

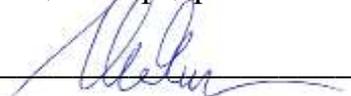
МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук  
Кафедра «Прикладная математика и информатика»

Утверждено на заседании кафедры  
«Прикладная математика и информатика»  
24 января 2022 г., протокол № 5

Заведующий кафедрой

 М.В. Грязев

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ) ДЛЯ  
ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И  
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО  
ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**«Численные методы решения экстремальных задач»**

**основной профессиональной образовательной программы  
высшего образования – программы магистратуры**

по направлению подготовки  
**01.04.02 Прикладная математика и информатика**

с направленностью (профилем)  
**Искусственный интеллект в кибербезопасности**

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 010402-02-22

Тула 2022 год

**ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ**  
**фонда оценочных средств (оценочных материалов)**

**Разработчик:**

Горбачев Дмитрий Викторович, профессор, д.ф.-м.н.  
(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)

  
(подпись)

## 1. Описание фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Фонд оценочных средств (оценочные материалы) включает в себя контрольные задания и (или) вопросы, которые могут быть предложены обучающемуся в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю). Указанные контрольные задания и (или) вопросы позволяют оценить достижение обучающимся планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), установленных в соответствующей рабочей программе дисциплины (модуля), а также сформированность компетенций, установленных в соответствующей общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

Полные наименования компетенций и индикаторов их достижения представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

## 2. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

### Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.1)

1. Введение в теорию конечномерных экстремальных задач
2. Общая постановка экстремальной задачи. Основные определения
3. Примеры из разных областей науки и техники
4. Гладкая задача без ограничений. Прикладной пример, постановка задачи
5. Необходимые и достаточные условия экстремума в одномерном случае. Примеры
6. Многомерная гладкая задача без ограничений. Необходимое условие экстремума
7. Квадратичные формы. Достаточное условие экстремума. Примеры
8. Решить задачи:

1. Выяснить знакоопределенность матрицы  $\begin{pmatrix} 6 & -5 & 2 \\ -5 & 6 & 1 \\ 2 & 1 & 9 \end{pmatrix}$ .

2.  $x_1 x_2^2 x_3^3 (7 - x_1 - 2x_2 - 3x_3) \rightarrow \text{extr}$ .

9. Гладкая задача с равенствами. Прикладной пример, постановка задачи
10. Необходимые и достаточные условия экстремума. Теорема Вейерштрасса и ее следствие. Примеры
11. Гладкая задача с равенствами и неравенствами. Прикладной пример, постановка задачи. Решение сведением к изученным задачам. Примеры.
12. Логистическая регрессия

### Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.2)

1. Выпуклая задача. Элементы выпуклого анализа
2. Выпуклая задача, теорема о совпадении локального и глобального экстремума
3. Субдифференциал. Необходимое и достаточное условие экстремума в безусловном случае
4. Задача выпуклого программирования. Постановка задачи, частные случаи
5. Теорема Куна–Таккера. Примеры
6. Решить задачи:

1. Выяснить знакоопределенность матрицы  $\begin{pmatrix} 5 & 5 & 4 \\ 5 & 9 & 6 \\ 4 & 6 & 6 \end{pmatrix}$ .

2.  $e^{x_1^2 - x_2} (5 - 2x_1 + x_2) \rightarrow \text{extr}$ .

3.  $x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}, \quad 5x_1^2 + 4x_1x_2 + x_2^2 = 1$ .

7. Решить задачи:

1.  $3x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}$ ,

$x_1^2 + x_2^2 \leq 40, \quad x_1^2 + x_2^2 \geq 4, \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$ .

2.  $x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2 + |x_1 - x_2 + 1| \rightarrow \min$ .

8. Решить задачи:

1.  $x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 - 10x_2 + 26 \rightarrow \text{extr}$ ,

$x_1 - 2x_2 \geq -4, \quad 5x_1 + 2x_2 \leq 20, \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$ .

2.  $x_1^2 + x_2^2 + \max\{2x_1, x_2\} \rightarrow \min$ .

9. Введение в линейное программирование. Исторический экскурс, пример Конторовича, методы решения. Постановка задачи.

