


МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук  
Кафедра «Прикладная математика и информатика»

Утверждено на заседании кафедры  
«Прикладная математика и информатика»  
24 января 2022 г., протокол № 5

Заведующий кафедрой

 М.В. Грязев

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ) ДЛЯ  
ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И  
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО  
ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**«Функциональный анализ»**

**основной профессиональной образовательной программы  
высшего образования – программы магистратуры**

по направлению подготовки

**01.04.02 Прикладная математика и информатика**

с направленностью (профилем)

**Перспективные методы искусственного интеллекта  
в сетях передачи и обработки данных**

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 010402-01-22

Тула 2022 год

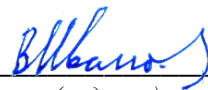
**ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ**  
**фонда оценочных средств (оценочных материалов)**

**Разработчик:**

Иванов В.И., проф. каф. ПМИИ, д.ф.-м.н., профессор

---

(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)



---

(подпись)

## 1 Описание фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Фонд оценочных средств (оценочные материалы) включает в себя контрольные задания и (или) вопросы, которые могут быть предложены обучающемуся в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю). Указанные контрольные задания и (или) вопросы позволяют оценить достижение обучающимся планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), установленных в соответствующей рабочей программе дисциплины (модуля), а также сформированность компетенций, установленных в соответствующей общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

Полные наименования компетенций и индикаторов их достижения представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

## 2 Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

### Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

1. Линейное множество будет линейным нормированным пространством, если в нем есть
  - 1) норма,
  - 2) метрика,
  - 3) неравенство треугольника
  - 4) скалярное произведение
2. Точка множества в линейном нормированном пространстве будет внутренней, если
  - 1) она изолированная,
  - 2) некоторое замкнутое подмножество, содержащее эту точку, лежит в множестве,
  - 3) некоторый открытый шар с центром в этой точке лежит в множестве,
  - 4) любой шар с центром в этой точке содержит точки множества
3. Множество в линейном нормированном пространстве будет открытым, если
  - 1) оно состоит из изолированных точек,
  - 2) оно состоит из внутренних точек,
  - 3) оно не является замкнутым,
  - 4) оно является дополнением к открытому множеству
4. Точка линейного нормированного пространства будет предельной для множества, если
  - 1) в любом открытом шаре с центром в этой точке есть точки множества.
  - 2) в любом замкнутом шаре с центром в этой точке есть точки множества,
  - 3) в любом открытом шаре с центром в этой точке есть точки множества, отличные от нее самой,
  - 4) в некотором замкнутом шаре с центром в этой точке есть точки множества, отличные от нее самой
5. Множество в линейном нормированном пространстве будет замкнутым, если
  - 1) оно содержит все свои предельные точки,
  - 2) оно состоит только из предельных точек,
  - 3) оно состоит только из изолированных точек,
  - 4) оно не является открытым
6. Замыкание множества в линейном нормированном пространстве — это
  - 1) наименьшее замкнутое множество, содержащее это множество,
  - 2) наибольшее замкнутое множество, содержащее это множество,
  - 3) дополнение к множеству,
  - 4) множество всех его предельных точек

7. Границей множества в линейном нормированном пространстве будет
- 1) множество всех его предельных точек,
  - 2) множество всех его изолированных точек,
  - 3) дополнение к множеству внутренних точек множества,
  - 4) множество точек, в любой окрестности которых есть как точки множества, так и его дополнения
8. Точка множества в линейном нормированном пространстве будет изолированной, если
- 1) она не является внутренней точкой множества,
  - 2) она не является граничной точкой множества,
  - 3) в некоторой ее окрестности нет других точек множества
  - 4) остальные точки множества образуют замкнутое подмножество
9. Открытые множества в линейном нормированном пространстве обладают свойствами:
- 1) любое их объединение открыто,
  - 2) любое их пересечение открыто,
  - 3) они являются дополнениями открытых множеств,
  - 4) у них есть изолированные точки
10. Замкнутые множества обладают свойствами:
- 1) любое их объединение открыто,
  - 2) любое их пересечение открыто,
  - 3) они являются дополнениями замкнутых множеств,
  - 4) у них есть внутренние точки

