МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук
Кафедра «Прикладная математика и информатика»

Утверждено на заседании кафедры
«Прикладная математика и информатика»
24 января 2022 г., протокол № 5

Заведующий кафедрой
______________________________М.В. Грязев

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ) ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

«Дискретные и вероятностные математические модели»

**основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы магистратуры**

по направлению подготовки
01.04.02 Прикладная математика и информатика

с профилем
**Перспективные методы искусственного интеллекта
в сетях передачи и обработки данных**

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 010402-01-22

Тула 2022 год

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ
фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Разработчик:

Баранов В.П., профессор кафедры ПМиИ, д.т.н., доцент	
(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)	*(подпись)*

1. Описание фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Фонд оценочных средств (оценочные материалы) включает в себя контрольные задания и (или) вопросы, которые могут быть предложены обучающемуся в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю). Указанные контрольные задания и (или) вопросы позволяют оценить достижение обучающимся планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), установленных в соответствующей рабочей программе дисциплины (модуля), а также сформированность компетенций, установленных в соответствующей общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

Полные наименования компетенций и индикаторов их достижения представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

2. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.1)

1. Какое высказывание наиболее точно определяет понятие «модель»:
   1) точная копия оригинала;
   2) оригинал в миниатюре;
   3) образ оригинала с наиболее присущими ему свойствами;
   4) начальный замысел будущего объекта?
2. Компьютерное моделирование – это:
   1) процесс построения модели компьютерными средствами;
   2) процесс исследования объекта с помощью его компьютерной модели;
   3) построение модели на экране компьютера;

4) решение конкретной задачи с помощью компьютера.

3. Вербальной моделью является:
   1) модель автомобиля;
   2) сборник правил дорожного движения;
   3) формула закона всемирного тяготения;

4) номенклатура списка товаров на складе.

4. Дискретная модель роста популяций, ограниченная внутривидовой конкуренцией:

1) $N_{t+1} = R \cdot N_t$; 2) $N_t = R \cdot N_{t+1}$;

3) $N_{t+1} = R \cdot N_t + R \cdot N_{t+1}$; 4) $N_{t+1} = R \cdot N_t / [1 + (a \cdot N_t)^b]$.

5. Модель межвидовой конкуренции «хищник-жертва»:

1) $dN_1 / dt = r \cdot N_1 - a \cdot N_1 \cdot N_2$; $dN_2 / dt = b \cdot N_1 - q \cdot N_2$;

2) $dN_1 / dt = r \cdot N_1 - a \cdot N_1 \cdot N_2$; $dN_2 / dt = a \cdot b \cdot N_1 - q \cdot N_2$;

3) $dN_1 / dt = r \cdot N_1 \cdot (N_1 - N_2 - a \cdot N_2)$;
$dN_2 / dt = a \cdot N_2 \cdot (N_2 - N_1 - q \cdot N_1)$;

4) $dN_1 / dt = r \cdot N_1 - a \cdot N_2$; $dN_2 / dt = b \cdot N_1 - q \cdot N_2$.

6. Модель межвидовой конкуренции для случая двух популяций:

1) $dN_1 / dt = r_1 \cdot N_1$; $dN_2 / dt = r_2 \cdot N_2$.

2) $dN_1/dt = r_1 \cdot N_1 \cdot (K_1 - \alpha_{12} \cdot N_1)/K_1$;
$dN_2/dt = r_2 \cdot N_2 \cdot (K_2 - \alpha_{21} \cdot N_2)/K_2$;

3) $dN_1/dt = r_1 \cdot N_1 \cdot (K_1 - N_1 - \alpha_{12} \cdot N_1)/K_1$;
$dN_2/dt = r_2 \cdot N_2 \cdot (K_2 - N_2 - \alpha_{21} \cdot N_2)/K_2$;

4) $dN_1/dt = r_1 \cdot N_1 \cdot (K_1 - N_2)/K_1$; $dN_2/dt = r_2 \cdot N_2 \cdot (K_2 - N_1)/K_2$.

