

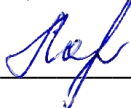
МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук  
Кафедра «Прикладная математика и информатика»

Утверждено на заседании кафедры  
«Прикладная математика и информатика»  
24 января 2023 г., протокол № 5

И.о. заведующего кафедрой

 Н.В. Ларин

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**  
**«Функциональный анализ»**

**основной профессиональной образовательной программы  
высшего образования – программы магистратуры**

по направлению подготовки  
**01.04.02 Прикладная математика и информатика**

с направленностью (профилем)  
**Перспективные методы искусственного интеллекта  
в сетях передачи и обработки данных**

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 010402-03-23

Тула 2023 год

**ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ**  
**рабочей программы дисциплины (модуля)**

**Разработчик:**

Иванов В.И., профессор каф. ПМиИ, д.ф.-м.н., профессор

---

(ФИО, должность, ученая степень, ученое звание)



---

(подпись)

## **1 Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)**

**Целью** освоения дисциплины (модуля) является формирование математической культуры, фундаментальная подготовка в области функционального анализа, возникшего в результате взаимодействия и последующего обобщения на бесконечномерный случай идей и методов математического анализа, геометрии и линейной алгебры.

**Задачами** освоения дисциплины (модуля) являются:

- освоение, изучение основных понятий, определений и утверждений функционального анализа;
- приобретение навыков решения и исследования линейных интегральных уравнений второго рода, других задач функционального анализа;
- изучение приложений функционального анализа в других математических дисциплинах.

## **2 Место дисциплины (модуля) в структуре основной профессиональной образовательной программы**

Дисциплина (модуль) относится к обязательной части основной профессиональной образовательной программы.

Дисциплина (модуль) изучается в первом семестре.

## **3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)**

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения основной профессиональной образовательной программы (формируемыми компетенциями) и индикаторами их достижения, установленными в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы, приведён ниже.

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

**Знать:**

- 1) обладать базовыми знаниями, полученными в области математических и естественных наук (код компетенции – ОПК-1, код индикатора – ОПК-1.1).

**Уметь:**

- 1) использовать в профессиональной деятельности фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук (код компетенции – ОПК-1, код индикатора – ОПК-1.2).

**Владеть:**

- 1) навыками решения задач профессиональной деятельности на основе полученных теоретических знаний (код компетенции – ОПК-1, код индикатора – ОПК-1.3).

Полные наименования компетенций и индикаторов их достижения представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

## **4 Объем и содержание дисциплины (модуля)**

**4.1 Объем дисциплины (модуля), объем контактной и самостоятельной работы обучающегося при освоении дисциплины (модуля), формы промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

| Номер семестра       | Формы промежуточной аттестации | Общий объем в зачетных единицах | Общий объем в академических часах | Объем контактной работы в академических часах |                                    |                     |                                  |              |                          | Объем самостоятельной работы в академических часах |
|----------------------|--------------------------------|---------------------------------|-----------------------------------|---|------------------------------------|---------------------|----------------------------------|--------------|--------------------------|--|
|                      |                                |                                 |                                   | Лекционные занятия                            | Практические (семинарские) занятия | Лабораторные работы | Клинические практические занятия | Консультации | Промежуточная аттестация |  |
| Очная форма обучения |                                |                                 |                                   |   |                                    |                     |                                  |              |                          |  |
| 1                    | Э                              | 5                               | 180                               | 12  | 24                                 |                     |                                  | 2            | 0,25                     | 141,75   |
| Итого                | –                              | 5                               | 180                               | 12  | 24                                 |                     |                                  | 2            | 0,25                     | 141,75   |

Условные сокращения: Э – экзамен, ЗЧ – зачет, ДЗ – дифференцированный зачет (зачет с оценкой), КП – защита курсового проекта, КР – защита курсовой работы.