**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)**

1. Норма линейного оператора  $f: X \rightarrow Y$ , где
- $$Ax(t) = \begin{cases} x(t), & 0 \leq t \leq 1/2 \\ 0, & 1/2 \leq t \leq 1 \end{cases} : L_2[0,1] \rightarrow L_2[0,1]$$
- , равна
- 1)  $3/2$ ,
  - 2) 1,
  - 3) 2,
  - 4)  $1/2$
2. Норма линейного оператора  $f: X \rightarrow Y$ , где
- $$Ax(t) = \left(t - \frac{1}{2}\right)x(t) : C[0,1] \rightarrow C[0,1]$$
- равна
- 1)  $3/2$ ,
  - 2) 1,
  - 3) 2,
  - 4)  $1/2$
3. Норма линейного оператора  $f: X \rightarrow Y$ , где
- $$Ax = \left( \frac{1}{2}x_1, \frac{3}{4}x_2, \dots, \left(1 - \frac{1}{2n}\right)x_n, \dots \right) : l_2 \rightarrow l_2$$
- равна
- 1)  $3/2$ ,
  - 2) 1,
  - 3) 2,

4)  $1/2$ 

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & -3 & 0 \end{pmatrix} : l_1^3 \rightarrow l_1^3$$

4. Норма линейного оператора  $f : X \rightarrow Y$ , где , равна

- 1) 3,
- 2) 6,
- 3) 5,
- 4) 4

5. Норма линейного оператора  $f : X \rightarrow Y$ , где  $Ax(t) = 2x(t) - 3x\left(\frac{t}{2}\right) : C[0,1] \rightarrow C[0,1]$ , равна

- 1) 3,
- 2) 6,
- 3) 5,
- 4) 4

6. Отображение  $f$  является нормой в нормированном пространстве  $X$ , если

$$1) \quad X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(0)| + |x(1)| + \int_0^1 |x''(t)| dt,$$

$$2) \quad X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(0)| + |x(1)| + \|x''\|_{C[0,1]},$$

$$3) \quad X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(1)| + \|x''\|_{C[0,1]}$$

7. Отображение  $f$  является нормой в нормированном пространстве  $X$ , если

$$1) \quad X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(0)| + |x'(1)| + \|x''\|_{C[0,1]},$$

$$2) \quad X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(0)| + |x(1)| + \|x''\|_{C[0,1]},$$

$$3) \quad X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(1)| + \|x''\|_{C[0,1]}$$

8. Отображение  $f$  является нормой в нормированном пространстве  $X$ , если

$$1) \quad X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(0)| + \|x''(t)\|_{C[0,1]},$$

$$2) \quad X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(0)| + |x'(1)| + \|x''\|_{C[0,1]},$$

$$3) \quad X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(1)| + \|x''\|_{C[0,1]}$$

9. Отображение  $f$  является нормой в нормированном пространстве  $X$ , если

$$1) \quad X = C^1[0,1], \quad f(x) = \int_0^1 |x(t)| dt + \int_0^1 |x'(t)| dt,$$

- 2)  $X = C^2[0,1], f(x) = |x(0)| + \|x''\|_{C[0,1]},$   
 3)  $X = C^2[0,1], f(x) = |x(1)| + \|x''\|_{C[0,1]}$

10. Отображение  $f$  является нормой в нормированном пространстве  $X$ , если

- 1)  $X = C^1[0,1], f(x) = \int_0^1 |x(t)| dt + \|x'(t)\|_{C[0,1]},$   
 2)  $X = C^2[0,1], f(x) = |x(0)| + \|x''\|_{C[0,1]},$   
 3)  $X = C^1[0,1], f(x) = \int_0^1 |x(t)| dt + \int_0^1 |x'(t)| dt$