7. Совместная вероятность определяется соотношением:
1) $P(A \bigcap B) = P\{(\omega \in A) \wedge (\omega \in B)\}$;
2) $P(A \bigcap B) = P\{(\omega \in A) \vee (\omega \in B)\}$;
3) $P(A \bigcup B) = P\{(\omega \in A) \wedge (\omega \in B)\}$;
4) $P(A \bigcap B) = P\{(\omega \in A) \setminus (\omega \in B)\}$.

8. Условная вероятность определяется соотношением:
1) $P(A|B) = P(A \bigcup B)/P(B)$;
2) $P(A|B) = P(A \bigcap B)/P(B)$;
3) $P(A|B) = P(A \bigcap B)/P(A)$;
4) $P(A|B) = P(A \setminus B)/P(B)$.

9. Если события A и B независимы, то:
1) $P(A \bigcap B) = P(A) + P(B)$;
2) $P(A \bigcap B) = P(A) - P(B)$;
3) $P(A \bigcap B) = P(A) \cdot P(B)$;
4) $P(A \bigcap B) = P(A)/P(B)$.

10. Дисперсия переменной X определяется выражением:
1) $D\{X\} = \left\langle [X - \langle X \rangle^2] \right\rangle$;
2) $D\{X\} = \left\langle [X - \langle X \rangle]^2 \right\rangle$;
3) $D\{X\} = \left\langle [X^2 - \langle X \rangle^2] \right\rangle$;
4) $D\{X\} = \left\langle [X^2 - \langle X^2 \rangle] \right\rangle$.

11. К стохастическим моделям относится:
1) модель движения тела, брошенного под углом к горизонту;
2) модель броуновского движения;
3) модель таяния кусочка льда в стакане;
4) модель обтекания газом крыла самолета.

12. Последовательность этапов моделирования:
1) цель, объект, модель, метод, алгоритм, программа, эксперимент, анализ, уточнение;
2) цель, модель, объект, алгоритм, программа, эксперимент, уточнение выбора объекта;
3) объект, цель, модель, эксперимент, программа, анализ, тестирование;
4) объект, модель, цель, алгоритм, метод, программа, эксперимент.

13. Индуктивное моделирование предполагает:
1) гипотетическое описание модели;
2) решение задачи методом индукции;
3) решение задачи дедуктивным методом;
4) построение модели как частного случая глобальных законов природы.

14. Уравнение Чепмена-Колмогорова для непрерывного процесса имеет вид:

1) $p(x_1,t_1 \mid x_3,t_3) = \int p(x_1,t_1 \mid x_2,t_2)\, p(x_2,t_2 \mid x_3,t_3) dx_2$;

2) $p(x_1,t_1 \mid x_2,t_2) = \int p(x_1,t_1 \mid x_3,t_3)\, p(x_2,t_2 \mid x_3,t_3) dx_3$;

3) $p(x_1,t_1 \mid x_2,t_2) = \int p(x_1,t_1 \mid x_2,t_2)\, p(x_2,t_2 \mid x_3,t_3) dx_2$;

4) $p(x_1,t_1 \mid x_3,t_3) = \int p(x_1,t_1 \mid x_2,t_2)\, p(x_1,t_1 \mid x_3,t_3) dx_2$.

15. Эмпирический закон Херста для анализа временных рядов имеет вид:

1) $S/R = (\tau/2)^H$;

2) $R/S = (\tau/2)^H$;

3) $R/S = \tau^{H/2}$;

4) $S/R = \tau^{H/2}$.

16. Для броуновского движения показатель Херста H

1) $H = 1$;

2) $H = 0$;

3) $H > 0,5$;

4) $H = 0,5$.

17. Случайный процесс называется персистентным, если

1) имеет место долговременная статистическая зависимость;

2) отсутствует долговременная статистическая зависимость;

3) имеет независимые значения и конечную дисперсию;

4) автокорреляционная функция равна нулю.

18. Для персистентного случайного процесса показатель Херста H

1) $H = 1$;

1) $H = 0$;

2) $H > 0,5$;

4) $H < 0,5$.

