

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук  
Кафедра «Прикладная математика и информатика»

Утверждено на заседании кафедры  
«Прикладная математика и информатика»  
24 января 2022 г., протокол № 5

Заведующий кафедрой

  
\_\_\_\_\_ М.В. Грязев

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ) ДЛЯ  
ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И  
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО  
ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**«Численные методы математической физики»**

**основной профессиональной образовательной программы  
высшего образования – программы магистратуры**

по направлению подготовки  
**01.04.02 Прикладная математика и информатика**

с направленностью (профилем)  
**Искусственный интеллект в кибербезопасности**

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 010402-02-22

Тула 2022 год

**ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ**  
**фонда оценочных средств (оценочных материалов)**

**Разработчик:**

Ларин Н.В., доцент каф. ПМИИ, к.ф.-м.н.

---

*(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)*



---

*(подпись)*

## 1 Описание фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Фонд оценочных средств (оценочные материалы) включает в себя контрольные задания и (или) вопросы, которые могут быть предложены обучающемуся в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю). Указанные контрольные задания и (или) вопросы позволяют оценить достижение обучающимся планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), установленных в соответствующей рабочей программе дисциплины (модуля), а также сформированность компетенций, установленных в соответствующей общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

Полные наименования компетенций и индикаторов их достижения представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

## 2 Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

### Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.1)

1. Верны ли утверждения?

А) Уравнение  $(U_{xx})^2 + (U_{yy})^2 + U_{zz} = 0$  имеет второй порядок

В) Уравнение  $x^2(U_x) - y^2(U_y) - z^3(U_z) = 0$  имеет второй порядок

Подберите правильный ответ

- А – нет, В – да
- А – нет, В – нет
- А – да, В – да
- А – да, В – нет

2. Верны ли утверждения?

А) Уравнение  $U_{xx} + x^2U_y + zU = 0$  имеет первый порядок

В) Уравнение  $y^2U_x + xU_y + (zU_z)^2 = 0$  имеет первый порядок

Подберите правильный ответ

- А – да, В – да
- А – да, В – нет
- А – нет, В – да
- А – нет, В – нет

3. Верны ли утверждения?

А) Уравнение  $x^2(U_x)^2 - z^2(U_y)^2 + y^2(U_z)^2 = 0$  линейное однородное

В) Уравнение  $y^2U_{xy} - x^2U_{zx} + z^2U_{zy} = 0$  линейное

Подберите правильный ответ

- А – нет, В – нет
- А – нет, В – да
- А – да, В – нет
- А – да, В – да

4. Верны ли утверждения?

А) Уравнение  $xU_{xy} - xyU_z + xyzU = 0$  имеет первый порядок

В) Уравнение  $(U_{yy})^2 - xU_x + U^2 = 0$  имеет второй порядок

Подберите правильный ответ

- А – нет, В – да
- А – да, В – нет
- А – нет, В – нет
- А – да, В – да

5. Верны ли утверждения?

А) Уравнение  $yU_{xx} + xU_{yy} - z^2U_{zz} = 0$  имеет второй порядок

В) Уравнение  $y^2U_{xy} - x^2U_{zx} + z^2U_{zy} = 0$  имеет второй порядок

Подберите правильный ответ

- А – нет, В – нет
- А – да, В – нет
- А – да, В – да
- А – нет, В – да

6. Верны ли утверждения?

А) Уравнение  $z^2(U_{xx})^2 + x^2(U_{yy})^2 - y^2(U_{zz})^2 = 0$  линейное второго порядка

В) Уравнение  $U_{xx} + x^2U_y + zU = 0$  линейное второго порядка

Подберите правильный ответ

- А – да, В – нет
- А – нет, В – нет
- А – нет, В – да
- А – да, В – да

7. Верны ли утверждения?

А) Уравнение  $x^2(U_x)^2 - z^2(U_y)^2 + y^2(U_z)^2 = 0$  имеет второй порядок

В) Уравнение  $(U_{xx})^2 + x^2(U_{yy})^2 - y^2(U_{zz})^2 = 0$  имеет второй порядок

Подберите правильный ответ

- А – нет, В – нет
- А – нет, В – да
- А – да, В – да
- А – да, В – нет

8. Общее решение уравнения  $aU_t + bU_x = 0$  записывается в виде  $U(x,t) = C(ax-bt)$ , где  $C(u)$  – произвольная дифференцируемая по  $u$  функция.

