

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук
Кафедра «Прикладная математика и информатика»

Утверждено на заседании кафедры
«Прикладная математика и информатика»
24 января 2023 г., протокол № 5

И.о. заведующего кафедрой


_____ Н.В. Ларин

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
«Функциональный анализ»**

**основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы магистратуры**

по направлению подготовки

01.04.02 Прикладная математика и информатика

с направленностью (профилем)

**Перспективные методы искусственного интеллекта
в сетях передачи и обработки данных**

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 010402-03-23

Тула 2023 год

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ
рабочей программы дисциплины (модуля)

Разработчик:

Иванов В.И., профессор каф. ПМиИ, д.ф.-м.н., профессор

(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)



(подпись)

1 Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)

Целью освоения дисциплины (модуля) является формирование математической культуры, фундаментальная подготовка в области функционального анализа, возникшего в результате взаимодействия и последующего обобщения на бесконечномерный случай идей и методов математического анализа, геометрии и линейной алгебры.

Задачами освоения дисциплины (модуля) являются:

- освоение, изучение основных понятий, определений и утверждений функционального анализа;
- приобретение навыков решения и исследования линейных интегральных уравнений второго рода, других задач функционального анализа;
- изучение приложений функционального анализа в других математических дисциплинах.

2 Место дисциплины (модуля) в структуре основной профессиональной образовательной программы

Дисциплина (модуль) относится к обязательной части основной профессиональной образовательной программы.

Дисциплина (модуль) изучается в первом семестре.

3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения основной профессиональной образовательной программы (формируемыми компетенциями) и индикаторами их достижения, установленными в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы, приведён ниже.

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

Знать:

- 1) обладать базовыми знаниями, полученными в области математических и естественных наук (код компетенции – ОПК-1, код индикатора – ОПК-1.1).

Уметь:

- 1) использовать в профессиональной деятельности фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук (код компетенции – ОПК-1, код индикатора – ОПК-1.2).

Владеть:

- 1) навыками решения задач профессиональной деятельности на основе полученных теоретических знаний (код компетенции – ОПК-1, код индикатора – ОПК-1.3).

Полные наименования компетенций и индикаторов их достижения представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

4 Объем и содержание дисциплины (модуля)

4.1 Объем дисциплины (модуля), объем контактной и самостоятельной работы обучающегося при освоении дисциплины (модуля), формы промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

Номер семестра	Формы промежуточной аттестации	Общий объем в зачетных единицах	Общий объем в академических часах	Объем контактной работы в академических часах						Объем самостоятельной работы в академических часах
				Лекционные занятия	Практические (семинарские) занятия	Лабораторные работы	Клинические практические занятия	Консультации	Промежуточная аттестация	
Очная форма обучения										
1	Э	5	180	12	24			2	0,25	141,75
Итого	–	5	180	12	24			2	0,25	141,75

Условные сокращения: Э – экзамен, ЗЧ – зачет, ДЗ – дифференцированный зачет (зачет с оценкой), КП – защита курсового проекта, КР – защита курсовой работы.

4.2 Содержание лекционных занятий

Очная форма обучения

№ п/п	Темы лекционных занятий
<i>1 семестр</i>	
1	Компактность в метрическом пространстве. Полная ограниченность. Критерий Хаусдорфа. Теорема Арцела о предкомпактности множества в $C[a, b]$. Теорема Рисса об общем виде линейного непрерывного функционала в $C[a, b]$.
2	Некомпактность единичного шара в бесконечномерном нормированном пространстве. Рефлексивные нормированные пространства. Примеры. Слабая компактность шара в рефлексивном пространстве.
3	Счетно нормированные пространства. Пространство бесконечно дифференцируемых финитных функций. Обобщенные функции. Основные операции над обобщенными функциями.
4	Теория Рисса-Шаудера для линейных уравнений 2-го рода.
5	Нормальная разрешимость линейных операторов. Теорема Хаусдорфа. Нетеровы и Фредгольмовы операторы. Теорема С.М. Никольского.
6	Собственные значения и собственные векторы вполне непрерывного самосопряженного оператора. Теорема Гильберта-Шмидта.

4.3 Содержание практических (семинарских) занятий

Очная форма обучения

№ п/п	Темы практических (семинарских) занятий
<i>1 семестр</i>	
1	Линейные нормированные пространства.
2	Норма линейного функционала.
3	Обобщенные функции.
4	Обобщенные функции.
5	Норма линейного оператора.
6	Сильная и равномерная сходимость линейных операторов.

№ п/п	Темы практических (семинарских) занятий
7	Сопряженные и самосопряженные линейные операторы.
8	Обратный линейный оператор.
9	Спектр, спектральный радиус и резольвента линейного оператора.
10	Спектр линейного вполне непрерывного оператора.
11	Теория Рисса-Шаудера для линейных уравнений 2-го рода.
12	Собственные значения и собственные векторы вполне непрерывного самосопряженного оператора. Теорема Гильберта-Шмидта.

4.4 Содержание лабораторных работ

Занятия указанного типа не предусмотрены основной профессиональной образовательной программой.

4.5 Содержание клинических практических занятий

Занятия указанного типа не предусмотрены основной профессиональной образовательной программой.

