

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук  
Кафедра «Прикладная математика и информатика»

Утверждено на заседании кафедры  
«Прикладная математика и информатика»  
24 января 2022 г., протокол № 5

Заведующий кафедрой

 М.В. Грязев

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**  
**«Алгебра и геометрия»**

**основной профессиональной образовательной программы  
высшего образования – программы бакалавриата**

по направлению подготовки  
**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

с направленностью (профилем)  
**Прикладная математика и информатика**

Форма обучения: очная

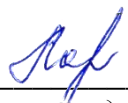
Идентификационный номер образовательной программы: 010302-01-22

Тула 2022 год

**ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ**  
**рабочей программы дисциплины (модуля)**

**Разработчик:**

Ларин Николай Владимирович, доцент, к.ф.-м.н.  
(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)

  
\_\_\_\_\_  
(подпись)

## 1 Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)

**Целью** освоения дисциплины (модуля) является формирование математической культуры, фундаментальной подготовки по основным разделам алгебры и аналитической геометрии, овладения современным математическим аппаратом для дальнейшего использования при решении теоретических и прикладных задач.

**Задачами** освоения дисциплины (модуля) являются:

- изучение базовых понятий и формирование математической культуры в области линейной алгебры и аналитической геометрии;
- освоение методов линейной алгебры и аналитической геометрии для решения теоретических и прикладных задач;
- приобретение навыков работы с учебной и научной литературой по алгебре и аналитической геометрии.

## 2 Место дисциплины (модуля) в структуре основной профессиональной образовательной программы

Дисциплина (модуль) относится к обязательной части основной профессиональной образовательной программы.

Дисциплина (модуль) изучается в первом и втором семестрах.

## 3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения основной профессиональной образовательной программы (формируемыми компетенциями) и индикаторами их достижения, установленными в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы, приведён ниже.

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

### **Знать:**

- 1) базовые знания, полученные в области математических и естественных наук (код компетенции – ОПК-1, код индикатора – ОПК-1.1);
- 2) существующие математические методы и системы программирования для решения прикладных задач (код компетенции – ОПК-2, код индикатора – ОПК-2.1).

### **Уметь:**

- 1) использовать в профессиональной деятельности фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук (код компетенции – ОПК-1, код индикатора – ОПК-1.2);
- 2) использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов (код компетенции – ОПК-2, код индикатора – ОПК-2.2).

### **Владеть:**

- 1) навыками решения задач профессиональной деятельности на основе полученных теоретических знаний (код компетенции – ОПК-1, код индикатора – ОПК-1.3);
- 2) методами и современными системами программирования для разработки и реализации алгоритмов (код компетенции – ОПК-2, код индикатора – ОПК-2.3).

Полные наименования компетенций и индикаторов их достижения представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

#### 4 Объем и содержание дисциплины (модуля)

##### 4.1 Объем дисциплины (модуля), объем контактной и самостоятельной работы обучающегося при освоении дисциплины (модуля), формы промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

Номер семестра	Формы промежуточной аттестации	Общий объем в зачетных единицах	Общий объем в академических часах	Объем контактной работы в академических часах						Объем самостоятельной работы в академических часах
				Лекционные занятия	Практические (семинарские) занятия	Лабораторные работы	Клинические практические занятия	Консультации	Промежуточная аттестация	
Очная форма обучения										
1	Э	5	180	48	32	–	–	2	0,25	97,75
2	Э	6	216	32	48	–	–	2	0,25	133,75
Итого	–	11	396	80	80	–	–	4	0,5	231,5

Условные сокращения: Э – экзамен.

