Вычислить неопределённый интеграл, используя метод разложения на простейшие дроби $\int \frac{(4-3x)dx}{x^2+5x+6}$

3. Вычислить определённый интеграл от тригонометрической функции

$$1) \int_0^{\pi/3} \frac{\sin^3 x dx}{\cos^2 x} \quad 2) \int_0^{\pi/2} \sin^2 x \cos^2 x dx$$

4. Вычислить определённый интеграл от тригонометрической функции

$$1) \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin^3 x dx}{\cos^2 x} \quad 2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos^2 x dx$$

5. Решить дифференциальное уравнение $y' = \frac{x^2 - 1}{xy}$

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.3)

1. Решить задачу Коши $xy' - y = \frac{x}{e^x}$, $y(-1) = e$.
2. Найти решение задачи Коши $y' \cos x = (y + 1) \sin x$, $y(0) = 0$
3. Найти общее решение однородного уравнения и указать **вид** частного решения неоднородного уравнения $y''' - y'' - y' + y = (3x + 7)e^{2x}$
4. Найти общее решение дифференциального уравнение $y^{IV} + y'' = 0$
5. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями
 - 1) $y = \frac{x^2}{2}$, $y = 4x$
 - 2) $y = \frac{x}{x^2 + 1}$, $y = 0$, $x = 1$
 - 3) $y = \frac{x^2}{4}$, $y = \frac{x^3}{8}$

4 семестр

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.1)

1. Исследовать на сходимость числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^n \cdot (n-1)!}$
2. Исследовать на сходимость числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n+2}}$
3. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[4]{n}} \cdot x^{n-1}$
4. Функцию $y = e^{2+x}$ разложить в степенной ряд по степеням x

5. Вычислить значение интеграла $\int_0^{0.5} x e^{-x} dx$ с точностью до 0,0001

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.2)

1. Нарисовать область, по которой расставлены пределы в двойном интеграле

$$\int_1^2 dx \int_{-\sqrt{2x-x^2}}^{2-x} f(x, y) dy.$$

2. Расставить пределы в интеграле $\iiint_{(V)} f(x, y, z) dx dy dz$ по области

$$(V): x^2 + y^2 + z^2 = 9; x^2 + y^2 = 1 - 2z.$$

3. Составить формулу для вычисления циркуляции вектора $\vec{a} = y\vec{i} + z^2\vec{j} + x\vec{k}$ по замкнутому контуру ℓ и преобразовать ее по формуле Стокса, если вектор нормали к поверхности равен $\vec{N} = \{1; -1; 3\}$.

4. Вычислить $\oint_{\ell} (x-2)dx + (3x+y+1)dy$, если $\ell: x=0; y-1=0; 2x-y-1=0$.

5. Найти поток вектора $\vec{a} = 3y\vec{i} - 3x\vec{j} + 2z\vec{k}$ через замкнутую поверхность $\sigma: x^2 + y^2 = z^2; z = -1$.

Перечень контрольных заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.3)

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f(x, y) dy$

2. Вычислить $\iint_D (3yx^2 - 2x^3) dx dy$, где $D: 0 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 2$

3. Найти площадь, ограниченную линиями: $y^2 + (x-3)^2 = 9, (y-3)^2 + x^2 = 9$

4. Найти объём тела, ограниченный поверхностями: $4 = x^2 + y^2 + z^2, 3z = x^2 + y^2$

5. Запишите разложение функции $f(x)$ в ряд Фурье (коэффициенты не находить):

$$f(x) = \begin{cases} 0; & 0 \leq x \leq 1 \\ 2x - 2; & 1 < x \leq 2; f(x) - \text{четная.} \\ -2x + 6; & 2 < x \leq 3 \end{cases}$$