Тогда общее решение уравнения  $U_t - 2U_x = 0$  записывается в виде

- $U(x,t) = C(2x-t)$
- $U(x,t) = C(x+2t)$
- $U(x,t) = C_1(x-2t) + C_2(x+2t)$
- $U(x,t) = C(x-2t)$

9. Уравнения характеристик для дифференциального уравнения

$u_t + 4u_x = 0$  имеют вид

- $\frac{dt}{ds} = 4; \frac{dx}{ds} = 1$
- $\frac{dt}{ds} = 1; \frac{dx}{ds} = 4$
- $\frac{du}{dt} = 4; \frac{du}{dx} = 1$
- $\frac{du}{dt} = 1; \frac{du}{dx} = 4$

10. Уравнения характеристик для дифференциального уравнения

$(x-t)u_t - x^2u_x + 5u = 0$  имеют вид

- $\frac{dt}{ds} = x - t; \frac{dx}{ds} = -x^2$
- $\frac{dt}{ds} = x - t; \frac{dx}{ds} = x^2$

○  $\frac{dt}{ds} = -x^2; \frac{dx}{ds} = 5$

○  $\frac{dt}{ds} = -x^2; \frac{dx}{ds} = x - t$

11. Уравнения характеристик для дифференциального уравнения

$x^2 u_t + \frac{1}{t} u_x + u = 0$  имеют вид

○  $\frac{dt}{ds} = -t; \frac{dx}{ds} = \frac{1}{x^2}$

○  $\frac{dt}{ds} = \frac{1}{t}; \frac{dx}{ds} = x^2$

○  $\frac{dt}{ds} = x^2; \frac{dx}{ds} = \frac{1}{t}$

○  $\frac{dt}{ds} = \frac{1}{x^2}; \frac{dx}{ds} = t$

12. Уравнения характеристик для дифференциального уравнения

$3u_t + 4u_x = 0$  имеют вид

○  $\frac{dt}{ds} = 3; \frac{dx}{ds} = 4$

○  $\frac{dt}{ds} = \frac{1}{3}; \frac{dx}{ds} = \frac{1}{4}$

○  $\frac{dt}{ds} = 4; \frac{dx}{ds} = 3$

○  $\frac{dt}{ds} = 3; \frac{dx}{ds} = -4$

**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.2)**

1. Уравнения характеристик для дифференциального уравнения

$5u_t - u_x = 0$  имеют вид

○  $\frac{dt}{ds} = -1; \frac{dx}{ds} = 5$

○  $\frac{dt}{ds} = 5; \frac{dx}{ds} = -1$

○  $\frac{dt}{ds} = -1; \frac{dx}{ds} = \frac{1}{5}$

○  $\frac{dt}{ds} = 1; \frac{dx}{ds} = -\frac{1}{5}$

2. Функция  $f(x) = x$  разлагается в ряд Фурье  $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{\pi}{3} nx + b_n \sin \frac{\pi}{3} nx$  на отрезке  $[3, 3]$ . Коэффициент  $a_0$  равен

○  $\frac{9}{2}$

○  $-1$

- 1
- 0

3. Функция  $f(x) = x$  разлагается в ряд Фурье  $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{\pi n}{2} x$  на отрезке  $[0, 2]$ .

Коэффициент  $a_0$  равен

- 0
- 1
- -1
- 2

4. Характеристики уравнения  $u_t + 4u_x = 0$  имеют вид

- $t = s + C_1, x = -4s + C_2$
- $t = 4s + C_1, x = 4s + C_2$
- $t = s + C_1, x = 4s + C_2$

- $t = s + C_1, x = \frac{1}{4}s + C_2$

5. Волновое уравнение в пространстве имеет вид

- $U = a^2(U_{xx} + U_{yy})$
- $U_t = a^2(U_{xx} + U_{yy} + U_{zz})$
- $U_{tt} = a^2(U_{xx} - U_{yy} + U_{zz})$
- $U_{tt} = a^2(U_{xx} + U_{yy} + U_{zz})$

6. Волновое уравнение на плоскости имеет вид

- $U_{tt} = a^2(U_{xx} + U_{yy})$
- $U_{tt} + U_{xx} = U_y$
- $U_{tt} + a^2 U_{xx} = 0$
- $U_t = a^2(U_{xx} + U_{yy})$

7. Гиперболический тип имеет уравнение

- $3U_{xx} + 2U_{xy} + U_{yy} = 0$
- $U_{xx} + 2U_{xy} + U_{yy} = 0$
- $3U_{xy} + 4U_{yy} = 0$
- $3U_{xx} + 4U_{yy} = 0$

