МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук
Кафедра прикладной математики и информатики

Утверждено на заседании кафедры
«Прикладная математика и информатика»
24 января 2022 г., протокол № 5

Заведующий кафедрой
_________________________М.В. Грязев

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ) ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

«Математический анализ»

основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы бакалавриата

по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика

с направленностью (профилем)
Прикладная математика и информатика

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 010302-01-22

Тула 2022 год

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ
фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Разработчик:

Иванов В.И., профессор каф. ПМиИ, д.ф.-м.н., профессор

(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)

1. Описание фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Фонд оценочных средств (оценочные материалы) включает в себя контрольные задания и (или) вопросы, которые могут быть предложены обучающемуся в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю). Указанные контрольные задания и (или) вопросы позволяют оценить достижение обучающимся планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), установленных в соответствующей рабочей программе дисциплины (модуля), а также сформированность компетенций, установленных в соответствующей общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

Полные наименования компетенций и индикаторов их достижения представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

2. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

Пятый семестр

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

1. Сумма функционального ряда непрерывна на отрезке, если

1) он сходится всюду на отрезке;

2) он сходится равномерно на отрезке;

3) все слагаемые непрерывные функции и он сходится равномерно на отрезке.

2. Сумма функционального ряда непрерывно дифференцируема на отрезке, если

1) все слагаемые непрерывно-дифференцируемые функции и ряд сходится равномерно на отрезке;

2) все слагаемые непрерывно-дифференцируемые функции и ряд и почленно продифференцированный ряд сходятся равномерно на отрезке;

3) ряд и почленно продифференцированный ряд сходятся равномерно на отрезке.

3. Несобственный интеграл, зависящий от параметра, определяет непрерывную функцию на отрезке, если

1) он сходится всюду на отрезке;

2) он сходится равномерно на отрезке;

3) подинтегральная функция непрерывная и он сходится равномерно на отрезке.

4. Несобственный интеграл, зависящий от параметра, определяет непрерывно-дифференцируемую функцию на отрезке, если

1) подинтегральная функция непрерывная и интеграл сходится равномерно на отрезке;

2) подинтегральная функция и ее производная по параметру непрерывные и интеграл сходится равномерно на отрезке;

3) подинтегральная функция и ее производная по параметру непрерывные и интеграл, и интеграл от производной подинтегральной функции по параметру сходятся равномерно на отрезке.

5. Какова асимптотика гамма-функции $\Gamma(s)$ на $+\infty$:

1) $\Gamma(s+1) \sim (\frac{s}{e})^s$,

2) $\Gamma(s+1) \sim \sqrt{2\pi s}(\frac{s}{e})^s$,

3) $\Gamma(s+1) \sim \sqrt{2\pi s}(s)^s$.

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.1)

1. Векторное поле является соленоидальным, если

1) его ротор равен нулю;
2) его дивергенция равна нулю;
3) его циркуляция равна нулю.

2. Векторное поле будет соленоидальным, если оно является
1) градиентом скалярного поля;
2) дивергенцией векторного поля;
3) ротором векторного поля.

3. Векторное поле является потенциальным, если
1) его ротор равен нулю;
2) его дивергенция равна нулю;
3) его поток через замкнутую поверхность равен нулю.

4. Векторное поле будет потенциальным, если оно является
1) градиентом скалярного поля;
2) дивергенцией векторного поля;
3) ротором векторного поля.

5. Векторное поле будет гармоническим, если
1) его ротор и дивергенция равны нулю;
2) его ротор и циркуляция равны нулю;
3) его дивергенция и поток через замкнутую поверхность равны нулю.

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

1. Исследовать равномерную сходимость последовательности функций $f_n(x) = x^n - x^{n+1}$ на отрезке $[0, 1]$.
2. Исследовать равномерную сходимость функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+x^2}$ на отрезке $[0, 1]$.
3. Найти область поточечной сходимости несобственного интеграла, зависящего от параметра, $\int_0^{\infty} \frac{(sinx)^2}{x^p} dx$.
4. Указать промежутки, на которых предыдущий интеграл сходится равномерно.
5. Вычислить интеграл $\int_0^{\infty} \frac{arctgx - arctg2x}{x} dx$.

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.2)

1. Найти работу векторного поля F вдоль кривой L, если $F = (2xy, x^2)$ и L есть наименьшая дуга окружности $x^2 + y^2 = 1$ от точки $A(1, 0)$ до точки $B(0, 1)$.
2. Вычислить поверхностный интеграл второго рода
$$\iint_S (xz^2 + y^2)dydz + (yx^2 + z^2)dzdx + (zy^2 + x^2)dxdy,$$
где $S -$ часть внешней стороны конуса $1 - z = \sqrt{x^2 + y^2}, z \geq 0$.
3. Найти площадь части стороны конуса $1 - z = \sqrt{x^2 + y^2}, z \geq 0$.
4. Найти поток векторного поля $F = (x, y, z)$ через часть плоскости $P\colon\ x + y + z = 1$, расположенную в первом октанте (нормаль к плоскости образует тупой угол с осью Oz.
5. Проверить, является ли векторное поле $F = (2xy,\ x^2 + 1)$ потенциальным, и если да, то найти его потенциал.

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)

1. Исследовать равномерную сходимость последовательности функций $f_n(x) = x^n -$

x^{2n} на отрезке $[0,1]$.

