

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт горного дела и строительства
Кафедра «Строительство, строительные материалы и конструкции»

Утверждено на заседании кафедры
«Строительство, строительные материалы и
конструкции»

«18» января 2022 г., протокол № 5

Заведующий кафедрой

 А.А. Трещев

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по проведению практических (семинарских) занятий
по дисциплине (модулю)
«Динамика и устойчивость сооружений»

основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы бакалавриата

по направлению подготовки
08.03.01 Строительство

с направленностью (профилем)
Промышленное и гражданское строительство

Формы обучения: очная, заочная, очно-заочная

Идентификационный номер образовательной программы: 080301-05-22

Тула 2022 год

Разработчик методических указаний

Сергеева С.Б., канд. техн. наук
(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)


(подпись)

I. Введение

Настоящие методические указания предназначены для оказания помощи студенту в его работе по изучению динамики и устойчивости сооружений.

С этой целью студенту предлагаются общие и тематические методические указания, которые будут направлять его деятельность по приобретению знаний, умений и навыков в решении типовых задач по изучаемой дисциплине.

Реализация методических указаний происходит в ходе практических занятий и выполнения домашних заданий, связанных с закреплением полученных на занятиях знаний и умений, а также подготовкой к каждому предстоящему занятию. Для этого каждому студенту на протяжении всего учебного периода выдаются строго индивидуальные задания, которые должны быть выполнены непосредственно в ходе практических занятий.

В том случае, когда студент не справился с объемом работ, которые для него запланированы для конкретного занятия, он обязан выполнить задание дома и предъявить результаты этой работы в начале следующего занятия.

Работа над выданным индивидуальным заданием ведется в виде самостоятельной работы при консультативной помощи преподавателя. Результатом этой работы является усвоение алгоритмов решения типовых задач строительной механики, а также языка описания расчетных схем и обозначений, используемых при формулировке математических задач, которые являются следствием применения методов строительной механики.

Важно подчеркнуть, что приобретаемые в ходе практических занятий знания, умения и навыки являются основой для принятия решений при проектировании зданий и сооружений в курсовом и дипломном проектировании. В частности, умение правильно и быстро строить эпюры усилий гарантирует достоверную исходную информацию для определения сечений несущих элементов конструкций.

II. Общие методические указания

Основной объем материалов, необходимых для успешного выполнения заданий на практических занятиях по строительной механике, сконцентрирован в примерах учебника [1] (главы 10-11, пп. 15.5-15.6). Поэтому рекомендуется указанный учебник иметь с собой и пользоваться этими материалами для выполнения своего индивидуального задания.

Поскольку тематика практических занятий соответствует тематике глав, разделов и подразделов указанного учебника, рекомендуется перед каждым новым занятием познакомиться с материалами учебника и соответствующей темой в настоящих указаниях.

Контроль выполнения задания на каждом конкретном занятии осуществляется по результатам, которые должны быть получены в ходе выполнения соответствующей части алгоритма решения типовой задачи. Все эти **алгоритмы** приведены в [1].

Следует учитывать, что как алгоритмы, так и примеры их реализации доступны студентам не только в бумажном виде (на страницах учебника), но и **на электронных носителях**. Чтобы получить соответствующие материалы, студент должен обратиться к преподавателю, ведущему практические занятия, с просьбой о записи на носитель студента соответствующей информации.

Электронные материалы распространяются в формате PDF, и для их просмотра требуется программа Adobe Acrobat Reader, которая бесплатно распространяется фирмой Adobe и также может быть записана на носитель студента.

Для достижения целей на любом практическом занятии **студент должен иметь** в своем распоряжении чистую бумагу, карандаш, треугольник, калькулятор, учебник строительной механики и настоящие методические указания.

При работе над домашней частью задания рекомендуется придерживаться следующих рекомендаций.

Вся теоретическая часть учебных материалов излагается в форме так называемых функциональных диаграмм, на которых приведены функции, объекты и причинно-следственные связи между ними, которые имеют место в том или ином разделе строительной механики. Все диаграммы являются элементами одной и той же структуры и упорядочены по отношению друг к другу так, что каждая последующая диаграмма ссылается на предыдущую и раскрывает ее содержание.

Таким образом, диаграммы нужно читать по принципу «сверху-вниз», а в пределах одного уровня иерархии – «слева-направо». Однако переход к диаграммам следующего (уточняющего) уровня имеет смысл осуществлять после уяснения для себя всех элементов диаграммы (диаграмм) текущего уровня. Т.е. не должно оставаться никаких неясностей в понимании места, значения и функциональной роли ни одного из элементов изучаемой диаграммы.