##### 4.2 Содержание лекционных занятий

###### Очная форма обучения

№ п/п	Темы лекционных занятий
<i>1 семестр</i>	
1	Обзор содержания курса. Основные понятия теории множеств. Способы задания множеств. Операции над множествами. Теоретико-множественные тождества. Прямое произведение множеств.
2	Соответствие между множествами. Понятие отображения множеств. Сюръективные, инъективные, биективные отображения. Примеры. Отношения на множестве. Отношения эквивалентности и порядка.
3	Понятие матрицы. Частные виды матриц. Транспонирование матриц. Линейные операции над матрицами: сложение матриц и умножение матриц на число. Умножение матриц.
4	Определители второго и третьего порядков. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Способы вычисления определителей. Обратная матрица.
5	Системы линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными. Метод Крамера. Матричный метод. Однородные системы двух и трех линейных уравнений.

№ п/п	Темы лекционных занятий
6	Координаты на прямой и плоскости. Простейшие задачи аналитической геометрии на плоскости: расстояние между двумя точками, деление отрезка в данном отношении. Линии и их уравнения в декартовых координатах. Уравнение линии в параметрической форме. Полярные координаты.
7	Общее уравнение прямой. Расположение прямой относительно начала координат. Уравнение прямой в отрезках. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Уравнение пучка прямых. Взаимное расположение прямой и точки. Расстояние от точки до прямой. Нормальное уравнение прямой. Уравнение прямой в полярных координатах.
8	Определение линии второго порядка. Окружность. Эллипс. Исследование формы эллипса по его каноническому уравнению. Гипербола. Исследование формы гиперболы по ее каноническому уравнению. Парабола. Исследование формы параболы по ее каноническому уравнению. Директрисы линий второго порядка. Уравнения линий второго порядка в полярных координатах. Конические сечения.
9	Элементы общей теории линий второго порядка. Уравнения линий второго порядка, оси симметрии которых параллельны осям координат. Преобразование координат при повороте осей. Уравнение равносторонней гиперболы, отнесенной к ее асимптотам. Преобразование коэффициентов уравнения линии второго порядка при переходе к новой системе координат. Понятие об инвариантах уравнения и типе линии второго порядка.
10	Скалярные и векторные величины. Понятие вектора. Линейные операции над векторами: сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число. Проекция вектора.
11	Линейная комбинация векторов. Критерии линейной зависимости векторов. Базис и размерность пространства. Условие коллинеарности двух векторов. Координаты вектора. Ориентация пространства.
12	Определение скалярного произведения двух векторов. Свойства скалярного произведения. Выражение скалярного произведения двух векторов через их координаты.
13	Определение векторного произведения. Свойства векторного произведения. Выражение векторного произведения двух векторов через их координаты.
14	Смешанное произведение векторов. Выражение смешанного произведения трех векторов через их координаты. Условие компланарности трех векторов.
15	Понятие линейного оператора. Примеры. Матрица линейного оператора. Изометрический оператор. Линейные операции над линейными операторами. Произведение линейных операторов. Определитель произведения двух матриц. Геометрический смысл определителя матрицы линейного оператора. Обратный оператор и его матрица.
16	Общая система декартовых координат. Простейшие задачи аналитической геометрии в пространстве. Понятие об уравнениях поверхности и линии в пространстве. Цилиндрическая поверхность с образующими, параллельными одной из осей координат. Коническая поверхность. Поверхность вращения.
17	Общее уравнение плоскости. Расположение плоскости относительно системы координат. Уравнение плоскости в нормальной форме. Взаимное расположение плоскостей.
18	Уравнения прямой линии. Уравнение пучка плоскостей. Угол между прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Условие принадлежности двух прямых к одной плоскости. Взаимное расположение прямой и плоскости. Основные задачи на прямую и плоскость.