2. Исследовать равномерную сходимость функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x}{1+n^2x^2}$ на отрезке $[0,1]$.
3. Найти область поточечной сходимости несобственного интеграла, зависящего от параметра, $\int_0^{\infty}\frac{sinx}{x^p+\sqrt{x}}dx$.
4. Указать промежутки, на которых предыдущий интеграл сходится равномерно.
5. Дана 6-периодическая функция, определенная на периоде $[-3,3)$ зависимостью $y=-2x+3$. Найти коэффициенты a_n ее ряда Фурье

   1) a_0=6, $a_n=0$; 2) a_0=3, $a_n=\frac{1}{n}$; 3) a_0=1, $a_n=\frac{(-1)^n}{n}$.

   Найти коэффициенты b_n ее ряда Фурье

   1) $b_n=0$; 2) $\frac{(-1)^{n+1}}{\pi n}$; 3) $a_n=\frac{12(-1)^n}{\pi n}$.

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.3)

1. Найти циркуляцию векторного поля $F=(x,x,z)$ вдоль кривой $L=\{(x,y,z)\colon x^2+y^2+z^2=1,\ x+y+z=1\}$, положительно ориентированной на верхней стороне плоскости.
2. Найти поток векторного поля $F=(6x-cosy,e^x+z,2y-3z)$ через внешнюю сторону замкнутой поверхности $S\colon x^2+y^2=1, z=1, z=2$.
3. Найти площадь замкнутой поверхности $S\colon x^2+y^2=1, z=1, z=2$.
4. Проверить, является ли векторное поле $F=(cosy,-xsiny)$ потенциальным, и если да, то найти его потенциал.
5. Записать оператор Лапласа в цилиндрических координатах.

3. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Пятый семестр

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

1. Наилучшее среднеквадратичное приближение. Существование, единственность и критерий элемента наилучшего среднеквадратичного приближения.

2. Базисность, замкнутость и полнота ортонормированной системы. Равенство Парсеваля.

3. Теоремы Вейерштрасса о равномерной замкнутости тригонометрических полиномов и алгебраических многочленов.

4. Теорема Вейерштрасса-Стоуна.

5. Прямое и обратное преобразования Фурье.

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.1)

1. Формула Грина.

2. Формула Гаусса-Остроградского.

3. Формула Стокса.

4. Вторая формула Грина

5. Площадь поверхности в $\mathbf{R}^3$.

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

1. Исследовать равномерную сходимость последовательности функций $f_n(x) = nx(1-x)^n$ на отрезке $[0,1]$.
2. Исследовать равномерную сходимость функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^2}{(1+x^2)^n}$ на отрезке $[0,1]$.
3. Найти область поточечной сходимости несобственного интеграла, зависящего от параметра, $\int_0^{\infty}\frac{sinx}{x^p+x^{4/3}}dx$.
4. Указать промежутки, на которых предыдущий интеграл сходится равномерно.
5. Вычислить интеграл $\int_0^1\frac{\ln(1-x^2/4)}{\sqrt{1-x^2}}dx$.

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.2)

1. Найти работу векторного поля F вдоль кривой L, если $F = (x+3y+2z, 2x+z, x-y)$ и L есть треугольник $ABCA$ с вершинами в точках $A(2,0,0)$, $B(0,3,0)$, $C(0,0,1)$.
2. Найти поток векторного поля $F = (x, 2y, z)$ через часть плоскости P: $x+2y+z = 1$, расположенную в первом октанте (нормаль к плоскости образует острый угол с осью Oz.
3. Найти площадь поверхности P из предыдущей задачи.
4. Проверить, является ли векторное поле $F = (y+z, x+z, x+y)$ потенциальным, и если да, то найти его потенциал.
5. Записать оператор Лапласа в полярных координатах.

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)

1. Исследовать равномерную сходимость последовательности функций $f_n(x) = \sqrt{n}xe^{-nx}$ на интервале $[0,\infty)$.
2. Исследовать равномерную сходимость функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{cosnx}{n(\ln(n+1))^2}$ на отрезке $[0,2\pi]$.
3. Найти область поточечной сходимости несобственного интеграла, зависящего от параметра, $\int_0^{\infty}\frac{sinx}{x^p}dx$.
4. Указать промежутки, на которых предыдущий интеграл сходится равномерно.
5. Дана 6-периодическая функция, определенная на периоде $[-3,3)$ зависимостью $y = -2x+3$. Указать наличие равномерной и поточечной сходимости на периоде; знчения, к которым сходится ряд в точках разрыва:

1) равномерной сходимости нет, поточечно сходится всюду, в точке разрыва $x = -3$ сходится к 3;
2) равномерная сходимость всюду, поточечно сходится всюду, в точке разрыва $x = -3$ сходится к 3;
3) равномерной сходимости нет, поточечно сходится всюду, в точке разрыва $x = -3$ сходится к 0.

Оценить скорость убывания величины наилучшего среднеквадратичного приближения порядка n:

$$1)\ O\left(\frac{1}{n}\right),\quad 2)\ O\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right),\quad 3)\ O\left(\frac{1}{n^{3/2}}\right).$$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-3.3)

1. Найти циркуляцию векторного поля $F = (xy, yz, xz)$ вдоль кривой $L =$

$\{(x, y, z): x^2 + y^2 = 1,\ x + y + z = 1\}$, положительно ориентированной на верхней стороне плоскости.

2. Найти поток векторного поля $F = (x^2 + yz, y^2 + xz, z^2 + xy)$ через внешнюю сторону замкнутой поверхности $S: x^2 + y^2 + z^2 = 16,\ z = 0\ (z \geq 0)$.
3. Найти площадь поверхности S из предыдущей задачи.
4. Проверить, является ли векторное поле $F = ((y + 1)^2, 2x(y + 1))$ потенциальным, и если да, то найти его потенциал.
5. Записать оператор Лапласа в сферических координатах.