Примеры-образцы решения основных типов задач изложены с предельной степенью подробностей, включая большое количество поясняющих рисунков и формул. Поэтому работа с примерами-образцами должна протекать в три этапа:

- на первом этапе нужно изучить пример, выполняя всю последовательность решения самостоятельно, с тем, чтобы обнаружить и зафиксировать те моменты решения, которые оказались трудными, непонятными и т.п.; позже их нужно будет прояснить на консультациях с преподавателем или в соответствующих учебниках из списка рекомендуемой литературы;

- на втором этапе следует применить операционный алгоритм, реализованный в примере-образце, для решения задачи, выбранной (или полученной от преподавателя) для самостоятельного решения; при этом важно соблюдать два условия: строгое следование алгоритму решения и не менее строгое следование требованиям по иллюстрированию действий, составляющих решение (как это выполнено в примере-образце);

- на третьем этапе нужно отработать навык в решении задач каждого вида, для чего следует решить от 8 до 10 однотипных задач (например, из приложения к учебнику); при этом полезно научиться описывать получаемые решения с минимальной степенью подробностей, но с обязательным контролем промежуточных и окончательного результатов теми средствами, которые заложены в операционном алгоритме; важно подчеркнуть, что предъявляя решение задачи, студент должен быть уверен в правильности полученного результата, именно по этой причине получение навыка в осуществлении контрольных операций алгоритма является абсолютно необходимым.

Для получения оценки степени усвоения изученного материала в приложениях к учебнику [1] предлагаются тесты к различным разделам строительной механики. При работе с ними важно не только правильно ответить, но и правильно объяснить полученный результат. Поэтому после решения тестовых задач необходимо обратиться за консультацией к преподавателю, осуществляющему руководство выполнением контрольно-курсовых работ. Цель консультирования заключается в получении подтверждения правильности рассуждений, которые привели студента к правильному решению тестовой задачи. В противном случае существует опасность получения низких результатов во

время промежуточного или итогового контрольного тестирования, когда будут задействованы другие тестовые задачи соответствующего типа.

III. Тематические методические указания

Занятие № 1. Оценка значения критической нагрузки при узловом нагружении методом эквивалентного стержня.

Требуется приобрести умение проводить оценку диапазона значений критической нагрузки для простейших расчетных схем типа «рама» на основе геометрического смысла коэффициента свободной длины в формуле критической нагрузки по Эйлеру

$$P_{кр}^{Эйлера} = \left(\frac{\pi}{\mu l} \right)^2 EJ. \quad (1)$$

Для этого нужно установить связь значения этого коэффициента с формой кривой при потере устойчивости. Стандартные формы этой кривой для различных случаев закрепления приведены на рис. 1.

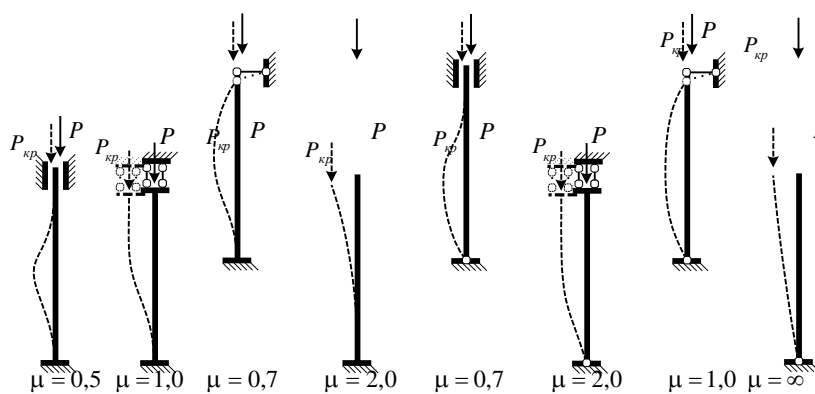


Рис. 1. Критическая сила Эйлера в однопролетных стержнях

Идея оценки критической силы при узловой нагрузке заключается в том, что упруго опертое сечение сжатого участка представляется двумя крайними случаями:

1) упругое сопротивление в крайнем сечении отсутствует (изгибная жесткость сопряженного участка равно нулю);

2) упруго сопротивление в крайнем сечении крайне велико (жесткое опирание).