8. Гиперболический тип имеет уравнение

- $U_{xx} + U_{yy} = 0$
- $5U_{xx} + 2U_{xy} - U_{yy} = 0$
- $4U_{xx} - 8U_{xy} + 4U_{yy} = 0$
- $3U_{xx} + U_{yy} - U_{xy} = 0$

9. Область, в которой уравнение  $U_{xx} - 4xU_{xy} + (4 - y^2)U_{yy} = 0$  имеет гиперболический тип, находится

- вне эллипса  $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$
- вне эллипса  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$
- внутри эллипса  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$
- внутри эллипса  $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$

10. Область, в которой уравнение  $xU_{xx} + 2yU_{xy} + U_{yy} = 0$  имеет эллиптический тип, находится

- внутри параболы  $y^2 = -x$
- вне параболы  $y^2 = x$

- внутри параболы  $y^2 = x$
- вне параболы  $y^2 = -x$

11. Область, в которой уравнение  $xU_{xx} - yU_{xy} + U_{yy} = 0$  имеет гиперболический тип, расположена

- внутри параболы  $y^2 = -4x$
- вне параболы  $y^2 = -4x$
- внутри параболы  $y^2 = 4x$
- вне параболы  $y^2 = 4x$

12. Область, в которой уравнение  $(y^2 + 1)U_{xx} + 2xU_{xy} + U_{yy} = 0$  имеет эллиптический тип, находится

- внутри гиперболы  $x^2 - y^2 = 1$
- внутри гиперболы  $-x^2 + y^2 = 1$
- вне гиперболы  $x^2 - y^2 = 1$
- вне гиперболы  $-x^2 + y^2 = 1$

### **Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.3)**

1. Кусочно-линейное восполнение сеточных функций.
2. Построение схемы МКЭ для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка.
3. Существование и единственность приближенного решения МКЭ.
4. Свойства приближенного решения, исследование сходимости МКЭ.
5. Монотонные разностные схемы.
6. Модельная задача.
7. Правила действий с матричными неравенствами.
8. Оценки скорости сходимости стационарных итерационных методов.
9. Метод редукции: обращение матриц и вычисление правых частей. Подсчет числа действий.
10. Разностные схемы как операторные уравнения.
11. Канонический вид и определения устойчивости двуслойных разностных схем.
12. Теорема об устойчивости по начальным данным двуслойных разностных схем.

### **3 Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)**

#### **Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.1)**

1. Аналитические методы решения уравнений математической физики. Метод Даламбера, решение задач Коши.
2. Аналитические методы решения уравнений математической физики. Метод Фурье, решение смешанной задачи.
3. Вычеты и их применение к вычислению интегралов.
4. Вычеты, основная теорема о вычетах, применение вычетов к вычислению интегралов.
5. Классификация дифференциальных уравнений с частными производными.
6. Классификация особых точек. Связь между нулем и полюсом функции.
7. Комплексные числа. Геометрическое изображение и формы записи комплексных чисел.

8. Комплексные числа. Действия над комплексными числами.
9. Общий достаточный признак сходимости знакопеременных рядов. Абсолютная и условная сходимость рядов.
10. Определение производной функции комплексного переменного. Функция аналитическая в области. Условие Коши-Римана. Формулы для производной.
11. Операционный метод решения линейных дифференциальных уравнений и их систем.
12. Основные определения и понятия о дифференциальных уравнениях с частными производными.

**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.2)**

1. Постановка задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге. Формула решения задачи, записанное в полярных координатах.
2. Представление непериодической функции рядом Фурье.
3. Преобразование Лапласа. Образы простых функций.
4. Приближенные вычисления значений функций и определенных интегралов с помощью степенных рядов.
5. Ряды с комплексными членами. Абсолютная сходимость. Радиус сходимости степенного ряда.
6. Ряды Фурье четных и нечетных функций.
7. Степенные ряды. Радиус сходимости, интервал сходимости.
8. Сходимость и сумма числового ряда. Необходимый признак сходимости. Критерий сходимости Коши (необходимое и достаточное условие сходимости ряда).
9. Дифференциальные уравнения с частными производными. Понятие порядка и решения дифференциального уравнения.
10. Классификация линейных и квазилинейных дифференциальных уравнений 2-го порядка.
11. Приведение гиперболических, параболических и эллиптических уравнений 2-го порядка к канонической форме.
12. Основные типы уравнений математической физики. Понятие о начальных и граничных условиях.

