

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Тульский государственный университет»

Институт Горного дела и строительства  
Кафедра «Строительство, строительные материалы и конструкции»

Утверждено на заседании кафедры  
«Строительство, строительные  
материалы и конструкции»  
« 20 » января 2021 г., протокол № 5

Заведующий кафедрой

  
\_\_\_\_\_ А.А. Трещев

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ  
по дисциплине «Металлические конструкции»**

**основной профессиональной образовательной программы  
высшего образования – программы бакалавриата**

по направлению подготовки  
**08.03.01 Строительство**

с направленностью (профилем)  
**Промышленное и гражданское строительство**

Формы обучения: очная, заочная


Идентификационный номер образовательной программы: 080301-05-21

Тула 2021 год

**ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ**  
**методических указаний по дисциплине**

**Разработчик:**

И.А. Захарова, доцент, к.ф.-м.н  
(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)

  
(подпись)

## ВВЕДЕНИЕ

В методических указаниях отражены вопросы, связанные с решением конкретных задач по расчету и конструированию соединений и простейших элементов металлических конструкций. Практические занятия на первом этапе изучения металлических конструкций являются основой приобретения практических навыков, расчета и проектирования конструкций.

### ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ.

Практические занятия способствуют применению теоретических знаний в практических расчетах конструкций, привитию начальных навыков проектирования.

Целью практических занятий является твердое усвоение основополагающих алгоритмов решения простейших задач по расчету конструкций. Студент должен свободно ориентироваться в выборах расчетных схем, расчетных формул и алгоритмов при решении простейших задач по расчету соединений и элементов металлических конструкций.

Понимание работы конструкций, а, следовательно, сознательное проведение расчета их, основывается на умении анализировать напряженное состояние соединения элемента конструкции и применять знания, полученные при изучении курса “Сопротивления материалов”. Применение теоретических знаний в практических расчетах конструкций осложнено большим многообразием полученных студентом абстрактных теоретических знаний напряженного состояния объекта и не умением применять их для конкретных задач.

Важно на первых практических занятиях повторить материал теоретических курсов по определению напряжений в сечениях стержней. Положение напряженного состояния соединения или элемента конструкции позволит быстро и правильно подобрать нужную расчетную формулу, осознанно решить задачу. Поэтому начальным этапом освоения практических методов расчета металлических конструкций является повторение материала из теоретических курсов по построению эпюр напряжений в сечениях и воспроизведение формул по вычислению геометрических характеристик сечений стержней.

### СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ.

#### Очная форма обучения

№ п/п	Темы практических (семинарских) занятий
<i>6 семестр</i>	
1	Геометрические характеристики сечений стержней
2	Напряженно-деформированное состояние балок
3	Расчет балок из прокатных профилей

<b>№ п/п</b>	<b>Темы практических (семинарских) занятий</b>
4	Расчет сварных составных балок
5	Подбор сечений центрально сжатых стержней из прокатных профилей
6	Подбор составных сплошных прокатных сечений при центральном сжатии
7	Подбор сплошного сварного сечения при центральном сжатии
8	Определение несущей способности стержней
9	Подбор сквозного сечения центрально сжатого элемента
10	Расчет сварных соединений стыковыми швами
11	Расчет сварных листовых соединений угловыми швами
12	Расчет соединения прокатного уголка с листом
13	Расчет и конструирование болтовых соединений на обычных болтах
14	Расчет и конструирование болтовых соединений на высокопрочных болтах
15	Расчет и конструирование фланцевых болтовых соединений
16	Расчет балок с усилением
<b>7 семестр</b>	
17	Сбор нагрузок на стропильную ферму. Определение усилий в стержнях фермы
18	Подбор сечений стержней фермы
19	Расчет и конструирование узлов фермы
20	Расчет бесфасонных узлов фермы
21	Конструирование монтажных узлов фермы
22	Конструирование опорных узлов фермы
23	Сбор постоянных и снеговых нагрузок на раму
24	Определение крановых воздействий
25	Определение усилий в подкрановой балке
26	Ветровая нагрузка на колонны
27	Расчет подкрановой балки с тормозной
28	Крановые нагрузки на колонны
29	Расчет надкрановой части колонны
30	Расчет подкрановой части колонны
<b>8 семестр</b>	
31	Определение геометрических параметров гибкой нити
32	Расчет гибкой нити при равномерно распределенной нагрузке
33	Расчет гибкой нити при неравномерно распределенной нагрузке
34	Частный случай изгибно-жесткой нити
35	Расчет изгибно-жесткой нити на прочность
36	Расчет и конструирование однопоясного висячего покрытия.
37	Конструирование двухпоясных висячих покрытий.
38	Расчет двухпоясного висячего покрытия (поясов)
39	Расчет двухпоясного висячего покрытия (распорок).
40	Расчет предварительно напряженной стальной балки.
41	Определение оптимальной высоты резервуара
42	Расчет элементов вертикального цилиндрического резервуара

### **Заочная форма обучения**

<b>№ п/п</b>	<b>Темы практических (семинарских) занятий</b>
<b>6 семестр</b>	

№ п/п	Темы практических (семинарских) занятий
1	Подбор сечений балок. Подбор сечений центрально сжатых стержней.
2	Расчет сварных соединений
3	Расчет и конструирование болтовых соединений
<b>7 семестр</b>	
1	Расчет и конструирование стропильной фермы
2	Расчет и конструирование рамы производственного здания
<b>8 семестр</b>	
1	Расчет и конструирование висячих покрытий
2	Расчет и конструирование листовых конструкций

## МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ.

Большой объем разнообразных типов задач и ограниченный объем времени аудиторных занятий не позволяет проводить практические занятия в классическом стиле. Поэтому практические занятия рекомендуется проводить следующим образом. Преподаватель в начале занятия излагает на доске условия задачи и дает комментарий по особенностям данной задачи. С помощью студентов устанавливается тип задачи и на доске излагается обобщенный алгоритм решения. Затем все студенты решают задачу самостоятельно. В конце занятия подводится итог решения задачи и разъясняются наиболее характерные ошибки студентов. При этом во время решения задачи преподаватель постоянно следит за работой и ошибками студентов. На дом дается аналогичная задача. Подведение итогов практических занятий осуществляется на зачете в конце семестра.

Все элементарные задачи по расчету соединений и элементов металлических конструкций в зависимости от поставленной цели можно свести к трем типам:

- 1) прямой тип, суть которого заключается в определении размеров соединения или сечения элемента при заданных значениях расчетного усилия, марок стали, условий работы и др. Это – наиболее сложный тип задач;
- 2) обратный тип – по определению несущей способности элементов при известных значениях их размеров, марки стали, условий работы;
- 3) проверочный тип, в котором известны все силовые и геометрические величины, марка стали, условия работы. Определяется напряжение и сравнивается с расчетным сопротивлением.

Для решения задач по расчету соединений возможен комбинированный тип: первый и второй совместно.

Решение задач по металлическим конструкциям рекомендуется вести по обобщенному единому алгоритму:

- 1) внимательно прочитать условие задачи (вникнуть в суть задачи) и уяснить:

- исходные данные;
- их размерности;
- искомые величины;
- тип задачи (прямой, обратный или поверочный);

2) установить по условию задачи и рисунку вид силового воздействия на рассматриваемый объект (осевое растяжение, осевое сжатие – устойчивость -, изгиб, сдвиг, срез, растяжение с изгибом, внецентренное сжатие);

3) применительно к установленному силовому воздействию и типу задач

4) подобрать расчетные формулы для определения напряжений или деформаций элемента;

5) выбрать размерности величин. Рекомендуется вести расчеты в кН, кПа, см;

6) проанализировать расчетные формулы на предмет того, какие величины известны и какие надо определить;

7) выбрать из СНиПа значения прочностных характеристик металла и приступить к определению необходимых величин в соответствии с условиями задачи, выбрав алгоритм по типу и виду задачи;

8) проанализировать полученный результат.

## АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ.

### Геометрические характеристики плоских сечений

Площадь всего сечения  $F = \int_F dF$ . Площадь является простейшей геометрической характеристикой сечения, имеет размерность  $L^2$ . Отметим два важных свойства: площадь всегда положительна и не зависит от выбора системы координат.

#### **Статические моменты сечений.**

Статическим моментом  $S_x$  сечения относительно оси  $x$  называется геометрическая характеристика, определяемая интегралом вида

$$S_x = \int_F y dF,$$

где  $y$  - расстояние от элементарной площадки  $dF$  до оси  $x$ .

$$S_x = \int_F y dF = F \cdot y_c,$$

где площадь сечения  $F$  представляет собой равнодействующую, координата  $y_c$  - плечо равнодействующей,  $c$  - центр тяжести сечения.

Статический момент относительно оси  $y$  равен

$$S_y = \int_F x dF = F \cdot x_c,$$

откуда следуют формулы для определения координат центра тяжести

$$x_c = \frac{S_y}{F}, \quad y_c = \frac{S_x}{F}$$

Статические моменты могут быть положительными, отрицательными и равными нулю. В частности, относительно любых центральных осей (проходящих через центр тяжести  $C$  обозначаются  $x_c, y_c$ ) статические моменты  $S_{x_c} = S_{y_c} = 0$ . Размерность статических моментов  $L^3$ . Для сложного сечения, состоящего из  $n$  частей

$$S_x = \int_F y dF = \sum_{i=1}^n S_x^i,$$

$$S_y = \int_F x dF = \sum_{i=1}^n S_y^i,$$

где  $S_x^i, S_y^i$  - статические моменты  $i$ -й части сечения относительно осей  $x$  и  $y$  соответственно.

### ***Моменты инерции сечений.***

Моментами инерции сечения называются геометрические характеристики, определяемые интегралами вида:

$$J_x = \int_F y^2 dF,$$

$$J_y = \int_F x^2 dF,$$

Размерность моментов инерции  $L^4$ . Осевые моменты инерции всегда положительны.

$$J_{x_1} = J_{x_c} + a^2 F,$$

$$J_{y_1} = J_{y_c} + a^2 F.$$

### ***Алгоритм расчета центрально сжатой стойки из прокатных профилей:***

1) Задаемся гибкостью  $\lambda = 50 \dots 90$ ; находим величину коэффициента продольного изгиба  $\varphi$  по  $\lambda$  и  $R_y$ .