19. Среднеквадратичный предел для функции $G(t)$ и винеровского процесса $W(t)$, равный $ms - \lim\limits_{n\to\infty} \left\{ \sum\limits_{i=1}^{n} G(t_{i-1})[W(t_i) - W(t_{i-1})] \right\}$, называется

1) стохастическим интегралом Стратоновича и обозначается $S\int\limits_{t_0}^{t} G(t')dW(t')$;

2) стохастическим интегралом Ито и обозначается $\int\limits_{t_0}^{t} G(t')dW(t')$;

3) интеграл Римана–Стилтьеса и обозначается $\int\limits_{t_0}^{t} G(t')dW(t')$;

4) интеграл Лебега и обозначается $\int\limits_{t_0}^{t} G(t')dW(t')$.

20. Среднеквадратичный предел для функции $G(t)$ и винеровского процесса $W(t)$, равный $ms - \lim\limits_{n\to\infty} \left\{ \sum\limits_{i=1}^{n} G\left[\frac{x(t_i) + x(t_{i-1})}{2}, t_{i-1} \right] [W(t_i) - W(t_{i-1})] \right\}$, называется

1) стохастическим интегралом Стратоновича и обозначается $S\int\limits_{t_0}^{t} G(t')dW(t')$;

2) стохастическим интегралом Ито и обозначается $\int\limits_{t_0}^{t} G(t')dW(t')$;

3) интеграл Римана–Стилтьеса и обозначается $\int_{t_0}^{t} G(t')dW(t')$;

4) интеграл Лебега и обозначается $\int_{t_0}^{t} G(t')dW(t')$.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.2)

1. Приведите процедуру построения и вычислите фрактальную размерность канторовского множества.
2. Сформулируйте эмпирический закон Херста и приведите примеры его использования для стохастических процессов.
3. Приведите примеры стохастических процессов, которые можно описать с помощью розового шума.
4. Приведите алгоритм мультифрактального флуктуационного анализа самоподобных временных рядов.
5. Укажите виды эволюции численности популяций в модели внутривидовой конкуренции и приведите их схематическое изображение.
6. Понятие случайного процесса. Совместные и условные плотности вероятностей. Сепарабельный стохастический процесс.
7. Дифференциальное уравнение Чепмена – Колмогорова и его скачкообразная, трендовая и диффузионная составляющие.
8. Примеры марковских процессов Винеровский процесс. Уравнение Фоккера-Планка для винеровского процесса и его решение с помощью характеристической функции.
9. Примеры марковских процессов. Процесс Орнштейна – Уленбека.
10. Приведите процедуру построения и вычислите фрактальную размерность губки Мегера.
11. Приведите классификацию и примеры стохастических процессов по степени устойчивости.
12. Сформулируйте основы построения стохастической модели Ланжевена броуновского движения.
13. Приведите алгоритм моделирования одномерного случайного блуждания.
14. Приведите результаты конкуренции в логистической модели Лотки-Вольтерра, используя метод изоклин.
15. Сформулируйте основы стохастического подхода к описанию процессов рождения-гибели. Приведите пример управляющего стохастическог уравнения для системы»хищник-жертва».
16. Диффузионные процессы. Уравнение Фоккера-Планка.
17. Примеры марковских процессов. Одномерные случайные блуждания.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.3)

1. Выберите из предлагаемого списка этапы моделирования, ранжируйте и обоснуйте последовательность выбранных этапов.

   1) цель, 2) объект, 3) модель, 4) метод, 5) алгоритм, 6) программа,

7) эксперимент, 8) тестирование; 9) анализ, 10) уточнение.