4.6 Содержание самостоятельной работы обучающегося

Очная форма обучения

№ п/п	Виды и формы самостоятельной работы
<i>1 семестр</i>	
1	Самостоятельное изучение разделов дисциплины:
1.1	Метрические пространства (Понятие метрического пространства. Основные примеры. Сходимость. Плотные подмножества. Открытые и замкнутые множества. Полные метрические пространства. Теорема о вложенных шарах. Теорема Бэра. Пополнение пространства. Принцип сжимающих отображений. Его применения.)
1.2	Топологические пространства (Определение топологического пространства. Примеры. Сравнение топологий. Системы окрестностей. База. Аксиомы счетности. Сходящиеся последовательности. Непрерывные отображения топологических пространств. Аксиома отделимости. Метризуемость. Линейные топологические пространства. Примеры. Локально выпуклые пространства.)
1.3	Компактность (Компактные топологические пространства. Критерий компактности. Свойства компактных пространств. Предкомпактные множества. Непрерывные отображения компактных пространств. Непрерывные и полунепрерывные функции на компактных пространствах. Счетная компактность. Связь с компактностью.)
1.4	Банаховы пространства (Банаховы пространства. Примеры. Линейные непрерывные функционалы. Первое и второе сопряженные пространства для нормированного пространства. Рефлексивные пространства. Примеры. Теорема Хана – Банаха о продолжении линейного непрерывного функционала. Слабая сходимость в нормированном пространстве. Критерий слабой сходимости. Пространства $L_p[a, b]$. Описание предкомпактных множеств, линейных непрерывных функционалов в $L_p[a, b]$.)

№ п/п	Виды и формы самостоятельной работы
1.5	Линейные операторы (Непрерывность и ограниченность линейного оператора. Пространство линейных операторов. Теорема Банаха-Штейнгауза. Теорема Банаха об обратном операторе. Обратимость оператора Е-А. Вполне непрерывные операторы. Их свойства. Вполне непрерывные интегральные операторы.)
2	Выполнение индивидуального домашнего задания.
3	Подготовка к практическим занятиям.
4	Подготовка к промежуточной аттестации и ее прохождение.

5 Система формирования оценки результатов обучения по дисциплине (модулю) в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающегося

Очная форма обучения

Мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающегося			Максимальное количество баллов
<i>1 семестр</i>			
Текущий контроль успеваемости	Первый рубежный контроль	Оцениваемая учебная деятельность Обучающегося:	
		Посещение лекционных занятий	3
		Работа на практических занятиях	5
		Выполнение домашнего задания	22
		Итого	30
	Второй рубежный контроль	Оцениваемая учебная деятельность Обучающегося:	
		Посещение лекционных занятий	3
		Работа на практических занятиях	5
		Выполнение домашнего задания	22
		Итого	30
Промежуточная аттестация	Экзамен		40 (100*)

* В случае отказа обучающегося от результатов текущего контроля успеваемости

Шкала соответствия оценок в стобалльной и академической системах оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Система оценивания результатов обучения	Оценки			
	0 – 39	40 – 60	61 – 80	81 – 100
Академическая система оценивания (экзамен, дифференцированный зачет, защита курсового проекта, защита курсовой работы)	Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Академическая система оценивания (зачет)	Не зачтено	Зачтено		

6 Описание материально-технической базы (включая оборудование и технические средства обучения), необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю) требуется учебная аудитория, оборудованная доской для написания мелом.

7 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

7.1 Основная литература

1. Треногин, В. А. Функциональный анализ: учебник / В. А. Треногин. — 4-е, изд. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2007. — 488 с. — ISBN 978-5-9221-0804-1. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/59471>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Треногин, В. А. Задачи и упражнения по функциональному анализу: учебное пособие / В. А. Треногин, Б. М. Писаревский, Т. С. Соболева. — 2-е изд., испр.и доп. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 240 с. — ISBN 5-9221-0271-0. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/2342>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Краснов М.Л. Интегральные уравнения. Задачи и примеры с подробными решениями: учебное пособие для вузов / М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко.— 3-е изд., испр. — М.: УРСС, 2007.— 192 с.

7.2 Дополнительная литература

1. Канторович Л.В. Функциональный анализ / Л.В. Канторович, Г.П. Акилов.— 4-е изд., испр. — СПб.: БХВ-Петербург: Невский диалект, 2004.— 816с.

2. Скопин, В. А. Функциональный анализ и интегральные уравнения: методические указания к самостоятельной работе / В. А. Скопин, И. А. Седых. — Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2012. — 17 с. — ISBN 2227-8397. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/55174.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

3. Васильева, А. Б. Интегральные уравнения: учебник / А. Б. Васильева, Н. А. Тихонов. — 3-е изд.,стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2009. — 160 с. — ISBN 978-5-8114-0911-2. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/42>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

8 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. <https://e.lanbook.com/> - ЭБС «Лань», доступ авторизованный
2. <https://www.elibrary.ru/> - Научная электронная библиотека [eLibrary.ru](http://elibrary.ru), доступ свободный.
3. <https://cyberleninka.ru/> - Научная электронная библиотека «КиберЛенинка», доступ свободный.
- 4. <https://tsutula.bookonlime.ru/> - ЭБС ТулГУ «BookOnLime» учебные издания ТулГУ по всем дисциплинам, доступ авторизованный

9 Перечень информационных технологий, необходимых для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

9.1 Перечень необходимого ежегодно обновляемого лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства

1. Пакет офисных приложений «МойОфис».

9.2 Перечень необходимых современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем

Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы не требуются.