2) Требуемая площадь сечения и радиус инерции:

$$A_{mp} = \frac{N}{\varphi \cdot \gamma_c \cdot R_y} \text{ и } i_{mp} = \frac{\ell_{ef,x}}{\lambda}.$$

3) По  $A_{mp}$  и  $i_{mp}$  в сортаменте выбираем номер профиля и его геометрические характеристики ( $A, i_x, i_y$ ).

4) Вычисляем гибкость для принятого профиля  $\lambda_y = \frac{\ell_{ef,x}}{i_y}$  и находим

величину  $\varphi$ .

5) Проверяем принятый профиль на устойчивость по формуле

$$\frac{N}{\varphi \cdot A} \leq R_y \cdot \gamma_c.$$

6) В случае надобности (перенапряжение, что не допускается, или недонапряжение более 5%) корректируем сечение в ту или иную сторону и вновь проверяем стойку на устойчивость.

Следует заметить, что для прокатных профилей возможно принимать сечение при недонапряжении свыше 5%, если предыдущий номер профиля дает перенапряжение.

***Алгоритм расчета центрально сжатой стойки из прокатных профилей, сваренных в коробку:***

Подбирается сечение относительно оси  $x-x$  и проверяется затем относительно оси  $y-y$ :

1) задаемся гибкостью  $\lambda = 50 \dots 90$ ; находим  $\varphi$  по  $\lambda$  и  $R_y$ ,

2) требуемые площадь сечения и радиус инерции:

$$A_{mp} = \frac{N}{2 \cdot \varphi \cdot R_y \cdot \gamma_c} \text{ и } i_{mp} = \frac{\ell_{ef}}{\lambda},$$

3) по  $A_{mp}$  и  $i_{mp}$  подбираем номер профиля ( $A, i_x, i_y$ ),

4) вычисляем гибкость стержня относительно оси  $x-x$

$$\lambda_x = \frac{\ell_{ef,x}}{i_x}, \text{ затем находим } \varphi_x,$$

5) проверяем принятое сечение относительно оси  $x-x$

$$\frac{N}{\varphi_x \cdot 2 \cdot A} \leq R_y \cdot \gamma_c,$$

6) в случае надобности корректируем сечение в ту или иную сторону и вновь следует проверка относительно оси  $x-x$ ;

7) подобранное сечение относительно оси  $x-x$  проверяем на устойчивость относительно оси  $y-y$  по формуле

$$\frac{N}{\varphi_y \cdot 2 \cdot A} \leq R_y \cdot \gamma_c,$$

$$\text{где } \varphi_y \text{ определяется по } \lambda_y = \frac{\ell_{ef,y}}{i_y}, i_y = \sqrt{\frac{J_y}{2 \cdot A}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (J_{y0} + A \cdot c^2)}{2 \cdot A}};$$

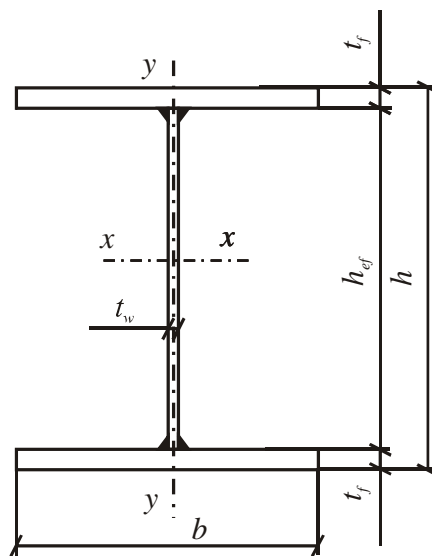


$s$  – расстояние от середины сечения стойки до центра тяжести одного из профилей.

Если неравенство не выполняется, т.е. имеет место перенапряжение, то следует увеличить номер профиля на один шаг. При этом проверка сечения относительно оси  $x - x$  не требуется.

**Алгоритм расчета центрально сжатой стойки сварного сечения:**

- 1) задаемся  $\lambda = 50 \dots 90$ ; находим величину  $\varphi$ ;



**Рис. Сечение стержня.**

- 2) определяем требуемую площадь сечения  $A_{mp} = \frac{N}{\varphi \cdot R_y \cdot \gamma_c}$  и радиус

инерции  $i_{mp} = \frac{\ell_{ef,x}}{\lambda}$ ;

3) используем приближенное выражение для радиуса инерции через габариты сечения. Поскольку у двутаврового сечения при  $b \leq h$  расчетной осью будет ось  $y - y$  ( $i_y < i_x$ ), то используем зависимость  $i_y \approx 0,24 \cdot b$ . Отсюда

$$b = \frac{i_y}{0,24} = \frac{i_{mp}}{0,24}, \text{ принимая } i_{mp} = i_y;$$

4) komponуем некоторые размеры сечения. Следует принять величину  $b$  равной ширине полосы универсальной стали из сортамента; минимальную толщину стенки  $t_{w,min} = 6$  мм, а также условие  $b \approx h$ . Неизвестной остается толщина полок  $t_f$ ;

5) определяем толщину полок сечения по требуемой площади всего сечения

$$A_{mp} = 2 \cdot t_f \cdot b + t_w \cdot (h - 2 \cdot t_f); \text{ отсюда } t_f^{mp} = \frac{A_{mp} - t_w \cdot h}{2 \cdot (b - t_w)}.$$

Следует принять величину  $t_f$  равной толщине листа из сортамента и не менее 6 мм. Если  $t_f^{mp} < 6$  мм, то это означает, что задались неудачной величиной гибкости  $\lambda$ . Необходимо задаться большим значением гибкости  $\lambda$  и повторить процедуру вычислений до этого пункта.

При компоновке сечения следует учитывать рекомендацию:

$$t_f = (1,0 \dots 2,5) \cdot t_w;$$

б) уточняем высоту сечения стенки  $h_{ef}$ , принимая ее равной ширине полосы универсальной стали из сортамента. Вычисляем геометрические параметры скомпонованного сечения:  $A$ ;  $J_y$ ;  $i_y$ ; затем гибкость  $\lambda_y = \frac{\ell_{ef,y}}{i_y}$  и величину  $\varphi_y$ .

Проверяем на устойчивость:

$$\frac{N}{\varphi_y \cdot A} \leq R_y \cdot \gamma_c. \text{ Недонапряжение должно быть не более 5\%;}$$

7) В случае необходимости производится корректировка размеров сечения и проверка его на устойчивость.

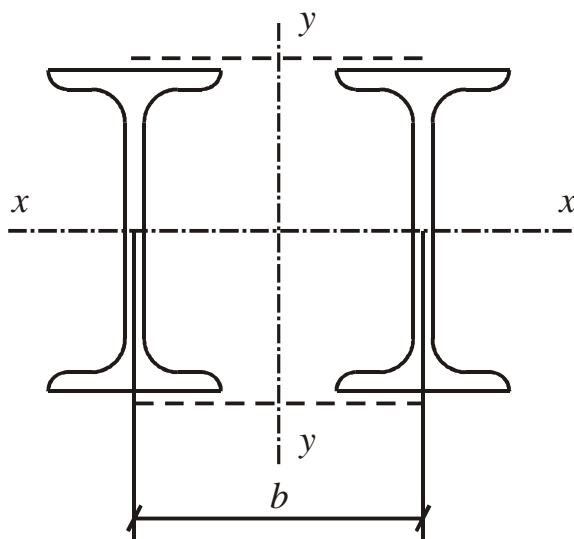
Следует заметить, что полученное решение задачи не является оптимальным; результат зависит от удачного или неудачного задания величины гибкости  $\lambda$ .

### ***Алгоритм расчета центрально сжатой стойки сквозного сечения:***

Двухветевой стержень сквозного сечения проектируют из прокатных швеллеров или двутавров.

Расчетом относительно материальной оси  $x - x$  определяют сечение прокатного профиля; относительно свободной оси – расстояние между ветвями  $b$ .

При  $N$  до 1500 кН и длине стержня до 7м можно задаться гибкостью  $\lambda = 60 \dots 90$ . Для более мощных стержней с нагрузкой  $N = 2000 \dots 3000$  кН можно принять  $\lambda = 40 \dots 60$ .



**Рис. Сечение стержня.**

Задавшись гибкостью  $\lambda$  и определив по ней и  $R_y$  коэффициент продольного изгиба  $\varphi_x$ , определяем требуемые площадь и радиус инерции сечения прокатного профиля, т.е.

$$A_{mp} = \frac{N}{2 \cdot \varphi_x \cdot R_y \cdot \gamma_c} \text{ и } i_{mp} = \frac{\ell_{ef}}{\lambda},$$

Определив требуемые площадь и радиус инерции, подбираем по сортаменту соответствующий им номер профиля.

Приняв сечение, проверяем его на устойчивость относительно оси  $x-x$  по формуле

$$\frac{N}{\varphi_x \cdot 2 \cdot A} \leq R_y \cdot \gamma_c,$$

где коэффициент  $\varphi_x$  определяется по действительной (а не заданной) гибкости

$$\lambda_x = \frac{\ell_{ef,x}}{i_x}.$$

Для определения расстояния между ветвями (ширины сечения) следует задаться гибкостью ветви  $\lambda_1 = 20 \dots 40$ .

В стержнях с планками требуемое значение гибкости относительно свободной оси  $y-y$

$$\lambda_y = \sqrt{\lambda_x^2 - \lambda_1^2},$$

и радиус инерции

$$i_y = \frac{\ell_{ef,y}}{\lambda_y}.$$

Расстояние между ветвями

$$b = 2\sqrt{i_y^2 - \frac{J_1}{A}},$$

где  $J_1 = J_y$  – по сортаменту для профиля.