2. Смоделировать случайный процесс с независимыми значениями на компьютере, используя генератор случайных чисел, который выбирает -1 или +1 с равной вероятностью. Считать, что «орлы» соответствуют +1. Значения параметров: $n = 10,\ \tau = 2500$. Построить зависимость $\xi(t)$, соединив линиями точки $(t,\ \xi(t))$ и $((t-1),\ \xi(t-1))$, $t = 1,\ ...,\ 2499$. Построить зависимость $X(t)$ накопленного отклонения от среднего, соединив линиями отдельные точки $(t,\ X(t))$, представляющие собой запись набора значений, принимаемых случайной переменной. Построить в двойном логарифмическом масштабе зависимость $R/S = f(\tau)$. Выполнить аппроксимацию наблюдаемых значений R/S зависимостью $R/S = (a\tau)^H$ и определить значения a и H. На том же графике построить в двойном логарифмическом масштабе зависимость (6) и проанализировать полученные результаты.

3. Изучить характер эволюции популяции, описываемой моделью внутривидовой конкуренции, при заданных значениях параметров $a,\ R,\ N_0$ в зависимости от значения параметра b в диапазоне $b_1 \le b \le b_2$. Установить наличие или отсутствие качественных различий в характере эволюции в зависимости от значения параметра b.

4. Реализовать моделирование межвидовой конкуренции по формулам при заданных значениях параметров r_1, r_2, K_1, K_2, α_{12}, α_{21}. Проанализировать зависимость судьбы популяций от соотношения значений их начальной численности N_1^0 и N_2^0.

5. Провести моделирование динамики численности популяций в системе «хищник-жертва» при заданных значениях параметров $r,\ a,\ f,\ N_0$, C_0. Проанализировать зависимость результатов моделирования от значения параметра q в диапазоне $q_1 \le q \le q_2$.

6. Модель «хищник-жертва» предсказывает сопряженные колебания численности жертв и хищников. Исследовать зависимость запаздывания амплитуд колебаний численности хищников от амплитуд колебаний численности жертв в зависимости от значений параметра q. Значения остальных параметров фиксировать по усмотрению.

7. Провести моделирование распространения эпидемии. Установить скорость увеличения числа больных и интервалы времени возрастания и убывания скорости заболевших.

8. Ранжируйте следующие множества по возрастанию их фрактальной размерности. Укажите основные способы определения фрактальной размерности.

1) снежинка Коха; 2) канторовское множество; 3) салфетка Серпинского;

4) ковер Серпинского; 5) губка Менгера.

9. Изучить характер эволюции популяции, описываемой моделью внутривидовой конкуренции, при заданных значениях параметров b, $R,\ N_0$ в зависимости от значения параметра a в диапазоне $a_1 \le a \le a_2$. Установить наличие или отсутствие качественных различий в характере эволюции в зависимости от значения параметра a.

10. Для модели внутривидовой конкуренции в фазовой плоскости (b, R) найти границы зон, разделяющих режим колебательного установления стационарной численности популяции изучаемой системы и режим устойчивых предельных циклов.

3. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Испытание промежуточной аттестации студента по дисциплине проводится в форме письменного ответа и предусматривает возможность последующего собеседования.

Каждый билет включает 2 контрольных вопроса, осуществляющих в совокупности проверку знаний, умений и владений.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.1)

1. Математической моделью является:
1) модель автомобиля;
2) сборник правил дорожного движения;
3) формула закона всемирного тяготения;
4) номенклатура списка товаров на складе.

2. Информационной моделью является:
1) модель автомобиля;
2) сборник правил дорожного движения;
3) формула закона всемирного тяготения;
4) номенклатура списка товаров на складе.

3. К детерминированным моделям относится:
1) модель случайного блуждания частицы;
2) модель формирования очереди;
3) модель свободного падения тела в среде с сопротивлением;
4) модель игры «орел-решка».