Диапазон между соответствующими двумя значениями и дает первое приближение оценки.

На втором этапе, исходя из того, что любое значение реальной жесткости опоры значительно больше нулевого, оценка уточняется путем приближения к значению с абсолютно жесткой опорой.

Отметим, что большую роль в выполнении алгоритма оценки играет умение правильно сопоставить каждому крайнему случаю один из вариантов опирания (и значения критической силы) рис. 1.

Детальный пример рассуждений по построению оценки приведен в [1] (глава 10, п. 10.2).

Занятие № 2. Анализ случаев закрепления участков, сжатых узловыми силами. Построение интервала, содержащего параметр критического значения нагрузки для каждого сжатого участка.

Требуется научиться использовать относительное значение параметра нагрузки, используя данные таблиц метода перемещений для сжато-изогнутых стержней, где этот параметр определяется выражением

$$\nu = l \sqrt{\frac{P_k}{E_k J_k}}$$

где k – номер сжатого участка длиной l_k , нагруженного силой сжатия P_k и имеющего параметры изгибной жесткости $(E_k J_k)$.

Между параметром нагрузки ν_k и коэффициентом свободной длины существует

соотношение $\mu_k = \pi / \nu_k$.

Таким образом, значения коэффициента свободной длины на рис. 1 могут быть использованы проведения оценки критической силы в значениях коэффициента свободной длины.

При этом сам подход остается неизменным: анализируются два предельных случая закрепления каждого сжатого участка с использованием значений коэффициента свободной длины, приведенных на рис. 1.

Оценка значения критического параметра для расчетной схемы в целом требует умения определять участок, который в ЗРС теряет устойчивость при минимальном значении параметра внешней нагрузки.

При наличии нескольких сжатых участков на каждом из них можно произвести оценку интервала значений критического параметра методом эквивалентного стержня.

В соответствии с определением критической нагрузки как минимальной из всех нагрузок, способных поддерживать два смежных состояния равновесия, а также с учетом формулы (2), можно утверждать, что расчетная схема теряет устойчивость, как только потеряет устойчивость один из сжатых участков.

Следовательно, нужно ответить на вопрос, какой из участков это сделает первым – при минимальном значении параметра критической нагрузки, выраженном в общем масштабе измерения. В то время как другие сжатые участки просто изогнуться, выполняя закон совместности перемещений.

Сравнивая оценки параметра нагрузки для каждого участка это можно сделать однозначно только для простейших комбинаций сжатых участков в составе рамных систем при узловой нагрузке сосредоточенными силами.

Детальный пример применения описанного подхода приведен в [1] (глава 10, п. 10.2).

Занятие № 3

Пример применения метода перемещений при узловой нагрузке рамы.

Требуется усвоить разницу в реализации метода перемещений для статики и устойчивости, которая заключается в следующем:

1) при узловой нагрузке в виде сосредоточенных сил, вызывающих потерю устойчивости, статический метод расчета должен описывать смежное состояние равновесия, т.е. наличие продольных сил и возникновение поперечных перемещений, а также связанных с ними поворотов узлов;

2) в случае применения метода перемещений для узловой нагрузки в ЗРС не возникают эпюры изгибающих моментов, т.е. свободные члены КСУ равны нулю. А нагрузки в виде поворотов и смещений наложенных связей имеют место.

В этих условиях решения задачи статики смежного состояния равновесия с ненулевыми перемещениями в дополнительных связях возможно только при условии равенства нулю определителя матрицы коэффициентов при неизвестных. Это условие и порождает уравнение устойчивости.

Существенным является понимание того, что в случае наличия на участке сжимающей силы, вид эпюр изгибающего момента на нем становится криволинейным, так как плечо у осевой сжимающей силы изменится по закону кривой поперечного прогиба.

Однако если такой силы на участке нет, то изгиб участка происходит при линейном изменении изгибающего момента, так, как это происходило в статике.

Таким образом, для применения метода перемещений в задачах устойчивости нужны эпюры не только для сжато-изогнутых стержней, учитывающих дополнительные моменты от сжимающей осевой силы, но и эпюры для изогнутых стержней, которые ранее использовались в задачах метода перемещений в статике.

Еще одной особенностью применения метода перемещений для задач устойчивости является нелинейная зависимость поперечных сил вдоль оси участка. Поэтому следует быть внимательным при определении их значений в сечениях, вырезающих узлы для формирования уравнения равновесия.