№ п/п	Темы лекционных занятий
19	Определение поверхности второго порядка. Эллипсоид. Гиперболоиды. Параболоиды. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.
<b>2 семестр</b>	
20	Бинарная алгебраическая операция. Полугруппы и моноиды. Группы. Абелева группа. Кольца и поля. Числовые поля. Примеры.
21	Арифметическое $n$ -мерное пространство $R^n$ . Линейная зависимость векторов. Ранг системы векторов. Базис и координаты векторов в пространстве $R^n$ .
22	Определение линейного пространства. Примеры. Линейная зависимость. Базис и координаты. Размерность. Изоморфизм конечномерных линейных пространств.
23	Подпространства. Основные понятия. Линейная оболочка совокупности векторов. Сумма и пересечение подпространств. Прямое дополнение. Размерность суммы подпространств.
24	Определитель $n$ -го порядка. Основные свойства определителей. Разложение определителя по строке или столбцу. Алгебраические дополнения. Миноры. Связь дополнительных миноров с алгебраическими дополнениями. Теорема Лапласа. Умножение определителей.
25	Методы вычисления определителей: метод обращения в ноль всех, кроме одного, элементов столбца или строки; метод приведения к треугольному виду; метод выделения линейных множителей; метод рекуррентных соотношений.
26	Обратная матрица. Матричные уравнения. Характеристический полином. Полиномы от матриц. Теорема Кэли-Гамильтона.
27	Ранг матрицы и его основные свойства. Элементарные преобразования матрицы. Вычисление ранга матрицы. Применение элементарных преобразований к отысканию обратной матрицы. Теорема о базисном миноре. Условие равенства нулю определителя. Ранг системы векторов и его связь с рангом матрицы. Вычисление ранга матрицы методом окаймления.
28	Основные понятия о системах линейных уравнений: матрицы системы, решение системы, элементарные преобразования системы. Точные методы решения систем линейных уравнений: метод Гаусса, правило Крамера.
29	Разрешимость системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Совместные системы. Системы однородных линейных уравнений. Связь между решениями однородной и неоднородной систем.
30	Определение линейной формы. Общий вид линейной формы на $n$ -мерном пространстве. Преобразование коэффициентов линейной формы при изменении базиса. Пространство линейных форм.
31	Определение билинейной формы. Общий вид билинейной формы на $n$ -мерном пространстве. Преобразование коэффициентов линейной формы при изменении базиса. Квадратичная форма. Соответствие между билинейными и квадратичными формами.
32	Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Метод Лагранжа. Метод Якоби. Метод ортогонального преобразования. Закон инерции квадратичных форм. Индексы и ранг квадратичной формы. Знакоопределенные квадратичные формы. Индекс и ранг. Матрица Грама. Критерий Сильвестра.
33	Определение линейного оператора на $n$ -мерном пространстве. Общий вид. Действия над линейными операторами. Линейное пространство линейных операторов. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Ядро и образ оператора. Обратный оператор. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Каноническая форма Жордана.
34	Определение евклидова пространства. Длина вектора. Неравенство Коши-Буняковского. Угол между векторами. Ортогональность. Теорема Пифагора.

### 4.3 Содержание практических (семинарских) занятий

#### Очная форма обучения

№ п/п	Темы практических (семинарских) занятий
<i>1 семестр</i>	
1	Элементы теории множеств.
2	Матрицы. Операции над матрицами.
3	Определители второго и третьего порядков. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Способы вычисления определителей. Обратная матрица.
4	Системы линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными. Метод Крамера. Матричный метод. Однородные системы двух и трех линейных уравнений.
5	Общее уравнение прямой. Расположение прямой относительно начала координат. Уравнение прямой в отрезках. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых
6	Уравнение пучка прямых. Взаимное расположение прямой и точки. Расстояние от точки до прямой. Нормальное уравнение прямой. Уравнение прямой в полярных координатах.
7	Окружность. Эллипс. Исследование формы эллипса по его каноническому уравнению.
8	Гипербола. Исследование формы гиперболы по ее каноническому уравнению. Парабола. Исследование формы параболы по ее каноническому уравнению. Директрисы линий второго порядка.
9	Уравнения линий второго порядка, оси симметрии которых параллельны осям координат. Преобразование координат при повороте осей. Уравнение равносторонней гиперболы, отнесенной к ее асимптотам. Преобразование коэффициентов уравнения линии второго порядка при переходе к новой системе координат. Понятие об инвариантах уравнения и типе линии второго порядка.
10	Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.
11	Общее уравнение плоскости. Расположение плоскости относительно системы координат. Уравнение плоскости в нормальной форме. Взаимное расположение плоскостей.
12	Уравнения прямой линии. Уравнение пучка плоскостей. Угол между прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Условие принадлежности двух прямых к одной плоскости. Взаимное расположение прямой и плоскости. Основные задачи на прямую и плоскость.
13	Эллипсоид. Гиперболоиды. Параболоиды. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.
<i>2 семестр</i>	
1	Бинарная алгебраическая операция. Полугруппы и моноиды. Группы. Абелева группа. Кольца и поля. Числовые поля.
2	Арифметическое $n$ -мерное пространство $R_n$ . Линейная зависимость векторов. Ранг системы векторов. Базис и координаты векторов в пространстве $R_n$ .
3	Определение линейного пространства. Примеры. Линейная зависимость. Базис и координаты. Размерность. Изоморфизм конечномерных линейных пространств.
4	Подпространства. Основные понятия. Линейная оболочка совокупности векторов. Сумма и пересечение подпространств. Прямое дополнение. Размерность суммы подпространств.