**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)**

1. Норма линейного оператора  $f: X \rightarrow Y$ , где  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \\ 0 & 4 & -2 \end{pmatrix}: l_\infty^3 \rightarrow l_1^3$ , равна
- 1) 12,  
 2) 13,  
 3) 14,  
 4) 15

2. Норма линейного оператора  $f: X \rightarrow Y$ , где  $Ax(t) = \left(t - \frac{1}{2}\right)x(t): L_2[0,1] \rightarrow L_2[0,1]$ , равна
- 1)  $3/2$ ,  
 2) 1,  
 3) 2,  
 4)  $1/2$

3. Норма линейного оператора  $f: X \rightarrow Y$ , где  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}: l_\infty^3 \rightarrow l_\infty^3$ , равна
- 1) 7,  
 2) 6,  
 3) 5,  
 4) 4

4. Норма линейного оператора  $f: X \rightarrow Y$ , где  $Ax(t) = x(t) + x(1-t) - 2x\left(\frac{1}{2}\right): C[0,1] \rightarrow C[0,1]$ , равна
- 1) 7,

- 2) 6,
- 3) 5,
- 4) 4

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} : l_1^3 \rightarrow l_\infty^3$$

5. Норма линейного оператора  $f : X \rightarrow Y$ , где  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} : l_1^3 \rightarrow l_\infty^3$ , равна
- 1) 3,
  - 2) 6,
  - 3) 5,
  - 4) 4
6. Система элементов гильбертова пространства называется ортонормированной, если она
- 1) нормированная,
  - 2) ортогональная,
  - 3) ортогональная и нормированная,
  - 4) равномерно ограниченная единицей
7. Всякая бесконечная ортогональная система в сепарабельном гильбертовом пространстве
- 1) замкнутая,
  - 2) полная,
  - 3) счетная,
  - 4) имеет мощность континуума
8. Подмножество в нормированном пространстве называется подпространством, если оно
- 1) линейное,
  - 2) плотное и линейное,
  - 3) выпуклое,
  - 4) замкнутое и линейное.
9. Два нормированных пространства называются изометричными, если
- 1) между ними существует изоморфизм,
  - 2) между ними существует взаимно-однозначное соответствие, сохраняющее нормы,
  - 3) между ними существует изоморфизм, сохраняющий нормы,
  - 4) они имеют одинаковые размерности
10. Банахово пространство является гильбертовым, если в нем
- 1) есть скалярное произведение,
  - 2) норма определяется с помощью скалярного произведения,
  - 3) есть ортогональный базис.

### 3 Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

#### Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

1. Замыкание множества в метрическом пространстве — это
  - 1) наименьшее замкнутое множество, содержащее это множество,
  - 2) наибольшее замкнутое множество, содержащее это множество,
  - 3) дополнение к множеству внутренних точек дополнения,
  - 4) множество всех его предельных точек.
2. Границей множества в метрическом пространстве будет
  - 1) множество всех его предельных точек,