### **Сварные соединения. Соединения со стыковыми швами.**

Нормальные напряжения в сечении стыкового шва сварного соединения, воспринимающего осевое усилие  $N$ , определяются по формуле

$$\sigma_w = \frac{N}{A_w} \leq \gamma_c \cdot R_{wy},$$

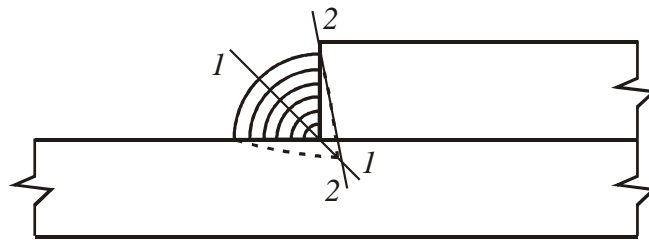
где  $A_w = t_{\min}(b - 2 \cdot t_{\min})$ ;

$t_{\min}$  – минимальная толщина детали в соединении;

$b$  – ширина сечения детали;

$R_{wy} = R_y$  – расчетное сопротивление стыкового шва при физических методах контроля шва и  $R_{wy} = 0,85R_y$  – при обычных методах контроля.

### **Сварные соединения. Соединения с угловыми швами.**



**Рис. К определению расчетных сечений шва.**

Угловые швы следует рассчитывать при действии продольной силы по формулам:

а) по металлу шва (сечение 1-1)

$$\tau_f = \frac{N}{\beta_f \cdot k_f \cdot \sum \ell_f} \leq R_{wf} \cdot \gamma_{wf} \cdot \gamma_c;$$

б) по металлу границы сплавления (сечение 2-2)

$$\tau_z = \frac{N}{\beta_z \cdot k_f \cdot \sum \ell_f} \leq R_{wz} \cdot \gamma_{wz} \cdot \gamma_c,$$

где  $\beta_f$  и  $\beta_z$  – коэффициенты, принимаемые по табл. 34\* СНиП II-23-81\*

при  $R_{yn} \leq 58$  кН/см<sup>2</sup>, связаны зависимостью  $\beta_z = 1,41\sqrt{\beta_f^2 - 1,41 \cdot \beta_f + 1}$

$\gamma_{wf}$  и  $\gamma_{wz}$  – коэффициенты условий работы шва, равные 1,0 во всех случаях, кроме конструкций, возводимых в климатических районах I<sub>1</sub>; I<sub>2</sub>; II<sub>2</sub> и

П<sub>3</sub>, для которых  $\gamma_{wf} = 0,85$  для металла шва с нормативным сопротивлением по временному сопротивлению  $R_{wun} = 41 \text{ кН/см}^2$  и  $\gamma_{wz} = 0,85$  – для всех марок сталей. Климатические районы характеризуются расчетной температурой:

П<sub>4</sub> –  $-30^\circ\text{C} > t^\circ \geq -40^\circ\text{C}$ ;

П<sub>5</sub> и др.  $t^\circ \geq -30^\circ\text{C}$ .

Для угловых швов в элементах из стали с  $R_{yn} \leq 29 \text{ кН/см}^2$  следует применять электроды или сварочную проволоку, соблюдая требования  $R_{wf} > R_{wz}$ , а при ручной сварке  $R_{wf} \geq 1,1 \cdot R_{wz}$ , но не превышать значения

$$R_{wz} \cdot \frac{\beta_z}{\beta_f}.$$

Выбор электродов или сварочной проволоки следует выполнять в соответствии с табл. 55\* СНиП II-23-81\*.

### **Болтовые соединения. Соединения на обычных болтах**

Диаметры обычных болтов ГОСТ 22356-70\*: 12, 16, 20, 24, 30, 36, 42, 48.

Болты класса точности В и С рекомендуется применять для конструкций из стали с  $R_{yn} \leq 37,5 \text{ кН/см}^2$ .

Для строительных металлических конструкций рекомендуются болты следующих классов прочности:

5.6 ( $R_{bs} = 21 \text{ кН/см}^2$ ;  $R_{bt} = 22,5 \text{ кН/см}^2$ ) – из углеродистой стали обыкновенного качества;  
 8.8 ( $R_{bs} = 32 \text{ кН/см}^2$ ;  $R_{bt} = 43,5 \text{ кН/см}^2$ ) – из низколегированной стали;  
 10.9 ( $R_{bs} = 40 \text{ кН/см}^2$ ;  $R_{bt} = 54 \text{ кН/см}^2$ )  
 12.9 ( $R_{bs} = 42 \text{ кН/см}^2$ ; не рекомендуется применять для работы на растяжение) } -

из высоко -

прочной стали

Расчетные усилия, воспринимаемые одним болтом:

при срезе  $N_{bs} = R_{bs} \cdot \gamma_b \cdot A_b \cdot n_s \cdot \gamma_c$ ;

при смятии  $N_{bp} = R_{bp} \cdot \gamma_b \cdot d_b \cdot \sum t \cdot \gamma_c$ ;

при растяжении  $N_{bt} = R_{bt} \cdot A_{bn} \cdot \gamma_c$ ,

где  $R_{bs}$ ,  $R_{bp}$ ,  $R_{bt}$  – расчетные сопротивления одноболтовых соединений на срез, смятие и растяжение;

$A_b$  и  $A_{bn}$  – соответственно, площадь сечения болта и площадь сечения болта нетто;

$d_b$  – диаметр болта;

$\gamma_b$  – коэффициент условий работы болтового соединения.

Для многоболтового соединения при  $R_{yn} \leq 28,5 \text{ кН/см}^2$  для болтов класса точности А при работе их на срез или смятие  $\gamma_b = 1,0$ ; для болтов класса точности В и С при работе на срез или смятие  $\gamma_b = 0,9$ .

Размещение болтов по горизонтали – на минимальных расстояниях, а по вертикали – не менее минимальных и не более максимальных (см. табл. 39 СНиПа II-23-81\*).

### ***Болтовые соединения. Соединения на высокопрочных болтах***

Диаметры ГОСТ 22356: 16, 20, 24, 30, 36, 42, 48 мм.

Для фрикционных соединений применяют высокопрочные болты из стали марки 40Х «СЕЛЕКТ».

Расчетное усилие, которое может быть воспринято каждой плоскостью трения элементов, стянутых одним высокопрочным болтом, определяется по формуле:

$$Q_{bh} = \frac{R_{bh} \cdot A_{bn} \cdot \gamma_b \cdot \mu}{\gamma_h},$$

где  $R_{bh} = 0,7 \cdot R_{bun}$ ;

$\gamma_h$  – коэффициент надежности, принимаемый в зависимости от способа обработки поверхностей трения и контроля натяжения;

$\gamma_b$  – коэффициенты условия работы болтового соединения;

$\gamma_b = 0,8$  при  $n_b \leq 5$ ;  $\gamma_b = 0,9$  при  $5 < n_b \leq 10$ ;  $\gamma_b = 1,0$  при  $n_b > 10$ .

Требуемое количество болтов

$$n_b = \frac{N}{Q_{bh} \cdot n_\mu \cdot \gamma_c},$$

где  $n_\mu$  – количество плоскостей трения.

Расчет на прочность соединяемых элементов, ослабленных отверстиями во фрикционном соединении, выполняют с учетом того, что половина усилия, приходящегося на каждый болт, передана силами трения. При этом проверку ослабленных сечений выполняют при статической нагрузке по площади сечения брутто  $A$  при  $A_n$  (нетто)  $\geq 0,85A$ , либо по условной площади  $A_{ef} = 1,18 \cdot A_n$  при  $A_n < 0,85 \cdot A$ .

При динамических нагрузках – по площади сечения нетто  $A_n$ .

### ***Алгоритм подбора балки из прокатных двутавровых профилей***

Для балок, работающих в упругой области и изгибаемых в одной из главных плоскостей, требуемый момент сопротивления определяется по формуле:

$$W_{mp} = \frac{M}{R_y \cdot \gamma_c}.$$

Подобранное по сортаменту сечение проверяют на прочность от действия касательных напряжений по формуле:

$$\tau = \frac{Q_{\max} \cdot S}{J \cdot t_w} \leq R_s \cdot \gamma_c,$$

где  $S$  – статический момент сдвигаемой части сечения;

$R_s = 0.58R_y$  – расчетное сопротивление стали срезу;

$J$  – момент инерции сечения.

Для прокатных разрезных балок, несущих статическую нагрузку и обеспеченных от потери общей устойчивости, разрешается использовать упруго-пластическую работу стали. При изгибе в одной из главных плоскостей и при  $\tau \leq 0.9 \cdot R_s$  требуемый момент сопротивления определяется по формуле

$$W_{mp} = \frac{M}{c_1 \cdot R_y \cdot \gamma_c},$$

где  $c_1$  – коэффициент, учитывающий развитие пластических деформаций по сечению.

Первоначально принимается  $c_1 = 1,1$ , а затем это значение уточняется в зависимости от отношения площади сечения полки  $A_f$  к площади сечения стенки  $A_w$ .

$$\text{При } \frac{A_f}{A_w} = 0.25 \quad c_1 = 1,19;$$

$$\text{При } \frac{A_f}{A_w} = 0.5 \quad c_1 = 1,12;$$

$$\text{При } \frac{A_f}{A_w} = 1 \quad c_1 = 1,07.$$

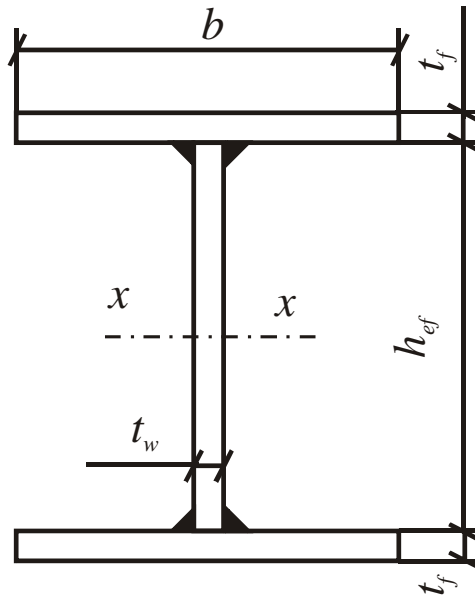
При равномерно распределенной нагрузке относительный прогиб балки проверяется по формуле

$$\frac{f}{l} = \frac{5}{384} \frac{q^H \cdot l^3}{E \cdot J} \leq \left[ \frac{f}{l} \right].$$

### ***Алгоритм подбора балки в виде сварного двутавра с равными полками***

Для сечения рассматриваемого типа балки (рис. 60) рекомендуется применять стандартные размеры ширины выпускаемых листов: 500, 510, 600, 650, 670, 700, 710, 750, 800, 850, 900, 950, 1000, 1100, 1250, 1400, 1420, 1500 мм, далее кратно 100 мм. В связи с этим необязательно принимать высоту сечения балки кратной 100 мм.

