МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук
Кафедра «Прикладная математика и информатика»

Утверждено на заседании кафедры
«Прикладная математика и информатика»
24 января 2022 г., протокол № 5

Заведующий кафедрой

_____М.В. Грязев

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ) ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

«Теория приближений»

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы магистратуры

по направлению подготовки
01.04.02 Прикладная математика и информатика

с направленностью (профилем)
Искусственный интеллект в кибербезопасности

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 010402-02-22

Тула 2022 год

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ
фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Разработчик:

Иванов В.И., профессор каф. ПМиИ, д.ф.-м.н., профессор	
(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)	*(подпись)*

1 Описание фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Фонд оценочных средств (оценочные материалы) включает в себя контрольные задания и (или) вопросы, которые могут быть предложены обучающемуся в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю). Указанные контрольные задания и (или) вопросы позволяют оценить достижение обучающимся планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), установленных в соответствующей рабочей программе дисциплины (модуля), а также сформированность компетенций, установленных в соответствующей общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

Полные наименования компетенций и индикаторов их достижения представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

2 Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-9 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-9.1)

1. Величина наилучшего приближения элемента множеством есть
   1) нижняя грань расстояний между элементом и элементами множества,
   2) верхняя грань расстояний между элементом и элементами множества,
   3) сумма расстояний между элементом и элементами множества,
   4) конечное неотрицательное число
2. Элемент наилучшего приближения элемента множеством есть
   1) элемент, на котором достигается наименьшее расстояние между элементом и элементами множества,
   2) элемент, на котором достигается наибольшее расстояние между элементом и элементами множества,
   3) элемент множества,
   4) элемент замыкания множества
3. Нормированное пространство строго нормированное, если
   1) рефлексивное,
   2) строго выпуклое,
   3) конечномерное,
   4) гильбертово
4. Нормированное пространство со строго выпуклой нормой, если оно
   1) рефлексивное,
   2) строго нормированное,
   3) конечномерное,
   4) гильбертово
5. Подпространство в банаховом пространстве является множеством существования, если
   1) для любого элемента пространства существует элемент наилучшего приближения подпространством,
   2) найдется элемент пространства, для которого существует элемент наилучшего приближения подпространством,
   3) пространство рефлексивное,
   4) оно конечномерное

6.Системы Чебышева в пространстве $C[a,b]$. Единственность элемента наилучшего приближения конечномерным подпространством в пространстве $C[a,b]$. Теорема Хаара.

7. Критерий элемента наилучшего приближения по системе Чебышева в пространстве $C[a,b]$. Теорема Чебышева.
8. Теорема Валле-Пуссена об оценке снизу величины наилучшего приближения по системе Чебышева в пространстве $C[a,b]$.
9. Многочлены, наименее уклоняющиеся от нуля в пространстве $C[-1,1]$. Многочлены Чебышева 1-го рода.
10. Неравенство Бернштейна для производной тригонометрического полинома в пространстве С (Т).

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-9 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-9.2)

1. Среди линейных методов приближения регулярными в пространстве L_2 на периоде являются
   1) суммы Фейера,
   2) суммы Фурье,
   3) суммы Рогозинского,
   4) суммы Валле Пуссена
2. Среди линейных методов приближения регулярными в пространстве C на периоде являются
   1) суммы Фейера,
   2) суммы Фурье,
   3) суммы Рогозинского,
   4) суммы Валле Пуссена
3. Среди линейных методов приближения положительными являются
   1) суммы Фейера,
   2) суммы Фурье,
   3) суммы Рогозинского,
   4) суммы Валле Пуссена
4. Величина наилучшего приближения функции из пространства $C[a,b]$ константами есть
   1) сумма наибольшего и наименьшего значений функции,
   2) полусумма наибольшего и наименьшего значений функции,
   3) разность наибольшего и наименьшего значений функции,
   4) полуразность наибольшего и наименьшего значений функции
5. Константа наилучшего приближения функции из пространства $C[a,b]$ есть
   1) сумма наибольшего и наименьшего значений функции,
   2) полусумма наибольшего и наименьшего значений функции,
   3) разность наибольшего и наименьшего значений функции,
   4) полуразность наибольшего и наименьшего значений функции
6. Неравенство Маркова для производной алгебраического многочлена в пространстве $C[-1,1]$.
7. Нахождение элемента наилучшего приближения конечномерным подпространством в пространстве $L[a,b]$.
8. Системы Маркова в пространстве $L[a,b]$. Теорема Маркова.
9. Достаточное условие единственности элемента наилучшего приближения в пространстве $L[a,b]$. Теорема Джексона.