- 2) множество всех его изолированных точек,
  - 3) дополнение к множеству внутренних точек множества и его дополнения,
  - 4) множество точек, в любой окрестности которых есть как точки множества, так и его дополнения
3. Точка множества в метрическом пространстве будет изолированной, если
- 1) она не является предельной точкой множества,
  - 2) она не является внутренней точкой множества,
  - 3) она не является граничной точкой множества,
  - 4) в некоторой ее окрестности нет других точек множества
4. Открытые множества в метрическом пространстве обладают свойствами:
- 1) любое их объединение открыто,
  - 2) любое их пересечение открыто,
  - 3) они являются дополнениями замкнутых множеств,
  - 4) у них есть предельные точки
5. Замкнутые множества обладают свойствами:
- 1) любое их объединение открыто,
  - 2) любое их пересечение открыто,
  - 3) они являются дополнениями открытых множеств,
  - 4) у них есть внутренние точки
6. Линейное нормированное пространство называется полным, если
- 1) всякая фундаментальная последовательность является сходящейся.
  - 2) всякая сходящаяся последовательность является фундаментальной,
  - 3) из любой ограниченной последовательности можно извлечь сходящуюся подпоследовательность,
  - 4) из любой ограниченной последовательности можно извлечь фундаментальную подпоследовательность
7. Последовательность в линейном нормированном пространстве сходится к некоторому элементу, если
- 1) существует шар с центром в этом элементе, содержащий элементы последовательности,
  - 2) любой шар с центром в этом элементе содержит элементы последовательности,
  - 3) существует шар с центром в этом элементе, содержащий все элементы последовательности кроме конечного числа,
  - 4) любой шар с центром в этом элементе содержит все элементы последовательности кроме конечного числа
8. Множество будет плотным в линейном нормированном пространстве, если
- 1) его замыкание совпадает со всем пространством,
  - 2) его дополнение содержит внутренние точки,
  - 3) оно не имеет изолированных точек,
  - 4) оно не имеет внутренних точек
9. Линейное нормированное пространство будет сепарабельным, если
- 1) в нем есть плотное множество мощности континуума,
  - 2) оно рефлексивное,
  - 3) в нем есть плотное счетное множество,
  - 4) оно полное
10. Множество в полном линейном нормированном пространстве будет компактным, если
- 1) оно замкнутое и ограниченное,
  - 2) вполне ограниченное,
  - 3) замкнутое и вполне ограниченное,
  - 4) ограниченное



**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)**

$$A_n x(t) = x\left(t + \frac{\pi}{n}\right): C[0, 2\pi) \rightarrow C[0, 2\pi)$$

1. Последовательность линейных операторов сходится

- 1) слабо,
- 2) сильно,
- 3) равномерно

$$A_n x = \left(\frac{x_1}{n^2}, \frac{x_2}{n^2}, \dots\right): l_2 \rightarrow l_2 \quad \text{сходится}$$

2. Последовательность линейных операторов

- 1) слабо,
- 2) сильно,
- 3) равномерно

$$A_n x(t) = x(t^n - t^{n+1}): C[0, 1] \rightarrow C[0, 1] \quad \text{схо-}$$

3. Последовательность линейных операторов дится

- 1) слабо,
- 2) сильно,
- 3) равномерно

$$A_n x = (0, 0, \dots, x_{n+1}, x_{n+2}, \dots): l_2 \rightarrow l_2 \quad \text{сходится}$$

4. Последовательность линейных операторов

- 1) слабо,
- 2) сильно,
- 3) равномерно

$$A_n = \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k A^k}{k}: X \rightarrow X, \quad X \text{ — банахово}$$

5. Последовательность линейных операторов

пространство,  $\|A\| < 1$  сходится

- 1) слабо,
- 2) сильно,
- 3) равномерно

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \\ 0 & 4 & -2 \end{pmatrix}: l_\infty^3 \rightarrow l_1^3$$

6. Норма линейного оператора  $f: X \rightarrow Y$ , где

- 1) 12,
- 2) 13,
- 3) 14,
- 4) 15

, равна

7. Норма линейного оператора  $f: X \rightarrow Y$ , где равна

$$Ax(t) = \left(t - \frac{1}{2}\right)x(t): L_2[0, 1] \rightarrow L_2[0, 1],$$

- 1)  $3/2$ ,
- 2) 1,
- 3) 2,
- 4)  $1/2$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} : l_{\infty}^3 \rightarrow l_{\infty}^3$$

8. Норма линейного оператора  $f : X \rightarrow Y$ , где , равна

- 1) 7,
- 2) 6,
- 3) 5,
- 4) 4

9. Норма линейного оператора  $f : X \rightarrow Y$ , где

$$Ax(t) = x(t) + x(1-t) - 2x\left(\frac{1}{2}\right) : C[0,1] \rightarrow C[0,1]$$