**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.3)**

1. Интегральная формула Пуассона.
2. Гармонические функции и их основные свойства.
3. Задача Дирихле для гармонических функций двух переменных.
4. Уравнение Лапласа в полярной системе координат.
5. Математические модели физических объектов. Основные уравнения математической физики: волновое, уравнение теплопроводности, уравнение Лапласа и Пуассона. Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям в частных производных. Колебательные процессы, теплопроводность и диффузия, стационарные процессы. Понятия о краевых задачах и корректности их постановок.
6. Уравнения гиперболического типа. Вывод волнового уравнения (уравнения колебаний струны). Задача об электрических колебаниях в проводах.
7. Решение уравнения колебаний струны методом разделения переменных (методом Фурье). Задача Штурма-Лиувилля. Собственные значения, собственные функции.
8. Уравнения параболического типа. Вывод уравнения распространения тепла в стержне. Уравнение теплопроводности. Оператор Лапласа.

9. Приведение уравнения к каноническому виду в случае постоянных коэффициентов.
10. Постановка краевых задач для дифференциальных уравнений второго порядка. Типы краевых задач: Коши, краевая, смешанная, корректность постановки задачи.
11. Специальные функции и задачи, приводящие к специальным функциям. Гамма-функция. Цилиндрические функции. Уравнение Бесселя.
12. Сферические функции. Полиномы Лежандра. Свойства полиномов Лежандра.

#### **4. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения промежуточной аттестации обучающихся (защиты курсовой работы) по дисциплине (модулю)**

##### **Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.1)**

1. Знакопеременные ряды, абсолютная сходимость. Признак Лейбница.
2. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.
3. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье.
4. Интегрирование функции комплексного переменного.
5. Нахождение оригиналов для изображений с помощью вычетов.
6. Необходимое условие сходимости ряда. Критерий Коши (необходимое и достаточное условие сходимости ряда).
7. Нули аналитической функции. Ряд Тейлора и ряд Лорана.
8. О постановке задачи математической физики. Краевые и начальные условия и их физический смысл.
9. Основные признаки сходимости знакоположительных рядов.
10. Основные свойства преобразования Лапласа.
11. Понятие равномерной сходимости функционального ряда. Мажорантный признак Вейерштрасса.
12. Понятие функции комплексного переменного. Дифференцирование функции комплексного переменного. Условие Коши-Римана.

##### **Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.2)**

1. Признаки сходимости знакоположительных рядов. Геометрический ряд.
2. Разложение в ряд Фурье функций произвольного периода.
3. Решение задачи Коши для уравнений колебания струны методом Даламбера.
4. Ряд Тейлора и ряд Маклорена, разложение элементарных функций в ряд Маклорена.
5. Тригонометрические ряды (ряды Фурье). Разложение в ряд Фурье периодической функций.
6. Уравнение Пуассона и Лапласа, тип этих уравнений.
7. Уравнение теплопроводности, тип этого уравнения.
8. Функциональные ряды, область сходимости функциональных рядов. Равномерная сходимость. Теорема Вейерштрасса.
9. Задача о свободных колебаниях конечной струны. Метод Фурье.
10. Задача Коши для гиперболического уравнения. Формула Даламбера.
11. Интегральная формула Фурье.
12. Прямое и обратное преобразование Фурье.

**Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.3)**

1. Разностная схема для слабо нелинейного эллиптического уравнения.
2. Итерационный метод решения нелинейной разностной схемы.
3. О единственности и устойчивости решения задачи Дирихле.
4. Уравнение Лапласа в декартовой системе координат.
5. Уравнение Лапласа. Стационарное распределение температуры в изотропном теле. Краевые задачи для уравнения Лапласа. Уравнение Лапласа в цилиндрических координатах. Решение уравнения Лапласа в кольце. Решение задачи Дирихле для круга. Интеграл Пуассона.
6. Решение первой краевой задачи для уравнения теплопроводности методом конечных разностей.
7. Уравнения первого порядка в частных производных.
8. Математическая классификация уравнений второго порядка: гиперболический, параболический и эллиптический тип уравнений. Однородное, неоднородное, линейное, квазилинейное.
9. Решение задач о стационарном распределении температуры в шаре.
10. Интегральные уравнения. Основные понятия и определения. Классификация линейных интегральных уравнений.
11. Построение решений уравнения Фредгольма второго рода при малых значениях параметра методом последовательных приближений.
12. Интегральные уравнения Вольтерра 2-го рода. Построение решения интегрального уравнения Вольтерра 2-го рода методом последовательных приближений.