Для разрезных балок ориентировочно можно принимать величину отношения высоты сечения к длине балки в пределах  $\frac{h}{l} = \frac{1}{10} \dots \frac{1}{13}$ .



**Рис. Сечение сварной балки.**

#### Рекомендуемые толщины стенок балок

$h$ , м	$t_w$ , мм
0,5	6...8
1,0	8...10
1,5	10...12
2,0	12...14

1) Требуемый момент сопротивления

$$W_{mp} = \frac{M}{R_y \cdot \gamma_c};$$

2) Предварительно назначается высота сечения балки  $h = \left( \frac{1}{10} \dots \frac{1}{13} \right) l$  и

толщина стенки  $t_w$  по таблице 2.

3) Оптимальная высота сечения по формуле:

$$h_{opt} = 1.15 \sqrt{\frac{W_{mp}}{t_w}},$$

4) Минимальная высота сечения по формуле:



$$h_{\min} = \frac{5}{24} \frac{R_y \cdot l}{E} \cdot \left[ \frac{l}{f} \right] \cdot \frac{q_H}{q},$$

5) Предварительно назначается толщина полок  $t_f$ . Ориентировочно можно принять:

$t_f = 8...10 \text{ мм}$	при $h = 0.5...1.0 \text{ м}$
$t_f = 11...14 \text{ мм}$	при $h = 1.0...1.5 \text{ м}$
$t_f = 14...20 \text{ мм}$	при $h = 1.6...2.0 \text{ м}$

6) Принимается высота сечения балки  $h$ , с учетом  $h_{onm}$ ,  $h_{\min}$ ,  $t_f$  и рекомендуемых размеров листов.

7) Требуемый момент инерции:

$$J_{mp} = W_{mp} \cdot \frac{h}{2},$$

8) Требуемый момент инерции полок:

$$J_{f,mp} = 2 \cdot t_f \cdot b \cdot \left( \frac{h_1}{2} \right)^2 = J_{mp} - J_w,$$

$$\text{где } h_1 = h - t_f; \quad J_w = \frac{t_w \cdot h_{ef}^3}{12}; \quad h_{ef} = h - 2 \cdot t_f.$$

9) Определяется требуемая ширина полки

$$b = \frac{1}{2} \cdot \frac{J_{mp} - J_w}{t_f} \left( \frac{2}{h_1} \right)^2.$$

Ширина полки должна находиться в пределах  $b = \left( \frac{1}{3} \dots \frac{1}{5} \right) h$ .

Если полученная величина « $b$ » окажется вне указанных пределов, то надо изменить толщину полки  $t_f$  и вернуться к пункту 8.

10) Рекомендуется ширину полки принимать в соответствии с рядом размеров полос универсальной стали.

11) Проверяется ширина полки, исходя из ее местной устойчивости

$$\frac{b_{ef}}{t_f} \leq 0.5 \sqrt{\frac{E}{R_y}},$$

$$\text{где } b_{ef} = \frac{b - t_w}{2}.$$

12) Проверяется необходимость постановки продольных ребер жесткости

$$t_w \geq \frac{h_{ef}}{5.5} \sqrt{\frac{\sigma}{E}},$$

$$\text{где } \sigma = \frac{M}{W_x} \leq R_y \cdot \gamma_c.$$

Перенапряжение не допускается, а недонапряжение рекомендуется получать таким, чтобы  $\sigma = (0.95...1.0) R_y$ .

### **Алгоритм определения несущей способности центрально сжатой стойки:**

Несущая способность центрально сжатого стержня определяется по формулам:

$$N_x = \varphi_x \cdot 2 \cdot A \cdot R_y \cdot \gamma_c ;$$

$$N_y = \varphi_y \cdot 2 \cdot A \cdot R_y \cdot \gamma_c$$

и принимается меньшая из них.

Вычисляем геометрические характеристики заданного сечения ( $A$ ;  $J_x$ ;  $i_x$ ,  $J_y$ ;  $i_y$ ).

Если  $i_y < i_x$ , то расчетной осью является ось  $y - y$ , относительно которой гибкость будет больше, а коэффициент продольного изгиба меньше ( $\varphi_y < \varphi_x$ ).

Определяем гибкость  $\lambda_y$ ;  $\varphi$

Вычисляем несущую способность центрально сжатого стержня.

### **Определение усилий в стержнях фермы.**

Для определения усилий растяжения-сжатия в плоских фермах применяются *метод сквозных сечений* и *метод вырезания узлов*.

При использовании *метода сквозных сечений* расчетную схему *расчленяют* на две части, таким образом, чтобы число неизвестных усилий в сечении было не более двух. При этом *каждое усилие* должно определяться из *отдельного* уравнения равновесия и не должно выражаться через усилия в *других стержнях*.

При использовании *метода вырезания узлов* усилия в стержнях, сходящихся в рассматриваемом узле, определяют из *уравнений равновесия в проекциях сил* на оси  $X$  и  $Y$  глобальной системы координат.

Указываем порядок следования сечений, чтобы иметь возможность составить уравнения, необходимые для определения усилий в стержнях, попавших в соответствующее сечение последовательности.

Уравнение в *проекциях* сил рекомендуется применять тогда, когда *нельзя* составить уравнение в моментах.

Уравнение в моментах требует вычисления *расстояния* от точки приведения до линии действия усилия, а уравнение в проекциях сил – вычисления *значений тригонометрических функций* угла между осями стержней.

При симметричной по нагрузке (узловая нагрузка, реактивные силы) и очертанию решетки заданной расчетной схему достаточно определить усилия в стержнях половины фермы, так как усилия в стержнях другой половины будут такими же.

### **Определение нагрузок.**

#### **Постоянные нагрузки.**

Собственный вес кровли подсчитывается на  $1 \text{ м}^2$  покрытия, исходя из принятой ее конструкции. Собственный вес стропильной фермы определяется приближенно по формуле

$$q_{\delta}^n = 12v_{\delta}l, \text{ (Н/м}^2\text{)},$$

где  $v_{\delta}=0.6\div 0.9$  – в зависимости от уклона верхнего пояса;

$l$  – пролет фермы в метрах.

Собственный вес фонарной конструкции на  $1 \text{ м}^2$  покрытия приближенно определяется по формуле:

$$q_{\delta i i}^n = 5l_{\delta i i}, \text{ (Н/м}^2\text{)},$$

$l_{\text{фон}}$  – пролет фонаря в м.

Для упрощения расчетов принимают вес переплетов  $q_{i \delta i}^n = 40\div 60 \text{ (Н/м}^2\text{)}$ ; вес бортовой стенки и остекления  $q_{\delta i \delta}^n = 2000 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$  – на единицу длины стенки.

Вес стальных прогонов  $q_{i \delta}^n = 80\div 150 \text{ (Н/м}^2\text{)}$ , вес связей  $q_{\delta a}^n \approx 50 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$

Расчетную постоянную нагрузку на стропильную ферму приводят к узловой с учётом расположения фонарной конструкции. На ригель рамы постоянную нагрузку определяют в виде равномерно распределённой на  $1 \text{ п.м}$

$$q_i = (q_{\delta \delta} + q_{\delta} + q_{\delta i i} + q_{\delta i \delta} + q_{i \delta} + q_{\delta a})B,$$

где  $B$  – шаг рам,  $q_{\delta \delta}$  – расчетная нагрузка на  $1 \text{ м}^2$  от собственного веса кровли.

В месте излома оси колонны появляется изгибающий момент

$$M_q = \frac{q_i l}{4} (h_n - h_a) + N_2 \left( \frac{h_n - h_a}{2} \right),$$

где  $h_n$  – ширина подкрановой части колонны;

$h_a$  – ширина надкрановой части колонны;

$N_2$  – вес надкрановой части стен и надкрановой части колонны.

Общий расход стали на  $1 \text{ м}^2$  здания при кранах грузоподъемностью  $500 \text{ КН}$  составляет  $80\div 130 \text{ кг/м}^2$ ; при этом на шатер –  $30\div 45 \text{ кг/м}^2$ ; на колонны –  $25\div 35 \text{ кг/м}^2$ ; на подкрановые балки –  $20\div 30 \text{ кг/м}^2$ .

### Снеговая нагрузка.

Величина снеговой нагрузки зависит от района строительства. Нормативная величина снеговой нагрузки на  $1 \text{ м}^2$  горизонтальной проекции покрытия определяют по формуле:

$$S^n = S_0 \cdot \mu,$$

где  $S_0$  – вес снегового покрова на  $1 \text{ м}^2$  в зависимости от района строительства. Территория бывшего СССР разбита на 6 климатических районов (см. СНИП П-6-74):

I -  $S_0=0.5 \text{ кН/м}^2$

IV -  $S_0=1.5 \text{ кН/м}^2$

II -  $S_0=0.7 \text{ кН/м}^2$

V -  $S_0=2.0 \text{ кН/м}^2$

III -  $S_0=1.0 \text{ кН/м}^2$

VI -  $S_0=2.5 \text{ кН/м}^2$

$\mu$  - коэффициент, зависящий от конфигурации кровли:

а) однопролетное здание без фонаря;

$$\mu=1 \text{ при } \alpha=20^\circ;$$

б) здание с продольным фонарем;

$$\mu_2 = 1 + 0.1 \frac{a}{b}; \quad \mu_3 = 1 + 0.5 \frac{a}{bc};$$

$\mu_3 \leq 4.0$  – для ферм при нормативном значении веса покрытия  $\leq 1.5 \text{ кН/м}^2$ ;

$\mu_3 \leq 2.5$  – при нормативном весе покрытия  $> 1.5 \text{ кН/м}^2$ .