## 4.2 Содержание лекционных занятий

### Очная форма обучения

| № п/п            | Темы лекционных занятий  |
|------------------|--|
| <i>1 семестр</i> |  |
| 1                | Компактность в метрическом пространстве. Полная ограниченность. Критерий Хаусдорфа. Теорема Арцела о предкомпактности множества в $C[a, b]$ . Теорема Рисса об общем виде линейного непрерывного функционала в $C[a, b]$ . |
| 2                | Некомпактность единичного шара в бесконечномерном нормированном пространстве. Рефлексивные нормированные пространства. Примеры. Слабая компактность шара в рефлексивном пространстве.                                      |
| 3                | Счетно нормированные пространства. Пространство бесконечно дифференцируемых финитных функций. Обобщенные функции. Основные операции над обобщенными функциями.   |
| 4                | Теория Рисса-Шаудера для линейных уравнений 2-го рода.   |
| 5                | Нормальная разрешимость линейных операторов. Теорема Хаусдорфа. Нетеровы и Фредгольмовы операторы. Теорема С.М. Никольского.   |
| 6                | Собственные значения и собственные векторы вполне непрерывного самосопряженного оператора. Теорема Гильберта-Шмидта.   |

## 4.3 Содержание практических (семинарских) занятий

### Очная форма обучения

| № п/п            | Темы практических (семинарских) занятий               |
|------------------|---|
| <i>1 семестр</i> |   |
| 1                | Линейные нормированные пространства.                  |
| 2                | Норма линейного функционала.                          |
| 3                | Обобщенные функции.                                   |
| 4                | Обобщенные функции.                                   |
| 5                | Норма линейного оператора.                            |
| 6                | Сильная и равномерная сходимость линейных операторов. |

| №<br>п/п | Темы практических (семинарских) занятий  |
|----------|--|
| 7        | Сопряженные и самосопряженные линейные операторы.  |
| 8        | Обратный линейный оператор.  |
| 9        | Спектр, спектральный радиус и резольвента линейного оператора.   |
| 10       | Спектр линейного вполне непрерывного оператора.  |
| 11       | Теория Рисса-Шаудера для линейных уравнений 2-го рода.   |
| 12       | Собственные значения и собственные векторы вполне непрерывного самосопряженного оператора. Теорема Гильберта-Шмидта. |

#### 4.4 Содержание лабораторных работ

Занятия указанного типа не предусмотрены основной профессиональной образовательной программой.

#### 4.5 Содержание клинических практических занятий

Занятия указанного типа не предусмотрены основной профессиональной образовательной программой.

#### 4.6 Содержание самостоятельной работы обучающегося

##### Очная форма обучения

| №<br>п/п         | Виды и формы самостоятельной работы  |
|------------------|--|
| <i>1 семестр</i> |  |
| 1                | Самостоятельное изучение разделов дисциплины:  |
| 1.1              | Метрические пространства (Понятие метрического пространства. Основные примеры. Сходимость. Плотные подмножества. Открытые и замкнутые множества. Полные метрические пространства. Теорема о вложенных шарах. Теорема Бэра. Пополнение пространства. Принцип сжимающих отображений. Его применения.)  |
| 1.2              | Топологические пространства (Определение топологического пространства. Примеры. Сравнение топологий. Системы окрестностей. База. Аксиомы счетности. Сходящиеся последовательности. Непрерывные отображения топологических пространств. Аксиома отделимости. Метризуемость. Линейные топологические пространства. Примеры. Локально выпуклые пространства.)   |
| 1.3              | Компактность (Компактные топологические пространства. Критерий компактности. Свойства компактных пространств. Предкомпактные множества. Непрерывные отображения компактных пространств. Непрерывные и полунепрерывные функции на компактных пространствах. Счетная компактность. Связь с компактностью.)   |
| 1.4              | Банаховы пространства (Банаховы пространства. Примеры. Линейные непрерывные функционалы. Первое и второе сопряженные пространства для нормированного пространства. Рефлексивные пространства. Примеры. Теорема Хана – Банаха о продолжении линейного непрерывного функционала. Слабая сходимость в нормированном пространстве. Критерий слабой сходимости. Пространства $L_p[a, b]$ . Описание предкомпактных множеств, линейных непрерывных функционалов в $L_p[a, b]$ .) |

| №<br>п/п | Виды и формы самостоятельной работы  |
|----------|--|
| 1.5      | Линейные операторы (Непрерывность и ограниченность линейного оператора. Пространство линейных операторов. Теорема Банаха-Штейнгауза. Теорема Банаха об обратном операторе. Обратимость оператора Е-А. Вполне непрерывные операторы. Их свойства. Вполне непрерывные интегральные операторы.) |
| 2        | Выполнение индивидуального домашнего задания.  |
| 3        | Подготовка к практическим занятиям.  |
| 4        | Подготовка к промежуточной аттестации и ее прохождение.  |