Наконец, следует быть внимательным в отношении параметра нагрузки: для участков разной длины, разной величины сжатия и разной жесткости этот параметр имеет разное значение, выраженное в общем масштабе измерения.

Другие особенности применения метода перемещений полностью совпадают с особенностями, ранее изучавшимися при решении задач статики.

Занятие № 4. Формирование динамической расчетной схемы с конечным числом динамических степеней свободы.

Напомним, что массу каждого прямолинейного участка расчетной схемы можно сосредоточить в его середине или разнести в концевые сечения. Принципиальной разницы в подходах нет. Однако следует помнить о том, что замена распределенной массы сосредоточенной «огрубляет» решение задачи динамики.

Анализ видов динамических степеней свободы в точках сосредоточения массы участков показывает, что на плоскости эффективны две степени свободы: линейные перемещения во взаимно ортогональных направлениях.

Состав нагрузки из сил инерции, действующих в «тяжелых» точках, не всегда нужно использовать полностью. Дело в том, что целью решения задачи динамики является определение низшей частоты собственных колебаний и соответствующих ей сил инерции. Поэтому для некоторых расчетных схем часть динамических степеней свободы соответствует более высоким частотам собственных колебаний.

Например, для консольной фермы, длина которой в 5 раз превышает ее высоту, поперечные колебания имеют заведомо более низкую частоту, нежели продольные. То же относится и к продольным колебаниям балок.

Таким образом, следует проводить анализ выявленных динамических степеней свободы на деформирующие и все остальные. Именно первые соответствуют низким частотам колебаний. Здесь уместно провести аналогию с определяющими усилиями в расчетных схемах строительной механики: деформирующие степени свободы обеспечивают возникновение определяющих усилий в ЗРС.

Учет всех без исключения динамических степеней свободы ведет к неоправданному росту размерности задачи динамики.

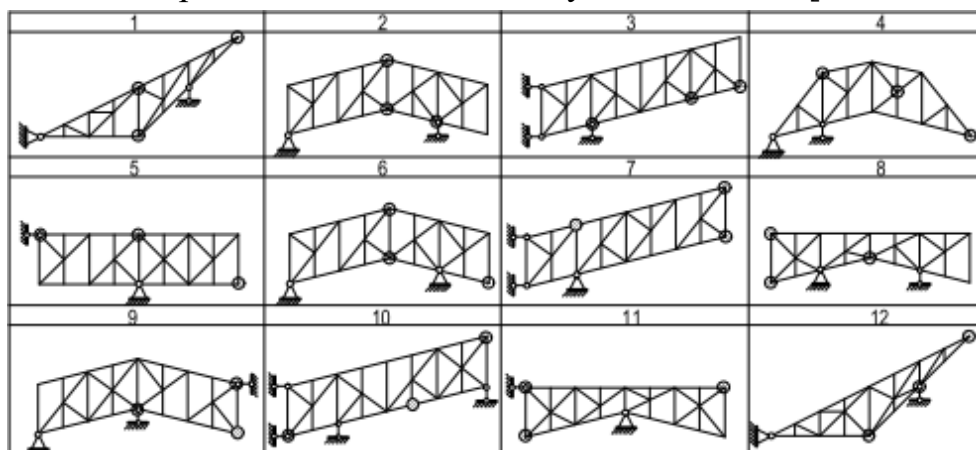
Детальный пример определения деформирующих степеней свободы приведен в [1] (глава 11, п. 11.3.1).