Фермы без фонаря рассчитываются обычно только по 1-ому варианту загрузки, так как при этом усилия в поясах и раскосах оказываются наибольшими.

По 2-му варианту должны проверяться стойки ферм, расположенные под увеличенной снеговой нагрузкой.

Для покрытия зданий, имеющих избыточные тепловыделения и уклон кровель не менее 3% снеговую нагрузку разрешается снижать на 20%.

Для расчета рамы снеговую нагрузку приводят к равномерно распределенной. Расчетное значение снеговой нагрузки на  $1 \text{ м}^2$  покрытия

$$S = S^n \gamma_f,$$

где  $\gamma_f = 1.4$  или  $\gamma_f = 1.6$  (п. 5.7 /8/).

Расчетная схема рамы при этом будет такой же, как и на постоянную нагрузку.

$$\text{Только } q_{CH} = SB, M_{CH} = \frac{q_{CH} l}{2} e,$$

$$\text{где } e = \frac{h_n - h_a}{2}.$$

В многопролетных зданиях с перепадами по высоте на кровлях нижележащих пролетов образуются снеговые «мешки». Нагрузку от снега в этих случаях принимают по своим схемам (см. СНИП 2.01.07-85).

### Крановая нагрузка.

При определении наибольших усилий в раме от вертикального давления кранов их располагают в самом невыгодном положении по отношению к данной раме.

Наибольшее расчетное давление на колонну

$$D_{\max} = \varphi \gamma_f P_{\max}^H \sum y_i + G_{n.б.} + G_{m.б.}, \quad (24.1)$$

где  $\sum y_i$  - сумма ординат линии влияния давления на колонну;

$$G_{n.б.} = g_{n.б.} \cdot l_{n.б.} \gamma_f; g_{n.б.} = 3 \dots 9 \text{ кН / м при } Q \text{ до } 1000 \text{ кН},$$

$l_{n.б.} = B$  – пролет подкрановой балки (шаг рам);

$\gamma_f = 1.05$ ;

$$G_{m.б.} = \gamma_{fT} P_T^H \cdot b_T \cdot l_{n.б.}; \gamma_{fT} = 1.2; P_T^H = 1.5 \text{ кН / м}^2,$$

$b_T$  – ширина тормозной конструкции.

Минимальное расчетное давление на колонну

$$D_{\min} = \varphi \gamma_f P_{\min}^H \sum y_i + G_{n.б.} + G_{m.б.}; \quad (24.2)$$

$$\text{где } P_{\min}^H = \frac{Q + (G_T + G_{кр})}{n_0} - P_{\max}^H,$$

$Q$  – грузоподъемность крана,

$G_T, G_{кр}$  – вес тележки и крана,

$n_0$  – число колес с одной стороны крана.

Поскольку подкрановые балки устанавливаются с эксцентриситетом по отношению к оси колонны, в раме от вертикального давления кранов возникают изгибающие моменты  $M_{\max}$  и  $M_{\min}$ , определяемые по формулам:

$$\begin{aligned} M_{\max} &= D_{\max} \cdot e, \\ M_{\min} &= D_{\min} \cdot e, \end{aligned} \quad (24.3)$$

где  $e \approx 0.5 b_H$ ,

$b_H$  – ширина нижней (подкрановой) части колонны.

Силу поперечного торможения (или бокового давления) считают переданной раме одной стороной крана и определяют по формуле:

$$T = \varphi T_k \sum y_i \quad (24.4)$$

На раму расчетное давление от сил поперечного торможения будет определяться при том же расположении колес кранов, что и для вертикальной нагрузки. Сила  $T$  прикладывается в уровне верхнего пояса подкрановой балки.

### Ветровая нагрузка.

Расчетное значение средней составляющей ветровой нагрузки на высоте  $Z$  над поверхностью земли на  $1 \text{ м}^2$  определяют по формуле:

$$W_m = \gamma_f W_0 K C, \quad (24.5)$$

где  $\gamma_f = 1.4$ ;

$W_0$  – нормативное значение ветрового давления, принимаемое в зависимости от района строительства по СнИПу /8/,

$K$  – коэффициент, учитывающий изменение ветрового давления по высоте (табл.6./8/),

$C$  – аэродинамический коэффициент, зависящий от конфигурации здания (прилож.4./8/).

Скоростной напор ветра у поверхности земли зависит от наличия различных препятствий. Поэтому СнИП /8/ различает три типа местности:

А – открытая;

В – с препятствиями (города с окраинами, лесные массивы и др.);

С – городские районы с застройкой зданиями высотой более 25 метров.

Расчетная погонная нагрузка на раму:

$$q = W_m B, \quad (24.6)$$

где  $B$  – шаг рам.

Для упрощения расчетов ветровую нагрузку на колонну принимают эквивалентной равномерно распределенной по высоте колонны. Величину ее определяют из условия равенства изгибающих моментов в заземленной стойке от фактической эпюры ветрового давления  $q$  и от равномерно распределенной нагрузки:

$$q_{\text{экв.}} = \frac{2M}{h^2}, \quad (24.7)$$

где  $h$  – высота колонны;

$M$  – момент от нагрузки по эпюре ветрового давления.

Ветровая нагрузка от нижнего пояса фермы до верхней точки покрытия цеха заменяется сосредоточенной силой  $W$ .

### ***Основы теории гибкой нити.***

В зависимости от величины относительных стрелок провеса различают нити:

- пологие, когда  $\frac{f}{l} < 0,1$ ;

- умеренно пологие при  $\frac{1}{10} \leq \frac{f}{l} < \frac{1}{6}$ ;
- не пологие нити при  $\frac{f}{l} \geq \frac{1}{6}$ .

На практике в большинстве случаев применяют пологие нити. Поэтому достаточно полно разработана теория пологих нитей.

1). Вывод основных зависимостей для пологой гибкой нити, подвешенной в двух точках на одном уровне.

Рассмотрим гибкую нить, нагруженную вертикальной произвольно распределенной вдоль пролета погонной нагрузкой.

На расстоянии  $X$  от опоры  $A$  зафиксируем точку  $C$ . Вырежем участок нити  $AC$  и рассмотрим его равновесие. Сумма моментов всех сил, действующих на участок  $AC$ , относительно точки  $C$

$$V_A \cdot X - Mq - Hy = 0$$

где  $H$  – горизонтальная составляющая натяжения нити – распор, является величиной постоянной:

$$(\sum X = 0: -T_A \cdot \cos \varphi_A + T_A \cdot \cos \varphi = 0; T_A \cdot \cos \varphi_A = H = T_A \cdot \cos \varphi)$$

$V_A$  – вертикальная составляющая натяжения нити в точке  $A$  – балочная реакция;

$Mq$  – момент относительно точки  $C$  от распределенной нагрузки.

Очевидно, что  $V_A \cdot X - Mq = M^{\delta}$  – балочный изгибающий момент.

Тогда из имеем:

$$H = \frac{M^{\delta}}{f}$$

Если неизвестна величина " $f$ ", нельзя определить распор  $H$ . Задача становится неразрешимой. Поэтому для некоторых частных случаев загрузки нити кривой провеса задаются в соответствии с нагрузкой; становится известной стрелка провеса  $f$ . При этом можно определить все интересующие нас величины.

Натяжение нити  $T_A$  в точке подвеса  $A$ :

$$T_A = \sqrt{H^2 + V_A^2}$$

Максимальное натяжение нити, по которому следует подбирать сечения, имеет место в одной из точек подвеса, где большее значение  $V_A$ . Распор нити  $H = \text{const}$  (это видно из суммы проекций всех сил на ось  $X$ ).

Получим формулу для определения длины нити  $L$ .

$$L = \int_0^l dS = \int_0^l \sqrt{dx^2 + dy^2} = \int_0^l \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$$

Так как рассматривается пологая нить, то  $\frac{dy}{dx} = \text{tg } \varphi$  – величина малая.

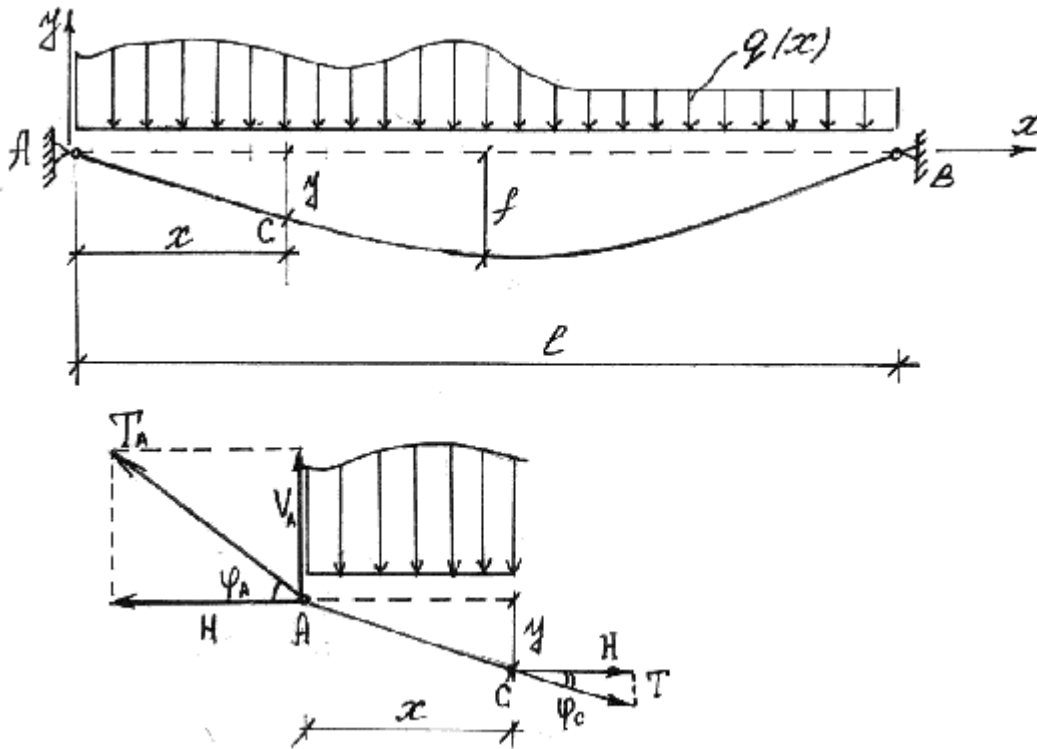


Рис. Схема гибкой нити.