№ п/п	Темы практических (семинарских) занятий
5	Определитель n-го порядка. Основные свойства определителей. Разложение определителя по строке или столбцу. Алгебраические дополнения. Миноры. Связь дополнительных миноров с алгебраическими дополнениями. Теорема Лапласа. Умножение определителей.
6	Методы вычисления определителей: метод обращения в ноль всех, кроме одного, элементов столбца или строки; метод приведения к треугольному виду; метод выделения линейных множителей; метод рекуррентных соотношений.
7	Обратная матрица. Матричные уравнения. Характеристический полином. Полиномы от матриц. Теорема Кэли-Гамильтона.
8	Ранг матрицы и его основные свойства. Элементарные преобразования матрицы. Вычисление ранга матрицы. Применение элементарных преобразований к отысканию обратной матрицы. Теорема о базисном миноре. Условие равенства нулю определителя. Ранг системы векторов и его связь с рангом матрицы. Вычисление ранга матрицы методом окаймления.
9	Основные понятия о системах линейных уравнений: матрицы системы, решение системы, элементарные преобразования системы. Точные методы решения систем линейных уравнений: метод Гаусса, правило Крамера.
10	Разрешимость системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Совместные системы. Системы однородных линейных уравнений. Связь между решениями однородной и неоднородной систем.
11	Общий вид линейной формы на n-мерном пространстве. Преобразование коэффициентов линейной формы при изменении базиса. Пространство линейных форм.
12	Общий вид билинейной формы на n-мерном пространстве. Преобразование коэффициентов линейной формы при изменении базиса. Квадратичная форма. Соответствие между билинейными и квадратичными формами.
13	Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Метод Лагранжа. Метод Якоби. Метод ортогонального преобразования. Закон инерции квадратичных форм. Индексы и ранг квадратичной формы. Знакоопределенные квадратичные формы. Индекс и ранг. Матрица Грама. Критерий Сильвестра.
14	Определение линейного оператора на n-мерном пространстве. Общий вид. Действия над линейными операторами. Линейное пространство линейных операторов. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Ядро и образ оператора. Обратный оператор. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Каноническая форма Жордана.

#### 4.4 Содержание лабораторных работ

Занятия указанного типа не предусмотрены основной профессиональной образовательной программой.

#### 4.5 Содержание клинических практических занятий

Занятия указанного типа не предусмотрены основной профессиональной образовательной программой.

#### 4.6 Содержание самостоятельной работы обучающегося

#### Очная форма обучения



№ п/п	Виды и формы самостоятельной работы
<b>1 семестр</b>	
1	Подготовка к практическим (семинарским) занятиям
2	Выполнение домашних заданий
3	Подготовка к промежуточной аттестации и ее прохождение
<b>2 семестр</b>	
1	Подготовка к практическим (семинарским) занятиям
2	Выполнение домашних заданий
3	Подготовка к промежуточной аттестации и ее прохождение

## 5 Система формирования оценки результатов обучения по дисциплине (модулю) в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающегося