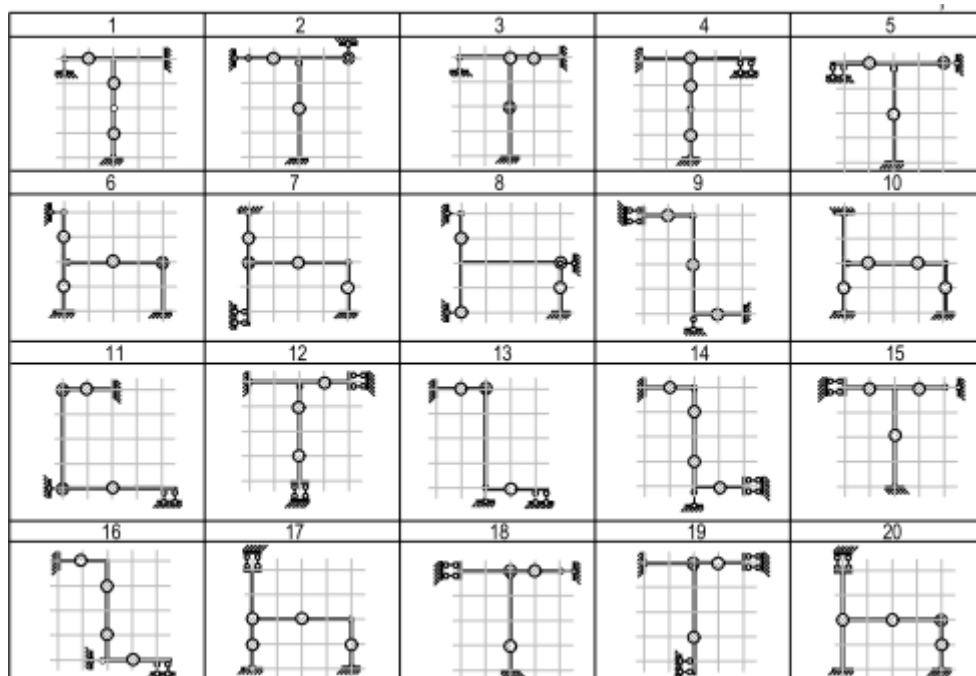
Занятие № 5. Решение тестовых заданий по тематике способов формирования моделей с конечным числом динамических степеней свободы.

Варианты тестовых заданий включают:

1. Определение эффективных динамических степеней свободы по количеству.
2. Определение эффективных динамических степеней свободы по направлению.
3. Определение эффективных динамических степеней свободы в зависимости от типа расчетной схемы (ферма балочная, рамная; балка, рама).
4. Определение величины массы, перемещающейся по каждой эффективной степени свободы.

В качестве расчетных схем используются задания [1, табл. П2.29-30]





Занятие № 6. Пример решения задачи о свободных колебаниях расчетной схемы с несколькими динамическими степенями свободы. Построение форм собственных колебаний для низших частот.

Поскольку элементами векового уравнения являются перемещения от единичных сил инерции, то они вычисляются по уже известным матричным формулам статики.

Обратим, однако, внимание на то, что ЗРС может быть статически неопределима. Поэтому для каждой единичной силы инерции придется решать задачу статики с выбором соответствующего метода (метода сил или метода перемещений).

Если Вы хорошо владеете обеими методами, то следует тот метод, который имеет меньшую трудоемкость. В противном случае выбирайте тот метод, который Вы освоили более надежно: как правило, использование метода сил дает меньшее количество ошибок, хотя может оказаться более трудоемким.

Формирование направляющих матриц от единичных сил инерции можно проводить в любой ОСМС (еще один плюс метода сил).

Реализация матричной формы определения перемещений от статической нагрузки изучалась в разделе статически определимых систем и использовалась при изучении метода сил. Так что препятствий для составления векового уравнения нет.

Решение векового уравнения следует проводить с учетом того, что на главной диагонали стоят разности перемещений и параметра частоты собственных колебаний. Т.е. вычисление определителя с помощью, например, метода Саррюса приведет к формулировке нелинейного алгебраического уравнения порядка $W\delta$.

Определение низших частот собственных колебаний. Решение векового уравнения вручную возможно только для малого числа динамических степеней свободы (максимум трех). Поэтому актуальным является использование численных методов применение соответствующего программного обеспечения на ЭВМ. Например, использование пакета «Строительная механика» [1] (глава 15, п. 15.6).

В то же время существует методика решения этой задачи «вручную». Пример ее реализации приведен в [1] (глава 11, п. 11.4).

Построение форм собственных колебаний для низших частот является задачей полностью аналогичной задаче построения форм потери устойчивости (см. соответствующий раздел).

ющее практическое занятие). Смысл этого построения состоит в том, чтобы убедиться в таком деформировании ЗРС, при котором возникающие кривизны соответствуют представлению о минимальном запасе потенциальной энергии изгиба, сопровождающей собственные колебания с минимальной частотой.

Детальный пример по построению форм собственных колебаний приведен в [1] (глава 11, п. 11.5).

Занятие № 7. Решение задачи о вынужденных колебаниях расчетной схемы с конечным числом динамических степеней свободы без учета сопротивления. Пример составления разрешающей системы уравнений.