Раскладывая подкоренное выражение в ряд и сохраняя только первые два слагаемые, получим:

$$L \approx \int_0^l \left( 1 + \frac{1}{2} y'^2 \right) dx = l + \frac{1}{2} \int_0^l y'^2 dx.$$

Имея в виду, что  $y' = \frac{d}{dx} \left( \frac{M^6}{H} \right)$ , получаем  $y' = \frac{Q}{H}$  и  $L = l + \frac{1}{2H^2} \int_0^l Q^2 dx$ ,

где  $Q$  – балочная поперечная сила.

Величину  $\int_0^l Q^2 dx = D$  называют характеристикой нагрузки. Окончательным выражением для длины нити:

$$L = l + \frac{D}{2H^2}$$

Для случая равномерно распределенной нагрузки  $q$  при  $y = f_0$  и  $M^6 = \frac{ql^2}{8}$ ;

$$D_0 = \int_0^l Q^2 dx = \int_0^l \left( \frac{ql}{2} - q_x \right)^2 dx = \frac{q^2 l^3}{12};$$

$$H_0 = \frac{ql^2}{8f_0}; \quad V_0 = \frac{ql}{2}; \quad L_0 = l + \frac{8}{3} \frac{f_0^2}{l}; \quad D_0 = \frac{q^2 l^3}{12}$$

Обычно равномерно распределенную нагрузку принимают за начальное загрузжение. А от дополнительного загрузжения определяют параметры нити:

$H_1, f_1, D_1$ .



Для практических расчетов первостепенное значение имеет величина  $H_1$  при полной нагрузке. Для определения  $H_1$  используют зависимость между длиной нити в начальном и конечном состояниях.

Для нити в начальном состоянии  $L_0 = l + \frac{D_0}{2H_0^2}$ ,

в конечном состоянии  $L_1 = L_0 + \Delta L_0 = l + \frac{D'}{2H_1^2}$ .

Изменение длины нити  $\Delta L_0$  за счет упругих деформаций оси ее согласно закону Гука определяется по формуле:

$$\Delta L_0 = \int_0^{L_0} \frac{T_1 - T_0}{EA} ds,$$

где  $T_0$  и  $T_1$  – натяжение нити в начальном и конечном состояниях.

$EA$  – жесткость нити на растяжение.

Ввиду пологости нити можно принять  $T_1 \approx H_1$ ;  $T_0 \approx H_0$ ;  $ds \approx dx$ .

Тогда  $\Delta L_0 = \frac{(H_1 - H_0) \cdot l}{EA}$ .

Подставим  $\Delta L_0$  в выражении для  $L_1$  и как следствие получим:

$$L_1 = L_0 + \Delta L_0 = l + \frac{D_0}{2H_1^2} + \frac{(H_1 - H_0) \cdot l}{EA} = l + \frac{D_1}{2H_1^2}$$

Отсюда имеем:

$$H_1^3 + H_1^2 \left( \frac{D_0 EA}{2H_0^2 l} - H_0 \right) - \frac{D_1 EA}{2l} = 0$$

Получено В.К. Качуриным.

В формуле два неизвестных:  $A$  – площадь сечения нити и  $H_1$  – распор нити при полной нагрузке. На практике обычно сечение нити задается. Находят величины  $H_1$  и  $V$ , затем  $T$ , по которой определяют требуемую площадь сечения нити  $A$ . Задачу решают способом последовательных приближений.

Учитывая пологость нити, в первом приближении можно принять

$T_1 \approx H_1 = A \gamma_c R_y$ . Тогда получим квадратное уравнение относительно величины  $A$ .

Затем следует найти величины  $H_1, V_A, T_A$  и снова  $A = \frac{T_A}{\gamma_c R_y}$ . Процесс следует

повторить. Здесь также применяется способ последовательных приближений, но при этом приходится иметь дело с более простым квадратным уравнением. Рассмотрим гибкую пологую нить, подвешенную по концам в разных уровнях и нагруженную произвольной вертикальной нагрузкой.

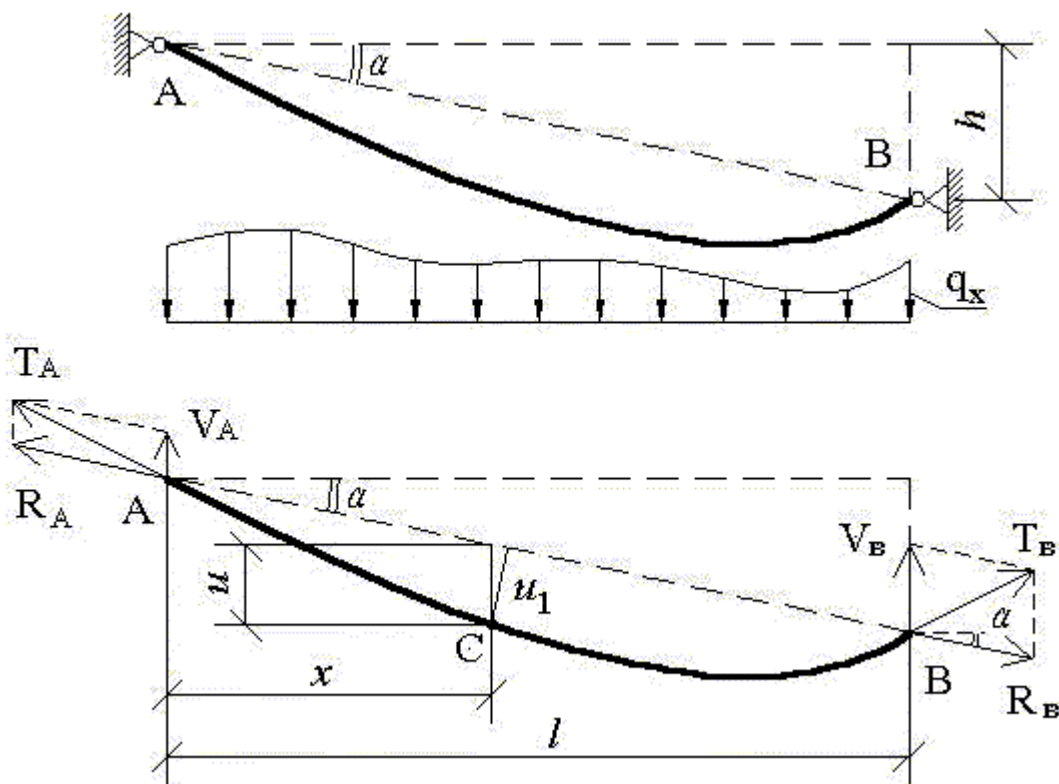


Рис. Расчетная схема гибкой нити, подвешенной в разных уровнях.

Определим реакции опор:  $T_A$  и  $T_B$ . Для определения вертикальных составляющих опорных реакций вычислим сумму моментов всех сил относительно точек A и B.

$$\sum M_B = V_A \cdot l - M_{Bl} = 0;$$

Здесь  $M_{Bl}$  – сумма моментов внешних сил (кроме опорных реакций) на пролет  $l$  относительно опоры B. Отсюда,  $V_A = \frac{M_{Bl}}{l}$ . Аналогично,  $V_B = \frac{M_{Al}}{l}$ .

Вертикальные составляющие опорных реакций нити определяются как для простой балки на двух опорах и как для нити с опорами в одном уровне.

Проецируя все силы на горизонтальную ось, получим:  $-R_A \cdot \cos \alpha + R_B \cdot \cos \alpha = 0$ , т.е.  $R_A = R_B = R$ .

Возьмем точку C на расстоянии  $x$  от опоры A. Обозначим через  $u_1$  длину перпендикуляра, опущенного из точки C на прямую AB, а через  $u$  – ординату оси нити, отсчитываемую от прямой AB.

Рассмотрим равновесие участка нити AC. Составим сумму моментов всех сил, действующих на участке нити AC, относительно точки C:  $\sum M_{AC} - R \cdot u_1 = 0$ ,

где  $\sum M_{AC} = M_C^{\circ}$  – балочный момент в точке C. Отсюда  $R = \frac{M_C^{\circ}}{u_1}$ .

Найдем распор нити H:  $H = R \cdot \cos \alpha = \frac{M_C^{\circ} \cdot \cos \alpha}{u_1} = \frac{M_C^{\circ}}{\frac{u_1}{\cos \alpha}}$ ; но  $\frac{u_1}{\cos \alpha} = u$ .

Следовательно:  $H = \frac{M^{\delta}}{u}$

Полученная формула для распора Н почти ничем не отличается от аналогичной формулы для распора нити с опорами в одном уровне. Отличие состоит только в том, что ординату и необходимо отсчитывать не от горизонтальной линии, а от прямой АВ, соединяющей опоры нити.

Из формулы следует, что  $u = \frac{M^{\delta}}{H}$ .

Если необходимо определить ординату для точки оси нити, отсчитываемую от горизонтальной оси, то её можно выразить:  $y = u + x \cdot \operatorname{tg} \alpha = u + h \cdot \frac{x}{l}$ .