10. Линейное программирование: особенности задачи

11. Линейное программирование: экономический смысл

12. Линейное программирование: геометрическая интерпретация

### Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.3)

1. Симплекс-метод. Постановка задачи в канонической форме. Идея симплекс-метода.

2. Описание симплекс-метода. Пример

3. Примеры задач линейного программирования

4. Линейное программирование: метод искусственного базиса нахождения начальной крайней точки

5. Линейное программирование: задачи с равенствами и неравенствами. Примеры

6. Решить задачи:

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \max,$   
 $x \geq 0,$

1)  $x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1,$   
 $x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 3,$   
 $x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1,$   
 $x^0 = (0, 0, 0, 1)$

$-x_1 - 4x_4 \rightarrow \min,$   
 $x \geq 0,$

2)  $-x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 5x_5 = 13,$   
 $-2x_1 + 2x_2 + 4x_4 + x_5 = 5,$   
 $x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 5$

7. Решить задачи:

$2x_1 + x_2 + x_3 + 7x_4 - 2x_5 \rightarrow \max,$   
 $x \geq 0,$

1)  $x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1,$   
 $2x_1 + x_2 + x_3 - x_5 = 7,$   
 $x_1 + 2x_2 + x_3 - 7x_4 + x_5 = 6,$   
 $x^0 = (2, 1, 2, 0, 0)$

$35x_1 + 20x_2 \rightarrow \min,$   
 $x \geq 0,$

2)  $x_1 + 2x_2 \geq 7,$   
 $x_1 + x_2 \geq 6,$   
 $5x_1 + 2x_2 \geq 18$

8. Двойственность в линейном программировании.

9. Преобразование Лежандра. Вывод двойственных задач, связь между ними. Экономический смысл двойственной задачи линейного программирования.

10. Двойственный симплекс-метод. Пример

11. Транспортная задача. Постановка задачи. Методы нахождения начальной крайней точки.

12. Метод потенциалов. Пример

### **3. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)**

#### **Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.1)**

1. Задача квадратичного программирования. Прикладной пример, постановка задачи.
2. Применение теоремы Куна–Таккера.
3. Решение задачи квадратичного программирования при помощи линейного программирования. Пример
4. Методы одномерной оптимизации. Общие сведения о численных методах оптимизации.
5. Методы половинного деления и золотого сечения.
6. Метод Ньютона одномерной оптимизации
7. Методы многомерной оптимизации
8. Метод покоординатного спуска
9. Градиентные методы
10. Метод Ньютона многомерной оптимизации
11. Задачи с ограничениями
12. Метод внутренней точки решения задачи линейного программирования

#### **Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.2)**

1. Методы глубокого обучения
2. Задача вариационного исчисления, задача о брахистохроне
3. Постановка простейшей задачи вариационного исчисления.
4. Уравнение Эйлера, его интегралы.
5. Решение задачи о брахистохроне.
6. Задача оптимального управления.
7. Задача о быстродействии, управление.
8. Принцип максимума Понтрягина.
9. Решение простого варианта задачи о быстродействии
10. Примеры экстремальных задач
11. Типы экстремальных задач
12. Одномерные прямые методы

#### **Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.3)**

1. Многомерные прямые методы
2. Градиентные методы
3. Метод сопряженных градиентов для системы линейных уравнений
4. Метод Ньютона
5. Квази-метод Ньютона
6. Задача линейного программирования
7. Симплекс-метод
8. Метод внутренней точки (Кармаркара)
9. Задачи нелинейного программирования
10. Задачи квадратичного программирования
11. Задачи полуопределенного программирования
12. Дискретные экстремальные задачи

#### **4. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения промежуточной аттестации обучающихся (защиты курсовой работы) по дисциплине (модулю)**

##### **Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.1)**

1. Одномерные прямые методы: деления пополам
2. Одномерные прямые методы: Фибоначчи
3. Одномерные прямые методы: золотого сечения
4. Одномерные гладкие методы: Ньютона разного порядка
5. Одномерные гладкие методы: секущих
6. Многомерные прямые методы: покоординатного спуска
7. Многомерные прямые методы: Гаусса–Зейделя
8. Многомерные прямые методы: Хука–Дживса
9. Многомерные гладкие методы (безусловный случай): сопряженных градиентов
10. Многомерные гладкие методы (безусловный случай): наискорейшего спуска
11. Многомерные прямые методы: Розенброка
12. Многомерные прямые методы: деформируемого многогранника