Требуется научиться составлять разрешающую систему уравнений вынужденных колебаний на основе ее матричной формы:

$$\begin{bmatrix} -\theta^2 \delta & m + e \end{bmatrix} \{Y^{*A}\} + \{\Delta^A\} = \{0\}, \quad \{\Delta^A\} = (M^I)^T \begin{bmatrix} B \end{bmatrix} \{M^A\}; \quad (6)$$

где символом «А» обозначены амплитудные значения, связанные с амплитудными значениями приложенной нагрузки, имеющей частоту θ (обычно эта частота вычисляется как часть β частоты собственных колебаний: $\beta\theta$); i, k изменяются от 1 до W_d .

Из этих формул следует, что решение задачи вынужденных колебаний возможно только при известной частоте собственных колебаний. Кроме того, нужно владеть аппаратом вычисления перемещений в ЗРС от единичных сил инерции и амплитудных значений вынуждающей нагрузки, приложенной статически.

Первым шагом в этом направлении является формирование системы разрешающих уравнений в количестве W_d . Обратите внимание на обозначение e_{ik} в формуле (6). Это функция, которая имеет значение 0 для несовпадающих индексов, и значение 1 – для одинаковых их значений.

Пример формирования разрешающей системы уравнений вынужденных колебаний без сопротивления приведен в [1] (глава 11, п. 11.6.2).

Определение коэффициентов и свободных членов разрешающей системы уравнений.

Определение коэффициентов разрешающей системы вынужденных колебаний без сопротивления по уравнению (10) требует вычислений по матричным формулам, известным из теории вычисления перемещений от статической нагрузки и является чисто технической задачей.

Стоит, однако, подумать над вопросом выбора метода раскрытия статической неопределимости. Как и в задаче собственных колебаний, рекомендуется применение метода сил, если имеются сомнения в применении метода перемещений. Пример использования последнего приведен в [1] (глава 11, п. 11.3.3).

Решение задачи собственных колебаний – первый этап решения задачи о вынужденных колебаниях, так как без значения собственной частоты не удастся определить амплитудные значения возникающих сил инерции, которые определяются по формуле

$$I_{i,s}^A = -m_i \beta_s^2 \omega_s^2. \quad (7)$$

Формирование системы уравнений вынужденных колебаний для низшей частоты собственных колебаний.

Решение задачи по определению элементов матриц в разрешающей системе уравнений (6), а также определение минимальной собственной частоты ЗРС ω_{\min}^2 позволяют поставить задачу о решении системы неоднородных алгебраических уравнений (6) относительно амплитудных перемещений, определяющих амплитудные значения сил инерции (7).

Однако для удобства решения систему (6) следует записать в новых переменных с тем, чтобы решать ее в безразмерном виде.

Детальный пример этой процедуры приведен в [1] (глава 11, п. 11.6.2).

Определение амплитудных значений сил инерции при низшей частоте колебаний проводится в матричном виде по формуле

$$I_{i,\min}^A = -m_i \beta_{\min}^2 \omega_{\min}^2 = -\beta_{\min}^2 \omega_{\min}^2 \{m_i Y_{i,\min}^{*A}\}$$

где $Y_{i,\min}^{*A}$ – элементы матрицы-столбца решения разрешающей системы уравнений (6),

сформированной для низшей частоты собственных колебаний.

Построение эпюры амплитудных значений определяющих усилий в заданной расчетной схеме для низшей частоты колебаний.

Построение эпюры амплитудных усилий проводится по формулам, аналогичным формулам для построения окончательных эпюр в методах сил и перемещений:

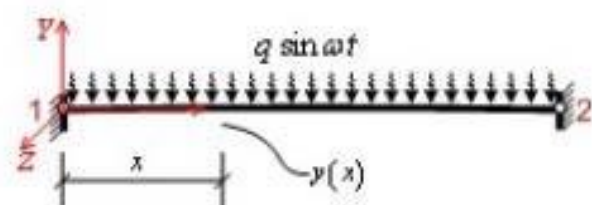
$$\left\{ M_{\partial, s}^A \right\} = \left\{ M_p^A \right\} + \sum_{i=1}^{W_1} I_{i, s}^A \left\{ M_i^I \right\}. \quad (8)$$

Однако есть одна особенность в построении амплитудных эпюр, о которой следует твердо помнить: поскольку речь идет о процессе колебаний, то каждый полупериод силы инерции меняют свое направление. Следовательно, амплитудные эпюры представлены парами графиков [1] (глава 11, п. 11.6.3, рис. 11.9).