## 5 Система формирования оценки результатов обучения по дисциплине (модулю) в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающегося

### Очная форма обучения

| Мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающегося |                          |   | Максимальное количество баллов |
|--|--------------------------|---|--------------------------------|
| <i>1 семестр</i>   |                          |   |                                |
| Текущий контроль успеваемости  | Первый рубежный контроль | <b>Оцениваемая учебная деятельность Обучающегося:</b> |                                |
|  |                          | Посещение лекционных занятий                          | 3                              |
|  |                          | Работа на практических занятиях                       | 5                              |
|  |                          | Выполнение домашнего задания                          | 22                             |
|  |                          | Итого   | 30                             |
|  | Второй рубежный контроль | <b>Оцениваемая учебная деятельность Обучающегося:</b> |                                |
|  |                          | Посещение лекционных занятий                          | 3                              |
|  |                          | Работа на практических занятиях                       | 5                              |
|  |                          | Выполнение домашнего задания                          | 22                             |
|  |                          | Итого   | 30                             |
| Промежуточная аттестация   | Экзамен                  |   | 40 (100*)                      |

\* В случае отказа обучающегося от результатов текущего контроля успеваемости

### Шкала соответствия оценок в стобалльной и академической системах оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

| Система оценивания результатов обучения  | Оценки              |                   |         |          |
|--|---------------------|-------------------|---------|----------|
| Стобалльная система оценивания   | 0 – 39              | 40 – 60           | 61 – 80 | 81 – 100 |
| Академическая система оценивания (экзамен, дифференцированный зачет, защита курсового проекта, защита курсовой работы) | Неудовлетворительно | Удовлетворительно | Хорошо  | Отлично  |
| Академическая система оценивания (зачет)   | Не зачтено          | Зачтено           |         |          |

## **6 Описание материально-технической базы (включая оборудование и технические средства обучения), необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю) требуется учебная аудитория, оборудованная доской для написания мелом.

## **7 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

### **7.1 Основная литература**

1. Треногин, В. А. Функциональный анализ: учебник / В. А. Треногин. — 4-е, изд. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2007. — 488 с. — ISBN 978-5-9221-0804-1. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/59471>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Треногин, В. А. Задачи и упражнения по функциональному анализу: учебное пособие / В. А. Треногин, Б. М. Писаревский, Т. С. Соболева. — 2-е изд., испр.и доп. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 240 с. — ISBN 5-9221-0271-0. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/2342>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Краснов М.Л. Интегральные уравнения. Задачи и примеры с подробными решениями: учебное пособие для вузов / М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко.— 3-е изд., испр. — М.: УРСС, 2007.— 192 с.

### **7.2 Дополнительная литература**

1. Канторович Л.В. Функциональный анализ / Л.В. Канторович, Г.П. Акилов.— 4-е изд., испр. — СПб.: БХВ-Петербург: Невский диалект, 2004.— 816с.

2. Скопин, В. А. Функциональный анализ и интегральные уравнения: методические указания к самостоятельной работе / В. А. Скопин, И. А. Седых. — Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2012. — 17 с. — ISBN 2227-8397. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/55174.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

3. Васильева, А. Б. Интегральные уравнения: учебник / А. Б. Васильева, Н. А. Тихонов. — 3-е изд.,стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2009. — 160 с. — ISBN 978-5-8114-0911-2. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/42>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

## **8 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

1. <https://e.lanbook.com/> - ЭБС «Лань», доступ авторизованный
2. <https://www.elibrary.ru/> - Научная электронная библиотека [eLibrary.ru](https://www.elibrary.ru/), доступ свободный.
3. <https://cyberleninka.ru/> - Научная электронная библиотека «КиберЛенинка», доступ свободный.
- 4. <https://tsutula.bookonlime.ru/> - ЭБС ТулГУ «BookOnLime» учебные издания ТулГУ по всем дисциплинам, доступ авторизованный

## **9 Перечень информационных технологий, необходимых для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

### **9.1 Перечень необходимого ежегодно обновляемого лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства**

1. Пакет офисных приложений «МойОфис».

### **9.2 Перечень необходимых современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем**

Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы не требуются.