Также как и при рассмотрении гибкой нити с опорами в одном уровне, в данном случае задают начальное положение нити параметрами.  $H_0, u_0$  - исходное состояние. Конечное состояние нити будет характеризоваться параметрами  $H_1, u_1$ .

Предварительно получим формулу для определения длины нити с равномерно распределенной по пролету нагрузкой q. Используем известное выражение для длины нити с опорами в одном уровне и равномерно распределенной по пролету нагрузкой q,

$$L_{\alpha=0} = l + \frac{8}{3} \cdot \frac{f^2}{l},$$

где f – стрелка провеса нити с опорами в одном уровне посередине пролета. Для нити с опорами в разных уровнях в этой формуле вместо l подставим  $l/\cos \alpha$ , а вместо f подставим  $f_1 \approx f \cdot \cos \alpha$ .

$$\text{Тогда, } L_{\alpha} = \frac{l}{\cos \alpha} + \frac{8}{3} \cdot \frac{f^2}{l} \cdot \cos^3 \alpha$$

$$\text{В формуле: } \frac{8}{3} \cdot \frac{f^2}{l} = L_{\alpha=0} - l$$

В общем случае загрузки:

$$L_{\alpha=0} = l + \frac{1}{2R_0^2} \int_l Q_0^2 dx$$

Подставляя выражения получим:

$$L_{\alpha} = \frac{l}{\cos \alpha} + (L_{\alpha=0} - l) \cos^3 \alpha = \frac{l}{\cos \alpha} + \left( l + \frac{1}{2R_0^2} \int_l Q_0^2 dx - l \right) \cos^3 \alpha, \text{ то есть}$$

$$L_{\alpha} = \frac{l}{\cos \alpha} + \frac{l}{2R_0^2} \cos^3 \alpha$$

Эта приближенная формула дает хорошие результаты для пологих нитей с любой вертикальной нагрузкой. Для любой вертикальной нагрузки запишем:

$$L_{\alpha 1} = \frac{l}{\cos \alpha} + \frac{l}{2R_1^2} \cos^3 \alpha$$

Для исходного состояния:

$$L_{\alpha,0} = \frac{l}{\cos \alpha} + \frac{\int Q_0^2 dx}{2R_0^2} \cos^3 \alpha.$$

При дополнительном нагружении нити, т.е. в конечном состоянии длина нити составит:

$$L_{\alpha,1} = L_{\alpha,0} + \Delta L,$$

где  $\Delta L$  – упругая деформация нити, определяемая по формуле:

$$\Delta L \cong \frac{(T_1 - T_0) \cdot l_1}{E \cdot A}. \text{ При этом } T_1 \approx \frac{R_1}{\cos \alpha}, \text{ а } T_0 \approx \frac{R_0}{\cos \alpha}, \text{ тогда } \Delta L = \frac{(R_1 - R_0) \cdot l_1}{E \cdot A \cdot \cos^2 \alpha}, \text{ где}$$

$$l_1 = \frac{l}{\cos \alpha}.$$

Подставляя выражение для  $\Delta L$ , получим:

$$L_{\alpha,1} = \frac{l}{\cos \alpha} + \frac{\int Q_0^2 dx}{2R_0^2} \cos^3 \alpha + \frac{(R_1 - R_0) \cdot l}{E \cdot A \cdot \cos^3 \alpha}. \text{ Откуда имеем:}$$

$$R_1^3 + \left( \frac{E \cdot A \cdot \cos^5 \alpha}{2 \cdot l \cdot R_0^2} \int_l Q_0^2 dx - R_0 \right) \cdot R_1^2 - \frac{E \cdot A \cdot \cos^5 \alpha}{2 \cdot l} \int_l Q_1^2 dx = 0,$$

где  $R_0$  и  $R_1$  – соответственно, начальное и конечное натяжения нити.

Из уравнения можно определить  $R_1$ .

### Основы теории изгибно-жестких нитей.

Рассматривается гибкий стержень с большой стрелкой провеса (не полагая нить), нагруженный вертикальной произвольно распределенной вдоль оси стержня нагрузкой. Из стержня выделяется бесконечно малой длины элемент и рассматривается его равновесие.

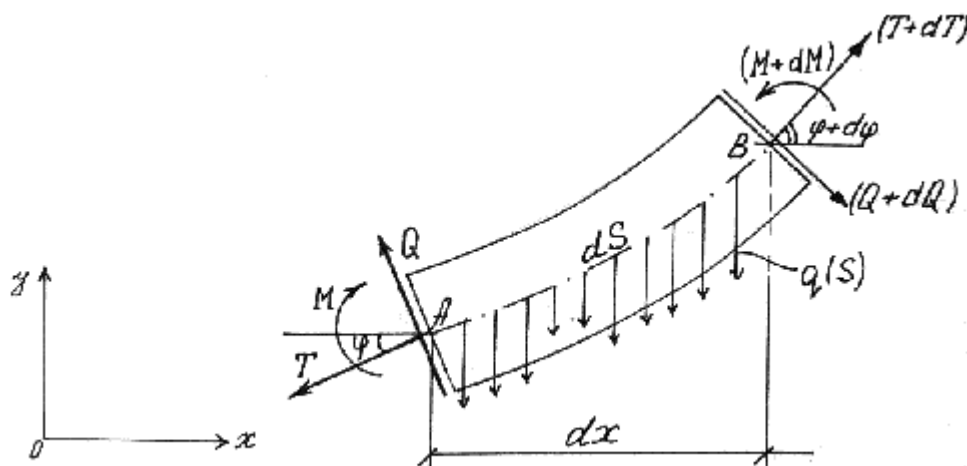


Рис. Расчетная схема элемента нити

Используем три уравнения статики:

$$1). \sum X = 0; 2) \sum Y = 0; 3) \sum M_B = 0.$$

$$2). (T + Td)\cos(\varphi + d\varphi) - T\cos\varphi - Q\sin\varphi + (Q + dQ)\sin(\varphi + d\varphi) = 0.$$

Раскрывая скобки и учитывая, что  $\sin d\varphi = d\varphi$ ,  $\cos d\varphi = 1$ , а также:

$$\cos(\varphi + d\varphi) = \cos\varphi \cdot \cos d\varphi - \sin\varphi \cdot \sin d\varphi = \cos\varphi - d\varphi \sin\varphi;$$

$$\sin(\varphi + d\varphi) = \sin\varphi \cdot \cos d\varphi + \cos\varphi \cdot \sin d\varphi = \sin\varphi + d\varphi \cos\varphi, \text{ получим:}$$

$$T(\cos\varphi - d\varphi \sin\varphi) + dT(\cos\varphi - d\varphi \sin\varphi) - T\cos\varphi - Q\sin\varphi + Q(\sin\varphi + d\varphi \cos\varphi) + dQ(\sin\varphi + d\varphi \cos\varphi) = -d\varphi T \sin\varphi + dT \cos\varphi - dT d\varphi \sin\varphi + Qd\varphi \cos\varphi + dQ \sin\varphi + dQ d\varphi \cos\varphi = 0; \text{ или } -d\varphi T \sin\varphi + dT \cos\varphi + Qd\varphi \cos\varphi + dQ \sin\varphi = 0$$

Разделим на  $dS$

$$\left( \frac{dT}{dS} \cos\varphi - \frac{d\varphi}{dS} \sin\varphi \right) + \left( \frac{dQ}{dS} \sin\varphi + \frac{d\varphi}{dS} \cos\varphi \right) = 0,$$

$$\frac{d}{dS}(T \cos\varphi) + \frac{d}{dS}(Q \sin\varphi) = 0$$

Аналогичным образом можно преобразовать второе уравнение статики и привести его к виду:

$$\frac{d}{dS}(T \sin\varphi) - \frac{d}{dS}(Q \cos\varphi) = q$$

$$3). M - M - dM + T \cos\varphi dy - T \sin\varphi dx + QdS - qdS \frac{dx}{2} = 0; \text{ Последним слагаемым}$$

$$\text{пренебрегаем, } \cos\varphi = \frac{dx}{dS}; \sin\varphi = \frac{dy}{dS}.$$

$$\text{Учитывая, что } \cos\varphi = \frac{dx}{dS} \text{ а, } \sin\varphi = \frac{dy}{dS}, \text{ получаем: } -dM + QdS = 0; \text{ или}$$

$$\frac{dM}{dS} = Q$$

Поскольку в уравнениях содержится 4 неизвестных ( $T, Q, M, \varphi$ ), необходимо изыскать четвертое уравнение. В качестве 4-го уравнения используем точное выражение для кривизны нити:

$$4). \frac{M}{EJ} = \frac{1}{\rho} = \frac{d\varphi}{dS}$$

Здесь  $M, Q, T$  – соответственно, изгибающий момент, поперечная и продольная силы;

$\varphi$  - угол наклона касательной к оси нити с осью  $X$ ;

$S$  – дуговая координата точки оси нити;

$q$  – интенсивность нагрузки;

$\rho$  - радиус кривизны оси нити;

$EJ$  – изгибная жесткость нити.

$$\text{Подставляем (3.4) в (3.3): } M = EJ \frac{d\varphi}{dS} \quad \frac{dM}{dS} = EJ \frac{d^2\varphi}{dS^2} = Q.$$

Последнее выражение подставим:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dS}(T \cos \varphi) + \frac{d}{dS} \left( EJ \frac{d^2 \varphi}{dS^2} \sin \varphi \right) &= 0 \\ \frac{d}{dS}(T \sin \varphi) - \frac{d}{dS} \left( EJ \frac{d^2 \varphi}{dS^2} \cos \varphi \right) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Система уравнений имеет уже 2 неизвестных  $T$  и  $\varphi$ .

Проинтегрируем систему уравнений и получим:

$$T \cos \varphi + EJ \frac{d^2 \varphi}{dS^2} \sin \varphi = C_1$$

$$T \sin \varphi - EJ \frac{d^2 \varphi}{dS^2} \cos \varphi = \int q dS + C_2$$

где  $C_1$  и  $C_2$  – постоянные интегрирования.