Детальный пример реализации алгоритма решения задачи динамики для модели с конечным числом динамических степеней свободы (рис. 23) приведен в [1] (глава 11).

Занятие № 8. Пример решения задачи о вынужденных колебаниях балки с распределённой массой без учёта сопротивления.

Рассматривается расчётная схема типа



Требуется решить задачу о вынужденных колебаниях, используя решение в форме метода начальных параметров.

Первая проблема заключается в правильном заполнении таблицы краевых условий при формировании векового уравнения:

<input type="checkbox"/>	w_0	φ_0	M_0	Q_0	<input type="checkbox"/>
$x = 0$	0	φ_0	0	Q_0	$\Rightarrow w(x)$
$x = l$	0	φ_2	0	Q_{2-1}	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	\Downarrow	<input type="checkbox"/>	\Downarrow	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	$w(l) = 0$	<input type="checkbox"/>	$M(l) = 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

В этой таблице следует чётко различать условия (нулевые начальные параметры), которые позволяют уменьшить число слагаемых в общем выражении решения задачи

$$w(x) = w_0 K_1(\beta x) + \frac{\varphi_0}{\beta} K_2(\beta x) + \frac{M_0}{EJ\beta^2} K_3(\beta x) + \frac{Q_0}{EJ\beta^3} K_4(\beta x)$$

и условия, которые позволяют сформировать определитель частот (использования «обрезанного» решения для ненулевых краевых условий.

Вторая проблема связана с использованием решения для вынужденных колебаний по методу начальных параметров:

$$w(x) = w_0 K_1(\gamma x) + \frac{\varphi_0}{\gamma} K_2(\gamma x) + \frac{M_0}{EJ\gamma^2} K_3(\gamma x) + \frac{Q_0}{EJ\gamma^3} K_4(\gamma x) + \frac{q}{\gamma^4 EJ} [K_1(\gamma x) - 1]$$

Поскольку таблица краевых условий не изменилась, но теперь задана частота внешнего воздействия, которая не равна собственной частоте (минимальной), то «укороченное» решение для прогиба при вынужденных колебаний нужно использовать для определения неизвестных начальных параметров. После чего функция амплитудных прогибов балки будет определена однозначно.

IV. Библиографический список Основная литература

1. Теличко, Григорий Николаевич. Основы строительной механики плоских стержневых систем :учебник для вузов и сузов / Г.Н. Теличко – 3-е изд., стер. – Тула: Изд-во ТулГУ. 2010 – 440 с.: ил. – Предм. Указ.: с.427-430. – Библиогр.: с. 431-432 – ISBN 978-5-7679-1533-0: 204,00. 82 экз.
2. Кривошапко, С. Н. Строительная механика: лекции, семинары, расчетно-графические работы : учеб.пособие для вузов / С. Н. Кривошапко.— М.: Высш. шк., 2008.— 392 с.: ил. — (Для высших учебных заведений:Строительство и архитектура).— Библиогр. в конце кн. — ISBN 978-5-06-005754-6 (в пер.). 10 экз.
3. Бабанов, В.В. Строительная механика: учебник для вузов: в 2 т. / В.В.Бабанов – 2-е изд.,стер. – Москва: Академия, 2012 – (Высшее профессиональное образование. Строительство) (Бакалавриат) – Т. 1 – 2012 – 304 с.: ил. - ISBN 978-5-7695-9298-0 (т. 1) . 5 экз.

Дополнительная литература

1. Н.Н. Анохин. Строительная механика в примерах и задачах. Часть 3. Динамика сооружений. Учебное пособие. – М.:, 2016. – С ИЛ. – Библиогр. В конце кн. – ISBN 978-5-4323-0174-1
2. И.А. Константинов, В.В. Лалин, И.И. Лалина. Строительная механика. – М.: Проспект, 2011. – 432 с.: ил. – Библиогр. В конце кн. – ISBN 978-5-392-01474-3
3. А.В. Александров, В.Д. Потапов, В.Б. Зылев. Строительная механика. В 2 книгах. Книга 2. Динамика и устойчивость упругих систем. – М.: Высшая школа, 2008. – 384 с.: ил. – ISBN: 978-5-06-005356-2.
4. В.И. Коробко, А.В. Коробко. Строительная механика. Динамика и устойчивость стержневых систем. – М.: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2008. – 400 с.
- Библиогр. В конце кн. – ISBN 978-5-93093-546-2.