### Очная форма обучения

Мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающегося			Максимальное количество баллов
1 семестр			
Текущий контроль успеваемости	Первый рубежный контроль	Оцениваемая учебная деятельность обучающегося:	
		Посещение лекционных занятий	4
		Работа на практических (семинарских) занятиях	13
		Выполнение домашних заданий	13
		Итого	30
	Второй рубежный контроль	Оцениваемая учебная деятельность обучающегося:	
		Посещение лекционных занятий	4
		Работа на практических (семинарских) занятиях	13
		Выполнение домашних заданий	13
		Итого	30
Промежуточная аттестация	Экзамен		40 (100*)
2 семестр			
Текущий контроль успеваемости	Первый рубежный контроль	Оцениваемая учебная деятельность обучающегося:	
		Посещение лекционных занятий	4
		Работа на практических (семинарских) занятиях	13
		Выполнение домашних заданий	13
		Итого	30
	Второй рубежный контроль	Оцениваемая учебная деятельность обучающегося:	
		Посещение лекционных занятий	4
		Работа на практических занятиях	13
		Выполнение домашних заданий	13
		Итого	30

<b>Мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающегося</b>		<b>Максимальное количество баллов</b>
Промежуточная аттестация	Экзамен	40 (100*)

\* В случае отказа обучающегося от результатов текущего контроля успеваемости

### **Шкала соответствия оценок в стобалльной и академической системах оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)**

<b>Система оценивания результатов обучения</b>	<b>Оценки</b>			
Стобалльная система оценивания	0 – 39	40 – 60	61 – 80	81 – 100
Академическая система оценивания (экзамен)	Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично

### **6 Описание материально-технической базы (включая оборудование и технические средства обучения), необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю) требуется учебная аудитория, оборудованная доской для написания мелом.

### **7 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

#### **7.1 Основная литература**

1. Шафаревич И.Р. Линейная алгебра и геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Шафаревич И.Р., Ремизов А.О.— Электрон. текстовые данные.— М.: Физматлит, 2009.— 512 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/12927>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю.

2. Векторная алгебра, аналитическая геометрия и элементы линейной алгебры [Электронный ресурс]: варианты расчетного задания/ — Электрон. текстовые данные.— М.: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2014.— 64 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/23720>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю.

3. Редькин, Г. М. Алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие / Г. М. Редькин, А. С. Горлов, Е. И. Красюкова. — Белгород: Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, ЭБС АСВ, 2018. — 124 с. — ISBN 2227-8397. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/92236.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

4. Ледовская, Е. В. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Сборник задач : практикум / Е. В. Ледовская. — Москва : Московская государственная академия водного транспорта, 2017. — 100 с. — ISBN 2227-8397. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/76710.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

## **7.2 Дополнительная литература**

1. Красоленко Г.В. Аналитическая геометрия. Векторная алгебра. Теория пределов [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Красоленко Г.В., Сванидзе Н.В., Якунина Г.В.— Электрон. текстовые данные.— СПб.: Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2014.— 116 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/30002>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю.

2. Березина Н.А. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Березина Н.А.— Электрон. текстовые данные.— Саратов: Научная книга, 2012.— с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/6293>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю.

3. Елькин, А. Г. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие / А. Г. Елькин. — Саратов: Вузовское образование, 2018. — 95 с. — ISBN 978-5-4487-0325-6. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/77939.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

## **8 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

1. <http://window.edu.ru> – Единое окно доступа к образовательным ресурсам.
2. <http://elibrary.ru/> – Научная Электронная Библиотека eLibrary.
3. <http://cyberleninka.ru/> – КиберЛенинка — научная электронная библиотека.
4. <http://www.intuit.ru> – Национальный открытый университет «ИНТУИТ».

## **9 Перечень информационных технологий, необходимых для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

### **9.1 Перечень необходимого ежегодно обновляемого лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства**

1. Пакет офисных приложений «МойОфис».

### **9.2 Перечень необходимых современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем**

Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы не требуются.