, равна

- 1) 7,
- 2) 6,
- 3) 5,
- 4) 4

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} : l_1^3 \rightarrow l_{\infty}^3$$

10. Норма линейного оператора  $f : X \rightarrow Y$ , где , равна

- 1) 3,
- 2) 6,
- 3) 5,
- 4) 4

### Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)

1. Отображение  $f$  является нормой в нормированном пространстве  $X$ , если

$$1) \quad X = C^1[0,1], \quad f(x) = \int_0^1 |x(t)| dt + \int_0^1 |x'(t)| dt,$$

$$2) \quad X = C^1[0,1], \quad f(x) = \int_0^1 |x(t)| dt + \|x'(t)\|_{C[0,1]},$$

$$3) \quad X = C^1[0,1], \quad f(x) = |x(1)| + \|x'(t)\|_{C[0,1]}$$

2. Отображение  $f$  является нормой в нормированном пространстве  $X$ , если

$$1) \quad X = C^1[0,1], \quad f(x) = \int_0^1 |x(t)| dt + \|x'(t)\|_{C[0,1]},$$

$$2) \quad X = C^1[0,1], \quad f(x) = |x(1)| + \|x'(t)\|_{C[0,1]},$$

$$3) \quad X = C^1[0,1], \quad f(x) = |x(1) - x(0)| + \|x'(t)\|_{C[0,1]}$$

3. Отображение  $f$  является нормой в нормированном пространстве  $X$ , если

$$1) \quad X = C^1[0,1], \quad f(x) = |x(1)| + \|x'(t)\|_{C[0,1]},$$

$$2) \quad X = C^1[0,1], \quad f(x) = |x(1) - x(0)| + \|x'(t)\|_{C[0,1]},$$

$$3) \quad X = C^1[0,1], \quad f(x) = \|x'(t)\|_{C[0,1]}$$

4. Отображение  $f$  является нормой в нормированном пространстве  $X$ , если

$$1) \quad X = C^1[0,1], \quad f(x) = |x(1) - x(0)| + \|x'(t)\|_{C[0,1]},$$

$$2) \quad X = C^1[0,1], \quad f(x) = \|x'(t)\|_{C[0,1]},$$

$$3) \quad X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(0)| + |x(1)| + \int_0^1 |x''(t)| dt$$

5. Отображение  $f$  является нормой в нормированном пространстве  $X$ , если

$$1) \quad X = C^1[0,1], \quad f(x) = \|x'(t)\|_{C[0,1]},$$

$$2) \quad X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(0)| + |x(1)| + \int_0^1 |x''(t)| dt,$$

$$3) \quad X = C^2[0,1], \quad f(x) = |x(0)| + |x(1)| + \|x''\|_{C[0,1]}$$

6. Вполне ограниченность и ограниченность множеств совпадают в линейных нормированных пространствах:

- 1) рефлексивных,
- 2) конечномерных,
- 3) строго нормированных,
- 4) гильбертовых

7. В пространстве множество вполне ограничено, если оно

- 1) ограничено,
- 2) равностепенно непрерывно,
- 3) замкнутое,
- 4) ограничено и равностепенно непрерывно

8. Спектр вполне непрерывного линейного оператора состоит из

- 1) точек непрерывного спектра,
- 2) собственных значений,
- 3) собственных значений и точки нуль

9. Размерность пространства решений однородного уравнения Фредгольма второго рода может быть

- 1) конечной,
- 2) бесконечной

10. Уравнение Фредгольма второго рода разрешимо, если

- 1) каждое решение однородного уравнения ортогонально правой части,
- 2) каждое решение сопряженного однородного уравнения ортогонально правой части,
- 3) однородное уравнение имеет не нулевое решение,
- 4) однородное сопряженное уравнение имеет не нулевое решение