$C_1 = H$  – продольная сила в самой нижней точке нити.

Исключая  $T$ , имеем:

$$EJ \frac{d^2 \varphi}{dS^2} = H \sin \varphi - \cos \varphi \int q dS + C_2 \cos \varphi$$

Дифференциальное уравнение – нелинейное ( $\sin \varphi, \cos \varphi$ ), с переменным коэффициентом  $\int q dS$ , не имеет замкнутого решения.

Его можно интегрировать приближенным способом или с помощью ЭВМ.

Рассмотрим пологую изгибно-жесткую нить с равномерно распределенной нагрузкой  $q$  по пролету.

При малом  $\varphi$   $\operatorname{tg} \varphi = \frac{dy}{dx} \approx \sin \varphi \approx \varphi$ ,  $ds \approx dx$ ,  $\cos \varphi = 1$ . Подставим вместо  $\varphi$ :  $\frac{dy}{dx}$ , а

также  $\sin \varphi \approx \varphi = \frac{dy}{dx}$ .

Получим:

$$EJ \frac{d^2}{dx^2} \left( \frac{dy}{dx} \right) = H \frac{dy}{dx} - qx + C_2, \text{ или } \frac{d^3 y}{dx^3} - \frac{H}{EJ} \frac{dy}{dx} + \frac{qx}{EJ} + C_2 = 0.$$

Продифференцировав уравнение один раз получим дифференциальное уравнение 4-го порядка:

$$\frac{d^4 y}{dx^4} - \frac{H}{EJ} \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{q}{EJ} = 0$$

Уравнение имеет решение в замкнутом виде:

$$y = C_1 \operatorname{ch}(kx) + C_2 \operatorname{sh}(kx) + \frac{qx^2}{2H} + C_3 x + C_4, \quad (3.9)$$

здесь  $k^2 = \frac{H}{EJ}$ ;

$C_1, C_2, C_3, C_4$  – постоянные интегрирования, определяемые из граничных условий:

1) при  $x = 0$   $y = 0$   $y' = 0$  ;

2) при  $x = \pm \frac{l}{2}$   $y = f$ .

Изгибающий момент и поперечная сила в любом сечении нити:

$$M = E \cdot I \cdot \frac{d^2 y}{dx^2}, Q = E \cdot I \cdot \frac{d^3 y}{dx^3}$$

Изгибающий момент и поперечная сила могут быть определены только в том случае, если известна хотя бы одна ордината провеса оси нити, позволяющая определить распор нити  $H$ . Практически, при расчетах изгибно-жестких нитей задаются стрелой провеса оси нити  $f$ .

Рассматривается балка на двух опорах под воздействием равномерно распределенной нагрузки. В середине пролета изгибающий (балочный) момент равен

$$M_{\delta} = \frac{ql^2}{8},$$

$$\text{а прогиб: } y_{\delta} = \frac{5}{384} \frac{ql^4}{EI}$$

преобразуем формулу к виду:

$$M_{\delta} = \frac{ql^2}{8} = \left( \frac{5}{384} \cdot \frac{ql^4}{EI} \right) \cdot \left( \frac{48EI}{5l^2} \right) = y_{\delta} \cdot \frac{48EI}{5l^2},$$

т.е. величина изгибающего момента в балке пропорциональна величине её прогиба. Изгибно-жесткая нить при прочих равных с балкой параметрах имеет прогиб  $f \neq y_{\delta}$ . Тогда изгибающий момент в середине пролета изгибно-жесткой нити можно принять также пропорциональным прогибу, а, следовательно, пропорциональным балочному моменту:

$$M_{и-ж} = M_{\delta} \cdot \frac{f}{y_{\delta}},$$

Подставляя значения полученные по формулам получим:

$$M_{и-ж} = \frac{48}{5} \cdot \frac{EI \cdot f}{l^2}, \quad (3.15)$$

распор гибкой нити, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой, определяется по известной формуле:

$$H = \frac{ql^2}{8 \cdot f},$$

Рассмотрим половину пролета изгибно-жесткой нити.

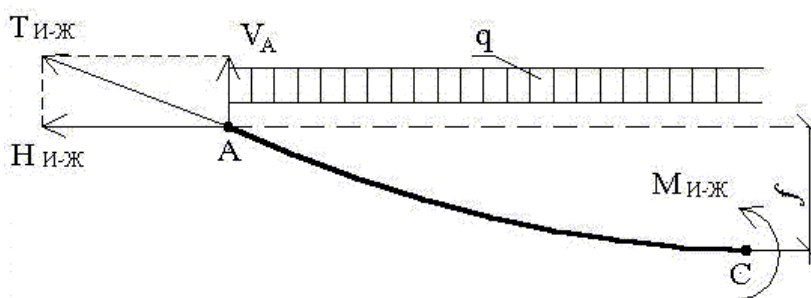


Рис. К расчету изгибно-жесткой нити.

Сумма моментов в сечении «С» изгибно-жесткой нити:

$-M_{и-ж} + V_A \cdot \frac{l}{2} - M_q^0 - H_{и-ж} \cdot f = 0$ , где  $V_A \cdot \frac{l}{2} - M_q^0 = M_0$  - балочный момент

посередине пролета. Отсюда получаем:

$$H_{и-ж} = \frac{M_0 - M_{и-ж}}{f} = \frac{ql^2}{8 \cdot f} - \frac{48 EI}{5 l^2},$$

где  $H_{и-ж}$  - распор изгибно-жесткой нити.

Действительно, распор изгибно-жесткой нити будет меньше распора гибкой нити за счет появления в ней изгибающих моментов. Следует заметить, что выражение является приближенным, так как стрелки прогибов у гибкой и изгибно-жесткой нити будут разными. В данном случае для упрощения решения задачи они приняты равными. Для пологой изгибно-жесткой нити натяжение приравнивается распору, то есть  $T_{и-ж} \approx H_{и-ж}$ .

Напряжения от изгиба:

$$\sigma_u = \frac{M_{и-ж}}{W} = \frac{48 E \cdot I \cdot f}{5 l^2 \cdot W} = \frac{48 E \cdot h \cdot f}{10 l^2}, \quad (3.18)$$

где  $h$  – высота сечения нити;  $W$  – момент сопротивления сечения нити.

Напряжения от распора:

$$\sigma_n = \frac{H_{и-ж}}{A} = \frac{ql^2}{8 \cdot f \cdot A} - \frac{48 E \cdot I}{5 l^2 \cdot A},$$

где  $A$  – площадь сечения нити.

Для оценки изгибной жесткости нити воспользуемся соотношением между напряжениями от изгиба и напряжениями от растяжения, то есть

$$\psi = \frac{\sigma_u}{\sigma_n} = \frac{\frac{48 E \cdot h \cdot f}{10 l^2}}{\frac{ql^2}{8 \cdot f \cdot A} - \frac{48 E \cdot I}{5 l^2 \cdot A}}, \text{ или } \psi = \frac{f \cdot A \cdot h}{\frac{ql^4}{38,4 \cdot E \cdot f} - 2I}.$$

## Библиографический список

### 9.1 Основная литература

1. Кудишин, Ю.И. Металлические конструкции : учебник для вузов / Ю.И.Кудишин [и др.]; под ред. Ю.И.Кудишина. — 9-е изд., стер. — М. : Академия, 2007. — 688с. : ил. — (Высшее профессиональное образование: Строительство). — Библиогр. в конце кн. — ISBN 5-7695-3603-9 (в пер.) : 484,00.
2. Нехаев, Г.А. Проектирование стального каркаса одноэтажного производственного здания : учеб. пособие для вузов. — М. : АСВ, 2009. — 184 с. : ил. — Библиогр.: с.168. — ISBN 978-5-93093-541-7 : 209,00.
3. Проектирование элементов балочной клетки из горячекатаных и холодногнутых тонкостенных профилей : учеб. пособие / Г. А. Нехаев ; ТулГУ. — Тула : Изд-во ТулГУ, 2011. — 123 с. : ил. — Библиогр.: с.107. — ISBN 978-5-7679-2019-8.



## 9.2 Дополнительная литература

1. Нехаев, Г.А. Металлические конструкции в примерах и задачах : учеб. пособие / Г. А. Нехаев, И. А. Захарова .— М. : АСВ, 2010 .— 140 с. : ил .— Библиогр.: с. 139 .— ISBN 978-5-93093-716-9.
2. Нехаев, Г.А. Проектирование и расчет стальных цилиндрических резервуаров и газгольдеров низкого давления : учеб. пособие / Г.А.Нехаев .— М. : АСВ, 2005 .— 216с. : ил. — Библиогр. в конце кн. — ISBN 5-93093-366-9 : 158.84.
3. Металлические конструкции: Учебник для вузов: В 3 т. Т.1, Элементы конструкций / В.В.Горев, Б.Ю.Уваров, В.В.Филиппов и др.; Под ред. В.В.Горева.— 3-е изд., стер. — М. : Высш. шк., 2004 .— 551с. : ил. — ISBN 5-06-003695-2 (т.1) /в пер./ : 112.86 .— ISBN 5-06-003697-9.
4. Металлические конструкции: Учебник для вузов: В 3 т. Т.2, Конструкции зданий / В.В.Горев, Б.Ю.Уваров, В.В.Филиппов и др.; Под ред. В.В.Горева .— 3-е изд., стер. — М. : Высш. шк., 2004 . — 528с. : ил. — Библиогр. в конце кн. — ISBN 5-06-003696-0 (т.2) /в пер./ : 107.01 .— ISBN 5-06-003695-2.
5. СП 16.13330.2017. Стальные конструкции. Актуализированная версия СНиП II-23-81\*. — М.: ФЦС, 2017. — 172 с.
6. СП 20.13330.2017. Нагрузки и воздействия. Актуализированная версия СНиП 2.01.07-85\*. — М.: ФЦС, 2017. — 80 с.