4. Условная плотность вероятности марковского случайного процесса удовлетворяет условию:
1) $p(x_1,t_1;\ x_2,t_2;\ ...|\ y_1,\tau_1;\ y_2,\tau_2;\ ...) = p(x_1,t_1;\ x_2,t_2;\ ...|\ y_1,\tau_1;\ y_2,\tau_2)$;
2) $p(x_1,t_1;\ x_2,t_2;\ ...|\ y_1,\tau_1;\ y_2,\tau_2;\ ...) = p(x_1,t_1;\ x_2,t_2;\ ...|\ y_1,\tau_1)$;
3) $p(x_1,t_1;\ x_2,t_2;\ ...|\ y_1,\tau_1;\ y_2,\tau_2;\ ...) = p(x_1,t_1|\ y_1,\tau_1;\ y_2,\tau_2;\ ...)$;
4) $p(x_1,t_1;\ x_2,t_2;\ ...|\ y_1,\tau_1;\ y_2,\tau_2;\ ...) = p(x_1,t_1|\ y_1,\tau_1)$.

5. Согласно модели броуновского движения Эйнштейна, среднее перемещение частицы равно (D – коэффициент диффузии):
1) $\sqrt{Dt}$
2) $2\sqrt{Dt}$
3) $\sqrt{2Dt}$;
4) $2D\sqrt{t}$.

6. Первым примером стохастического дифференциального уравнения является:
1) уравнение Чепмена — Колмогорова;
2) уравнение Фоккера — Планка;
3) уравнение Ланжевена;
4) уравнение Лиувилля.

7. Формула $G(\tau) = \lim\limits_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int\limits_0^T x(t)x(t+\tau)dt$ определяет:
1) спектральную плотность;
2) автокорреляционную функцию;
3) интеграл Стратоновича;
4) интеграл Ито.

8. Формула $S(\omega) = \lim\limits_{T\to\infty} \frac{1}{2\pi T} \left| \int\limits_0^T e^{-i\omega t} x(t)dt, \right|^2$. определяет:
1) спектральную плотность;
2) автокорреляционную функцию;

3) интеграл Стратоновича;

4) интеграл Ито.

9. Процессы называются эргодическими, если

1) все его вероятностные характеристики усреднены по множеству возможных реализаций;

2) все его вероятностные характеристики усреднены за достаточно большой промежуток времени для одной реализации процесса;

3) среднее по времени равно среднему по множеству возможных реализаций;

4) все его вероятностные характеристики постоянны.

10. Уравнение Чепмена-Колмогорова для дискретного процесса имеет вид:

1) $P(n_1,t_1\,|\,n_3,t_3)=\sum_{n_2} P(n_1,t_1\,|\,n_2,t_2)P(n_2,t_2\,|\,n_3,t_3)$;

2) $P(n_1,t_1\,|\,n_2,t_2)=\sum_{n_3} P(n_1,t_1\,|\,n_3,t_3)P(n_2,t_2\,|\,n_3,t_3)$;

3) $P(n_1,t_1\,|\,n_2,t_2)=\sum_{n_3} P(n_1,t_1\,|\,n_2,t_2)P(n_2,t_2\,|\,n_3,t_3)$;

4) $P(n_1,t_1\,|\,n_3,t_3)=\sum_{n_2} P(n_1,t_1\,|\,n_2,t_2)P(n_1,t_1\,|\,n_3,t_3)$.

11. Дедуктивное моделирование предполагает:

1) гипотетическое описание модели;

2) решение задачи методом индукции;

3) решение задачи дедуктивным методом;

4) построение модели как частного случая глобальных законов природы.

12. Компьютерный эксперимент – это:

1) решение задачи на компьютере;

2) исследование модели с помощью компьютерной программы;

3) подключение компьютера для обработки физических экспериментов;

4) автоматизированное управление физическим экспериментом.

13. Дискретная модель численности популяции, зависящей в основном от чистой скорости воспроизводства (без учета внутривидовой конкуренции):

1) $N_{t+1}=R\cdot N_t$; 2) $N_t=R\cdot N_{t+1}$;

3) $N_{t+1}=R\cdot N_t+R\cdot N_{t+1}$; 4) $N_t=R\cdot N_t/(1+N_t)$.

14. Самым удобным с практической точки зрения получения случайных чисел на ЭВМ является метод

1) таблиц;

2) датчиков;

3) псевдослучайных чисел.

15. Моделированием случайной величины называют

1) вычисление ее вероятностных характеристик;

2) преобразования, позволяющие с помощью случайных чисел вычислить любое ее значение;

3)произвольное задание ее значений случайными числами.