10. Многочлены, наименее уклоняющиеся от нуля в пространстве $L[-1,1]$. Многочлены Чебышева 2-го рода.

3 Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-9 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-9.1)

1. Подпространство в банаховом пространстве является множеством единственности, если
   1) для любого элемента пространства элемент наилучшего приближения подпространством единственен,
   2) существует элемент пространства, для которого элемент наилучшего приближения подпространством единственен,
   3) пространство строго выпуклое,
   4) пространство ограниченно компактное
2. Множество в банаховом пространстве называется чебышевским, если оно является
   1) множеством существования,
   2) множеством единственности,
   3) компактным и центрально симметричным,
   4) множеством существования и множеством единственности
3. Банахово пространство является гильбертовым, если в нем
   1) есть скалярное произведение,
   2) норма определяется с помощью скалярного произведения,
   3) есть ортогональный базис,
   4) выполняется равенство параллелограмма
4. Гильбертово пространство является
   1) строго выпуклым,
   2) строго нормированным,
   3) ограниченно компактным,
   4) рефлексивным
5. Подпространство в гильбертовом пространстве является
   1) множеством единственности,
   2) множеством существования,
   3) чебышевским,
   4) ограниченно компактным

6. Прямые теоремы в пространстве $C[a,b]$ в случае приближения алгебраическими многочленами.

7. Найти квадрат величины наилучшего приближения и элемент наилучшего приближения функции x^2 линейными функциями $\alpha x+\beta$ в пространстве $L_2[0,2]$.

8. Найти величину наилучшего приближения и элемент наилучшего приближения функции x^2 линейными функциями $\alpha x+\beta$ в пространстве $C[0,2]$.

9. Найти модуль непрерывности функции $\sqrt{x}$ в пространствах C, L_2, L_1 на отрезке $[0,1]$.

10. Выяснить регулярность линейного метода приближения в пространствах 2π-периодических функций C и L_2 и найти его константы Лебега:

$$S_n(x, f) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{n} (1 - \frac{k}{n+1})(a_k \cos kx + b_k \sin kx).$$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-9 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-9.2)

1. Алгебраический многочлен степени n является многочленом наилучшего приближения функции из пространства $C[a,b]$, если он допускает альтернанс длины

1) n,
2) $n+1$,
3) $n+2$,
4) $n-1$

2. Тригонометрический полином порядка n является полиномом наилучшего равномерного приближения непрерывной периодической функции на периоде, если он допускает альтернанс длины

1) $2n$,
2) $2n+1$,
3) $2n+2$,
4) $2n-1$

3. Величина наилучшего равномерного приближения на одномерном торе функции $\cos nx$ тригонометрическими полиномами порядка $n-1$

1) $1/2$,
2) 1,
3) $3/2$,
4) 2

4. Величина наилучшего равномерного приближения на одномерном торе функции $\sin nx$ тригонометрическими полиномами порядка $n-1$

1) $1/2$,
2) 1,
3) $3/2$,
4) 2

5. Функция $\sqrt{x}$ на отрезке $[0,1]$ принадлежит классу $Lip\alpha$ при α, равном

1) $1/4$,
2) $1/3$,
3) $1/2$,
4) 1

6. Найти модуль непрерывности 2π-периодической функции $\cos^2 x$ в пространствах C, L_2, L_1.

7. Выяснить регулярность линейного метода приближения в пространствах 2π-периодических функций C и L_2 и найти его константы Лебега:

$$V_{2n}(x, f) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{n}(a_k \cos kx + b_k \sin kx) + \sum_{k=n+1}^{2n}\left(\frac{2n+1-k}{n+1}\right)(a_k \cos kx + b_k \sin kx).$$

8. Найти квадрат величины наилучшего приближения и элемент наилучшего приближения функции x^2 линейными функциями $\alpha x + \beta$ в пространстве $L_2[-2,1]$

9. Найти величину наилучшего приближения и элемент наилучшего приближения функции x^2 линейными функциями $\alpha x + \beta$ в пространстве $C[-2,1]$.

10. Выяснить регулярность линейного метода приближения в пространствах 2π-периодических функций C и L_2 и найти его константы Лебега:

$$S_n(x, f) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{n}\cos\frac{\pi k}{2n}(a_k \cos kx + b_k \sin kx).$$