##### **Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.2)**

1. Многомерные гладкие методы (безусловный случай): Ньютона
2. Многомерные гладкие методы (безусловный случай): квази-метода Ньютона
3. Многомерные гладкие методы (безусловный случай): Ньютона большего порядка
4. Многомерные прямые методы: Нелдера–Мида
5. Методы нелинейного программирования (условный случай): возможных направлений
6. Методы нелинейного программирования (условный случай): штрафных функций
7. Методы нелинейного программирования (условный случай): барьерных функций
8. Методы нелинейного программирования (условный случай): внутренней точки
9. Методы нелинейного программирования (условный случай): задача полуопределенного программирования
10. Методы решения задачи линейного программирования: Данцига (симплекс-методом)
11. Методы решения задачи линейного программирования: Кармаркара (внутренней точки)
12. Методы решения задачи квадратичного программирования: симплекс-методом
13. Методы решения задачи квадратичного программирования: Гилберта–Джонсона–Кёрти

##### **Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ПК-6 (контролируемый индикатор достижения компетенции ПК-6.3)**

1. Методы решения транспортной задачи: потенциалов
2. Методы решения транспортной задачи: венгерский
3. Решение прикладных задач экстремального характера: определение расстояния между выпуклыми многогранниками
4. Решение прикладных задач экстремального характера: оптимизация портфеля инвестиций
5. Методы решения дискретных задач: Гомори
6. Методы решения дискретных задач: Беллмана
7. Методы решения дискретных задач: ветвей и границ
8. Методы решения дискретных задач: задач на графах

9. Ответить на вопрос и решить задачи:

1. Гладкая экстремальная задача
2.  $(x_1^2 + x_2^2)(e^{x_1^2 + x_2^2} - 1) \rightarrow \text{extr}$
3.  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \rightarrow \text{extr}, \quad x_1 - x_2 + x_3 = -1, \quad x_1 + x_2 - x_3 = 1/2$
4.  $5x_3 + 10x_4 - 8x_1 - 2x_2 \rightarrow \min, \quad x \geq 0,$   
 $x_1 - 3x_2 - x_3 - 10x_4 \geq -25,$   
 $2x_1 + x_2 + x_3 + 5x_4 \leq 10,$   
 $10x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 5x_4 \leq 26$

10. Ответить на вопрос и решить задачи:

1. Выпуклая экстремальная задача
2.  $x_1^2 - x_2^2 - 4x_1 - 6x_2 \rightarrow \text{extr}$
3.  $x_1^2 + x_2^2 \rightarrow \text{extr}, \quad x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 \leq 1, \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$
4.  $-2x_1 + x_2 - x_3 + x_5 \rightarrow \max, \quad x \geq 0,$   
 $-2x_2 + x_4 + x_5 = -3,$   
 $x_3 - 2x_4 = 2,$   
 $x_1 + 3x_2 - x_4 \leq 5,$   
 $x_1 + x_2 \geq -3$

11. Ответить на вопрос и решить задачи:

1. Задача выпуклого программирования
2.  $x_1 + x_2 - x_1x_2 + 4 \ln x_1 \rightarrow \text{extr}$
3.  $x_1 - x_2 \rightarrow \text{extr}, \quad x_1^2 - 4x_1x_2 + 5x_2^2 = 1$
4.  $x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 6x_5 \rightarrow \min, \quad x \geq 0,$   
 $x_3 + x_5 = 3,$   
 $x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 + 9x_5 = 18,$   
 $x_1 + 5x_2 + 2x_4 + 8x_5 = 13$

12. Ответить на вопрос и решить задачи:

1. Задача линейного программирования
2.  $x_1x_2(x_1 + x_2 - 1) \rightarrow \text{extr}, \quad x_1 > 0, \quad x_2 > 0$
3.  $2x_2^2 - 6x_1 - 6x_2 - 3x_3 \rightarrow \text{extr}, \quad x_1 = x_2 + x_3, \quad x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 1$
4.  $-2x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 - x_5 \rightarrow \min, \quad x \geq 0,$   
 $x_2 + 2x_4 - x_5 = 1,$   
 $x_1 - x_4 - x_5 = 1,$   
 $2x_2 + x_3 + 2x_5 = 4$