16. Из нижеперечисленных методов Монте-Карло вычисления определенных интегралов самым точным является

1) простейший метод;

2) геометрический метод ;

3) выделения главной части;

4) симметризации подынтегральной функции.

17. Стохастическое дифференциальное уравнение $\frac{dx}{dt} = a(x,t) + b(x,t)\xi(t)$ называется

1) уравнением Чепмена — Колмогорова;
2) уравнением Фоккера — Планка;
3)уравнением Ланжевена;
4) уравнением Лиувилля.

18. Стохастическое дифференциальное уравнение
$dx(t) = a[(x(t),t]dt + b[(x(t),t]dW(t)$ называется

1) уравнением Стратоновича;
2) уравнением Фоккера — Планка;
3)уравнением Ланжевена;
4) уравнением Ито.

19. Стохастическое дифференциальное уравнение
$\frac{\partial f(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}[A(x,t)f(x,t)] + \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}[B(x,t)f(x,t)]$ называется

1) уравнением Стратоновича;
2) уравнением Фоккера — Планка;
3)уравнением Ланжевена;
4) уравнением Ито.

20. Марковский случайный процесс называется однородным, для которого

1) все переходные вероятности равны;
2) переходные вероятности остаются постоянными;
3) последовательность переходных вероятностей сходится;
4) выполняется условие эргодичности.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.2)

1. Приведите процедуру построения снежинки Коха и вычислите ее фрактальную размерность.
2. Сформулируйте эмпирический закон Херста и приведите примеры его использования для моделирования случайных рядов.
3. Приведите примеры стохастических процессов, которые можно описать с помощью черного шума.
4. Сформулируйте основы построения стохастической модели Эйнштейна броуновского движения.
5. Какие режимы эволюции взаимодействующих популяций предсказывает логистическая модель межвидовой конкуренции?
6. Понятие марковского процесса. Условия Маркова. Уравнение Чепмена-Колмогорова в интегральной форме.
7. Скачкообразные процессы. Уравнение Колмогорова – Феллера.
8. Свойства винеровского процесса. Нерегулярность, недифференцируемость и независимость траекторий. Автокорреляционная функция.
9. Примеры марковских процессов. Случайный телеграфный процесс.
10. Приведите процедуру построения и вычислите фрактальную размерность снежинки Коха.

11. Приведите примеры стохастических процессов, которые можно описать с помощью коричневого шума.

12. Приведите обоснование того, что уравнение Ланжевена можно считать первым примером стохастического дифференциального уравнения.

13. Дайте определение обобщенному броуновскому движению. Укажите связь между персистентностью случайного процесса и показателем Херста.

14. Приведите схематическое изображение динамики системы «хищник-жертва» для непрерывной модели.

15. Постройте алгоритм реализации стохастической модели дробового шума в радиоэлектронных устройствах.

16. Детерминированные процессы. Уравнение Лиувилля.

17. Примеры марковских процессов. Процесс Пуассона.

Перечень контрольных заданий и вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-3 (контролируемый индикатор достижения компетенции – ОПК-3.3)

1. Проанализируйте с помощью критериев χ^2 и ω^2 методы Неймана, Лемера и Коробова получения равномерно распределенных на интервале [0, 1] псевдослучайных точек. Укажите достоинства и недостатки каждого из этих методов.

2. Рассчитать броуновскую функцию $B_H(t)$ и построить ее график при следующих значениях параметров: $H = 0{,}5$; $M = 2500$; $n = 8$. Рассчитать и построить графики приращения броуновской функции (фрактального шума) $\Delta B_H(t) = B_H(t) - B_H(t-1)$ для разных показателей Хёрста: $H = 0{,}5;\ 0{,}7;\ 0{,}9$ ($M = 2500$; $n = 8$). Построить графики броуновской функции $B_H(t)$ при $B_H(0) = 0$ и значениях параметров, приведенных в п. 2. Обосновать аномально большие отклонения броуновской функции от начала координат при $H > 0{,}5$ с помощью дисперсии приращений. Построить фрактальную броуновскую кривую «побед и поражений».

3. Изучить характер эволюции популяции, описываемой моделью внутривидовой конкуренции, при заданных значениях параметров a, b, N_0 в зависимости от значения параметра R в диапазоне $R_1 \le R \le R_2$. Установить наличие или отсутствие качественных различий в характере эволюции в зависимости от значения параметра R.

4. Реализовать моделирование межвидовой конкуренции по формулам (1) при заданных значениях параметров r_1, r_2, K_1, K_2, N_1^0, N_2^0. Проанализировать зависимость судьбы популяций от соотношения значений коэффициентов конкуренции α_{12} и α_{21}.

5. Провести моделирование динамики численности популяций в системе «хищник-жертва» при заданных значениях параметров a, f, q, N_0, C_0. Проанализировать зависимость результатов моделирования от значения параметра r в диапазоне $r_1 \le r \le r_2$.

6. Модель «хищник-жертва» предсказывает сопряженные колебания численности жертв и хищников. Исследовать зависимость запаздывания амплитуд колебаний численности хищников от амплитуд колебаний численности жертв в зависимости от значений параметра f. Значения остальных параметров фиксировать по усмотрению.

7. Предложите алгоритм моделирования случайных временных рядов на основе метода нормированного размаха (Херста). Укажите значение показателя Херста, если рассматривается случайный процесс с независимыми значениями и конечной дисперсией.

8. Применить метод R/S к анализу результатов численного моделирования функции $B_H(t)$. Построить в двойном логарифмическом масштабе зависимость $R/S = f(\tau)$ для фрактальной броуновской функции $B_H(t)$ с $H = 0,9$. На том же графике показать асимптотическую зависимость для гауссова процесса с независимыми приращениями $R/S = (\pi\tau/2)^{1/2}$. Выполнить аппроксимацию наблюдаемых значений R/S зависимостью $R/S = (a\tau)^H$ и определить значения a и H. Проанализировать полученные результаты.

9. Для модели внутривидовой конкуренции в фазовой плоскости (b, R) найти границы зон, разделяющих режимы монотонного и колебательного установления стационарной численности популяции изучаемой системы.

10. Построить в фазовой плоскости (N_1^0, N_2^0) границы зон, разделяющих какие-либо два режима эволюции конкурирующих популяций в соответствии с моделью Лоткт-Вольтерра. Остальные параметры модели выбрать произвольно. Учесть при этом, что режим устойчивого сосуществования популяций может быть реализован только при $\alpha_{12} \cdot \alpha_{21} < 1$.

11. Провести моделирование динамики численности популяций в системе «хищник жертва» при заданных значениях параметров r, f, q, N_0, C_0. Проанализировать зависимость результатов моделирования от значения параметра a в диапазоне $a_1 \le a \le a_2$.

12. Модель «хищник жертва» предсказывает сопряженные колебания численности жертв и хищников. Исследовать зависимость запаздывания амплитуд колебаний численности хищников от амплитуд колебаний численности жертв в зависимости от значений параметра r. Значения остальных параметров фиксировать по усмотрению.

13. Провести моделирование динамики численности популяций в системе «хищник-жертва» при заданных значениях параметров r, a, q, N_0, C_0. Проанализировать зависимость результатов моделирования от значения параметра f в диапазоне $f_1 \le f \le f_2$.

14. Модель «хищник-жертва» предсказывает сопряженные колебания численности жертв и хищников. Исследовать зависимость запаздывания амплитуд колебаний численности хищников от амплитуд колебаний численности жертв в зависимости от значений параметра a. Значения остальных параметров фиксировать по усмотрению.

15. Модель «хищник-жертва» предсказывает сопряженные колебания численности жертв и хищников. Исследовать зависимость запаздывания амплитуд колебаний численности хищников от амплитуд колебаний численности жертв в зависимости от соотношения значений начальных численностей популяций N_0 и C_0. Значения остальных параметров фиксировать по усмотрению.